

N° d'ordre : ECL 84-09

Année 1984

LEOUE  
CENTRE  
DATE

**T H E S E**  
présentée devant  
l'ECOLE CENTRALE DE LYON  
pour obtenir  
le titre de DOCTEUR-INGENIEUR  
Spécialité : MECANIQUE

par

**Sophocle HARLAFTIS**

**ETUDES EXPERIMENTALE ET THEORIQUE  
DE L'INTERACTION FORTE DES COUCHES VISQUEUSES  
PARIETALES DANS UNE TURBOMACHINE**

soutenue le 4 mai 1984 devant la Commission d'examen

Jury : MM J. MATHIEU, Président  
K.D. PAPAILIOU  
F. LEBOEUF  
G. KARADIMAS  
G. CHARNAY

N° d'ordre : ECL 84-09

Année 1984

Pde 1



**T H E S E**  
présentée devant  
L'ECOLE CENTRALE DE LYON  
pour obtenir  
le titre de DOCTEUR-INGENIEUR  
Spécialité : MECANIQUE

par

**Sophocle HARLAFTIS**

**ETUDES EXPERIMENTALE ET THEORIQUE  
DE L'INTERACTION FORTE DES COUCHES VISQUEUSES  
PARIETALES DANS UNE TURBOMACHINE**

-

soutenue le 4 mai 1984 devant la Commission d'examen

Jury : MM J. MATHIEU, Président  
K.D. PAPAILIOU  
F. LEBOEUF  
G. KARADIMAS  
G. CHARNAY

T-1176

*Ce travail est dédié*

*à mon père Vassili*

*à ma mère Evi*

*à ma soeur Gelina*

*et à Hélène*

## ECOLE CENTRALE DE LYON

DIRECTEUR A. MOIROUX  
DIRECTEUR ADJOINT R. RICHE

### LISTE DES PERSONNES HABILITEES A DIRIGER DES THESES A L'E.C.L.

#### Mathématiques-Informatique-Systèmes

C.M. BRAUNER	Professeur 2e Classe
B. DAVID	Professeur 2e Classe
J.F. MAITRE	Professeur 2e Classe
F. CONRAD	Maître Assistant ENSM-St-Etienne
G. THOMAS	Maître Assistant

#### Physicochimie des Matériaux

P. CLECHET	Professeur 2e Classe
J. CURRAN	Professeur Associé
N. JAFFREZIC	Chargée de Recherche au CNRS
J. JOSEPH	Maître Assistant
Cl. MARTELET	Maître Assistant
J.R. MARTIN	Maître Assistant
R. OLIER	Maître Assistant
R. PHILIPPE	Maître Assistant IUT-St-Etienne
A. TAILLAND	Maître Assistant

#### Métallurgie et Physique des Matériaux

P. GUIRALDENQ	Professeur 1ère Classe
D. TREHEUX	Professeur 2e Classe
B. COQUILLET	Assistant
D. JUVE (Mme)	Ingénieur Contr. 3 A
NGUYEN Du	Assistant Associé

#### Electronique

J.J. URGELL	Professeur 2e Classe (détaché dans l'Industrie)
P. VIKTOROVITCH	Maître de Recherche au CNRS
R. BLANCHET	Professeur 2e Classe
S. KRAWCZYK	Professeur Associé
O. BONNAUD	Maître Assistant
J. BOREL	Direct. Technique Sté E.F.C.I.S.
J.P. CHANTE	Maître Assistant

## **Electrotechnique**

Ph. AURIOL	Professeur 2e Classe
A. FOGGIA	Professeur 2e Classe
A. NICOLAS	Maître Assistant
G. ROJAT	Maître Assistant

## **Mécanique des Solides**

F. SIDOROFF	Professeur 2e Classe
B. CAMBOU	Professeur 2e Classe
Cl. SURRY	Maître Assistant
L. VINCENT	Maître Assistant

## **Mécanique des Surfaces**

J.M. GEORGES	Professeur 2e Classe
J. DIMNET	Professeur Lyon I
J. SABOT	Professeur 2e Classe
Ph. KAPSA	Chargé de Recherche au CNRS
T. MATHIA	Chargé de Recherche au CNRS
J.M. MARTIN	Maître Assistant
H. MONTES	Maître Assistant

## **Mécanique des Fluides**

J. MATHIEU	Professeur Classe Exceptionnelle
J. BATAILLE	Professeur Lyon I
B. GAY	Professeur Lyon I
J.N. GENCE	Professeur Lyon I
D. JEANDEL	Professeur 2e Classe
J.P. SCHON	Professeur IUT-St- Etienne
E. ALCARAZ	Maître Assistant
R. MOREL	Maître Assistant INSA
Cl. CAMBON	Attaché de Recherche au CNRS
G. CHARNAY	Maître de Recherche au CNRS

## **Acoustique**

(Mlle)	G. COMTE-BELLOT	Professeur Classe Exceptionnelle
	M. SUNYACH	Professeur IUT-Lyon
	H. ARBEY	Maître Assistant

## **Machines Thermiques**

X. LYS	Professeur Associé
M. BRUN	Professeur 2e Classe
A. HAUPAIS	Maître Assistant

*Le travail présent a été effectué au Laboratoire de Mécanique des Fluides de l'Ecole Centrale de Lyon dans le cadre des recherches développées par le groupe Turbomachines.*

*J'exprime ma gratitude à Monsieur le Professeur J. MATHIEU pour m'avoir accueilli dans son Laboratoire et me faire l'honneur de présider le Jury de thèse.*

*J'adresse ma profonde reconnaissance envers Monsieur K.D. PAPALIOU, Professeur à l'Université Technique d'Athènes, qui m'a proposé ce travail. Il m'a fait bénéficier de sa grande expérience lors de nombreux entretiens ; ses conseils m'ont toujours été très utiles.*

*Je souhaite exprimer ma profonde gratitude à Monsieur F. LEBOEUF, Maître Assistant, qui m'a fait profiter de sa compétence scientifique ; il a guidé mon travail avec une constante sollicitude.*

*Je remercie vivement Monsieur G. KARADIMAS, Chef du Département Aérodynamique de la S.N.E.C.M.A., pour l'intérêt qu'il a toujours montré pour mon travail et pour sa participation au Jury de thèse.*

*Je tiens à remercier Monsieur G. CHARNAY, Maître de Recherche au C.N.R.S., qui me fait l'honneur de participer à ce Jury.*

*J'adresse mes plus sincères remerciements à Mme J. CARO, MM. G. BOIS, A. VOUILLARMET, F. BARIO, G. HALTER, et tous mes collègues, qui m'ont accueilli chaleureusement au sein du Laboratoire.*

*Je tiens particulièrement à remercier Mme C. LANCE dont le travail efficace a permis la présentation de cette thèse.*

*Je veux finalement exprimer mes plus sincères remerciements à mes collègues et amis MM. K. ALKALAI et G. KAKOUROS pour leur aide sur le plan scientifique, moral et matériel pendant tout notre séjour en France.*

## TABLE DES MATIERES

### CHAPITRE 1

INTRODUCTION.....	6
1.1. SOMMAIRE.....	7
1.2. INTRODUCTION.....	8
1.2.1. Généralités.....	8
1.2.2. Modèle de trois zones et écoulements secondaires.....	9
1.2.3. Caractère de l'écoulement.....	10
1.2.4. Etudes expérimentales associées.....	11

### CHAPITRE 2

ETUDE EXPERIMENTALE D'UN ECOULEMENT DISSYMETRIQUE ENTRE DEUX PLAQUES PLANES PARALLELES ET LISSES.....	13
2.1. DESCRIPTION DU DISPOSITIF EXPERIMENTAL ET DE L'INSTALLATION.....	14
2.1.1. Soufflerie.....	14
2.1.2. Veine d'essais.....	15
2.1.3. Zone de mesures.....	15
2.1.4. Chariot.....	16
2.1.5. Chaîne anémométrique Pitot.....	16
2.1.6. Chaîne anémométrique à fils chauds croisés.....	16
2.2. MESURES DU CHAMP DE VITESSE MOYENNE.....	17
2.2.1. Méthode de mesure.....	17
2.2.2. Direction de lignes de courant.....	17
2.2.3. Réglage de la soufflerie et conditions en amont.....	18
2.2.4. Valeurs de référence.....	18
2.2.5. Etalonnage.....	18
2.2.6. Erreurs relatives.....	19
2.3. MESURES DU CHAMP DE VITESSE FLUCTUANTE.....	19
2.3.1. Méthode de mesure.....	19
2.3.2. Traitement des signaux.....	20
2.3.3. Sonde - Support - Coefficient de surchauffe.....	20
2.3.4. Etalonnage.....	20
2.3.5. Erreurs de mesures.....	21

2.4.	DESCRIPTION DU CHAMP MOYEN.....	21
	2.4.1. Caractéristiques générales de l'écoulement étudié.....	21
	2.4.2. Caractéristiques du mécanisme d'interaction.....	22
	2.4.3. Loi de paroi et coefficient de frottement.....	23
	2.4.4. Profils de vitesse moyenne.....	26
	2.4.5. Loi de sillage.....	27
	2.4.6. Hypothèse de confluence.....	31
	2.4.7. Comparaison entre divers profils analytiques.....	31
	2.4.8. Epaisseurs intégrales.....	32
	2.4.9. Facteurs de forme.....	33
2.5.	DESCRIPTION DU CHAMP FLUCTUANT.....	34
	2.5.1. Fluctuations normales.....	34
	2.5.2. Tensions de cisaillement.....	34
	2.5.3. Coefficient de dissymétrie.....	35
	2.5.4. Coefficient d'aplatissement.....	35
	2.5.5. Coefficient d'anisotropie.....	36
	2.5.6. Production d'énergie turbulente cinétique moyenne.....	37
	2.5.7. Intégrale de dissipation.....	38
2.6.	BILAN DES TERMES DES EQUATIONS INTEGRALES.....	39
	2.6.1. Hypothèse d'écoulement de référence visqueux.....	39
	2.6.2. Développement des équations de conservation globale.....	40
	2.6.3. Conservation du débit global.....	41
	2.6.4. Conservation de la quantité de mouvement.....	42
	2.6.5. Conservation de l'énergie cinétique moyenne globale.....	43
	2.6.6. Conclusions.....	44

### CHAPITRE 3

	MODELISATION DE L'ECOULEMENT ET CADRE SEMI-EMPIRIQUE.....	45
3.1.	INTRODUCTION.....	46
3.2.	GENERALISATION DE LA NOTION DE LA COUCHE LIMITE...	46
	3.2.1. Considérations générales.....	46
	3.2.2. Ecoulement de référence.....	47
	3.2.3. Définition généralisée de la couche limite incompressible et bidimensionnelle.....	49
	3.2.4. Equations intégrales bidimensionnelles incompressibles au repère cartésien.....	50

	3.2.5. Relation entre l'écoulement sain et l'écoulement de référence.....	52
3.4.	CADRE SEMI-EMPIRIQUE.....	53
	3.4.1. Les termes introduits dans les équations par l'écoulement de référence.....	53
	3.4.2. Corrélation pour la tension de référence pariétale.....	54
	3.4.3. Corrélation pour l'intégrale de dissipation.....	56
	3.4.4. Profil de vitesse moyenne.....	57

#### CHAPITRE 4

	<b>METHODE DE RESOLUTION APPROXIMATIVE DES EQUATIONS AUX DERIVEES PARTIELLES ET APPLICATION AUX ECOULEMENTS BIDIMENSIONNELS INCOMPRESSIBLES.....</b>	<b>58</b>
4.1.	METHODE DES RESIDUS PONDERES.....	59
	4.1.1. Généralités.....	59
	4.1.2. Considérations analytiques.....	60
	4.1.3. Choix de la fonction de pondération.....	61
4.2.	APPLICATION DE LA METHODE DES RESIDUS PONDERES AUX COUCHES LIMITES BIDIMENSIONNELLES....	62
	4.2.1. Les méthodes intégrales.....	62
	4.2.2. Formulation générale.....	63
	4.2.3. Choix de la fonction de pondération - Méthode d'énergie	
	4.2.4. Fonction approximative (profil de vitesse longitudinal)....	64
	4.2.5. Formulation précédente.....	65
	4.2.6. Formulation présente.....	65
	4.2.7. Méthode de résolution des systèmes non-linéaires.....	66
	4.2.8. Méthode intégrale de calcul des couches limites bidimensionnelles incompressibles.....	67
4.3.	METHODE INTEGRALE DE CALCUL D'UN ECOULEMENT INCOMPRESSIBLE ET DISSYMETRIQUE ENTRE DEUX PAROIS PLANES PARALLELES.....	68
	4.3.1. Calcul simultané des couches limites pariétales - Ecoulement comportant une zone centrale saine.....	68
	4.3.2. Calcul de l'écoulement dans la zone de mélange des couches limites pariétales.....	69
4.4.	RESULTATS DU CALCUL.....	70

## CHAPITRE 5

<b>METHODE DE CALCUL DE L'INTERACTION FORTE DES COUCHES</b>	
<b>VISQUEUSES PARIETALES DANS UNE TURBOMACHINE.....</b>	
	<b>71</b>
5.1.	INTRODUCTION.....
	72
5.2.	MODELE GENERALISE.....
	72
	5.2.1. Modèle de base.....
	72
	5.2.2. Equations de base.....
	73
	5.2.3. Définitions et hypothèses.....
	74
	5.2.4. Couplage.....
	76
5.3.	DEVELOPPEMENT DES EQUATIONS INTEGRALES DE
	QUANTITE DE MOUVEMENT.....
	76
	5.3.1. Equations stationnaires au système axisymétrique.....
	76
	5.3.2. Equations aux moyennes circonférentielles.....
	78
	5.3.3. Equations intégrales finales.....
	80
5.4.	DEVELOPPEMENT DE L'EQUATION INTEGRALE
	AUXILIAIRE.....
	82
	5.4.1. Equation de base.....
	82
	5.4.2. Equation auxiliaire intégrale.....
	83
	<b>BIBLIOGRAPHIE.....</b>
	<b>84</b>
	<b>TABLEAUX.....</b>

CHAPITRE 1

-

INTRODUCTION

## 1.1. SOMMAIRE

La recherche présentée dans cette thèse porte sur l'étude expérimentale, la modélisation et le calcul de l'interaction forte des couches visqueuses pariétales dans une turbomachine.

Vue l'absence d'informations expérimentales dans la littérature sur le sujet qui nous intéresse ainsi que la difficulté des modèles théoriques et des méthodes de calcul existantes pour aborder ce type d'écoulement, nous avons présenté un travail tant sur le plan expérimental que sur le plan théorique.

L'expérience décrite dans le chapitre 2 a été réalisée en vue d'obtenir l'information expérimentale nécessaire à la compréhension de certains aspects du phénomène d'interaction des couches visqueuses pariétales. Un écoulement dissymétrique entre deux parois planes, lisses, a été étudié dans les régions avant et après le mélange des couches limites pariétales. La dissymétrie est introduite en déplaçant l'origine d'une des deux couches par rapport à l'origine de l'autre. Des mesures du champ de vitesse moyenne révèlent, entre autres, une affinité des profils de vitesse ; l'étude de la loi du sillage a permis le développement d'une expression analytique mieux adaptée aux résultats expérimentaux que celles existant dans la littérature. Néanmoins, une chute importante de la pression d'arrêt, par rapport aux conditions amont, partout dans la région de mélange, suggère une interaction forte. Des mesures des quantités statistiques moyennes montrent également que la structure turbulente de la zone centrale de l'écoulement est gouvernée par des mécanismes d'interaction. Les bilans de conservation globale de la masse, de la quantité de mouvement et d'énergie cinétique moyenne se sont avérés excellents ; ainsi, la validité des mesures, leurs précisions et la bidimensionnalité de l'écoulement sont mises en évidence.

Dans le chapitre 3, nous tentons de généraliser la notion de couche limite bidimensionnelle et incompressible, dans le cadre d'une méthode intégrale de calcul des couches visqueuses de la région de mélange. Ceci est réalisé à l'aide d'une définition **d'un écoulement de référence visqueux**. Des épaisseurs intégrales sont définies par rapport à cet écoulement de référence. Les liens entre l'écoulement de référence visqueux et l'écoulement sain sont établis, notamment en ce qui concerne le gradient de pression statique et les termes de tension (de référence) supplémentaires. Des équations intégrales de continuité, de quantité de mouvement et d'énergie cinétique moyenne sont développées. Des

corrélations empiriques portant sur des termes qui sont introduits dans les équations par l'écoulement de référence, sont mises au point.

Dans le chapitre 4, les équations intégrales développées précédemment sont reconsidérées dans le cadre de la méthode des résidus pondérés. Ensuite, les équations sous une forme discrétisée sont résolues avec une méthode de résolution des systèmes algébriques non-linéaires (méthode de Newton). Des résultats du calcul sont comparés aux résultats expérimentaux.

La théorie des couches limites généralisées, décrite au chapitre 3, est appliquée dans un passage interaube d'une turbomachine, dans le chapitre 5. Des équations relatives aux moyennes circonférentielles des diverses quantités dans un repère axisymétrique  $\gamma$  sont développées. La validité d'un postulat de PAPALIOU, concernant la direction d'application des informations semi-empiriques bidimensionnelles dans un écoulement tridimensionnel, est examinée dans la région de mélange, à l'aide d'un écoulement de référence (extérieur) visqueux. Ainsi, une approche théorique du type "écoulements secondaires" est intégrée dans un calcul complet en présence d'une interaction visqueuse forte.

## 1.2. INTRODUCTION

### 1.2.1. Généralités :

Le développement d'une méthode de calcul des écoulements secondaires avec interaction forte des couches visqueuses pariétales est à l'origine de la présente étude. Ce phénomène apparaît souvent dans les derniers étages d'un compresseur axial multiétagé typique des moteurs d'avions modernes. Il est évident que les exigences de conception, du dessin aérodynamique et des moyens d'analyse théorique de l'écoulement dans une telle machine, y sont élevées. Malheureusement, aucune méthode de calcul complète qui permettrait l'analyse de cette interaction n'existe actuellement. Les difficultés inhérentes au problème présentent un aspect double : d'une part le caractère complexe de l'écoulement rend plus délicat le problème de la fermeture turbulente, d'autre part, l'absence d'un cadre expérimental complet ne permet pas la comparaison entre hypothèses et réalité.

### 1.2.2. Modèle de trois zones et écoulements secondaires :

La prédiction d'un écoulement instationnaire, visqueux et compressible dans un passage interaube tridimensionnel reste, à nos jours, un problème non-résolu dans le cas général. En dépit des progrès importants réalisés par les méthodes numériques utilisant les équations de Navier-Stokes (N.S.) complètes, il n'est pas toujours aisé de les appliquer dans certains cas pratiques, par suite de problèmes numériques et de coûts importants. Des méthodes basées sur des modèles locaux qui approchent les équations (N.S.) et qui réalisent un couplage fort entre fluide-visqueux et fluide sain (LEBALLEUR [4,5]) sont souvent supérieures pour des besoins industriels.

Le calcul de l'écoulement dans les turbomachines axiales ou centrifuges est actuellement abordé par des méthodes utilisant le modèle de trois zones et des écoulements secondaires. Nous présentons ci-dessous une brève description du modèle utilisé par le groupe Turbomachines du Laboratoire E.C.L. (LEBOEUF [1,2,3]).

- . L'écoulement est décomposé en trois zones : une zone "saine" (non-visqueuse), occupant le même espace physique que l'écoulement réel, et deux zones visqueuses à la proximité du moyeu et du carter.

- . La zone saine est supposée être responsable de la plus grande partie du gradient de pression statique de l'écoulement réel ; ceci signifie que les lignes de courant "saines" représentent des directions privilégiées pour l'écoulement.

- . La déflexion des zones visqueuses suivant les lignes saines est responsable de l'évolution d'une vortacité secondaire.

- . Un écoulement rotationnel et essentiellement non-visqueux est induit sur les plans transversaux par la vortacité secondaire.

- . Un couplage itératif entre le calcul de la zone saine et le calcul des zones visqueuses est réalisé par le biais d'un transfert mutuel de conditions aux limites.

En dépit de toutes ces approximations, cette modélisation permet la prise en compte des phénomènes fondamentaux, se déroulant dans un compresseur axial (WU [6], HORLOCK et alii [7], BOIS et alii [8], FLOT [9], COMTE [10], OHAYON [11], PAPAILIOU et alii [12,13], HAWTHORN [14,15], MARIS [17], HORLOCK [18], LAKSHMINARAYANA et HORLOCK [19], POUAGARE et LAKSHMINARAYANA [20], KAKOUROS [21], LEBOEUF [1,2,3]).

Dans le paragraphe suivant, nous mettons en évidence certaines faiblesses du modèle de trois zones vis à vis d'un écoulement avec forte interaction des couches visqueuses pariétales.

### 1.2.3. Caractère de l'écoulement :

Le caractère de l'interaction forte des couches visqueuses pariétales dans un passage interaube présente, entre autres, les particularités suivantes :

. Du point de vue de la turbulence, il s'agit d'une interaction de deux champs de tensions de Reynolds adverses et superposés. Ce fait nous permet de classer ce type d'écoulement dans la même famille d'écoulements complexes que le jet pariétal [50], la confluence sillage-jet-couche limite [74] et l'interaction sillage-couche limite [40,41,75,76]. Dans tous ces cas, le champ de vitesse moyenne est découpable en diverses zones de caractère presque autonome : malgré la complexité du champ turbulent, notamment dans les régions d'interaction forte, ces zones présentent souvent une affinité des profils de vitesse moyenne qui rend l'analyse plus aisée.

. L'écoulement est visqueux partout dans le passage et le gradient transversal de la contrainte tangentielle a une valeur non-nulle partout dans l'écoulement. Par conséquent, l'écoulement sain (voir chapitre 5) n'a aucun rapport évident avec l'écoulement réel en un point quelconque de la veine ; ainsi, la perte globale de pression d'arrêt serait une inconnue du problème. Il est donc évident que le modèle de trois zones (§1.2.2) doit être remplacé par un modèle plus complet (§5.2.1) ; une approche du type "écoulements secondaires" doit être justifiée à l'aide du nouveau modèle dans la zone de mélange .

. Les zones pariétales conservent leur caractère strictement local, tout en restant insensibles aux perturbations provenant de la zone centrale. Cependant, elles sont responsables, elles aussi, de la structure de l'ensemble de l'écoulement par l'émission de bouffées turbulentes prenant naissance auprès des parois .

. La zone centrale est le siège d'une alternance d'évènements en provenance de deux centres producteurs ; son caractère intermittent est bien établi expérimentalement (SABOT et COMTE-BELLOT [23], DEAN et BRADSHAW [24]). Il est évident que sa structure turbulente, étant profondément affectée par l'interaction, sera influencée par les variables du problème concernant les deux zones pariétales.

. Le point où la contrainte tangentielle s'annule ne correspond pas forcément au point de gradient transversal de vitesse nul [25] ; ceci infirme toute hypothèse de fermeture associée à la viscosité turbulente et à la longueur de mélange dans la région de mélange. Des bouffées turbulentes provenant de zones de contraintes tangentielles adverses partagent au cours du temps le même espace. Ainsi, on assiste à une superposition, en quelque sorte, de deux champs de tensions de Reynolds opposés. La position ( $y$ ), donc, du point de tension de cisaillement nulle est déterminée par l'équation

$$\gamma_1(y) \tau_{\text{bouff}_1} + \gamma_2(y) \tau_{\text{bouff}_2}$$

où  $\gamma_1$ ,  $\gamma_2$  sont des fonctions d'intermittence et  $\tau_{\text{bouff}_1}$ ,  $\tau_{\text{bouff}_2}$  les tensions de Reynolds dans les bouffées turbulentes émises par les centres producteurs adverses.

#### 1.2.4. Etudes expérimentales associées :

HANJALIC et LAUNDER [25,26] ont étudié un écoulement développé et dissymétrique entre deux parois parallèles de rugosités différentes. Leur étude met en évidence les particularités de la dissymétrie de la structure turbulente dans la zone centrale de l'écoulement ; un décalage du point de contrainte tangentielle nulle et du point de vitesse maximale  $y$  est discernable ; néanmoins, la production négative de l'énergie cinétique turbulente est pratiquement nulle dans la zone d'interaction. Les zones pariétales obéissent à la loi logarithmique des couches limites habituelles.

DEAN et BRADSHAW ont étudié l'évolution d'un écoulement symétrique entre deux plaques planes parallèles. Des mesures des valeurs échantillonnées permettent l'étude du caractère intermittent du mélange dans la zone centrale de l'écoulement. Ainsi, la structure des bouffées turbulentes, la fonction d'intermittence et l'influence de l'interaction sur l'évolution de l'ensemble de l'écoulement ont été étudiées.

SENOO [27] a mesuré le champ tridimensionnel de vitesse moyenne dans un diffuseur radial.

LAUFER [28], COMTE-BELLOT [29], CLARK [30], HEAD et PATEL [31], PERRY et ABEL [32], JOHANSSON et ALFREDSSON [33], SABOT [34], ont étudié un écoulement développé et symétrique dans des conduites de section circulaire ou rectangulaire.

Notre expérience décrite dans le chapitre 2 porte sur l'évolution d'un écoulement dissymétrique entre deux parois parallèles et lisses ; des mesures du champ moyen et des quantités moyennes statistiques du champ fluctuant ont été effectuées, notamment dans la région du mélange.

CHAPITRE 2

-

ETUDE EXPERIMENTALE  
D'UN ECOULEMENT DISSYMETRIQUE ENTRE DEUX PLAQUES PLANES PARALLELES  
ET LISSES

## 2.1. DESCRIPTION DU DISPOSITIF EXPERIMENTAL ET DE L'INSTALLATION

### 2.1.1. Soufflerie :

Une soufflerie à basses vitesses, dont une description détaillée a été donnée par CHARNAY [35], a été utilisée. Elle se compose d'un circuit ouvert et fonctionne au refoulement. Ses principales caractéristiques géométriques sont indiquées sur la figure 1.

Deux ventilateurs centrifuges, du type CHICAGO A.27, montés en série à l'amont de la soufflerie, sont couplés à un moteur électrique d'une puissance de 25 kW, à courant continu, qui fait partie d'un groupe WARD-LEONARD. La vitesse de rotation des ventilateurs reste constante à 0,1 près. Dans la veine d'essais la vitesse de l'air peut être réglée de façon continue. La plage de vitesse utilisée est de 0 à 20 m/s.

Une manchette souple, en toile, permet un découplage mécanique entre ces ventilateurs et les autres éléments de la machine.

Le dépoussiérage de l'air s'effectue à l'aide de filtres, en papier plié, de fabrication SCHNEIDER-POELMAN et disposés dans une section droite de la chambre de tranquillisation. Pour un mélange type de poussières, toutes d'une taille inférieure à  $3\mu$ , l'efficacité serait de 97 %.

Le rapport de contraction du convergent bidimensionnel précédant la veine d'essais est égal à 4. La hauteur du convergent est de 2 m. La largeur est partout de 0,5 m.

L'implantation en aval des ventilateurs de 5 grillages et d'un filtre antigiratoire, long de 9 cm et à mailles hexagonales de 0,6 cm de côté, assure des qualités acceptables pour l'écoulement dans la veine d'essais. L'inhomogénéité des vitesses moyennes est inférieure à 0,2 % et l'intensité de la turbulence résiduelle reste inférieure à 0,3 %.

### 2.1.2. Veine d'essais :

La veine d'essais, d'une longueur de 3 m, offre une section droite carrée d'aire  $0,25 \text{ m}^2$  (fig. 2). Ces parois horizontales ont été partiellement remplacées par deux planches en bois latté de longueur de 1,85 m, d'une largeur de 0,5 m et d'une épaisseur de 0,022 m. Les planches ont été fixées sur les parois verticales de la soufflerie avec des supports en aluminium. Une troisième planche identique aux précédentes a été fixée dans le passage, de façon à être parallèle aux autres, à une distance de 0,052 m de la planche supérieure. Un bord d'attaque bien formé a été collé aux extrémités de la planche intermédiaire. Des bandes adhésives, en plastique, bloquent le jeu entre les planches et les parois verticales de la soufflerie. Les parois verticales, en verre, permettent l'inspection du passage et de la position de la sonde.

### 2.1.3. Zone de mesures :

La zone de mesures est le passage entre la planche intermédiaire et la planche supérieure dans la configuration décrite au paragraphe précédent. Des mesures ont été effectuées sur dix sections. La planche supérieure dispose de prises de pression statique, une pour chaque section de mesures. Le diamètre des trous correspondants est de 0,6 mm. Des trous de  $d = 40 \text{ mm}$  permettent l'insertion relativement aisée des sondes dans le passage (fig. 3a). Des bouchons en aluminium (fig. 3b) assurent l'étanchéité du passage à un niveau acceptable. Sur chaque bouchon trois vis permettent l'affleurement de la surface fonctionnelle avec la paroi de la planche.

Les dimensions du passage étant: longueur  $l = 1,85 \text{ m}$ , largeur  $b = 0,52 \text{ m}$ , hauteur  $h = 0,052 \text{ m}$ , on assure un rapport largeur sur hauteur de l'ordre de 10. Ainsi l'influence des parois verticales sur l'écoulement dans le plan de mesures devient pratiquement négligeable. Par ailleurs, nous verrons que la conservation du débit bidimensionnel, les mesures à l'aide de fils chauds croisés, et la vérification de l'équation de quantité de mouvement bidimensionnelle permettent de constater la bidimensionnalité de l'écoulement. Une légère variation de la hauteur du passage en fonction de sa longueur a été observée (tableau 1). En vue de simplifier la représentation adimensionnelle des données expérimentales nous avons défini une valeur nominale  $h_n$  ( $h_n = 0,050 \text{ m}$ ).

#### 2.1.4. Chariot :

Un chariot simple décrit sur la figure 4 peut recevoir trois sondes différentes.

Le mouvement vertical est assuré avec une précision de 1/100ème de mm, par une vis au pas de 1 mm. Sa course maximale de 85 mm est suffisamment longue pour que des mesures complètes puissent s'effectuer partout dans le passage.

#### 2.1.5. Chaîne anémométrique Pitot :

Un tube Pitot de pression d'arrêt (diamètres extérieur/intérieur de 1 mm/0,7 mm) en acier inoxydable, a été utilisé pour mesurer les pressions d'arrêt (figure 5a).

Un tube de pression statique de diamètre extérieur de 3 mm à quatre trous de diamètre de 0,6 mm (figure 5b) est utilisé pour mesurer les répartitions des pressions statiques.

Un capteur (VALIDYNE DP7) (membrane en acier  $\pm 70$  mm H<sub>2</sub>O).

Un démodulateur (VALIDYNE CD15) et

Un multimètre digital (HEWLETT-PACKARD 3490A)

assurent la rapidité et la précision des mesures (fig.6).

#### 2.1.6. Chaîne anémométrique à fils chauds croisés :

Sur un corps DISA miniature, nous avons soudé deux fils en tungstène de diamètre de 10 (figure 5c). Deux fils blindés de 4,5 m de longueur lient la sonde aux anémomètres (DISA 55D01). La chaîne (fig. 6) contient aussi deux amplificateurs différentiels et un séparateur (figures 7,8) que nous avons nous-mêmes construit, réglé et testé, de façon qu'ils soient relativement stables en température et suffisamment précis. Deux amplificateurs différentiels (TEKTRONIX AM 502) transmettent les signaux, après séparation du convertisseur analogique - digital PRESTON GMAD 3 (figure 10) qui est piloté par un système ordinateur (HEWLETT-PACKARD 1000 E-SERIES).

Au repos, les tensions moyennes des anémomètres sont éliminées à l'aide d'une alimentation stabilisée (LAMBDA LL-902-W). Par ailleurs, la contretension qui élimine la tension moyenne correspondant à la vitesse longitudinale, est fournie par une alimentation stabilisée (te - TZ40). Un multimètre (R, type A1613) est utilisé pour faire des réglages nécessaires et suivre les valeurs exactes des contretensions. Enfin, un oscilloscope (TELEQUIPEMENT D1011) permet la visualisation des signaux et le contrôle de la saturation.

## 2.2. MESURES DU CHAMP DE VITESSE MOYENNE

### 2.2.1. Méthode de mesure :

Les champs de pression d'arrêt et de pression statique ont été mesurés séparément.

Les vitesses ont été calculées à partir de la formule

$$U = \sqrt{\frac{2}{\rho} (P_{tot} - P_{st})} \quad (2.1)$$

### 2.2.2. Direction de lignes de courant :

Vu l'insensibilité des tubes de Pitot d'arrêt à l'angle de l'écoulement  $\theta$  et de l'insensibilité des tubes de pression statique pour une variation de  $\pm 5^\circ$ , la détermination de la direction des vitesses devient difficile.

Pourtant, le champ des pressions statiques suggère des répartitions presque uniformes sur chaque section de mesure, notamment dans la zone centrale de l'écoulement.

Le calcul de la vitesse transversale  $V$  à partir de l'équation de continuité fournit des valeurs inférieures à 0,2 % de la vitesse longitudinale  $U_{max}$  (turbulence résiduelle de la soufflerie 0,3 %).

Par ailleurs, les mesures à fils chauds croisés fournissent des vitesses moyennes transversales, systématiquement inférieures aux fluctuations transversales.

Ainsi, les données expérimentales nous conduisent à l'approximation de lignes de courant moyennes par des lignes parallèles aux parois.

### 2.2.3. Réglage de la soufflerie et conditions en amont :

Nous avons étudié l'influence de diverses obstructions, à l'aval du passage au-dessous de la plaque des mesures vers l'amont. Des mesures au bord d'attaque de la plaque intermédiaire (station 1) suggèrent la grande sensibilité des profils de pression d'arrêt et statique à la présence de ces obstructions.

Sur la figure 12 est présenté le profil de pression d'arrêt à la station 1 ( $x = 0$  m), sans aucune obstruction ; son uniformité est très satisfaisante.

### 2.2.4. Valeurs de référence :

Un tube de Pitot fixe immergé dans l'écoulement "sain", en amont du passage des mesures, donne la pression d'arrêt de référence ( $210,04 \text{ N/m}^2$ ).

Chaque exploration, à l'aide des sondes situées sur le chariot, est accompagnée par des mesures de la pression d'arrêt de référence, de la pression statique sur la paroi, de la température ambiante de l'air et de la température de l'écoulement, au début et à la fin des mesures. La température a été conservée entre  $21$  et  $24^\circ\text{C}$ , et les pressions statiques sur la paroi varient légèrement. En outre, en vue de fournir des résultats finaux, des mesures ont été effectuées à plusieurs reprises, en ce qui concerne la répartition des pressions statiques sur la paroi, les pressions d'arrêt maximales et les pressions dynamiques sur les parois (méthode de Preston).

Les séries de mesures les plus proches des valeurs moyennes sont présentés au tableau 1.

### 2.2.5. Étalonnage :

L'étalonnage du démodulateur s'effectue à l'aide d'un micromanomètre de façon que  $10$  volts correspondent à  $70 \text{ mmCE}$ . La linéarité de la réponse de l'ensemble capteur-démodulateur à été vérifiée.

### 2.2.6. Erreurs relatives :

Les dérives des appareils de mesure en fonction de la température ambiante et les erreurs d'étalonnage produisent des écarts sur le champ du rapport adimensionnel  $U/U_{\max}$  inférieures à 0,5 %. L'incertitude inhérente à la méthode de mesure et aux appareils reste globalement inférieure à  $\pm 1,5$  % sur les valeurs  $U_{\max}$ , ce qui se traduit en une erreur absolue de  $\pm 0,2$  m/s, en gros, partout dans l'écoulement.

## 2.3. MESURES DU CHAMP DE VITESSE FLUCTUANTE

### 2.3.1. Méthode de mesure :

Le champ fluctuant a été mesuré selon la méthode de l'anémométrie à fils chauds croisés, à température constante. Cette méthode a été utilisée en particulier par COMTE-BELLOT [29,36], SCHON et BAILLE [37], TAILLAND [38], STROHL [39].

Considérons d'abord le cas où l'écoulement ne présente pas de fluctuations de température. Le signal délivré par chacun des fils chauds est supposé être uniquement une fonction de la vitesse longitudinale et de la vitesse normale selon les formules suivantes :

$$e'_1 = a_2 \frac{u'}{\bar{U}} + \beta_1 \frac{v'}{\bar{U}} \quad (2.2)$$

$$e'_2 = a_1 \frac{u'}{\bar{U}} + \beta_2 \frac{v'}{\bar{U}}$$

La formulation ci-dessus n'est valable que pour une faible variation de température moyenne.

Le système (2.2) est résolu à l'aide d'amplificateurs analogiques à gains variables (figures 6,7).

### 2.3.2. Traitement des signaux :

Après séparation, les signaux sont amplifiés et transmis à un convertisseur analogique digital (Preston GMAD-3). Le convertisseur est piloté par un système ordinateur HP 1000 E-SERIES, dont une console fait partie de l'installation (figures 6,10). Chaque signal digitalisé est enregistré en 100 blocs de mémoire, chaque bloc ayant 1024 points. La durée de chaque acquisition est de 10 s. Les mesures expérimentales (fig. 13) sont sauvegardées sur bandes magnétiques.

Des programmes spéciaux permettent l'obtention des propriétés du champ turbulent (tenseur de Reynolds, moments jusqu'à l'ordre 4, spectres de puissance) à partir des enregistrements des signaux électriques.

### 2.3.3. Sonde - Support - Coefficient de surchauffe :

Les dimensions de la sonde et du support suggèrent un très faible encombrement (voir figure 5c). La distance entre les broches est de 1 mm. Les fils en tungstène sont décapés sur toute leur longueur et leur résistance est de 1 ohm. Le coefficient de surchauffe choisi est de 0,7.

### 2.3.4. Etalonnage :

L'étalonnage de la sonde a été effectué sur une soufflerie spéciale qui offre un jet carré laminaire ( $0,12 \times 0,12 \text{ m}^2$ ). La température choisie était de  $26^\circ\text{C}$ . Les mesures ont été réalisées à  $26^\circ\text{C} \pm 1^\circ\text{C}$ . Sur les figures 14a, 14b, se trouvent les courbes d'étalonnage  $U(E_1 + KE_2)$ ,  $B(E_1 - K'E_2)$ . Les points mesurés y sont lissés par des polynômes de 3ème et 2ème degrés respectivement.

### 2.3.5. Erreurs de mesures :

Les dérives des appareils en fonction du temps et de la température ambiante, la variation de la température de l'écoulement pendant les mesures, et surtout la variation de l'angle de positionnement, sont à l'origine d'erreurs de  $\pm 8$  % sur les valeurs des intensités turbulentes et probablement de  $\pm 10$  % sur les valeurs du coefficient d'anisotropie  $R_{uv}$  (voir BARIO [40,41]).

## 2.4. DESCRIPTION DU CHAMP MOYEN

### 2.4.1. Caractéristiques générales de l'écoulement étudié :

L'écoulement est essentiellement stationnaire, incompressible, bidimensionnel, turbulent, dissymétrique et non-développé. L'écoulement évolue entre deux parois planes, lisses et parallèles. Deux couches limites dissymétriques se développent sur ces parois ; la dissymétrie est introduite en décalant l'origine de l'une des couches par rapport à l'origine de l'autre. Au bord d'attaque de la planche intermédiaire (fig. 15) qui est d'ailleurs à l'origine de la couche limite inférieure (CL2), la couche limite supérieure (CL1) occupe déjà les 3/5 de la hauteur du passage. La CL2 présente une croissance très rapide et rejoint la CL1 à la station 5 ( $x/h_n = 16$ ). Une zone non-perturbée, dont l'uniformité est remarquable selon  $x$ , occupe l'espace entre les deux couches turbulentes ; la conservation de la valeur initiale de pression d'arrêt, partout dans cette zone, suggère une absence correspondante des phénomènes visqueux. Cette zone saine disparaît à  $x/h_n = 16$ , section à partir de laquelle les couches turbulentes pariétales se mélangent. Ceci est manifesté par une chute de pression d'arrêt partout dans la région du mélange. Dans la même région de l'écoulement, les profils de vitesse, sur chaque section de mesures, présentent un maximum. La détermination de la position du maximum de vitesse est possible avec une erreur absolue de  $\pm 1$  mm, ce qui se traduit par une erreur relative de 2 % par rapport à  $h_n$  (il faut donc souligner que la détermination de la position de  $U_{max}$  dans une zone de 2 mm de largeur, fut arbitraire). Les couches visqueuses, de part et d'autre de ce point, ne se comportent pas comme des couches limites ordinaires (§ 2.4.8, § 2.4.9) ; néanmoins, une affinité des profils de vitesse moyenne longitudinale est constatée partout dans l'écoulement, y comprise la région de mélange (§ 2.4.6).

### 2.4.2. Caractéristiques du mécanisme d'interaction :

A la suite de la description donnée dans le paragraphe précédent, l'écoulement peut être partagé en deux régions de caractère bien distinct : une région en amont ( $x/h_n < 20$ ) et une région en aval ( $x/h_n > 20$ ) du mélange des couches visqueuses pariétales.

#### a) Région amont, $x/h_n < 20$ :

Cette région comporte une zone saine d'ampleur décroissante (fig. 15a, 15b). Les équations d'Euler mises sous forme d'un coefficient (fig. 16)

$$-\frac{dP}{dx} / \rho U_{\max} \frac{dU_{\max}}{dx} = 1 \quad (2.3)$$

et l'équation de Bernoulli sur une ligne de courant

$$P + \frac{\rho}{2} U_{\max}^2 = P_{to} \text{ (const.)} \quad (2.4)$$

y sont valables. La conservation de la valeur initiale de pression d'arrêt est mise en évidence sur la figure 17 ; le coefficient  $(P_{to} - P_{tm}) / 0,5 \rho U_{dep}^2$  ne présente aucune évolution et reste nul jusqu'à l'abscisse  $x/h_n = 20$ .

Les zones visqueuses pariétales interagissent dans cette zone d'une manière assez classique : leur présence induit un blocage croissant dans le sens de l'écoulement ; ainsi, la zone de vitesse uniforme présente une accélération (fig. 18). A son tour, l'évolution des couches limites pariétales est contrôlée par cette accélération (et vice-versa). On assiste donc à une interaction dont le mécanisme est lié principalement à la conservation du débit global.

#### b) Région aval, $x/h_n > 20$ :

La zone de vitesse uniforme disparaît (fig. 15a, 15b) ; la dérivée transversale de vitesse s'annule en un point et la vitesse y atteint la valeur maximum : la conservation du débit ne suffit plus pour justifier le comportement des couches visqueuses de part et d'autre de ce point (§ 2.4.8, 2.4.9).

L'équation d'Euler n'étant pas valable dans cette région (fig. 16)

$$-\frac{dP}{dx} / \rho U_{\max} \frac{dU_{\max}}{dx} \neq 1 \quad (2.5)$$

la pression d'arrêt initiale ne se conserve plus :

$$P + \frac{\rho}{2} U_{\max}^2 = P_{t0} + \Delta P_t \quad (2.6)$$

Le coefficient  $(P_{t0} - P_t) / 0,5 \rho U_{deb}^2$  (fig. 17) atteint des valeurs importantes ( $\approx 23\%$ ); son évolution montre une décroissance également importante de pression d'arrêt partout dans la région de mélange, entraînant une décroissance des valeurs de  $U_{\max}$  (fig. 18).

L'ensemble de ces observations démontre que le mécanisme d'interaction est marqué par une action importante des forces dissipatives dans toute la région de mélange.

#### 2.4.3. Loi de paroi et coefficient de frottement :

Nous avons mesuré la tension pariétale  $\tau_f$  selon deux méthodes différentes : la méthode de PRESTON et la méthode de CLAUSER.

La méthode de PRESTON [42] est une méthode de mesure directe ; la valeur de la tension pariétale est obtenue à partir d'une quantité locale, telle qu'une pression dynamique très près de la paroi. D'après la formule de PRESTON

$$\text{Log} \frac{\tau_f d_{ex}^2}{4\rho v^2} = A + B \text{Log} \frac{(P_t - P) d_{ex}^2}{4\rho v^2} \quad (2.7)$$

Les constantes  $A = -1,412$ ,  $B = 0,882$  sont celles proposées par ALCARAZ, GUILLERMET et MATHIEU [43,44] ; leur étalonnage a été effectué dans un long tuyau cylindrique, parcouru par un écoulement turbulent développé. Dans toutes nos mesures, le tube utilisé reste dans une zone  $y^+ < 55$ , domaine pour lequel la loi de paroi dépend très peu du type de l'écoulement [35].

La méthode de CLAUSER est une méthode de traitement graphique de la loi logarithmique

$$\frac{U}{U_f} = \frac{1}{K} \ln \frac{\gamma U_f}{\nu} + C \quad (2.8)$$

L'inconnue étant  $U_f$ , l'équation est résolue après quelques itérations : il suffit de disposer d'une valeur de vitesse  $U$  dans la zone logarithmique. Nous supposons, bien sûr, d'une part qu'une telle zone existe et d'autre part que les constantes  $K$  et  $C$  soient universelles (ou presque).

La résolution graphique devient plus aisée si l'équation (2.8) est mise sous la forme suivante :

$$\frac{U}{U_{re}} = \frac{1}{K} \left( \frac{U_f}{U_{re}} \right) \ln \left[ k' Re_y \frac{U_f}{U_{re}} \right] \quad (2.9)$$

où  $U_{re}$  est une vitesse de référence **quelconque**. Le fait que nous ayons choisi  $U_{re} = U_{max}$  ne présente aucune signification particulière. Les valeurs  $K = 0,41$  et  $C = 5$  sont celles proposées par COLES et HIRST [45].

Les deux méthodes donnent des résultats presque identiques : l'écart maximum entre les vitesses de frottement  $U_f$  mesurées par les deux méthodes, reste inférieur à 1,5 %.

Un coefficient de frottement  $C_f$  basé sur une vitesse de référence  $U_{max}$  est présenté sur la figure 21 ; par définition

$$C_f = 2 \left( U_f / U_{max} \right)^2 \quad (2.10)$$

Les solutions graphiques de l'équation (2.9), ainsi que la région logarithmique de la loi de paroi, sont illustrées sur les figures 20a,b,c.

Avant de conclure sur la validité du comportement logarithmique de ces zones pariétales dans notre expérience, nous examinerons certains travaux comparables précédemment publiés.

CLAUSER [46,47] et COLES [48,49], analysant des écoulements du type couche limite, concluent à un quasi-isolément de la région au voisinage immédiat de la paroi dont seule l'étendue varie en fonction de paramètres

globaux (MATHIEU [50,51]). Bien d'autres auteurs proposent une loi logarithmique dépendant de constantes universelles (TOWNSEND [52]). SIMPSON [53] propose une variation des K et C en fonction du nombre de Reynolds ( $Re$ ). D'après HUFFMAN et BRADSHAW [54], K est une constante tandis que C dépend légèrement de  $Re$ . BRADSHAW [55] conclut que K et C sont essentiellement des constantes ; néanmoins C dépend légèrement du nombre de Mach pour les écoulements à M élevé.

COMTE-BELLOT [29] et CLARK [30], étudiant un écoulement dans un canal, constatent une influence non-négligeable de  $Re$  sur les "constantes" de la loi logarithmique ; malheureusement ces deux auteurs proposent des évolutions contradictoires [25]. PATEL [1], ainsi que PERRY et ABEL [32], ne détectent aucune influence de  $Re$  sur la loi logarithmique habituelle. JOHANSSON et ALFREDSSON [33] étudiant, eux aussi, un écoulement développé dans un canal bidimensionnel, soutiennent l'idée que K est une constante tandis que C est faiblement dépendant de  $Re$ .

HANJALIC et LAUNDER [25], analysant un écoulement dissymétrique et développé entre deux parois parallèles de différentes rugosités, affirment la non-influence, tant du nombre de Reynolds que des phénomènes d'interaction se déroulant dans la zone centrale sur la loi logarithmique classique.

Il reste à examiner la validité de la loi logarithmique dans d'autres cas d'écoulements pariétaux soumis à des perturbations extérieures : CHARNAY [35,57], HANCOCK [58], HUFFMAN et alii [59], constatent une insensibilité des K et C à l'effet d'une turbulence extérieure élevée, dans le cas d'une couche limite se développant dans un milieu perturbé.

Par ailleurs, l'interaction sillage-couche limite (BARIO [41]) n'affecte guère la loi logarithmique.

Il nous semble donc que les résultats expérimentaux favorisent l'hypothèse de la non-influence des facteurs provenant de la région externe sur le caractère local de la région interne logarithmique ; quoique cette vision des choses ait ses limites (MATHIEU [50]), l'ensemble de nos résultats confirme, pour notre expérience, cette hypothèse de non-influence.

#### 2.4.4. Profils de vitesse moyenne :

Un regroupement de profils mesurés de vitesse moyenne est présenté sur la figure 22; l'évolution du champ de vitesse moyenne, station par station, est présentée sur la figure 15a.

Les profils des stations 2 et 3 comportent une zone centrale uniforme, dont quelques caractéristiques ont été examinées aux paragraphes 2.4.1 et 2.4.2; cette zone disparaît, ou presque, à  $x:h_n = 16$  (station 5). Les profils des stations 6, 7, 8, 9, 10 présentent un maximum de vitesse ayant une tendance à se rapprocher du centre du passage selon la direction longitudinale.

Les lignes solides sur les figures 25-32 représentent des courbes de lissage, effectuées à l'aide d'un profil biparamétrique du type (voir § 2.4.5).

$$U^+ = \frac{1}{k} \ln y^+ + C + f(\tilde{\pi}, \eta) \quad (2.11)$$

Cette loi est utilisée de part et d'autre du point où  $U = U_{\max}$ . Pour chaque station, le profil de vitesse complet, composé de deux profils biparamétriques, est construit à l'aide des conditions de raccordement suivantes :

$$\begin{aligned} \delta_1 + \delta_2 &= h \quad (\text{équation d'interaction}) \\ U_{\max} &= U_1[\delta_1, U_{f_1}, U_{\max}] = U_2[\delta_2, U_{f_2}, U_{\max}] \quad (2.12) \\ \partial U_1 / \partial y_1 &= \partial U_2 / \partial y_2 = 0 \end{aligned}$$

Quoique le choix du maximum des profils mesurés comme point de raccordement est arbitraire, l'accord obtenu entre les valeurs expérimentales et les profils analytiques est particulièrement satisfaisant.

2.4.5. Loi de sillage :

Nous avons étudié la loi de sillage  $W$  définie par l'équation

$$W = \frac{K}{\tilde{\pi}} \left( U^+ - \frac{1}{K} \ln y^+ - C \right) \quad (2.13)$$

où

$$\tilde{\pi} = \frac{K}{2} \left( U_e^+ - \frac{1}{K} \ln \delta^+ - C \right) \quad (2.14)$$

de part et d'autre des points où  $U = U_{\max}$  (figure 24).

COLES [60], analysant un grand nombre de profils de vitesse moyenne dans des couches limites bidimensionnelles et incompressibles, a constaté que la superposition de la loi "universelle" de paroi et de la loi "universelle" de sillage constitue une bonne approximation analytique des profils réels. Ainsi, le profil global peut être écrit comme

$$U^+ = \frac{1}{K} \ln y^+ + C + \frac{1}{K} g(\eta, \tilde{\pi}) \quad (2.15)$$

$$g(\eta, \tilde{\pi}) = \tilde{\pi} W(\eta)$$

où  $W$  est une fonction (presque) universelle. Un tel profil dépend de deux variables  $y^+$ ,  $\eta$  bien distinctes :

$y^+ = \frac{y U_e}{\nu}$  correspond aux échelles locales de la zone interne qui sont associées à l'action de la viscosité ;

$\eta = \frac{y}{\delta}$  correspond aux grandes structures tourbillonnaires de la région externe qui présentent un caractère autonome par rapport à la zone interne.

Le paramètre  $\tilde{\pi}$  permet le raccordement entre la loi de paroi et la loi de sillage par le biais de l'équation (2.14).

La loi de sillage fut isolée par COLES et approchée par diverses lois analytiques. Ainsi,

$$\text{. MOSES [61]} \quad W = 2(3\eta^2 - 2\eta^3) \quad (2.16)$$

$$\text{. SPALDING [62]} \quad W = 1 - \cos \pi \eta \quad (2.17)$$

$$\text{. ROTTA [63]} \quad W = 39\eta^3 - 125\eta^4 + 183\eta^5 - 133\eta^6 + 38\eta^7 \quad (2.18)$$

Les expressions analytiques ci-dessus satisfont les conditions suivantes :

$$\eta = 0 \quad \longrightarrow \quad W = 0, \quad \partial W / \partial \eta = 0 \quad (2.19)$$

$$\eta = 1 \quad \longrightarrow \quad W = 2, \quad \partial W / \partial \eta = 0$$

Cependant, l'expérience (figures 23a,b,c) ne justifie pas ces conditions. En fait,

$$\eta = 1 \quad \longrightarrow \quad \partial u / \partial y = 0 \quad (2.20)$$

ou

$$\eta = 1 \quad \longrightarrow \quad \partial W / \partial \eta = -\frac{1}{\tilde{\pi}} \quad (2.21)$$

Ainsi,  $W = W(\eta, \tilde{\pi})$ .

L'expression ci-dessus signifie que la fonction  $W$  n'est pas universelle. A partir de l'expression (2.21), il est évident que l'hypothèse d'universalité est valable dans le cas limite où

$$\tilde{\pi} \longrightarrow \infty$$

Effectivement, l'expérience montre que, pour certains cas d'écoulements décélérés ( $\tilde{\pi}$  élevé), la fonction universelle de sillage  $W$  constitue une très bonne approximation. Par contre, dans bien des cas d'accélération (LUDWIEG - TILLMANN [64], HERRING - NORBURY [64,65] dont

$$\tilde{\pi} \longrightarrow 0$$

l'universalité de la fonction de sillage est manifestement non-valable.

Afin de dépasser la discontinuité que présente le gradient du profil de COLES au bord de la couche limite ( $\eta = 1$ ), DEAN [66] a adopté les conditions suivantes :

$$\eta = 0 \longrightarrow g = 0, \quad \partial g / \partial \eta = 0 \quad (2.23)$$

$$\eta = 1 \longrightarrow g = 2\tilde{\pi}, \quad \partial g / \partial \eta = -1$$

où la fonction  $g$  est telle que

$$u^+ = \frac{1}{K} \left[ \ln y^+ + \frac{c}{K} + g(\eta, \tilde{\pi}) \right] \quad (2.24)$$

Les conditions ci-dessus permettent la détermination des quatre coefficients d'un polynôme de 3<sup>me</sup> ordre. Finalement, on obtient

$$g(\eta, \tilde{\pi}) = \left[ (1 + 6\tilde{\pi})\eta^2 - (1 + 4\tilde{\pi})\eta^3 \right] \quad (2.25)$$

Il est facile de démontrer que, pour  $\tilde{\pi} \rightarrow \infty$ , le profil de DEAN s'identifie au profil universel de MOSES décrit précédemment (2.16).

Dans ce qui suit, les lois de COLES et de DEAN sont comparées avec les mesures expérimentales. Les résultats présentés sur les figures 23a,b,c montrent que :

- a) L'hypothèse d'universalité du type  $W = W(\eta)$  n'est pas valable.

- b) La condition  $\partial w(1, \tilde{\pi}) / \partial \eta = -\frac{1}{\tilde{\pi}}$  est vérifiée expérimentalement dans tous les cas.
- c) La loi universelle, quoique non-valable, donne globalement de meilleurs résultats que la loi de DEAN, notamment dans la zone  $0 \leq \eta \leq 0,7$ .
- d) L' "universalité" de la zone  $0 \leq \eta \leq 0,7$  est en accord avec les observations de COLES [64] sur les couches limites à faibles valeurs de  $\tilde{\pi}$ .

Sur la base de ces considérations, nous avons développé une loi qui combine certains avantages des lois de COLES et de DEAN. Ainsi, nous avons préféré garder l'hypothèse d'universalité dans une zone  $0 \leq \eta \leq 0,7$  et développer un polynôme de 3<sup>me</sup> ordre dans la zone  $0,7 \leq \eta \leq 1$ . Les conditions exigées sont :

$$\eta = 0 \longrightarrow w = 0, \quad \partial w / \partial \eta = 0 \quad (2.26)$$

$$0 \leq \eta \leq 0,7 \longrightarrow w = W(\eta) \text{ universalité (COLES)} \quad (2.27)$$

$$0,7 \leq \eta \leq 1 \longrightarrow w = W(\eta, \tilde{\pi}) \text{ non-universalité} \quad (2.28)$$

où

$$\eta = 0,7 \longrightarrow w(0,7, \tilde{\pi}) = w(0,7) \quad (2.29)$$

$$\eta = 1 \longrightarrow w(1, \tilde{\pi}) = 2, \quad \frac{\partial w}{\partial \eta} = -\frac{1}{\tilde{\pi}} \quad (2.30)$$

Finalement, pour la zone non-universelle  $0,7 \leq \eta \leq 1$

il vient

(2.31)

$$W = \left[ (1-\eta)^3 + 0,45(1-\eta)^2 \right] (-6,1069 - 4,4444/\tilde{\pi}) + (1-\eta)/\tilde{\pi} + 2$$

La loi de sillage développée ci-dessus, ainsi que les lois de COLES et de DEAN sont comparées avec l'expérience. Les résultats montrent que le meilleur accord est obtenu avec les expressions (2.27) à (2.31).

#### 2.4.6. Hypothèse de confluence :

L'analyse présentée aux paragraphes précédents confirme, pour notre expérience, l'hypothèse suivante :

Les profils de vitesse moyenne des zones visqueuses de part et d'autre des points où  $U = U_{\max}$  peuvent être approchés par des profils analytiques biparamétriques. Ainsi, ces zones jouissent d'une certaine autonomie l'une par rapport à l'autre ; le champ de vitesse moyenne correspondant à chacune de ces zones peut être déterminé localement à partir de deux paramètres indépendants. Ceci évoque l'idée d'une confluence de deux zones bien distinctes qui interagissent par le biais des équations de conservation globale et des conditions aux limites.

#### 2.4.7. Comparaison entre divers profils analytiques :

Les profils analytiques de COLES, de DEAN, de THOMPSON [67,68], un profil exponentiel [69] et le profil développé au paragraphe 2.4.5., ont été comparés avec les profils expérimentaux. Un classement par ordre décroissant de précision donne

1. Profil analytique (§ 2.4.5) développé dans le présent travail,
2. COLES,
3. DEAN,
4. THOMPSON,
5. Exponentiel.

Une simulation des profils de vitesse moyenne effectuée à partir des paramètres locaux expérimentaux  $U_{re}$ ,  $\delta$ ,  $U_f$  avec l'aide du nouveau profil, donne des résultats très satisfaisants (figures 24 à 32).

2.4.8. Épaisseurs intégrales :

Nous définissons les épaisseurs intégrales par rapport à un écoulement de référence uniforme

$$\begin{aligned} \delta_i^* &= \int_0^{\delta_i} \left(1 - \frac{U}{U_{re}}\right) dy & \text{et} & \quad Re_{\delta_i^*} = \frac{U_{re} \delta_i^*}{\nu} \\ \theta_i &= \int_0^{\delta_i} \frac{U}{U_{re}} \left(1 - \frac{U}{U_{re}}\right) dy & \text{et} & \quad Re_{\theta_i} = \frac{U_{re} \theta_i}{\nu} \\ \delta_i^{**} &= \int_0^{\delta_i} \frac{U}{U_{re}} \left(1 - \frac{U^2}{U_{re}^2}\right) dy & \text{et} & \quad Re_{\delta_i^{**}} = \frac{U_{re} \delta_i^{**}}{\nu} \end{aligned} \quad (2.32)$$

où  $i = 1, 2$  désigne la paroi correspondante et  $U_{re} = U_{max}$ .

a) Région  $x/h_n < 16$  :

L'écoulement de référence s'identifie à l'écoulement sain (figure 33) et un accroissement des nombres de Reynolds associés est observé. La couche limite supérieure (CL1) subit une accélération en équilibre, puisque le paramètre  $\beta$  reste constant ( $\beta = -0,250$ ). La couche limite inférieure (CL2) se trouve en quasi-équilibre puisque le paramètre  $\beta$  varie légèrement ( $\beta = -0,030$  à  $-0,060$ ). Rappelons nous que

$$\beta = \frac{\delta^*}{\tau_p} \frac{dP}{dx}$$

**b) Région  $x/h_n > 16$  :**

L'écoulement de référence ne s'identifie plus à l'écoulement sain et les couches visqueuses de part et d'autre du point où  $U = U_{\max}$  ne se comportent pas comme les couches limites habituelles ; ceci se manifeste par une décroissance des épaisseurs intégrales (fig. 33) associées à la couche supérieure (CL1) au profit de la couche inférieure (CL2). Par ailleurs, la décélération de la vitesse extérieure  $U_{\max}$  est suivie par un gradient de pression négatif ; ceci empêche toute analogie entre les couches limites décélérées et nos couches visqueuses dans la région de mélange.

**2.4.9. Facteurs de forme :**

Des facteurs de forme analogues à ceux des couches limites sont définis ci-dessous :

$$H_{12} = \delta^* / \theta$$

$$H_{32} = \delta^{**} / \theta$$

$$H_e = (\delta - \delta^*) / \theta$$

(2.33)

$$G = (H_{12} - 1) / (H_{12} \sqrt{C_f})$$

**a) Région  $x/h_n < 16$  :**

L'évolution des facteurs de forme montre une accélération des couches limites supérieure et inférieure (fig. 34,35).

**b) Région  $x/h_n > 16$  :**

L'évolution des facteurs de forme  $H_{12}$ ,  $H_{32}$  (fig. 34) est analogue à celle des couches limites accélérées ; pourtant, la décroissance de la vitesse extérieure  $U_{\max}$  suggère une décélération correspondante. Il nous semble donc que l'évolution observée est imposée par le champ de pression plutôt que par la

vitesse  $U_{\max}$ . Finalement, il est inutile de penser en termes d'accélération ou de décélération puisque le comportement observé n'a pas d'équivalent dans le domaine des écoulements du type "couche limite".

## 2.5. DESCRIPTION DU CHAMP FLUCTUANT

### 2.5.1. Fluctuations normales :

L'évolution des fluctuations normales (figures 36, 37, 38)

$$\tilde{u}' = \sqrt{\overline{u'^2}} \quad , \quad \tilde{v}' = \sqrt{\overline{v'^2}} \quad , \quad \tilde{w}' = \sqrt{\overline{w'^2}} \quad (2.34)$$

présente les caractéristiques suivantes :

- Un accroissement des intensités turbulentes est observé selon la direction longitudinale.
- Les profils mesurés présentent chacun un minimum dont la position est identique pour toutes les trois composantes  $\tilde{u}'$  ,  $\tilde{v}'$  ,  $\tilde{w}'$  sur une section donnée.
- Les valeurs minimales mesurées augmentent considérablement suivant la direction longitudinale.
- La relation  $\tilde{u}' \geq \tilde{w}' \geq \tilde{v}'$  (2.35) est valable partout dans l'écoulement.

### 2.5.2. Tensions de cisaillement :

L'évolution de la quantité  $\overline{u'v'}/U_{\max}^2$  est présentée sur les figures 39 et 40.

- Une zone de tension de cisaillement nulle est discernable, pour  $x/h_n < 20$ .
- Pour  $x/h_n \geq 20$ , la zone centrale disparaît. Les profils de tension s'annulent en un point.

- Les points où  $\overline{u'v'} = 0$  s'identifient aux points où  $\tilde{u}' = \tilde{u}'_{\min}$  ,  $\tilde{v}' = \tilde{v}'_{\min}$  ,  $\tilde{w}' = \tilde{w}'_{\min}$ .
- Les points où  $\overline{u'v'} = 0$  se déplacent vers le centre du passage selon la direction longitudinale.
- Les points où  $\overline{u'v'} = 0$  ne s'identifient pas aux points où  $U = U_{\max}$ . Les conséquences de ce faible décalage restent insignifiantes.
- Les profils de tension de cisaillement présentent un gradient transversal selon  $y$  presque constant dans la région centrale de l'écoulement.

### 2.5.3. Coefficient de dissymétrie :

Le coefficient de dissymétrie (fig. 41)

$$S_u = \frac{\overline{u'^3}}{(\overline{u'^2})^{3/2}} \quad (2.36)$$

peut être utilisé comme un critère d'interaction des couches visqueuses pariétales [80]. Dans la région avant le mélange ( $x/h_n < 20$ ), le coefficient de dissymétrie atteint des valeurs très élevées dans la zone centrale de l'écoulement. Ceci suggère une distribution de densité de probabilité  $f(u)$  fortement dissymétrique. Cette dissymétrie tend à disparaître dans la région de mélange ( $x/h_n > 20$ ) comme l'indique la forme de plus en plus aplatie des profils de  $S_u$  sur la figure 41.

### 2.5.4. Coefficient d'aplatissement :

Le coefficient d'aplatissement (fig. 42)

$$T_u = \frac{\overline{u'^4}}{(\overline{u'^2})^2} \quad (2.37)$$

sert, lui aussi, comme un critère d'interaction.

Dans les zones logarithmiques pariétales, sa valeur est pratiquement constante et égale à 3. Ceci suggère une distribution de densité de probabilité  $p(u)$  probablement Gaussienne [80].

La région avant le mélange  $x/h_n < 20$  comporte une zone centrale dont le coefficient d'aplatissement atteint des valeurs très élevées. Ceci suggère une distribution de densité de probabilité plus aplatie par rapport à une distribution Gaussienne.

Le coefficient d'aplatissement présente une décroissance rapide des maxima dans la région de mélange ( $x/h_n \geq 20$ ); sa répartition devient presque uniforme pour  $x/h_n > 32$ . Ainsi, la distribution de la densité de probabilité est probablement Gaussienne partout dans l'écoulement pour un mélange suffisamment prononcé.

#### 2.5.5. Coefficient d'anisotropie :

Les mesures du coefficient d'anisotropie (figure 43)

$$R_{uv} = \frac{\overline{u'v'}}{\sqrt{\overline{u'^2} \overline{v'^2}}} \quad (2.38)$$

révèlent une structure dissymétrique. L'ensemble évolue vers un état de symétrie selon la direction longitudinale.

Les profils mesurés se présentent sous une forme de S. Les maxima dans la région de valeurs négatives évoluent entre - 0,32 et - 0,37 et dans la région de valeurs positives entre 0,40 et 0,31.

Dans les zones à la proximité immédiate de la paroi, une décroissance de  $R_{uv}$  est discernable.

Les mesures de COMTE-BELLOT [29] dans le cas d'un écoulement symétrique entre deux parois planes suggèrent des maxima entre 0,40 et 0,45. Les mesures de PERRY et ABEL [32], dans le cas d'un écoulement dans un tuyau, suggèrent des maxima entre 0,35 et 0,38.

Une méthode de calcul du coefficient d'anisotropie développée par HAMADICHE [71,72] et appliquée dans le cas de COMTE-BELLOT montre un bon accord avec cette expérience. La même méthode appliquée dans notre cas pour la station 7 ( $x/h_n = 24$ ) montre un accord très satisfaisant (figure 44); les maxima calculés sont - 0,36 et + 0,34 tandis que les valeurs mesurées sont - 0,35 et + 0,32 respectivement.

2.5.6. Production d'énergie turbulente cinétique moyenne :

L'équation locale de conservation de l'énergie cinétique turbulente pour un écoulement incompressible, stationnaire (en moyen) et turbulent, s'écrit, dans un repère Cartésien, comme suit [73]

$$U_j \frac{\partial \overline{u'^2}/2}{\partial X_j} + \overline{u'_i u'_j} \frac{\partial U_i}{\partial X_j} + \frac{\partial \overline{u'_i^2 u'_j}/2}{\partial X_j} = -\frac{1}{\rho} \frac{\partial \overline{p' u'_i}}{\partial X_i} + \nu \overline{u'_i \frac{\partial^2 u'_i}{\partial X_j^2}} \quad (2.39)$$

Pour faire apparaître la dissipation, on met le dernier terme sous la forme

$$\nu \overline{u'_i \frac{\partial^2 u'_i}{\partial X_j^2}} = \nu \frac{\partial^2}{\partial X_j^2} \left( \frac{\overline{u'^2}}{2} \right) - \nu \overline{\left( \frac{\partial u'_i}{\partial X_j} \right)^2} \quad (2.40)$$

Si l'on néglige les termes de transfert de l'énergie cinétique turbulente par viscosité moléculaire  $\nu \frac{\partial^2 \overline{u'^2}/2}{\partial X_j^2}$ , l'équation (2.39) devient

$$\begin{aligned} & \text{--- C ---} & \text{--- P ---} & \text{--- } D_u \text{ ---} \\ & \left[ U \frac{\partial}{\partial x} + V \frac{\partial}{\partial y} \right] \frac{\overline{q^2}}{2} + \overline{u'v'} \frac{\partial U}{\partial y} + \frac{\partial}{\partial y} \left( \frac{\overline{q^2 v'}}{2} \right) + & (2.41) \\ & + \frac{\partial}{\partial y} \left( \frac{\overline{p'v'}}{\rho} \right) + \nu \overline{\left( \frac{\partial u'_i}{\partial y} \right)^2} + (\overline{u'^2} - \overline{v'^2}) \frac{\partial U}{\partial x} = 0 \\ & \text{--- } D_p \text{ ---} & \text{--- } \epsilon \text{ ---} & \text{--- } P \text{ ---} \end{aligned}$$

C convection

P production

D<sub>u</sub> diffusion

D<sub>p</sub> diffusion

Nous nous intéressons particulièrement aux termes de production  
 $P = P_C + P_n$  où

$$P_C = \overline{u'v'} \frac{\partial U}{\partial y}$$

$$P_n = (\overline{u'^2} - \overline{v'^2}) \frac{\partial U}{\partial x}$$

Le terme  $P_C$  (figure 45) représente, à 1 % près, la production totale.

### 2.5.7. Intégrale de dissipation

Dans le paragraphe précédent nous avons observé que la production de turbulence est due, à 1 % près, au terme

$$\overline{u'v'} \frac{\partial U}{\partial y}$$

Ainsi, il nous est permis de considérer que l'intégrale de dissipation

$$D' = \frac{U_{re}^3}{2} C_D = \int_{y_1}^{y_2} -\overline{u'v'} \frac{\partial U}{\partial y} dy$$

A remarquer que

- $C_{D2}$  dissipation dans la couche inférieure (CL2),
- $C_{D1}$  dissipation dans la couche supérieure (CL1),
- $C_D$  dissipation globale (figure 47).

## 2.6. BILAN DES TERMES DES EQUATIONS INTEGRALES

### 2.6.1. Hypothèse d'écoulement de référence visqueux :

Selon l'hypothèse de confluence que nous avons développée au paragraphe 2.4., les couches visqueuses de part et d'autre du point où la vitesse moyenne atteint sa valeur maximale présentent une affinité des profils de vitesse moyenne. Ces profils peuvent être construits à partir des paramètres propres à chaque couche visqueuse. Ceci permet la définition d'épaisseurs intégrales correspondantes, par rapport à un écoulement de référence (écoulement extérieur); cet écoulement hypothétique est défini comme un écoulement uniforme, tel que

$$U_{re}(x,y) = U_{max}(x) \quad (2.42)$$

Les mesures montrent qu'une chute de la pression d'arrêt amont associée à la vitesse  $U_{max}$  suggère une action de forces visqueuses partout dans l'écoulement de référence, selon la direction longitudinale.

Après différentiation de la formule (2.6), nous obtenons

$$\rho U_{max} \frac{dU_{max}}{dx} + \frac{dP}{dx} = \frac{dP_{tm}}{dx} \quad (2.43)$$

Finalement

$$\rho U_{re} \frac{dU_{re}}{dx} = -\frac{dP}{dx} + \frac{dP_{tm}}{dx} \quad (2.44)$$

L'analyse présentée dans ce paragraphe justifie l'hypothèse suivante :

Un écoulement hypothétique défini par les équations (2.42) et (2.44) sert à la définition des épaisseurs intégrales de couches visqueuses confluentes de la région de mélange. Ainsi, les déficits de débit, de quantité de mouvement et d'énergie cinétique moyenne peuvent être calculés localement par rapport à un écoulement de référence. Par définition, cet écoulement de référence est associé à des forces visqueuses se manifestant par une chute de pression d'arrêt partout dans la région de mélange ; **l'écoulement de référence est, donc, un écoulement visqueux.** Par conséquent, l'écoulement de référence ne s'identifie pas avec l'écoulement sain dans la région de mélange. L'écoulement de référence visqueux introduit des déficits supplémentaires par rapport à l'écoulement sain.

#### 2.6.2. Développement des équations de conservation globale :

Il s'agit maintenant de développer les équations de conservation globale ; les équations de départ sont :

$$\frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial v}{\partial y} = 0 \quad (2.45)$$

$$\frac{\partial u^2}{\partial x} + \frac{\partial uv}{\partial y} = -\frac{1}{\rho} \frac{dp}{dx} + \frac{1}{\rho} \frac{\partial \tau}{\partial y} \quad (2.46)$$

$$\frac{\partial u^3}{\partial x} + \frac{\partial u^2 v}{\partial y} = 2U \left[ -\frac{dp}{dx} + \frac{\partial \tau}{\partial y} \right] \quad (2.47)$$

$$-\frac{dp}{dx} = \rho U_{re} \frac{dU_{re}}{dx} - \frac{dP_{tm}}{dx} \quad (2.49)$$

Nous intégrons les équations de départ suivant la direction transversale sur toute la hauteur du passage. Ainsi, nous obtenons les équations suivantes :

$$\frac{d}{dx} \left[ U_{\max} (h - \delta_1^* - \delta_2^*) \right] = 0 \quad (2.49)$$

$$\frac{d}{dx} \left[ U_{\max}^2 (\theta_1 + \theta_2) \right] + (\delta_1^* + \delta_2^*) U_{\max} \frac{dU_{\max}}{dx} = \frac{\zeta_{P1} + \zeta_{P2}}{\rho} + \frac{h}{\rho} \frac{dP_{tm}}{dx} \quad (2.50)$$

$$\left. \begin{aligned} \frac{d}{dx} \left[ U_{\max}^3 (\delta_1^{**} + \delta_2^{**}) \right] &= \frac{2}{\rho} \frac{dP_{tm}}{dx} Q + U_{\max}^3 C_D \\ Q &= U_{\max} (h - \delta_1^* - \delta_2^*) \end{aligned} \right\} \quad (2.51)$$

### 2.6.3. Conservation du débit global :

L'intégration de la formule (2.49) selon la direction X donne

$$Q_{\text{débit } x_0} - Q_{\text{débit } x} = 0 \quad (2.52)$$

où

$$Q_{\text{débit } x_0} = \left[ U_{\max} (h - \delta_1^* - \delta_2^*) \right]_{x_0}$$

$$Q_{\text{débit } x} = \left[ U_{\max} (h - \delta_1^* - \delta_2^*) \right]_x$$

Sur la figure (52) est présenté l'écart relatif

$$(Q_{\text{déf}_0} - Q_{\text{déf}}) / Q_{\text{déf}_0}$$

par rapport au débit initial  $Q_{\text{déf}_0}$ :

L'écart relatif du débit entre la première station ( $X/h_n = 4$ ) et la dernière ( $X/h_n = 36$ ) est inférieur à 1,5 %.

L'écart relatif du débit entre deux sections consécutives reste inférieur à  $\pm 0,5$  %. Ces valeurs remarquablement faibles sont inférieures à l'incertitude inhérente à la méthode de mesure ; elles nous assurent, en même temps, de la non-influence des parois latérales sur la bidimensionnalité de l'écoulement et de la précision des mesures.

En fait, la non-influence des parois verticales sur l'écoulement est sans doute assurée par le rapport largeur sur hauteur du passage qui est de l'ordre de 10.

#### 2.6.4. Conservation de la quantité de mouvement :

Nous intégrons, maintenant, la formule (2.50) selon la direction longitudinale :

$$\begin{aligned} & \left[ U_{\text{max}}^2 (\theta_1 + \theta_2) \right]_{x_0}^x + \frac{1}{2} \int_{x_0}^x (\delta_1^* + \delta_2^*) \frac{dU_{\text{max}}^2}{dx} dx - \\ & - \frac{h}{\rho} \left[ P_{tm} \right]_{x_0}^x = \frac{1}{\rho} \int_{x_0}^x [\tau_{P_1} + \tau_{P_2}] dx \end{aligned} \quad (2.53)$$

Sur la figure 53 sont présentées les quantités adimensionnelles LHS, RHS.

$$\begin{aligned}
 \text{LHS} &= \frac{[U_{\max}^2(\theta_1 + \theta_2)]_x}{[U_{\max}^2(\theta_1 + \theta_2)]_{x_0}} - 1 + \frac{\frac{1}{2} \int_{x_0}^x (\delta_1^* + \delta_2^*) dU_{\max}^2}{[U_{\max}^2(\theta_1 + \theta_2)]_{x_0}} - \\
 &\quad - \frac{h [P_{tm}]_{x_0}^x / \rho}{[U_{\max}^2(\theta_1 + \theta_2)]_{x_0}} \quad (2.54) \\
 \text{RHS} &= \frac{1}{\rho} \int_{x_0}^x (\tau_{P_1} + \tau_{P_2}) dx / [U_{\max}^2(\theta_1 + \theta_2)]_{x_0}
 \end{aligned}$$

La balance s'avère presque partout excellente et les écarts entre LHS et RHS restent remarquablement faibles.

Remarque :

Le terme de pression d'arrêt est très important puisque il est partout supérieur au terme de vitesse de frottement.

#### 2.6.5. Conservation de l'énergie cinétique moyenne globale :

Une intégration de la formule (2.51) selon la direction longitudinale donne

$$[U_{\max}^3 (\delta_1^{**} + \delta_2^{**})]_{x_0}^x - 2Q [P_{tm}]_{x_0}^x = \int_{x_0}^x U_{\max}^3 C_D dx \quad (2.55)$$

Sur la figure(54) sont présentées les quantités adimensionnelles

$$\begin{aligned}
 \text{LHS} &= \frac{[U_{\max}^3 (\delta_1^{**} + \delta_2^{**})]_x}{[U_{\max}^3 (\delta_1^{**} + \delta_2^{**})]_{x_0}} - 1 - \frac{2Q [P_{tm}]_{x_0}^x / \rho}{[U_{\max}^3 (\delta_1^{**} + \delta_2^{**})]_{x_0}} \\
 \text{RHS} &= \int_{x_0}^x U_{\max}^3 C_D dx / [U_{\max}^3 (\delta_1^{**} + \delta_2^{**})]_{x_0} \quad (2.56)
 \end{aligned}$$

La balance s'avère ici encore meilleure que celle du paragraphe précédent.

Remarque :

Le terme de dissipation provenant de l'écoulement de référence est plus important que le terme de l'intégrale de dissipation  $C_D$ .

2.6.6. Conclusions :

. Les parois verticales du passage de mesures n'influencent pas la bidimensionnalité de l'écoulement.

. Le très faible écart entre LHS et RHS des équations de conservation de quantité de mouvement et d'énergie cinétique moyenne nous assure, en même temps, de l'excellente bidimensionnalité de l'écoulement et de la précision des mesures.

. Les écarts les plus élevés entre LHS et RHS se situent au début du mélange ( $X/h_n = 20$ ). Ceci suggère peut-être que le phénomène de mélange y présente un caractère légèrement tridimensionnel.

. L'importante contribution du caractère visqueux de l'écoulement de référence et de la chute entraînée de pression d'arrêt aux équations de conservation est mise en évidence. Les termes associés à la pression d'arrêt s'avèrent plus importants que les termes associés à la vitesse de frottement et à l'intégrale de dissipation.

### CHAPITRE 3

-

### MODELISATION DE L'ECOULEMENT ET CADRE SEMI-EMPIRIQUE

### 3.1. INTRODUCTION

L'analyse des résultats expérimentaux du chapitre précédent a permis la formulation de deux hypothèses fondamentales :

- . L'hypothèse de confluence (§ 2.4.6).
- . L'hypothèse de l'écoulement de référence visqueux (§ 2.6.1). Cette dernière hypothèse constitue une originalité du présent travail.

Dans ce qui suit, nous allons développer dans un ensemble cohérent les idées impliquées dans ces hypothèses. Plus précisément, un modèle propre aux écoulements confluents bidimensionnels et incompressibles sera mis au point. Ainsi, nous tenterons de généraliser la notion de la couche limite à l'aide d'une définition complète d'un écoulement de référence visqueux bidimensionnel et incompressible. Des équations intégrales seront ensuite développées. Finalement, des corrélations semi-empiriques seront mises au point en ce qui concerne les termes visqueux associés à l'écoulement de référence.

### 3.2. GENERALISATION DE LA NOTION DE LA COUCHE LIMITE

#### 3.2.1. Considérations générales :

Pour aborder un problème d'interaction d'écoulements pariétaux à l'aide d'une affinité éventuelle des profils de vitesse, une définition générale d'un écoulement de référence est exigée. Une telle définition conduit inévitablement à une généralisation de la notion de la couche limite .

Des travaux précédents (MATHIEU [51], GORADIA [74], BARIO [40,41], KANEMOTO [75], POT [76]) démontrent qu'une représentation du champ de vitesse moyenne est possible, à l'aide des profils de similitude, dans divers cas d'écoulements complexes (jet pariétal, interaction jet-couche limite, interaction sillage-couche limite, etc).

Des épaisseurs intégrales ( $\delta^*$ ,  $\theta$ ,  $\delta^{**}$ ) et des facteurs de forme ( $H_{12}$ ,  $H_{32}$ ,  $He$ ,  $G$ ), associés aux couches visqueuses confluentes, sont définies par rapport à un champ de référence non identique au champ sain.

L'analyse des données expérimentales, présentée au chapitre 2, est essentiellement basée sur un écoulement de référence uniforme selon  $y$  et visqueux ( $U_{\max} \neq U_{\text{sain}}$ ).

Par la suite, nous montrerons qu'une méthode utilisant l'ensemble de ces considérations aboutit à des résultats en accord avec l'expérience.

La détermination de la relation écoulement de référence-écoulement sain rendra possible le calcul complet de l'interaction forte des couches limites pariétales dans une turbomachine (voir chapitre 5). Une telle prédiction implique, bien évidemment, le calcul des écoulements secondaires et du niveau correct de perte de pression d'arrêt due à l'interaction.

### 3.2.2. Écoulement de référence :

L'écoulement de référence peut être défini comme suit, dans un système de coordonnées  $(s, n)$  intrinsèques :

- a) L'écoulement de référence occupe le même espace physique que l'écoulement sain et l'écoulement réel.
- b) Le gradient de pression statique de l'écoulement réel peut être approché par celui de l'écoulement sain et celui de l'écoulement de référence.

$$\nabla P_{\text{sain}} \simeq \nabla P \simeq \nabla P_{\text{re}} \quad (3.1)$$

- c) Les lignes de courant réelles peuvent être approchées par les lignes de courant de référence dans la plus grande partie de l'écoulement.
- d) La vitesse moyenne et les propriétés turbulentes de l'écoulement de référence sont identiques aux propriétés de l'écoulement réel au point de raccordement des lois analytiques utilisées pour la description des vitesses moyennes .
- e) L'écoulement de référence est un écoulement généralement visqueux à gradient de tension de cisaillement constant (non-nul)

$$\partial z_{\text{re}} / \partial n = C(s) \neq 0 \quad (3.2)$$

suivant la direction  $n$  perpendiculaire à la direction des lignes de courant.

D'après la définition ci-dessus, l'équation de la quantité de mouvement pour l'écoulement de référence peut être écrite le long d'une ligne de courant de cet écoulement comme suit :

$$\rho U_{re} \frac{\partial U_{re}}{\partial s} = -\frac{\partial P_{re}}{\partial s} + \frac{\partial \tau_{re}}{\partial n} \quad (3.3)$$

Le champ de vitesse de l'écoulement de référence est déterminé à partir d'un calcul non-visqueux avec des termes-source rotationnels (ALKALAI [77], LEBOEUF [3]).

(3.4)

Ainsi

$$\frac{\partial}{\partial s} (P_{sain} - P_{re}) \approx 0 \quad (3.5)$$

et

$$\frac{\partial}{\partial s} P_{sain} = -\rho U_{sain} \frac{\partial U_{sain}}{\partial s}$$

or,

$$U_{re} \frac{\partial U_{re}}{\partial s} - U_{sain} \frac{\partial U_{sain}}{\partial s} = \frac{\partial \tau_{re}}{\partial n} / \rho \quad (3.6)$$

Après intégration sur une ligne de courant, nous obtenons

$$[U_{re}^2 - U_{sain}^2] = \frac{2}{\rho} \int_{s_0}^s \frac{\partial \tau_{re}}{\partial n} ds \quad (3.7)$$

La formule analytique ci-dessus détermine la relation entre le champ de vitesse de référence et le champ de vitesse d'après un calcul sain.

La perte de pression d'arrêt correspondante est

$$[\Delta P_{ret}]_{s_0}^s = \int_{s_0}^s \frac{\partial \tau_{re}}{\partial n} ds \quad (3.8)$$

où

$$\Delta P_{ret} = \frac{\rho}{2} [U_{re}^2 - U_{sain}^2]$$

3.2.3. Définition généralisée de la couche limite incompressible et bidimensionnelle :

La couche limite, et par conséquent ses propriétés, est définie par rapport à un écoulement de référence visqueux. Un tel écoulement a été décrit au paragraphe précédent.

Considérons un repère de coordonnées (m,n) orthogonales aux parois, imposé par la géométrie du passage. Pour définir les paramètres intégraux de la couche visqueuse qui se développe en présence d'un écoulement de référence présentant un gradient de vitesse normal, nous allons utiliser un développement asymptotique tel qu'il a été utilisé par MELLOR & WOOD [78,22] (figure 62).

Des épaisseurs intégrales sont définies pour les besoins de ce paragraphe (voir [22]) :

$$\delta_m^* = \frac{1}{\rho_{re} U_{rem_i}} \int_{n_i}^{n_o} (\rho_{re} U_{rem} - \rho U_m) dn$$

$$\theta_m = \frac{1}{\rho_{re} U_{rem_i}^2} \int_{n_i}^{n_o} \rho U_m (\rho_{re} U_{rem} - \rho U_m) dn$$

$$\delta_m^{**} = \frac{1}{\rho_{re} U_{rem_i}^3} \int_{n_i}^{n_o} \rho U_m [(\rho_{re} U_{rem})^2 - (\rho U_m)^2] dn$$

indices :    re    référence  
                   m    direction m  
                   i    paroi

Les facteurs de forme

$$\begin{aligned} H_{12m} &= \delta_m^* / \theta_m \\ H_{32m} &= \delta_m^{**} / \theta_m \\ H_{em} &= (\delta_m - \delta_m^*) / \theta_m \\ G_m &= (H_{12m} - 1) / (H_{12m} \sqrt{C_f}) \end{aligned} \tag{3.10}$$

Le coefficient de frottement

$$C_f = 2 \left( U_f / U_{rem} \right)^2 \quad (3.11)$$

où

$$U_f = \sqrt{\tau_p / \rho} \quad (3.12)$$

Notons que l'épaisseur de la couche limite  $\delta$  est mal définie expérimentalement. Cette difficulté peut être surpassée en définissant  $\delta$  à l'aide d'un profil de vitesse analytique  $U(\delta, U_f, U_{re})$ .

### 3.2.4. Equations intégrales bidimensionnelles incompressibles dans un repère cartésien :

Les équations différentielles de conservation sont à l'aide de l'écoulement de référence. Ce dernier est supposé être approximativement parallèle à l'axe des x et fournit le terme de pression.

Equation de continuité :

$$\partial u / \partial x + \partial v / \partial y = 0 \quad (3.13)$$

$$\partial U_{re} / \partial x + \partial V_{re} / \partial y = 0 \quad (3.14)$$

Equation de quantité de mouvement :

$$\partial u^2 / \partial x + \partial uv / \partial y = \frac{1}{\rho} \left[ -\partial p / \partial x + \partial \tau / \partial y \right] \quad (3.15)$$

$$\partial U_{re}^2 / \partial x + \partial U_{re} V_{re} / \partial y = \frac{1}{\rho} \left[ -\partial p_{re} / \partial x + \partial \tau_{re} / \partial y \right] \quad (3.16)$$

Equation d'énergie cinétique moyenne suivant x :

$$\partial u^3 / \partial x + \partial u^2 v / \partial y = \frac{2u}{\rho} \left[ -\frac{\partial p}{\partial x} + \frac{\partial \tau}{\partial y} \right] \quad (3.17)$$

Nous reportons ensuite la relation (3.1) dans l'équation (3.16) afin de calculer le gradient de pression

$$\frac{\partial P}{\partial x} = \frac{\partial \tau_{re}}{\partial y} - \rho \left( \frac{\partial U_{re}^2}{\partial x} + \frac{\partial U_{re} V_{re}}{\partial y} \right) \quad (3.18)$$

Ce terme est reporté dans les équations (3.15) et (3.17) ; après intégration selon nous obtenons les équations intégrales suivantes :

Equation de continuité

$$(V_{re})_{\text{paroi}} = \frac{d}{dx} (U_{re} \delta^*) \quad (3.19)$$

Equation de quantité de mouvement

$$\frac{d}{dx} (U_{re}^2 \theta) + \delta^* U_{re} \frac{dU_{re}}{dx} = (\tau_p - \tau_{rep}) / \rho \quad (3.20)$$

Equation d'énergie cinétique moyenne

$$\begin{aligned} \frac{d}{dx} (U_{re}^3 \delta^{**}) &= U_{re}^3 C_D - \left( U_{re} \frac{\tau}{\rho} \right)_{\delta} + \\ &+ \frac{2}{\rho} \frac{\partial \tau_{re}}{\partial y} (\delta - \delta^*) U_{re} \end{aligned} \quad (3.21)$$

où  $\tau_{rep}$  et  $\frac{\partial \tau_{re}}{\partial y}$  sont respectivement la tension sur la paroi et le gradient de tension sur la paroi de l'écoulement de référence correspondant ( $\frac{\partial \tau_{re}}{\partial y}$  est supposé être constant dans la direction transversale  $y$ ). A noter que

$$\frac{2}{\rho} \frac{\partial \tau_{re}}{\partial y} (\delta - \delta^*) U_{re}$$

représente la dissipation supplémentaire due à l'écoulement de référence visqueux.

3.2.5. Relation entre l'écoulement de référence et l'écoulement sain :

L'équation (3.19) montre qu'une injection de débit doit être effectuée dans un calcul de l'écoulement de référence afin de restituer le débit global; ainsi, la relation entre l'écoulement de référence et l'écoulement réel est précisée.

Il s'agit maintenant de déterminer la relation entre l'écoulement sain et l'écoulement de référence. Rappelons nous que l'écoulement sain est censé d'être responsable de la plus grande partie du gradient de pression statique ; ainsi, l'analyse du paragraphe 3.2.2 est validée.

A partir des équations de continuité suivantes

$$\frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial v}{\partial y} = 0 \quad (3.22)$$

$$\frac{\partial u_{\text{sain}}}{\partial x} + \frac{\partial v_{\text{sain}}}{\partial y} = 0 \quad (3.23)$$

nous obtenons

$$\frac{\partial}{\partial x} (u_{\text{sain}} - u) + \frac{\partial}{\partial y} (v_{\text{sain}} - v) = 0 \quad (3.24)$$

D'après une intégration selon la direction  $y$ , nous avons

$$(v_{\text{sain}})_{\text{paroi}} = \frac{d}{dx} (u_{\text{re}} \delta^*) + \frac{d}{dx} \int_0^{\delta} (u_{\text{sain}} - u_{\text{re}}) dy + (u_{\text{sain}} - u_{\text{re}}) \frac{d\delta}{dx} \quad (3.25)$$

L'équation ci-dessus montre qu'une injection doit être effectuée dans un calcul de l'écoulement sain afin de restituer

- le blocage dû aux couches visqueuses :  $d(u_{\text{re}} \delta^*) / dx$
- la chute de pression d'arrêt de référence :

$$\frac{d}{dx} \int_0^{\delta} (u_{\text{sain}} - u_{\text{re}}) dy + (u_{\text{sain}} - u_{\text{re}})_{\delta} \frac{d\delta}{dx}$$

### 3.4. CADRE SEMI-EMPIRIQUE

#### 3.4.1. Les termes introduits dans les équations par l'écoulement de référence :

Les termes introduits dans les équations (3.20) et (3.21) par l'écoulement de référence sont des termes visqueux ; ceux-ci entraînent une chute de la pression d'arrêt selon une ligne de courant primaire (régime incompressible). Ainsi,

$$\partial p_{tm} / \partial x \approx \partial \tau_{re} / \partial y \quad (3.26)$$

où l'action des tensions normales est négligée.

D'après l'hypothèse d'uniformité des propriétés de l'écoulement de référence suivant la direction primaire transversale,

$$\partial \tau_{re} / \partial y = C(x) \quad (3.27)$$

pour un écoulement dont les lignes de courant sont approximativement parallèles à la paroi. Ainsi (voir figure 62)

$$\tau_{rep_i} = \delta_i \left( \frac{\partial \tau_{re}}{\partial y} \right) + (\tau_{re})_{\delta} \quad (3.28)$$

et

$$\frac{\partial \tau_{re}}{\partial y} = - \frac{|\tau_{rep_1}| + |\tau_{rep_2}|}{h} \quad (3.29)$$

Finalement, les termes supplémentaires qui sont introduits dans les équations intégrales sont

tension du champ de référence sur la paroi  $i$  :  $\tau_{rep_i} / \rho$

dissipation due au champ de référence. :  $\frac{2}{\rho} \frac{\partial \tau_{re}}{\partial y} (\delta - \delta^*) U_{re}$

### 3.4.2. Corrélation pour la tension de référence pariétale :

Les tensions du champ de référence dans une section quelconque de la veine doivent être déterminées à partir de tous les paramètres indépendants régissant le profil local de vitesse moyenne :

$$\tau_{re}(x,y)/\rho = F(U_{re}(x), U_{f_1}(x), U_{f_2}(x), \delta_1(x), \delta_2(x), \nu, y) \quad (3.30)$$

Pour la tension de référence pariétale,

$$\tau_{re p_i} / \rho = F(U_{re}, U_{f_i}, U_{f_j}, \delta_i, \delta_j, \nu) \quad (3.31)$$

et

$$\delta_i + \delta_j = h \quad , \quad i=j \text{ et } i,j=1,2 \quad (3.32)$$

Ainsi

$$\tau_{re p_i} = F(U_{re}, U_{f_i}, U_{f_j}, \delta_i, h, \nu) \quad (3.33)$$

Selon le théorème  $\Pi$  de BUCKINGHAM [79], il suffit dans notre cas de former quatre groupes adimensionnels indépendants

$$\begin{aligned} \frac{\tau_{re p_i}}{\rho U_{f_i}^2} &= \varphi_i \left[ \frac{U_{re} \delta_i}{\nu}, \frac{U_{re} h}{\nu}, \frac{U_{f_i}}{U_{re}}, \frac{U_{f_j}}{U_{re}} \right] \quad (3.34) \\ &= \varphi_i \left[ Re_{\delta_i}, Re_h, \frac{U_{f_i}}{U_{re}}, \frac{U_{f_j}}{U_{re}} \right] \end{aligned}$$

Pour les couches limites, il est

$$U_f / U_{re} = 0,04 \text{ à } 0,07 \quad (3.35)$$

$$Re_{\delta, h} = 5\,000 \text{ à } 500\,000$$

Ainsi, il nous est permis de mettre en première approximation

$$\frac{\tau_{rep_i}}{\rho U_{f_i}^2} = \varphi_i (Re_{\delta_i}, Re_h) \quad (3.36)$$

ou

$$\frac{\tau_{rep_i}}{\rho U_{f_i}^2} = Re_{\delta_i} f (Re_h) \quad (3.37)$$

Il s'agit maintenant de déterminer la fonction  $f$ . Dans le cas limite où l'écoulement est symétrique et développé :

$$\left. \begin{array}{l} \frac{\tau_{rep_i}}{\rho U_{f_i}^2} = -1 \\ \delta_1 = \delta_2 = h/2 \\ Re_{\delta} = Re_{h/2} \end{array} \right\} \longrightarrow f_{\text{dév}} (Re_h) = 2 / (Re_h)_{\text{dév}} \quad (3.38)$$

Il est facile de démontrer que, pour un écoulement développé [80]

$$\left. \begin{array}{l} \tau = \tau_p (1 - y/\delta) \\ \tau = \nu_t \frac{\partial u}{\partial y} \\ \nu_t = \text{const.} \end{array} \right\} \longrightarrow (Re_h)_{\text{dév}} \approx \frac{3}{2} Q/\nu \quad (3.39)$$

A partir des formules (3.37), (3.38), (3.39), nous obtenons

$$\begin{aligned} \frac{\tau_{rep_i}}{\rho U_{fi}^2} &= \frac{4}{3} \frac{U_{re} \delta_i}{Q} \\ &= \frac{4}{3} \delta_i / (h - \delta_i - \delta_j) \end{aligned} \quad (3.40)$$

L'expérience montre que (figure 57)

$$\frac{\tau_{rep_i}}{\rho U_{fi}^2} = \frac{5,25}{3} \delta_i / (h - \delta_i - \delta_j) \quad (3.41)$$

### 3.4.3. Corrélation pour l'intégrale de dissipation :

Les équations (3.20), (3.21) sont mises ici sous la forme suivante :

$$\frac{d\theta}{dx} = \frac{C_f}{2} + \frac{\delta}{\rho U_{re}^2} \frac{dP_{tm}}{dx} - (2 + H_{12}) \frac{\theta}{U_{re}} \frac{dU_{re}}{dx} \quad (3.42)$$

$$\frac{d\theta}{dx} H_{32} + \theta H_{32} \frac{3}{U_{re}} \frac{dU_{re}}{dx} = C_D + \frac{2}{\rho U_{re}^2} \frac{\partial z_{re}}{\partial y} (h - \delta^*) - \frac{2}{\rho U_{re}^3} [u\tau]_0^\delta \quad (3.43)$$

Dans le cas d'équilibre au sens de ROTTA [81],

$$\frac{d}{dx} H_{32} = 0 \quad (3.44)$$

A l'aide des équations (3.42), (3.44) l'équation (3.43) devient

$$C_D = H_{32} \frac{C_f}{2} \left[ 1 + \frac{(1 - H_{12})}{H_{12}} \beta' \right] + \frac{1}{\rho U_{re}^2} \frac{dP_{tm}}{dx} \left[ H_{32} \delta - 2(\delta - \delta^*) \right] \quad (3.45)$$

où le paramètre cinématique  $\beta'$  est défini comme

$$\beta' = - \frac{2 \delta^*}{\rho C_f} \frac{dU_{re}}{dx} \quad (3.46)$$

Le paramètre cinématique  $\beta'$  s'identifie au paramètre  $\beta$  d'équilibre (BRADSHAW [82]) dans le cas des couches limites habituelles. Par ailleurs, l'intégrale de dissipation  $C_D$  se réduit à celle-ci développée par ROTTA [81], PAPAILIOU [83] et ASSASSA [84], pour le calcul des couches limites habituelles.

#### 3.4.4. Profil analytique de vitesse moyenne.

La loi analytique utilisé pour le calcul du champ de vitesse moyenne adopte la forme suivante :

$$\frac{U}{U_{re}} = \frac{1}{K} \frac{U_f}{U_{re}} \left( \ln \eta + \tilde{\pi} W + A + \ln \left( K' Re_\delta \frac{U_f}{U_{re}} \right) \right)$$

$$W = 1 - \cos \pi \eta, \quad (0 \leq \eta \leq 0,7)$$

$$W = \left( w_1 + w_2 / \tilde{\pi} \right) \left( (1-\eta)^3 + 0,45(1-\eta)^2 \right) + (1-\eta) / \tilde{\pi} + 2, \quad (0,7 \leq \eta \leq 1)$$

$$A = -K U_{re} \left( + 3,39 y^+ + 5 \right) e^{-0,37 y^+}$$

$$K = 0,41, \quad K' = 7,768$$

$$w_1 = -6,10689$$

$$w_2 = -4,44444$$

$$\eta = y / \delta, \quad y^+ = \frac{y U_f}{\nu}, \quad Re_\delta = \frac{\delta U_{re}}{\nu}$$

CHAPITRE 4

-

METHODE DE RESOLUTION APPROXIMATIVE  
DES EQUATIONS AUX DERIVEES PARTIELLES  
ET APPLICATION AUX ECOULEMENTS BIDIMENSIONNELS INCOMPRESSIBLES

## INTRODUCTION

Dans la première partie de ce chapitre est décrit le cadre général de la méthode des résidus pondérés.

Dans la deuxième partie, la méthode est appliquée dans un contexte simplifié, afin d'illustrer les avantages de la méthode ; des couches limites bidimensionnelles et incompressibles sont calculées en méthode directe et inverse, et les résultats sont comparés avec les expériences fondamentales rapportées dans la référence [64].

Dans la troisième partie nous abordons le cas expérimental rapporté dans cette thèse, et les résultats du calcul sont comparés avec les résultats expérimentales.

### 4.1. METHODE DES RESIDUS PONDERES

#### 4.1.1. Généralités :

La méthode des résidus pondérés (M.R.P.) constitue une classe de méthodes de résolution approximative des systèmes d'équations aux dérivées partielles (e.d.p.).

Comme la méthode des différences finies et la méthode des éléments finis, la M.R.P. est une méthode variationnelle.

En général, de telles méthodes sont utilisées pour simplifier la forme des e.d.p. dans le cadre de certaines approximations.

L'erreur issue des approximations imposées est appelée résidu de la méthode.

L'intérêt inhérent aux méthodes variationnelles est la possibilité théorique de l'existence d'un algorithme de convergence, tel que le résidu soit arbitrairement proche du zéro (ABBOTT, DEIWERT [81]).

4.1.2. Considérations analytiques :

Nous pouvons décrire un système d'e.d.p. sous la forme compacte

$$L \{ U(x_1, \dots, x_M) \} = 0 \quad (4.1)$$

où  $L$  est un opérateur différentiel,  $U$  est la solution exacte du système,  $x_i, i = 1, \dots, M$  les variables indépendantes du système.

Supposons qu'il existe une fonction approximative  $\tilde{U}$

$$\tilde{U}(x_1, \dots, x_M) = \tilde{U}(c_1, \dots, c_N, x_L) \quad (4.2)$$

où  $c_K, K = 1, \dots, N$  sont des paramètres indépendants entre eux, tels que

$$c_K = c_K(x_1, \dots, x_{L-1}, x_{L+1}, \dots, x_M) \quad (4.3)$$

En remplaçant la solution exacte  $U$  par la solution approximative  $\tilde{U}$  dans le système initial, on obtient

$$L \{ \tilde{U} \} \neq 0 \quad (4.4)$$

On définit le résidu  $R$  de la méthode par

$$L \{ \tilde{U} \} = R(c_1, \dots, c_N, x_N) \quad (4.5)$$

La minimisation du résidu s'effectue avec l'aide de fonctions de pondération  $W_i$  orthogonales au résidu  $R$ .

La condition d'orthogonalité est exprimée par la formule

$$\langle W_i, R \rangle = 0 \quad (4.6)$$

et

$$\langle W_i, R \rangle = \int_{D(x_L)} W_i R dx_L \quad (4.7)$$

où  $i = 1, \dots, N$ .

Ainsi on peut déterminer les  $N$  paramètres  $C_K$ , sous condition que  $W_i$  soient linéairement indépendantes :

$$\left. \begin{array}{l} \forall (i,j) : i,j \in [1, N] \wedge i \neq j \\ \text{et } \forall \lambda \in \mathbb{R}^{M-1} \end{array} \right\} \longrightarrow (4.7)$$

$$W_i \neq \lambda \{x_1, \dots, x_{L-1}, x_{L+1}, \dots, x_M\} \cdot W_j$$

Lorsque les  $C_K$  sont calculés, l'équation (4.2) fournit l'approximation cherchée  $U$  de la solution exacte  $U$ .

L'erreur de la méthode dépend de la fonction approximative  $U$  (ABBOT-DEIWERT [81]).

On peut montrer dans certains cas que

$$\lim_{N \rightarrow \infty} \tilde{U} = U \quad (4.8)$$

(FINLAYSON [86], MURPHY-ROSE [87], BETHEL d'après PAPAILIOU [88]).

#### 4.1.3. Choix de la fonction de pondération :

Le choix des fonctions  $W_i$  détermine la méthode particulière de résolution. Les méthodes suivantes sont de variations issues de la formule (4.6).

. Méthode de moments :  $W_i = x_L^{i-1}$

. Méthode d'énergie :  $W_i = U^{i-1}$

. Collocation simple :  $W_i = \delta(x_L - x_{Li})$

où  $\delta$  est la fonction de Dirac, et  $x_{Li}$  sont  $i$  points donnés dans le domaine  $D(x_L)$ .

. Collocation orthogonale : 
$$\tilde{U} = \sum_{k=1}^N C_k P_k$$

où  $P_k$  des polynomes orthogonaux sur  $D(X_L)$  avec poids  $(X_L)$ . Les points de collocation sont ici les racines du  $P_N$

(FINLAYSON [94], KUHN [93]).

. Méthode des sous-domaines : 
$$W_i(D_i) = 1$$

$$W_i(D_j) = 0$$

. Méthode des moindres carrés : 
$$W_i = \partial R / \partial C_i$$

. Galerkin : 
$$W_i = \phi_i \text{ où } \tilde{U} = \sum_{k=1}^N C_k \phi_k(x_L)$$

## 4.2. APPLICATION DE LA METHODE DES RESIDUS PONDERES AUX COUCHES LIMITES BIDIMENSIONNELLES

### 4.2.1. Les méthodes intégrales :

De nombreuses méthodes intégrales, toutes dérivées de la M.R.P., sont couramment utilisées dans le calcul des couches limites.

Comme il a été démontré dans la conférence de Stanford de 1968 ||, les méthodes intégrales sont moins encombrantes, également précises, et beaucoup plus rapides que les méthodes différentielles.

Certainement, elles ont des désavantages (moins flexibles vis-à-vis des conditions aux limites amont). Cependant, leur rapidité et la petite taille de mémoire sur ordinateur exigée s'avèrent particulièrement attrayantes pour les calculs interactifs du type couche limite - écoulement sain. Pour les mêmes raisons, les méthodes intégrales sont beaucoup appréciées dans le domaine de la recherche et de l'application industrielle.

Dans ce qui suit, nous allons faire une application simple (couches limites incompressibles et bidimensionnelles), afin de montrer la démarche finalement adoptée et les originalités éventuelles de la méthode utilisée.

4.2.2. Formulation générale :

Pour illustrer l'application de la M.R.P. aux couches limites bidimensionnelles incompressibles, considérons la conservation de la quantité de mouvement selon X.

$$L \{ u(x, y) \} = u \frac{\partial u}{\partial x} + v \{ u \} \frac{\partial u}{\partial y} + \frac{1}{\rho} \frac{dp}{dx} - \frac{\partial z}{\partial y} = 0 \quad (4.9)$$

où  $u = u(x, y)$  et

$$v \{ u \} = - \int_0^y \frac{\partial u}{\partial x} dy \quad (\text{continuité})$$

Si  $\tilde{u}$  est le profil de vitesse approximatif, on aura :

$$L \{ \tilde{u} \} = R \quad (4.11)$$

La minimisation du résidu R est exprimée par le système d'équations

$$\int_{D(y)} w_i R dy = 0 \quad (4.12)$$

où

$$i \in \mathbb{N}$$

La formule ci-dessus démontre entre autres que l'intégration s'effectue sur le domaine de définition de y.

Le système aura finalement la forme

$$\int w_i \left( u \frac{\partial u}{\partial x} + \int_0^y \frac{\partial u}{\partial x} dy \cdot \frac{\partial u}{\partial y} + \frac{1}{\rho} \frac{dp}{dx} - \frac{\partial z}{\partial y} \right) dy = 0 \quad (4.13)$$

4.2.3. Choix de la fonction de pondération - Méthode d'énergie :

La conférence de Stanford de 1968 [64, 81] sert de référence pour les calculs de couches limites 2D. Elle a permis entre autres un bilan et une confrontation de nombreuses méthodes utilisées de nos jours.

L'évaluation finale présentée dans [81] a démontré que les M.I. utilisant une équation pour l'énergie cinétique moyenne se situaient parmi les meilleures. Ainsi, et pour d'autres raisons que nous avons décrites au [95], nous avons finalement choisi la méthode d'énergie.

#### 4.2.4. Fonction approximative (profil de vitesse longitudinale) :

L'expérience a démontré que certains profils biparamétriques sont précis dans la marge de l'erreur expérimentale habituelle (COLES [60], THOMPSON [67, 68], DEAN [66], SHARNHORST [84], PERRY [85]).

Habituellement, un tel profil est une fonction de deux échelles différentes (MATHIEU [51]), l'une pour la région au voisinage immédiat de la paroi (région interne) et l'autre pour la région dite "externe" de la couche limite.

Les variables ci-dessus étant respectivement

$$y^+ = \frac{y U_f}{\nu} \quad , \quad \eta = \frac{y}{\delta} \quad (4.14)$$

le profil cherché peut être mis sous forme adimensionnelle (loi de double similitude)

$$U^+ = \varphi(y^+, \eta) \quad (4.15)$$

Un tel profil peut être également mis sous forme dimensionnelle

$$U = f\{U_{re}, \delta, U_f, y\} \quad (4.16)$$

où  $U_{re}$  est la vitesse de référence,  $\delta$  l'épaisseur de la couche limite,  $U_f$  la vitesse de frottement (voir Chapitre 3).

Un des paramètres  $U_{re}, \delta, U_f$  est une des données du problème, et sa répartition est déterminée par les conditions aux limites.

Il ne reste donc que deux paramètres à déterminer. Par conséquent, il suffit d'utiliser deux équations différentielles ordinaires pour résoudre notre problème.

#### 4.2.5. Formulation précédente:

Le système d'e.d.p. est réduit après intégration sur  $D$  à un système d'équations différentielles ordinaires, non linéaires par rapport à  $C_k$ .

Une formulation linéaire est pourtant possible.

$$\text{En mettant } \frac{\partial U}{\partial U_f} = F_1 ; \frac{\partial U}{\partial \delta} = F_2 ; \frac{\partial U}{\partial U_{re}} = F_3$$

on obtient, à partir de la forme analytique  $\tilde{U}$  du profil approximatif,

$$\frac{\partial U}{\partial x} = F_1 \frac{dU_f}{dx} + F_2 \frac{d\delta}{dx} + F_3 \frac{dU_{re}}{dx} \quad (4.18)$$

Le système II peut donc être transformé en un système linéaire, par rapport aux dérivées ordinaires des paramètres  $U_f, \delta, U_{re}$ , du type

$$A_i \frac{dU_f}{dx} + B_i \frac{d\delta}{dx} + E_i \frac{dU_{re}}{dx} = D_i \quad (4.19)$$

La formulation ci-dessus a été utilisée par (ASSASSA [84], KUHN [89], GERHART [90], ANCEAUX [96]).

Le système ci-dessus est ensuite résolu par une méthode habituelle de résolution des systèmes linéaires.

#### 4.2.6. Formulation présente

Le système initial étant (§ 4.2.2.)

$$\int_0^{\delta_i} w_j \left( u \frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial u}{\partial y} \int_0^y \frac{\partial u}{\partial x} dy + \frac{1}{\rho} \frac{dp}{dx} - \frac{\partial \tau}{\partial y} \right) = 0 \quad (4.20)$$

où  $j = 1, 2$

et  $w_j = U^{j-1}$

nous obtenons, après discrétisation une équation du type

$$\sum_{\lambda=1}^{\nu} \left[ f_{j\lambda} \left\{ \vec{C}_k^{(P-\frac{1}{2})} \right\} \frac{\varphi_{j\lambda} \left\{ \vec{C}_k^{(P)} \right\} - \varphi_{j\lambda} \left\{ \vec{C}_k^{(P-1)} \right\}}{\Delta x} \right] = 0 \quad (4.21)$$

$$\vec{C}_k^{(P-\frac{1}{2})} = \left( \vec{C}_k^{(P)} + \vec{C}_k^{(P-1)} \right) / 2 \quad (4.22)$$

Dans la suite, nous montrerons que la résolution du système (4.21) avec une méthode de minimisation de fonctionnelle, s'avère très avantageuse.

#### 4.2.7. Méthode de résolution des systèmes non-linéaires :

La méthode choisie est une méthode de minimisation, souvent appelée "Méthode de Newton". Sa simplicité et les performances constituent une norme pour les techniques de minimisation en général. Une analyse intéressante de la méthode se trouve dans la référence [91] (DEMIDOVICH-MARRON). Par ailleurs, une présentation complète de variantes des diverses méthodes de minimisation est donnée dans la référence [92].

Considérons un système d'équations non-linéaires

$$\begin{aligned} f_1(x_1, \dots, x_n) &= 0 \\ \dots & \\ f_n(x_1, \dots, x_n) &= 0 \end{aligned} \tag{4.23}$$

Ecrivons l'ensemble sous forme abrégée

$$\vec{f}(\vec{x}) = 0 \tag{4.24}$$

où

$$\vec{f} = (f_1, \dots, f_n)^T \tag{4.25}$$

et

$$\vec{x} = (x_1, \dots, x_n)^T \tag{4.26}$$

sont des vecteurs de dimension n.

Si  $\vec{X}$  est la solution exacte du système et  $\vec{X}^{(p)}$  est la p<sup>ème</sup> approximation, nous pouvons écrire :

$$\vec{X} = \vec{X}^{(p)} + \vec{E}^{(p)} \tag{4.27}$$

où

$$\vec{E}^{(p)} = (E_1^{(p)}, \dots, E_n^{(p)})^T \tag{4.28}$$

est l'erreur de la p<sup>ème</sup> approximation.

En portant l'expression (4.27) dans (4.24), nous aurons

$$f(\vec{x}^{(p)} + \vec{\epsilon}^{(p)}) = 0 \quad (4.29)$$

Supposons que la fonction  $\vec{f}$  soit continûment dérivable dans le domaine de définition de  $\vec{x}$ . En nous bornant aux termes linéaires, l'expansion de Taylor de l'équation (4.29) par rapport aux puissances du vecteur  $\vec{\epsilon}^{(p)}$  donne

$$\vec{f}(\vec{x}^{(p)} + \vec{\epsilon}^{(p)}) = \vec{f}(\vec{x}^{(p)}) + \hat{f}'(\vec{x}^{(p)}) \vec{\epsilon}^{(p)} \quad (4.30)$$

où

$$\hat{f}'(\vec{x}^{(p)}) = J(\vec{x}^{(p)}) = \begin{vmatrix} \frac{\partial f_1}{\partial x_1} & \dots & \frac{\partial f_1}{\partial x_n} \\ \vdots & & \vdots \\ \frac{\partial f_n}{\partial x_1} & \dots & \frac{\partial f_n}{\partial x_n} \end{vmatrix} \quad (4.31)$$

est la matrice jacobienne du système  $\vec{f}(\vec{x}) = 0$ .

Ainsi peut-on mettre la formule (4.30) sous la forme

$$\vec{f}(\vec{x}^{(p)}) + \hat{J}(\vec{x}^{(p)}) \vec{\epsilon}^{(p)} = 0 \quad (4.32)$$

En supposant que la matrice  $\hat{J}$  est régulière, on obtient

$$\vec{\epsilon}^{(p)} = -\hat{J}^{-1} \vec{f} \quad (4.33)$$

Par conséquent, la p+1<sup>ème</sup> approximation de la solution  $\vec{x}$  peut être écrite comme

$$\vec{x}^{(p+1)} = \vec{x}^{(p)} - \hat{J}^{-1}(\vec{x}^{(p)}) \vec{f}(\vec{x}^{(p)}) \quad (4.34)$$

(algorithme de la méthode de Newton).

#### 4.2.8. Formulation finale - Méthode directe et inverse :

D'après les paragraphes 4.2.6 et 4.2.7, les fonctions à minimiser sont (couche limite bidimensionnelle - incompressible)

$$f_1 = \frac{d}{dx} U_{re}^2 \theta(U_{re}, \delta, U_f) + \delta^* (U_{re}, \delta, U_f). \quad (4.35)$$

$$\cdot U_{re} \frac{dU_{re}}{dx} - U_f^2 \quad \cdot -$$

$$f_2 = \frac{d}{dx} U_{re}^3 \delta^{**} (U_{re}, \delta, U_f) - C_D (U_{re}, \delta, U_f) \quad (4.36)$$

La méthode de résolution est caractérisée selon le choix des paramètres indépendants comme

méthode directe, si	$U_{re}(x)$	donnée
méthode inverse, si	$\delta(x)$	donnée
méthode inverse, si	$U_p(x)$	donnée

### 4.3. APPLICATION DE LA METHODE DES RESIDUS PONDERES A L'ECOULEMENT INCOMPRESSIBLE ET DISSYMETRIQUE ENTRE DEUX PAROIS PLANES PARALLELES

#### 4.3.1. Calcul simultané des couches limites pariétales - Ecoulement comportant une zone centrale saine :

Dans ce cas, les fonctions à minimiser sont

équation de quantité de mouvement pour la couche limite sur la paroi 1

$$f_1 = \frac{d}{dx} U_{re}^2 \theta_1 + \delta_1^* U_{re} \frac{dU_{re}}{dx} - U_{f1}^2 \quad (4.37)$$

équation de quantité de mouvement pour la couche limite sur la paroi 2

$$f_2 = \frac{d}{dx} U_{re}^2 \theta_2 + \delta_2^* U_{re} \frac{dU_{re}}{dx} - U_{f2}^2 \quad (4.38)$$

équation auxiliaire d'énergie cinétique moyenne pour la couche limite sur la paroi 1

$$f_3 = \frac{d}{dx} U_{re}^3 \delta_1^{**} - C_{D1} \quad (4.39)$$

équation auxiliaire d'énergie cinétique moyenne pour la couche limite sur la paroi 2

$$f_4 = \frac{d}{dx} U_{re}^3 \delta_2^{**} - C_{D2} \quad (4.40)$$

équation de continuité globale (h hauteur de passage).

$$f_5 = \frac{d}{dx} [U_{re}(h - \delta_1^* - \delta_2^*)]$$

Le vecteur solution

$$\vec{X} = [U_{re}(x), \delta_1(x), \delta_2(x), U_{f_1}(x), U_{f_2}(x)]$$

peut être approximé par la formule itérative (4.34) du paragraphe 4.2.7.

4.3.2. Calcul de l'écoulement dans la zone de mélange des couches limites pariétales :

D'après le chapitre 3, les fonctions à minimiser sont :

équation de quantité de mouvement pour la couche limite sur la paroi 1

$$f_1 = \frac{d}{dx} U_{re}^2 \theta_1 + \delta_1^* U_{re} \frac{dU_{re}}{dx} - U_{f_1}^2 + U_{ref_1}^2 \quad (4.52)$$

équation de quantité de mouvement pour la couche limite sur la paroi 2

$$f_2 = \frac{d}{dx} U_{re}^2 \theta_2 + \delta_2^* U_{re} \frac{dU_{re}}{dx} - U_{f_2}^2 + U_{ref_2}^2 \quad (4.53)$$

équation globale d'énergie cinétique moyenne

$$f_3 = \frac{d}{dx} U_{re}^3 (\delta_1^{**} + \delta_2^{**}) - (C_{D1} + C_{D2}) - 2 \frac{\partial U_{re}}{\partial y} Q \quad (4.54)$$

où

$$Q = U_{re}(h - \delta_1^* - \delta_2^*)$$

équation de continuité globale.

$$f_4 = \frac{d}{dx} [U_{re}(h - \delta_1^* - \delta_2^*)] \quad (4.55)$$

équation d'interaction

$$f_5 = h - \delta_1^* - \delta_2^* \quad (4.56)$$

#### **4.4. RESULTATS DU CALCUL**

Dans les paragraphes précédents du présent chapitre, nous avons développé :

- Une méthode intégrale de calcul des couches limites bidimensionnelles et incompressibles.
- Une méthode intégrale de calcul simultanée des couches limites pariétales incompressibles et dissymétriques dans un canal plan, dans le cas où l'écoulement comporte une zone centrale saine.
- Une méthode intégrale de calcul d'un écoulement bidimensionnel incompressible et dissymétrique entre deux parois parallèles, dans la zone de mélange des couches visqueuses pariétales.

Toutes ces méthodes utilisent le même cadre semi-empirique (§ 3.4) et la même méthode numérique de résolution (§ 4.2.6, 4.2.7).

Des résultats du calcul sont comparés aux résultats expérimentaux dans les cas suivants :

##### **Couches limites :**

LUDWIEG-TILLMANN 1300 : accélération (figure 58).

WIEGHARDT 1400 : gradient de pression nul (figure 58).

SCHUBAUER-KLEBANOFF 2100 : accélération-décélération (fig. 58).

HERRING-NORBURY 2700 : accélération (figure 59).

BRADSHAW 3300 : décélération (figure 59).

SCHUBAUER-SPANGENBERG B 4500 : décélération (figure 59).

##### **Écoulement entre deux parois planes :**

Région comportant une zone saine - Expérience présentée dans cette thèse (figure 60) .

Région de mélange - Expérience présentée dans cette thèse (figure 61) .

CHAPITRE 5

-

METHODE DE CALCUL DE L'INTERACTION FORTE  
DES COUCHES VISQUEUSES PARIETALES DANS UNE TURBOMACHINE

## 5.1. INTRODUCTION

Le but du présent chapitre est le développement d'une méthode de calcul des écoulements secondaires dans une machine réelle ; cette méthode doit être capable d'effectuer les calculs suivants :

- Un calcul de l'écoulement visqueux longitudinal et de l'écoulement secondaire transversal **dans la région de mélange des couches visqueuses pariétales.**
- Un calcul de l'écoulement visqueux longitudinal et de l'écoulement secondaire transversal **dans la région comportant une zone centrale non-visqueuse.**
- **Traitement simultané** de zones visqueuses sur toute la hauteur du passage.
- Prédiction précise du **début du mélange.**

La méthode intégrale présentée au chapitre précédent semble être capable d'aborder le problème équivalent dans un passage bidimensionnel. Afin d'adapter les hypothèses et la fermeture propres à la méthode bidimensionnelle au problème tridimensionnel, une modélisation supplémentaire s'avère nécessaire.

Dans la suite du présent chapitre, un nouveau modèle, plus général que le modèle développé au chapitre 3 et le modèle de trois zones actuel, sera présenté afin que notre méthode puisse satisfaire les exigences citées au début de ce paragraphe.

## 5.2. MODELE GENERALISE

### 5.2.1. Modèle de base :

Vues les difficultés que présente le problème tridimensionnel, une modélisation est nécessaire. Celle-ci porte sur les directions privilégiées de l'écoulement, sur le gradient de pression, et finalement, sur des termes particuliers caractérisant le phénomène de mélange dans les équations de conservation.

Nous supposons que l'écoulement réel peut être déterminé à partir d'un couplage des écoulements suivants :

- Un **écoulement sain** qui fournit les directions privilégiées (primaires) et une part importante du champ de pression statique.
- Un **écoulement de référence visqueux** dont la plus grande partie de gradient de pression statique est fournie par l'écoulement sain.
- Un **écoulement visqueux** dû à la présence du moyeu et du carter.
- Un **écoulement secondaire** rotationnel induit sur les plans transversaux par la déflexion de l'écoulement visqueux suivant la direction primaire longitudinale.

Les équations correspondant aux écoulements situés ci-dessus, les hypothèses employées et le couplage de l'ensemble dans un schéma de calcul cohérent, sont développés à la suite.

### 5.2.2. Equations de départ:

Les équations décrivant chacun des écoulements du modèle de base (§ 5.2.1.) sont écrites sous forme compacte dans un repère tournant à la vitesse angulaire  $\vec{\omega}$  (VAVRA [97], LEBOEUF [2]).

#### Écoulement non-visqueux:

$$\frac{\partial \vec{W}_{\text{sain}}}{\partial t} + \vec{W}_{\text{sain}} \cdot \nabla \vec{W}_{\text{sain}} = -2\vec{\omega} \times \vec{W}_{\text{sain}} - \vec{\omega} \times (\vec{\omega} \times \vec{r}) - \frac{\nabla P_{\text{sain}}}{\rho} + \vec{D}$$

$$\frac{\partial p}{\partial t} + \nabla \cdot (\rho \vec{W}_{\text{sain}}) = 0 \quad (5.1)$$

Écoulement de référence :

$$\begin{aligned} \frac{\partial \vec{W}_{re}}{\partial t} + \vec{W}_{re} \cdot \nabla \vec{W}_{re} &= -2\vec{\omega} \times \vec{W}_{re} - \vec{\omega} \times (\vec{\omega} \times \vec{r}) - \frac{\nabla P_{re}}{\rho} + \vec{f}_{re} + \\ &+ \vec{D} \\ \frac{\partial \rho}{\partial t} + \nabla \cdot (\rho \vec{W}_{re}) &= 0 \end{aligned} \quad (5.2)$$

Écoulement visqueux :

$$\begin{aligned} \frac{\partial \vec{W}}{\partial t} + \vec{W} \cdot \nabla \vec{W} &= -2\vec{\omega} \times \vec{W} - \vec{\omega} \times (\vec{\omega} \times \vec{r}) - \frac{\nabla P}{\rho} + \vec{f} + \vec{D} \\ \frac{\partial \rho}{\partial t} + \nabla \cdot (\rho \vec{W}) &= 0 \end{aligned} \quad (5.3)$$

Écoulement rotationnel secondaire :

$$\begin{aligned} \frac{\partial \vec{\Omega}_R}{\partial t} + (\vec{W} \cdot \nabla) \vec{\Omega}_R - (\vec{\Omega}_R \cdot \nabla) \vec{W} - \frac{\vec{\Omega}_R}{\rho} (\nabla \rho \cdot \vec{W}) &= \\ = 2(\vec{\omega} \cdot \nabla) \vec{W} + 2\frac{\vec{\omega}}{\rho} (\nabla \rho \cdot \vec{W}) - \nabla \left( \frac{1}{\rho} \right) \times \nabla P + \frac{\mu}{\rho} \nabla^2 \vec{\Omega}_R \end{aligned} \quad (5.4)$$

où

$$\vec{\Omega}_R = \nabla \times \vec{W}$$

Les équations ci-dessus sont valables pour un écoulement instationnaire compressible. Maintenant, il s'agit de simplifier ces équations à l'aide des hypothèses approximatives du paragraphe suivant.

### 5.2.3. Définitions et hypothèses :

Il paraît très difficile de résoudre les équations du paragraphe précédent, dans un cas général. Cependant, dans certains cas, des hypothèses approximatives simplifient considérablement le problème. Dans ce qui suit, nous allons adopter les définitions et les hypothèses simplificatrices suivantes :

- a) Le champ de vitesse peut être décomposé en un champ moyen et un champ fluctuant. Après intégration dans le temps, les équations du paragraphe précédent comporteront des termes aux moyennes temporelles du type

$$\bar{Q} = Q - Q'$$

où

$$\bar{Q} = \frac{1}{T} \int_0^T Q dt$$

- b) **Stationnarité** : Nous supposons que le champ moyen est stationnaire. Ainsi,

$$\frac{\partial p}{\partial t} = 0, \quad \frac{\partial \vec{w}}{\partial t} = 0, \quad \frac{\partial \vec{\Omega}_R}{\partial t} = 0$$

- c) **Confluence** : L'écoulement, même dans la région de mélange, peut être décomposé en deux zones visqueuses confluentes, décrites localement par ses propres paramètres.

- d) **Affinité** : Les zones visqueuses confluentes présentent une affinité des profils longitudinaux de vitesse moyenne. Ainsi, nous supposons que le profil réel peut être approché par deux profils biparamétriques analytiques.

- e) **Raccordement** : Pour chaque section du plan longitudinal, il existe un point de raccordement des couches visqueuses confluentes, tel qu'un raccordement asymptotique (178) soit valable (figure 62) :

- f) Le vecteur  $\vec{f}$  des forces de frottement dues au champ visqueux peut être écrit comme

$$\vec{f} = \vec{f}_l + \vec{f}_{tr}$$

$\vec{f}_l$  force due au champ longitudinal visqueux

$\vec{f}_{tr}$  force due au champ transversal visqueux

$D$  forces sur les aubages.

- g) Le vecteur  $\vec{f}_{re}$  est uniformément réparti selon la direction transversale primaire  $n$  ; ce vecteur s'identifie au vecteur  $\vec{f}_l$  au point de raccordement des couches visqueuses confluentes. Ainsi,

$$\vec{f}_{re}(s) = \vec{f}_l(s, n_{\text{racc.}})$$

#### 5.2.4. Couplage :

Un couplage possible des écoulements du modèle présenté au paragraphe 5.2.2 est illustré sur la figure 24, dans un cas bidimensionnel. Il est utile de remarquer que :

- L'écoulement de référence peut être considéré comme un écoulement sain avec un terme source  $Q(\vec{f}_{re})$  (ALKALAI [77]).
- Des corrélations empiriques fourniront le terme  $\vec{f}_{re}$  une fois que la solution visqueuse converge.
- L'écoulement visqueux fournit de conditions aux limites à l'écoulement de référence. Ainsi, un débit déficitaire doit être injecté à travers les parois (fig. 24).
- Une injection supplémentaire doit être effectuée dans un calcul de l'écoulement sain afin de prendre en compte une chute de la pression d'arrêt amont qui est introduite par l'écoulement de référence (fig.24).
- L'écoulement de référence fournit à l'écoulement visqueux les directions primaires ( $S, n, b$ ) et le profil extérieur de référence.
- La direction primaire  $\vec{S}$  est la direction d'application de l'équation de la vorticité secondaire.
- Les directions primaires ( $S, n$ ) sont les directions suivant lesquelles la fermeture bidimensionnelle est valable (PAPAILIOU [102]).

### 5.3. DEVELOPPEMENT DES EQUATIONS INTEGRALES DE QUANTITE DE MOUVEMENT

#### 5.3.1. Equations stationnaires au système axisymétrique :

Les équations de base que nous allons entreprendre de développer sont celles développées par VOUILLARMET [22] dans un système axisymétrique ( $m, n, u$ ) (figure 65).

$$\begin{aligned}
 & \frac{\partial p R W_m^2}{\partial m} + \frac{\partial p R W_m W_n}{\partial n} + \frac{1}{R} \frac{\partial p R W_m W_u}{\partial \theta} - p (W_u^2 + \omega^2 R^2 + \\
 & + 2\omega R W_u) \sin \phi + 2p R W_m W_n K_m - p R K_n (W_n^2 - W_m^2) = \\
 = & -R \frac{\partial p}{\partial m} + \frac{\partial R \tau_{mm}}{\partial m} + \frac{\partial R \tau_{mn}}{\partial n} + \frac{1}{R} \frac{\partial R \tau_{mu}}{\partial \theta} - \\
 & - \tau_{uu} \sin \phi + R K_n (\tau_{mm} - \tau_{nn}) + R K_m (\tau_{mn} + \tau_{nm}) \\
 & \frac{1}{R} \frac{\partial p R W_u^2}{\partial \theta} + \frac{\partial p R W_m W_u}{\partial m} + \frac{\partial p R W_n W_u}{\partial n} + p (W_u W_n + \\
 & + 2\omega R W_n) \cos \phi + p (W_u W_m + 2\omega R W_m) \sin \phi + p R W_u (W_m K_n + W_n K_m) \\
 = & -\frac{\partial p}{\partial \theta} + \frac{1}{R} \frac{\partial (R \tau_{uu})}{\partial \theta} + \frac{\partial (R \tau_{um})}{\partial m} + \frac{\partial (R \tau_{un})}{\partial n} + \\
 & + \tau_{mu} \sin \phi + \tau_{nu} \cos \phi + R (\tau_{um} K_n + \tau_{un} K_m) \\
 & \frac{\partial (p R W_n^2)}{\partial n} + \frac{1}{R} \frac{\partial (p R W_n W_u)}{\partial \theta} + \frac{\partial (p R W_m W_n)}{\partial m} - \\
 & - p (W_u + \omega R)^2 \cos \phi + 2p R W_n W_m K_n - p R K_m (W_m^2 - W_n^2) \\
 = & -R \frac{\partial p}{\partial n} + \frac{1}{R} \frac{\partial (R \tau_{nu})}{\partial \theta} + \frac{\partial (R \tau_{nm})}{\partial m} + \frac{\partial (R \tau_{nn})}{\partial n} - \\
 & - \tau_{uu} \cos \phi + R K_m (\tau_{nn} - \tau_{mm}) + R K_n (\tau_{nm} + \tau_{mn})
 \end{aligned}$$

(5.5)

Pour faciliter la représentation, les barres ont été supprimées.

L'équation de continuité correspondante est

(5.6)

$$\frac{\partial \rho R W_m}{\partial m} + \frac{\partial \rho R W_n}{\partial n} + \frac{\partial \rho R W_u}{\partial \theta} \frac{1}{R} + \rho R (W_m K_n + W_n K_m) = 0$$

### 5.3.2. Equations aux moyennes circonférentielles :

Dans ce qui suit, nous allons effectuer une intégration circonférentielle des équations du paragraphe précédent, suivant la formule

$$\bar{A} = \frac{1}{\theta_s - \theta_p} \int_p^s A d\theta = \frac{N}{2\pi b} \int_p^s A d\theta \quad (5.7)$$

Les barres seront, par la suite, supprimées ; toutes les quantités seront des quantités moyennées selon la direction circonférentielle. Le caractère compressible de l'écoulement va faire apparaître des termes de fluctuations masse volumique - vitesse du type  $\rho' w'$ . On peut espérer [22] que ces termes resteront faibles et pourront ainsi être négligés, ce qui revient à faire l'hypothèse d'une masse volumique qui reste constante dans la direction circonférentielle.

Les équations sont :

$$\begin{aligned} & \frac{1}{b} \frac{\partial}{\partial m} (b \rho R W_m^2) + \frac{1}{b} \frac{\partial}{\partial n} (b \rho R W_m W_n) - \rho (W_u + \omega R)^2 \sin^2 \phi + \\ & + 2 \rho R K_m W_n W_m - \rho R K_n (W_n^2 - W_m^2) = \\ = & \frac{1}{b} D_{1m} + \frac{1}{b} D_{2m} - \frac{R}{b} \frac{\partial (b \rho)}{\partial m} + \frac{1}{b} \frac{\partial}{\partial n} (b R z_{mn}) \\ & \frac{1}{b} \frac{\partial}{\partial m} (b \rho R W_m W_u) + \frac{1}{b} \frac{\partial}{\partial n} (b \rho R W_n W_u) + \rho (W_u + 2\omega R) \cdot \\ & \cdot (W_n \cos \phi + W_m \sin \phi) + \rho R W_u (K_n W_m + K_m W_n) = \\ = & \frac{1}{b} D_{1u} + \frac{1}{b} D_{2u} + \frac{1}{b} \frac{\partial}{\partial n} (b R z_{un}) + \\ & + z_{mu} \sin \phi + z_{nu} \cos \phi \end{aligned} \quad (5.8)$$

$$\begin{aligned} & \frac{1}{b} \frac{\partial}{\partial n} (b \rho R W_n^2) + \frac{1}{b} \frac{\partial}{\partial m} (b \rho R W_m W_n) - \rho (W_u + \omega R)^2 \cos \phi + \\ & + 2 \rho R K_n W_n W_m - \rho R K_m (W_m^2 - W_n^2) = \\ & = \frac{1}{b} D_{1n} + \frac{1}{b} D_{2n} - \frac{R}{b} \frac{\partial}{\partial n} (b P) \end{aligned}$$

$$\frac{\partial}{\partial m} (b \rho R W_m) + \frac{\partial}{\partial n} (b \rho R W_n) + b \rho R (K_n W_m + K_m W_n) = 0$$

$$\frac{1}{b} D_{1m} = \frac{1}{b} \frac{\partial f_m}{\partial m} = \frac{N}{2\pi b} \left\{ \left[ R P_s \frac{\partial \theta_s}{\partial m} - (R \tau_{mn} \frac{\partial \theta}{\partial n} - \tau_{nu}) \right]_p^s \right.$$

$$D_{1u} = \frac{\partial f_u}{\partial m} = -\frac{N}{2\pi} \left[ P + R \left( \tau_{um} \frac{\partial \theta}{\partial m} + \tau_{un} \frac{\partial \theta}{\partial n} \right) \right]_p^s$$

$$D_{1n} = \frac{\partial f_n}{\partial m} = \frac{N}{2\pi} \left[ R P \frac{\partial \theta}{\partial n} - (R \tau_{nm} \frac{\partial \theta}{\partial m} - \tau_{nu}) \right]_p^s$$

$$\begin{aligned} D_{2m} = & -\frac{1}{b} \frac{\partial}{\partial m} (b \rho R \overline{W_m'^2}) - \frac{1}{b} \frac{\partial}{\partial n} (b \rho R \overline{W_m' W_n'}) + \rho \overline{W_u'^2} \sin \phi - \\ & - 2 \rho R K_m \overline{W_n' W_m'} + \rho R K_n (\overline{W_n'^2} - \overline{W_m'^2}) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} D_{2n} = & -\frac{1}{b} \frac{\partial}{\partial m} (b \rho R \overline{W_m' W_n'}) - \frac{1}{b} \frac{\partial}{\partial n} (b \rho R \overline{W_n'^2}) + \rho \overline{W_u'^2} \cos \phi - \\ & - 2 \rho R K_m (\overline{W_m'^2} - \overline{W_n'^2}) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} D_{2u} = & -\frac{1}{b} \frac{\partial}{\partial m} (b \rho R \overline{W_m' W_u'}) - \frac{1}{b} \frac{\partial}{\partial n} (b \rho R \overline{W_n' W_u'}) - \\ & - \rho (\overline{W_u' W_n'} \cos \phi + \overline{W_u' W_m'} \sin \phi) - \\ & - \rho R (K_n \overline{W_m' W_u'} + K_m \overline{W_n' W_u'}) \end{aligned}$$

Les quantités  $D_1$  représentent l'action des forces d'aubages tandis que les quantités  $D_2$  représentent les termes de "fluctuation" issus de la distorsion azimutale due à la présence des pales.

### 5.3.3. Equations intégrales finales :

D'après les hypothèses du paragraphe 5.2.3 les équations aux moyennes circonférentielles régissant l'écoulement de référence visqueux sont :

$$\begin{aligned}
 & \text{Direction } m \tag{5.9} \\
 & \frac{1}{b} \frac{\partial}{\partial m} (b \rho R W_{re_m}^2) + \frac{1}{b} \frac{\partial}{\partial \eta} (b \rho R W_{re_m} W_{re_n}) - \rho (W_{re_u} + \omega R)^2 \sin \phi + \\
 & - \rho (W_{re_u} + \omega R)^2 \sin \phi + 2 \rho R K_m W_{re_n} W_{re_m} - \\
 & - \rho R K_n (W_{re_n}^2 - W_{re_m}^2) = \\
 & = \frac{1}{b} D_{re_1m} + \frac{1}{b} D_{re_2m} - \frac{R}{b} \frac{\partial}{\partial m} (b \rho r_{re}) + \frac{1}{b} \frac{\partial}{\partial \eta} (b R \tau_{re_{mn}})
 \end{aligned}$$

Direction u

$$\begin{aligned}
 & \frac{1}{b} \frac{\partial}{\partial m} (b \rho R W_{re_m} W_{re_u}) + \frac{1}{b} \frac{\partial}{\partial \eta} (b \rho R W_{re_n} W_{re_u}) + \\
 & + \rho (W_{re_u} + 2\omega R) \cdot (W_{re_n} \cos \phi + W_{re_m} \sin \phi) + \\
 & + \rho R W_{re_u} (K_n W_{re_m} + K_m W_{re_n}) = \\
 & = \frac{1}{b} D_{re_1u} + \frac{1}{b} D_{re_2u} + \frac{1}{b} \frac{\partial}{\partial \eta} (b R \tau_{re_{un}}) + \\
 & + \tau_{re_{mu}} \sin \phi + \tau_{re_{nu}} \cos \phi
 \end{aligned}$$

Ces équations fournissent les termes de pression statique d'après l'hypothèse

$$\frac{\partial}{\partial m} [(P_{re} - P) b] \approx 0 \quad (5.10)$$

Ceci conduit à l'élimination des termes de pression et à la mise des équations sous forme de différences

Direction m (5.11)

$$\begin{aligned} & \frac{1}{b} \frac{\partial}{\partial m} (W_{re_m}^2 - W_m^2) b \rho R + \frac{1}{b} \frac{\partial}{\partial n} (W_{re_n} W_{re_m} - W_m W_n) b \rho R - \\ & - \rho (W_{re_u} + \omega R)^2 \sin \phi + \rho (W_u + \omega R)^2 \sin \phi + \\ & + 2 \rho R K_m (W_{re_n} W_{re_m} - W_n W_m) - \\ & - \rho R K_n (W_{re_n}^2 + W_m^2 - W_{re_m}^2 - W_n^2) = \\ & = \frac{1}{b} (D_{re_{1m}} - D_{1m}) + \frac{1}{b} (D_{re_{2m}} - D_{2m}) - \frac{R}{b} \frac{\partial}{\partial m} (P_{re} - P) b + \\ & + \frac{1}{b} \frac{\partial}{\partial n} (\tau_{re_{mn}} - \tau_{mn}) b R \end{aligned}$$

Direction u

$$\begin{aligned} & \frac{1}{b} \frac{\partial}{\partial m} (W_{re_m} W_{re_n} - W_m W_n) b \rho R + \frac{1}{b} \frac{\partial}{\partial n} (W_{re_n} W_{re_u} - W_n W_u) b \rho R + \\ & + \rho (W_{re_u} + 2\omega R) (W_{re_n} \cos \phi + W_{re_m} \sin \phi) - \\ & - \rho (W_u + 2\omega R) (W_n \cos \phi + W_m \sin \phi) + \\ & + \rho R W_{re_u} (K_n W_{re_m} + K_m W_{re_n}) = \\ & - \rho R W_u (K_n W_m + K_m W_n) = \\ & = \frac{1}{b} (D_{re_{1u}} - D_{1u}) + \frac{1}{b} (D_{re_{2u}} - D_{2u}) + \frac{1}{b} \frac{\partial}{\partial n} (\tau_{re_{un}} - \tau_{un}) b R \\ & + (\tau_{re_{mu}} - \tau_{mu}) \sin \phi + (\tau_{re_{nu}} - \tau_{nu}) \cos \phi \end{aligned}$$

Après intégration suivant la direction  $n$ , nous obtenons les équations intégrales suivantes

$$\frac{1}{b_i R_i} \frac{\partial}{\partial m} (\rho_i b_i R_i W_{rem_i}^2 \theta_{mu}) + \int_i W_{rem_i} \frac{\partial W_{u_0}}{\partial m} \delta_m^* + \Delta D_{4u}$$

$$= \Delta D_{1u} + \Delta D_{2u} + (\tau_{un} - \tau_{re_{un}})_i \quad (5.12)$$

$$\frac{1}{b_i R_i} \frac{\partial}{\partial m} (\rho_i b_i R_i W_{rem_i}^2 \theta_{mm}) + \int_i W_{rem_i} \frac{\partial W_{m_0}}{\partial m} \delta_m^* + \Delta D_{4m}$$

$$= \Delta D_{1m} + \Delta D_{2m} + (\tau_{mn} - \tau_{remn})_i$$

Ces équations sont identiques aux équations développées par VOUILLARMET [22]. La seule différence existant concerne la définition de l'écoulement extérieur (pour nous : écoulement de référence). Ainsi,  $\tau_{un_e} = \tau_{re_{un}} \neq 0$ ,  $\tau_{mn_e} = \tau_{remn} \neq 0$ ,  $(\tau_{mn_e} - \tau_{mn})_0 = 0$

#### 5.4. DEVELOPPEMENT DE L'EQUATION INTEGRALE AUXILIAIRE

##### 5.4.1. Equation de base :

L'équation de base est obtenue d'après la multiplication de l'équation de q.m. avec  $2 W_m$  :

$$\frac{\partial}{\partial m} (\rho R W_m^3) + \frac{\partial}{\partial n} (\rho R W_n W_m^2) + \frac{1}{R} \frac{\partial}{\partial \theta} (\rho R W_u W_m^2) +$$

$$+ W_m \left[ -2 (W_u^2 + wR)^2 \sin \phi + 3 (\rho R W_n W_m K_m) - \right.$$

$$\left. - 2 (\rho R K_n W_n^2) + \rho R K_n W_m^2 \right] =$$

$$= 2 W_m \left[ -R \frac{\partial P}{\partial m} + \frac{\partial R \tau_{mm}}{\partial m} + \frac{\partial R \tau_{mn}}{\partial n} + \frac{1}{R} \frac{\partial R W_u}{\partial \theta} - \right.$$

$$\left. - \tau_{uu} \sin \phi + R K_n (\tau_{mn} - \tau_{nn}) + R K_m (\tau_{mn} + \tau_{mm}) \right] \quad (5.13)$$

Nous intégrons ensuite, dans la direction circonférentielle, et nous obtenons l'équation aux moyennes circonférentielles qui suit : (5.14)

$$\frac{1}{b} \frac{\partial}{\partial m} (\rho b R \bar{W}^3) + \frac{1}{b} \frac{\partial}{\partial n} (\rho b R \bar{W}_n \bar{W}_m^2) + \bar{W}_m C_1 =$$

$$= 2 \bar{W}_m \left[ -R \frac{\partial \bar{P}}{\partial m} + \frac{\partial R \bar{C}_{mm}}{\partial m} + \frac{\partial R \bar{C}_{mn}}{\partial n} + C_2 \right]$$

5.4.2. Equation auxiliaire intégrale :

Il s'agit maintenant d'intégrer l'équation (5.14) suivant la direction  $\eta$  afin de faire apparaître les épaisseurs intégrales. Tout d'abord, nous éliminons le terme de pression, à l'aide des équations (5.11) régissant l'écoulement de référence visqueux. Ainsi, nous obtenons l'équation suivante :

$$\frac{1}{b} \frac{\partial}{\partial m} (\rho b R \bar{W}^3) + \frac{1}{b} \frac{\partial}{\partial n} (\rho b R \bar{W}_n \bar{W}_m^2) + \bar{W}_m C_1 =$$

$$= 2 \bar{W}_m \left[ -R \frac{\partial b P_{re}}{\partial m} + R P_{re} \frac{\partial b}{\partial m} + \frac{\partial R \bar{C}_{mm}}{\partial m} + \frac{\partial R \bar{C}_{mn}}{\partial n} + C_2 \right] \quad (5.15)$$

Une intégration suivant la direction  $\eta$  donne :

$$\int_{n_i}^{n_o} \frac{1}{b} \frac{\partial}{\partial m} (\rho b R \bar{W}^3) dn + \frac{1}{b} \left[ \rho b R \bar{W}_n \bar{W}_m^2 \right]_{n_i}^{n_o} + \int_{n_i}^{n_o} \bar{W}_m C_1 dn =$$

$$= 2 \left[ \bar{W}_m R \bar{C}_{mn} \right]_{n_i}^{n_o} - 2 \int_{n_i}^{n_o} R \bar{C}_{mn} \frac{\partial \bar{W}_m}{\partial n} dn -$$

$$- 2 R \int_{n_i}^{n_o} \bar{W}_m \frac{\partial b P_{re}}{\partial m} dn + 2 R \int_{n_i}^{n_o} \bar{W}_m P_{re} \frac{\partial b}{\partial m} dn +$$

$$+ \int_{n_i}^{n_o} 2 \bar{W}_m \frac{\partial R \bar{C}_{mm}}{\partial m} dn + \int_{n_i}^{n_o} 2 \bar{W}_m C_2 dn \quad (5.16)$$

*BIBLIOGRAPHIE*

-

- [1] F. LEBOEUF,  
*Etude expérimentale et théorique de l'écoulement dans une turbomachine axiale transsonique.*  
Thèse de Docteur-Ingénieur Lyon I, 1978.
- [2] F. LEBOEUF, H. NAVIERE,  
*Etudes expérimentales et théoriques des couches visqueuses pariétales dans un compresseur monoétagé transsonique.*  
AGARD-CP-351, Copenhague, paper 20, 1983.
- [3] F. LEBOEUF,  
*Contribution théorique et expérimentale à l'étude des écoulements secondaires dans un compresseur axial transsonique.*  
Thèse de Docteur d'Etat ès Sciences, Lyon I, 1984.
- [4] J.C. LEBALLEUR,  
*Calcul des écoulements à forte interaction visqueuse au moyen de méthodes de couplage.*  
AGARD-CP-351, Paper 1 ou ONER-TP, n° 21, 1980.
- [5] J.C. LEBALLEUR,  
*Progrès dans le calcul de l'interaction fluide parfait-fluide visqueux.*  
AGARD-CP-351, Paper 1, 1983.
- [6] C.H. WU,  
*A general theory of three-dimensional flow in subsonic and supersonic turbomachines of axial radial and mixed flow types.*  
NACA TN-2604, 1952.
- [7] J.N. HORLOCK et H.J. PERKINS,  
*Annulus wall boundary layers in turbomachines.*  
AGARDograph, n° 185.
- [8] G. BOIS, F. LEBOEUF, K.D. PAPAILIOU, A. COMTE,  
*Experimental study of the behaviour of secondary flows in a transonic compressor.*  
AGARD CP 214, La Haye, 1977.

- [9] R. FLOT,  
*Contribution à l'étude des écoulements secondaires dans les compresseurs axiaux.*  
Thèse de Docteur-Ingénieur, Université Lyon I, 1975.
- [10] A. COMTE,  
*Calcul des écoulements secondaires à l'intérieur du canal d'une grille d'aube.*  
Thèse de Docteur-Ingénieur, Université Lyon I, 1978.
- [11] G. OHAYON,  
*Contribution à l'étude des écoulements secondaires dans les compresseurs axiaux avec effets du jeu radial.*  
Thèse de Docteur-Ingénieur, Université Claude Bernard, Lyon, 1979.
- [12] K.D. PAPAILIOU, R. FLOT, J. MATHIEU,  
*Secondary flow in compressor bladings.*  
A.S.M.E., paper 76, G.T. 57.
- [13] K.D. PAPAILIOU,  
*A contribution to the calculation of secondary flows in an axial flow compressor.*  
6th ISABE, 1983.
- [14] W.R. HAWTHORN,  
*Rotational flow through cascades : the components of vorticity.*  
Part I, *Quart. Journal of Mechanical and Applied Mathematics*,  
vol. VIII-3, 1955.
- [15] W.R. HAWTHORN,  
*Secondary circulation in fluide flow.*  
W.R. Proc. Roy Society, Serie A, vol. 206, 1950.
- [16] A.W. MARRIS,  
*Generation of secondary vorticity in an incompressible fluid.*  
Trans. A.S.M.E., *J. Applied Mechanics*, 1963.
- [17] A.W. MARRIS,  
*Generation of secondary vorticity in a satisfied fluid.*  
*J. Fluid Mech.*, vol. 20, p. 177, 1964.

- [18] J.H. HORLOCK,  
*Cross flows in bounded three-dimensional turbulent boundary layers.*  
*J. Mech. Engin. Sc., vol. 15-4, 1973.*
- [19] B. LAKSHMINARAYANA et J.H. HORLOCK,  
*Generalized expression for secondary vorticity using intrinsic coordinates.*  
*J. Fluid Mech., vol. 59(1), p. 97, 1973.*
- [20] M. POUAGARE et B. LAKSHMINARAYANA,  
*Development of secondary flow and vorticity in curved ducts. Cascades, and Rotors, including effects of vorticity and Rotation.*  
*J. of Fluids Eng., A.S.M.E., 1982.*
- [21] G. KAKOUROS,  
*Développement d'une méthode de calcul différentielle en vue de la détermination des écoulements secondaires dans les turbomachines.*  
*Thèse de Docteur-Ingénieur, Ecole Centrale de Lyon, 1984.*
- [22] A. VOUILLARMET,  
*Contribution à l'étude et à la compréhension de l'écoulement visqueux dans un compresseur centrifuge.*  
*Thèse de Docteur-Ingénieur, 1979.*
- [23] J. SABOT et G. COMTE-BELLOT,  
*Intermittency of coherent structures in the core region of fully developed turbulent pipe flow.*  
*J. Fluid Mech., vol. 74, p. 4, 1976.*
- [24] R.B. DEAN et D. BRADSHAW,  
*Measurements of interacting turbulent shear layers in a duct.*  
*J. Fluid Mech., vol. 84, part 4, 1976.*
- [25] K. HANJALIC et B. LAUNDER,  
*Fully developed assymmetric flow in a plane channel.*  
*J. Fluid Mech., vol. 51, 1972.*

- |26| K. HANJALIC, B. LAUNDER,  
*A Reynolds stress model of turbulence and its application to thin shear flows.*  
*J. Fluid Mech.*, vol. 52, part 4, 1972.
- |27| Y. SENOO, Y. KINOSHITA, I. MASAHIRO,  
*Assymmetric flow in vaneless diffusers of centrifugal blowers.*  
*J. Fluids Eng.*, A.S.M.E., 1977.
- |28| J. LAUFER,  
*Investigation of turbulent flow in a two-dimensional channel.*  
NACA report 1053.
- |29| G. COMTE-BELLOT,  
*Contribution à l'étude de la turbulence de conduite.*  
*Thèse Docteur ès Sciences, Grenoble, 1965.*
- |30| J.A. CLARK,  
*A study of incompressible turbulent boundary layers in channel flow.*  
*Journal of basic Engineering*, 1968.
- |31| M.R. HEAD, V.C. PATEL,  
*Some observations on skin friction and velocity profiles in fully developed pipe and channel flows.*  
*J. Fluid Mech.*, vol. 38, p. 1, 1969.
- |32| A.E. PERRY, C.J. ABEL,  
*Scaling laws for pipe-flow turbulence.*  
*J. Fluid Mech.*, vol. 67, p. 2, 1975.
- |33| A.V. JOHANSSON, P.H. ALFREDSSON,  
*On the structure of turbulent channel flow.*  
*J. Fluid Mech.*, vol. 122, 1982.
- |34| J. SABOT,  
*Etude de la cohérence spatiale et temporelle de la turbulence établie en conduite circulaire.*  
*Thèse de Docteur d'Etat, Lyon I, 1976.*

- |35| G. CHARNAY,  
*Caractéristiques d'une couche limite turbulente évoluant en présence d'un écoulement extérieur turbulent.*  
Thèse de Docteur ès Sciences, Université Claude Bernard, Lyon, 1974.
- |36| G. COMTE-BELLOT,  
*Anémométrie à fil chaud.*  
(Internal Notes).
- |37| J.P. SCHON, A. BAILLE,  
*Méthode d'isolement des fluctuations turbulentes cinématiques et thermiques au moyen d'une sonde anémométrique à trois fils.*  
C.R. Acad. Sc. Paris, série A, t. 274, 1972.
- |38| A. TAILLAND, J. MATHIEU,  
*Jet pariétal.*  
*Journal de Mécanique*, 6, 1967.
- |39| A. STROHL,  
*Contribution aux techniques de mesures par anémométrie à fil chaud.*  
Thèse de Docteur-Ingénieur, Université Claude Bernard, Lyon, 1971.
- |40| F. BARIO,  
*Contribution à l'étude du développement des couches limites sur les aubages des turbomachines.*  
Thèse Docteur 3ème cycle, Université Claude Bernard, Lyon, 1978.
- |41| F. BARIO, G. CHARNAY, K.D. PAPALIOU,  
*An experiment concerning confluence of a wake and the boundary layer.*  
*J. Fluids Eng., A.S.M.E.*, 1982.
- |42| J.H. PRESTON,  
*The determination of turbulent skin friction by means of Pilot tubes.*  
*A.R.C. n° 15, 758, F.M. 1883*, 1953.

- [43] E. ALCARAZ,  
*Contribution à l'étude d'un jet plan turbulent évoluant le long d'une paroi convexe à faible courbure.*  
Thèse de Docteur d'Etat ès Sciences, Université Claude Bernard, Lyon, 1977.
- [44] E. ALCARAZ, G. GUILLERMET, J. MATHIEU,  
*Mesures de frottement à la paroi à l'aide de tubes de Preston et d'une balance.*  
C.R. Acad. Sc. Paris, t. 286, 1968.
- [45] D.E. COLES et J.G. HIRST,  
*Memorandum on data selection.*  
AFOSR-IFP Stanford Conference, vol. II, compiled data, 1968.
- [46] F.H. CLAUSER,  
*Turbulent boundary layers in adverse pressure gradients.*  
J. Aeron. Sc. 21, 1954.
- [47] F.H. CLAUSER,  
*The turbulent boundary layer.*  
Adv. Appl. Mech. 4, 1956.
- [48] D.E. COLES,  
*The law of the wake in the turbulent boundary layer.*  
J. Fluid Mech., vol. 1, 1956.
- [49] D.E. COLES,  
*The young person's guide to the data.*  
AFOSR-IFP Stanford Conference, vol. II, compiled data, 1968.
- [50] J. MATHIEU,  
*Contribution à l'étude aérothermique d'un jet plan évoluant en présence d'une paroi.*  
Thèse de Docteur ès Sciences, Université de Grenoble, 1959.
- [51] J. MATHIEU,  
*Écoulements pariétaux.*  
J. de Mécanique, vol. 8, n° 1, 1969.

- |52| A.A. TOWNSEND,  
*The structure of the turbulent shear flow.*  
Cambridge University Press, 1976.
- |53| R.L. SIMPSON,  
*A model for the backflow mean velocity profile.*  
Technical notes, AIAA J., vol. 21, n° 1, 1982.
- |54| G.D. HUFFMAN, P. BRADSHAW,  
*A note on Von Karman constant in low Reynolds, number turbulent flows.*  
*J. Fluid Mech.*, vol. 53, part 1.
- |55| P. BRADSHAW,  
*Compressible turbulent shear layers.*  
*Ann. Rev. Fluid Mech.*, 1977.
- |56| V.C. PATEL,  
*Calibration of the Preston tube and limitations on its use in pressure gradients.*  
*J.F.M.*, 23, p. 1, 1965.
- |57| G. CHARNAY, G. COMTE-BELLOT, J. MATHIEU,  
*Development of a turbulent boundary layer on a flat plate in an external turbulent flow.*  
AGARD n° 93.
- |58| P.E. HANCOCK,  
*The effect of free-stream turbulence on turbulent boundary layers.*  
Ph. D., University of London, 1980.
- |59| G.D. HUFFMAN, D.R. ZIMMERMAN, W.A. BENNETT,  
*The effect of free stream turbulence level on turbulent boundary layer behaviour.*  
AGARDograph, n° 164..
- |60| D.E. COLES,  
*The law of the wake in the turbulent boundary layer.*  
*J. Fluid Mech.*, vol. 1, 1956.

- [61] H.L. MOSES,  
*The behaviour of turbulent boundary layers in adverse pressure gradients.*  
Gas turbine lab., Mass. Inst. Techn., Rep. n° 73, 1964.
- [62] D.B. SPALDING,  
*The kinetic energy deficit equation of the turbulent boundary layer.*  
AGARDograph 97, 191-244, 1965.
- [63] J.C. ROTTA,  
*Fluid Mechanics of internal flow.*  
Elsevier publishing company, 1967.
- [64] D.E. COLES, E.A. HIRST,  
*Computation of turbulent boundary layers.*  
AFOSR-IFP Stanford Conference, vol. II, compiled data, 1968.
- [65] H.J. HERRING, J.F. NORBURY,  
*Some experiments on equilibrium turbulent boundary layers in favourable pressure gradients.*  
*J. Fluid Mech.*, vol. 27, part 3, 1967.
- [66] R.B. DEAN,  
*A single formula for the complete velocity profiles for incompressible turbulent layers on smooth walls.*  
Reports and memoranda n° 3463, 1965.
- [68] R.A. GALBRAITH, M.R. HEAP,  
*Eddy viscosity and mixing length from measured boundary layer developments.*  
*Aeron. Quartely*, 1975.
- [69] Y. SENOO, Y. KINOSHITA, I. MASAHIRO,  
*Assymmetric flow in vaneless diffusers of centrifugal blowers.*  
*J. Fluids Eng.*, A.S.M.E., 1977.

- [71] M. HAMADICHE,  
*Modélisation spectrale des mécanismes linéaires dans les écoulements turbulents non homogènes.*  
Thèse de Docteur 3ème cycle, Université Claude Bernard, Lyon, 1981.
- [72] M. HAMADICHE,  
*Thèse de Docteur d'Etat, en préparation.*
- [73] T. CEBECI, A.M.O. SMITH,  
*Analysis of turbulent boundary layers.*  
Academic press, New York, 1974.
- [74] S.H. GORADIA,  
*Confluent boundary layer flow development with arbitrary pressure distribution.*  
Ph. D. thesis, Georgia Inst. of Techn., 1971.
- [75] T. KANEMOTO, T. TOYOKURA, J. KUROKAWA,  
*Interference between boundary layer flow and wake flow.*  
*Bulletin of the J.S.M.E., vol. 24, n° 189, March 1981.*
- [76] P.J. POT,  
*A wake boundary layer mixing experiment.*  
N.L.R., MP 79012 U, 1979.
- [77] K. ALKALAI,  
*Etude théorique d'écoulements bidimensionnels et tridimensionnels potentiels, avec termes sources rotationnels. Application aux turbomachines.*  
*Thèse de Docteur-Ingénieur, 1983.*
- [78] G.L. MELLOR, G.M. WOOD,  
*An axial end-wall boundary layer theory.*  
AGARD AG 185, 1974.
- [79] J.H. SHAMES,  
*Mechanics of Fluids.*  
Mc Graw Hill, KOGAKUSHA Ltd, 1962.

- |80| G. COMTE-BELLOT,  
*Turbulence.*  
*Notes prises au cours de Melle COMTE-BELLOT.*
- |81| S.J. KLINE, M.V. MORKOVIN, G. SOVRAN, D.J COCKRELL,  
*Computation of turbulent boundary layers.*  
*AFOSR-IFP Stanford Conference, vol. 1.*
- |82| P.O. BRADSHAW,  
*The turbulence structure of equilibrium boundary layers.*  
*J. Fluid Mech., vol. 29, part 4.*
- |83| K.D. PAPAILIOU,  
*Optimisation des dispositifs décélérateurs à forte charge, fondée sur  
une théorie intégrale de la couche limite.*  
*Thèse de Docteur ès Sciences, Université Claude Bernard,  
Lyon, 1974.*
- |84| G. ASSASSA,  
*Calcul par des méthodes intégrales de couches limites ou turbulentes  
incompressibles ou compressibles incluant des zones faiblement  
détachées.*  
*Thèse Docteur ès Sciences, Université Claude Bernard, Lyon, 1976.*
- |85| E. PERRY, W.H. SCHOFIELD,  
*ARL Mech. Eng., Rep. n° 134, 1972.*
- |86| W.H. SCHOFIELD,  
*Equilibrium boundary layers in moderate to strong adverse pressure  
gradients.*  
*J.F.M., vol. 113, 1981.*
- |87| J.D. MURPHY, W.C. ROSE,  
*Application of the method of J.D. integral relations to the  
calculation of incompressible turbulent boundary layers.*  
*AFOSR-IFP-Stanford Conference, vol. 1.*

- |88| K.D. PAPAILIOU,  
*Turbulent boundary layers.*  
Course Notes n° 87, I.V.K.
- |89| G.D. KUHN, J.N. NIELSEN,  
*Prediction of turbulent separated boundary layers.*  
AIAA 6th fluid and plasma dynamics conference, 1973.
- |90| P.M. GERHART,  
*An Integral method for predicting subsonic turbulent separating boundary layers with specified free stream input.*  
"Turbulent boundary layers", A.S.M.E., 1979.
- |91| B. DEMIDOVICH, I. MARRON,  
*Éléments de calcul numérique.*  
Editions de Moscou, 1973.
- |92| P.E. GILL, W. MURRAY, M.H. WRIGHT,  
*Practical Optimization.*  
Academic Press, 1981.
- |93| G.D. KUHN,  
*Calculation of compressible non-adiabatic boundary layers in laminar transitional and turbulent flow.*  
NASA CR 1797, 1971.
- |94| B.A. FINLAYSON,  
*The method of weighted residuals.*  
Academic Press Inc., New York, 1968.
- |95| S. HARLAFTIS,  
*Développement des méthodes de calcul des écoulements secondaires dans une turbomachine avec forte interaction des couches visqueuses pariétales.*  
Rapport D.E.A., 1981.

- |96| P. ANCEAUX,  
*Résolution d'un problème inverse à partir d'une formulation intégrale des équations de la couche limite turbulente bidimensionnelle incompressible.*  
Thèse de Docteur-Ingénieur, E.C.L., 1981.
- |97| M.H. VAVRA,  
*Aéro-thermodynamics and flow in Turbomachines.*  
Edd. Krieger, New York, 1974.
- |98| S. CORRSIN, A.L. KISTLER,  
*Free stream boundaries of turbulent flows.*  
NACA, report 1244.
- |99| H. FIEDLER, M.R. HEAD,  
*Intermittency measurements in the turbulent boundary layer.*  
*J. Fluid Mech.*, vol. 25, part 4, 1966.
- |100| P.S. KLEBANOFF,  
*Characteristics of turbulence in a boundary layer with zero pressure gradient.*  
NACA, report 1247.
- |101| L.S.G. KOVASZNAY,  
*The structure of turbulence in shear flows.*  
AGARD, CP 93.
- |102| K.D. PAPAILIOU,  
*Communication privée.*

T A B L E A U X

TABLEAU 1

STATION		10	9	8	7	6	5	4	3	2	1
x	m	1,80	1,60	1,40	1,20	1,00	0,80	0,60	0,40	0,20	0
$(x/h) \approx$		35	31	27	23	19	15	12	8	4	0
h		0,0528	0,0527	0,0525	0,0521	0,0520	0,0519	0,0520	0,0521	0,0526	
P <sub>ST</sub> TROU	$\frac{Nt}{m^2}$	1,37	2,75	5,49	8,24	10,98	14,41	21,97	28,14	36,38	41,19
P <sub>ST</sub> MAX	"	2,75	4,12	6,86	9,61	12,36	15,79	23,24	29,52	37,75	42,56
P <sub>TOT</sub> MAX	"	177,10	184,65	190,82	199,75	206,61	210,04	210,04	210,04	210,04	210,04
dP <sub>ST</sub> /dx			-10,28	-13,73	-13,75	-15,45	-27,45	-34,33	-36,03	-32,60	
dP <sub>TOT</sub> /dx		-37,75	-34,30	-37,75	-39,47	-25,72	-8,58	0,00	0,00	0,00	0,00
U <sub>max</sub>	$\frac{m}{sec}$	17,37	17,68	17,84	18,14	18,34	18,34	17,98	17,68	17,27	17,03
U <sub>pot</sub>	$\frac{m}{sec}$	18,94	18,87	18,75	18,62	18,49	18,34	17,98	17,68	17,27	17,03

TABLEAU 2 U/Umax

y (m/m)	St.10	9	8	7	6	5	3	2
1,5	0,667	0,682	0,670	0,659	0,645	0,637	0,639	0,622
2,5	0,716	0,713	0,706	0,696	0,695	0,679	0,680	0,662
3,5	0,746	0,745	0,730	0,726	0,722	0,714	0,716	0,700
4,5	0,769	0,773	0,766	0,752	0,749	0,744	0,738	0,720
6,5	0,809	0,801	0,802	0,793	0,776	0,776	0,772	0,760
8,5	0,843	0,834	0,824	0,815	0,808	0,811	0,806	0,788
10,5	0,866	0,861	0,849	0,836	0,836	0,831	0,830	0,820
12,5	0,891	0,882	0,873	0,867	0,856	0,853	0,855	0,849
14,5	0,906	0,901	0,895	0,885	0,877	0,874	0,875	0,881
16,5	0,924	0,925	0,912	0,904	0,898	0,895	0,897	0,904
18,5	0,939	0,940	0,929	0,923	0,913	0,911	0,914	0,925
20,5	0,955		0,949	0,937	0,929	0,923	0,938	0,942
22,5	0,972	0,962	0,959	0,955	0,935	0,939	0,954	0,963
24,5	0,990	0,980	0,975	0,967	0,953	0,957	0,968	0,974
26,5	0,994	0,990	0,985	0,980	0,970	0,968	0,988	0,990
28,5	0,998	0,998	0,994	0,986	0,979	0,978	0,994	0,994
30,5	1,000	1,000	1,000	0,996	0,987	0,993	0,994	1,000
32,5	0,996	1,000	1,000	1,000	0,996	0,996	1,000	1,000
34,5	0,990	0,986	0,994	1,000	1,000	1,000	1,000	1,000
36,5	0,972	0,972	0,983	0,986	0,991	1,000	1,000	1,000
38,5	0,953	0,954	0,965	0,965	0,973	0,991	1,000	1,000
40,5	0,930	0,925	0,935	0,939	0,945	0,966	1,000	1,000
42,5	0,904	0,899	0,899	0,901	0,906	0,932	1,000	1,000
44,5	0,866	0,859	0,867	0,865	0,862	0,884	0,988	1,000
45,5							0,970	1,000
46,5	0,831	0,827	0,819	0,812	0,811	0,833	0,940	1,000
47,5	0,807						0,899	
48,5	0,780	0,775	0,766	0,759	0,749	0,761	0,857	0,980
49,5	0,756	0,750	0,735	0,721	0,711		0,801	0,936

TABLEAU 3  $\overline{uv}/U_{\max}^2 \times 10^6$

No	10	8	7	6	5	3
1	98	124	110	114	123	108
2	83	127	104	112	99	91
3	103	125	99	100	99	97
4	84	111	93	102	79	85
5		94	77	87	80	75
6	81	91	81	77	64	74
7		83	58	57	69	69
8	69	74	61	44	57	59
9	46	64	52	47	49	52
10	46	55	44	43	48	39
11	26	43	38	43	23	28
12	14	28	29	32	30	22
13	-5	20	21	32	30	10
14	-4	7	5	17	17	3
15	-17	-2	-6	12	19	0
16	-31	-24	-14	1	-4	+0
17	-52	-40	-32	-8	-9	-1
18	-72	-57	-50	-25	-8	-1
19	-82	-75	-73	-41	-28	-1
20	-98	-91	-88	-62	-62	-0
21	-111	-106	-108	-83	-72	-3
22	-122	-109	-118	-98	-83	-29
23	-128	-118	-134	-107	-91	-70

TABLEAU 4

CLI

STATION	10	9	8	7	6	5	3	2
$U_{max}$	17,37	17,68	17,84	18,14	18,34	18,34	17,68	17,27
$(U_t/U_{max})_{ln}$	0,0429	0,0425	0,0423	0,0417	0,0416	0,0410	0,0410	0,0404
$U_f$ ln	0,745	0,751	0,755	0,756	0,763	0,752	0,725	0,698
$U_f$ PRESTON	0,748	0,759	0,752	0,745	0,752	0,741		
$C_f$ ln	0,00368	0,00361	0,00358	0,00348	0,00346	0,00336	0,00336	0,00326
$C_f$ PRESTON	0,00371	0,00369	0,00355	0,00337	0,00336	0,00326		
$\delta$	0,0305	0,0315	0,0315	0,0335	0,0345	0,0355	0,0325	0,0305
$\delta^*$	0,00354	0,00370	0,00375	0,00406	0,00415	0,00443	0,00426	0,00432
$\theta$	0,00270	0,00282	0,00285	0,00308	0,00315	0,00335	0,00319	0,00317
$\delta^{**}$	0,00486	0,00507	0,00513	0,00553	0,00567	0,00601	0,00569	0,00563
$Re_\delta$	33531	35248	35567	38461	40046	41207	36367	33338
$Re_\delta$	3294	4144	4238	4661	4812	5146	4771	4722
$Re_\theta$	2963	3152	3217	3535	3658	3889	3564	3467
$Re_\delta$	5341	5676	5788	6353	6578	6973	6365	6149
$H_{12}$	1,314	1,315	1,317	1,319	1,316	1,323	1,339	1,362
$H_{32}$	1,802	1,801	1,799	1,797	1,798	1,793	1,786	1,774
$He$	10,001	9,868	9,739	9,561	9,633	9,273	8,864	8,254
$G$	5,573	5,635	5,695	5,794	5,765	5,957	6,170	6,579
$\delta/\theta$	11,30	11,17	11,05	10,88	10,95	10,60	10,19	9,62
$\tilde{\pi}$	0,118	0,143	0,163	0,201	0,194	0,259	0,321	0,446
$\beta$	-0,038	-0,058	-0,078	-0,084	-0,095	-0,186	-0,253	-0,250
$U_e^+$	23,31	23,53	23,64	23,98	24,04	24,39	24,39	24,75

TABLEAU 5

CL2

STATION	10	9	8	7	6	5	3	2
$U_{max}$	17,37	17,68	17,84	18,14	18,34	18,34	17,68	17,27
$(U_f/U_m)_{ln}$	0,0437	0,0435	0,0429	0,0433	0,0428	0,0435	0,0467	0,0512
$U_f \ln$	0,759	0,769	0,765	0,785	0,785	0,798	0,826	0,884
$U_f$ PRESTON	0,745	0,752	0,756	0,763	0,767	0,778		
$C_f \ln$	0,00382	0,00378	0,00368	0,00375	0,00366	0,00378	0,00436	0,00524
$C_f$ PRESTON	0,00368	0,00362	0,00359	0,00354	0,00350	0,00360		
$\delta$	0,0223	0,0212	0,0210	0,0186	0,0175	0,0164	0,0096	0,0061
$\delta^*$	0,00279	0,00273	0,00283	0,00254	0,00252	0,00231	0,00138	0,00083
$\theta$	0,00208	0,00202	0,00208	0,00186	0,00182	0,00167	0,00098	0,00058
$\delta^{**}$	0,00373	0,00362	0,00371	0,00330	0,00322	0,00297	0,00173	0,00102
$Re\delta$	24516	23723	23711	21355	20313	19036	10742	6668
$Re\delta^*$	3066	3056	3193	2915	2924	2679	1548	905
$Re\theta$	2286	2265	2348	2132	2113	1943	1094	629
$Re\delta^{**}$	4098	4051	4184	3794	3742	3448	1938	1119
$H_{12}$	1,341	1,349	1,360	1,367	1,384	1,379	1,415	1,439
$H_{32}$	1,792	1,788	1,782	1,780	1,771	1,775	1,771	1,781
$H_e$	9,382	9,122	8,738	8,649	8,231	8,420	8,403	9,169
$G$	5,818	5,946	6,168	6,205	6,486	6,315	6,279	5,962
$\delta/\theta$	10,72	10,50	10,10	10,00	9,62	9,82	9,80	10,52
$\tilde{\pi}$	0,178	0,218	0,291	0,295	0,381	0,328	0,256	0,062
$\beta$	-0,029	-0,041	-0,057	-0,049	-0,055	-0,086	-0,063	-0,030
$U_e^+$	22,88	22,99	23,31	23,09	23,36	22,99	21,41	19,53

FIGURES

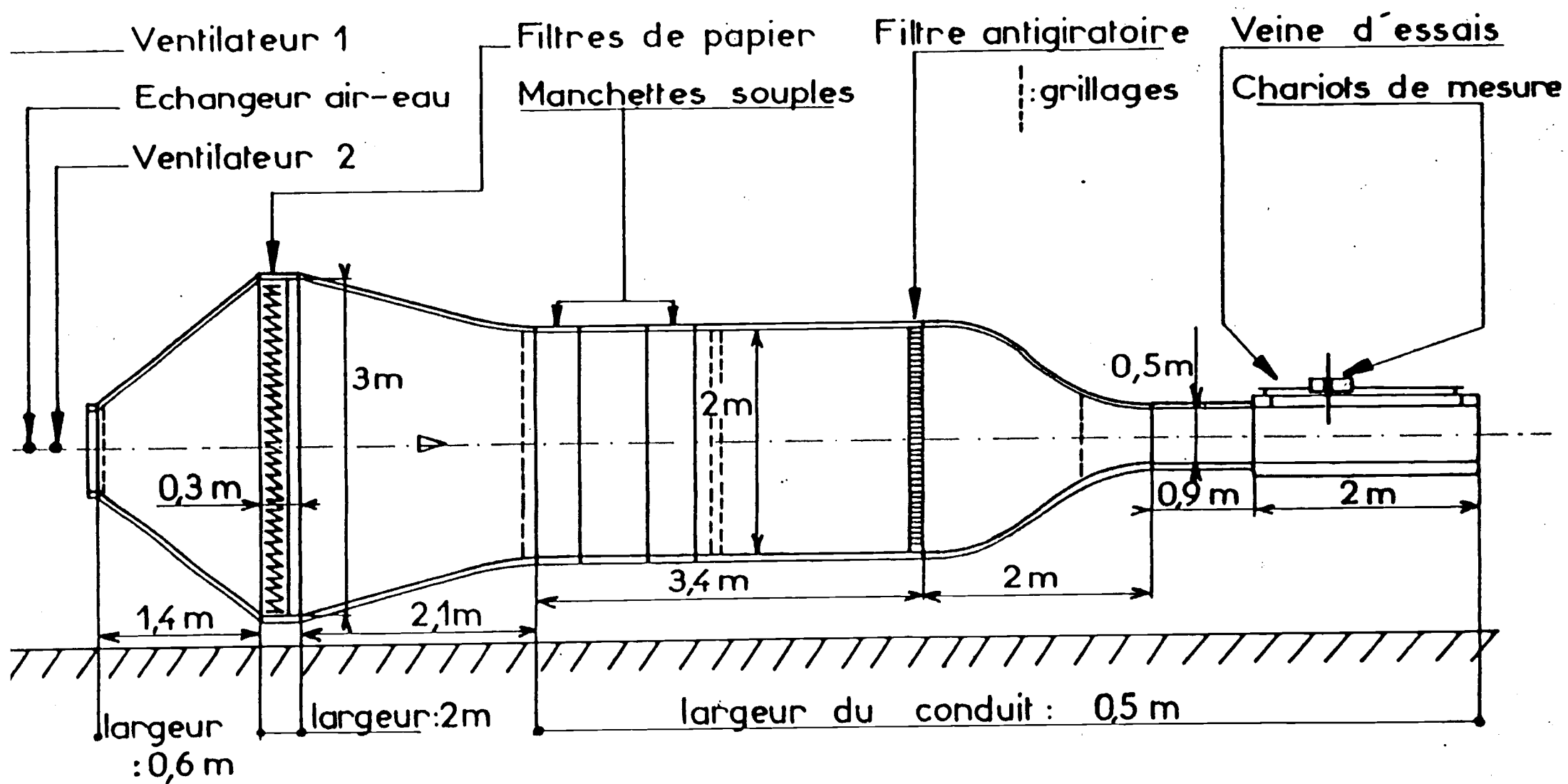


Fig.1 \_Vue de face de la soufflerie\_

\_Echelle  $\frac{2}{100}$ \_

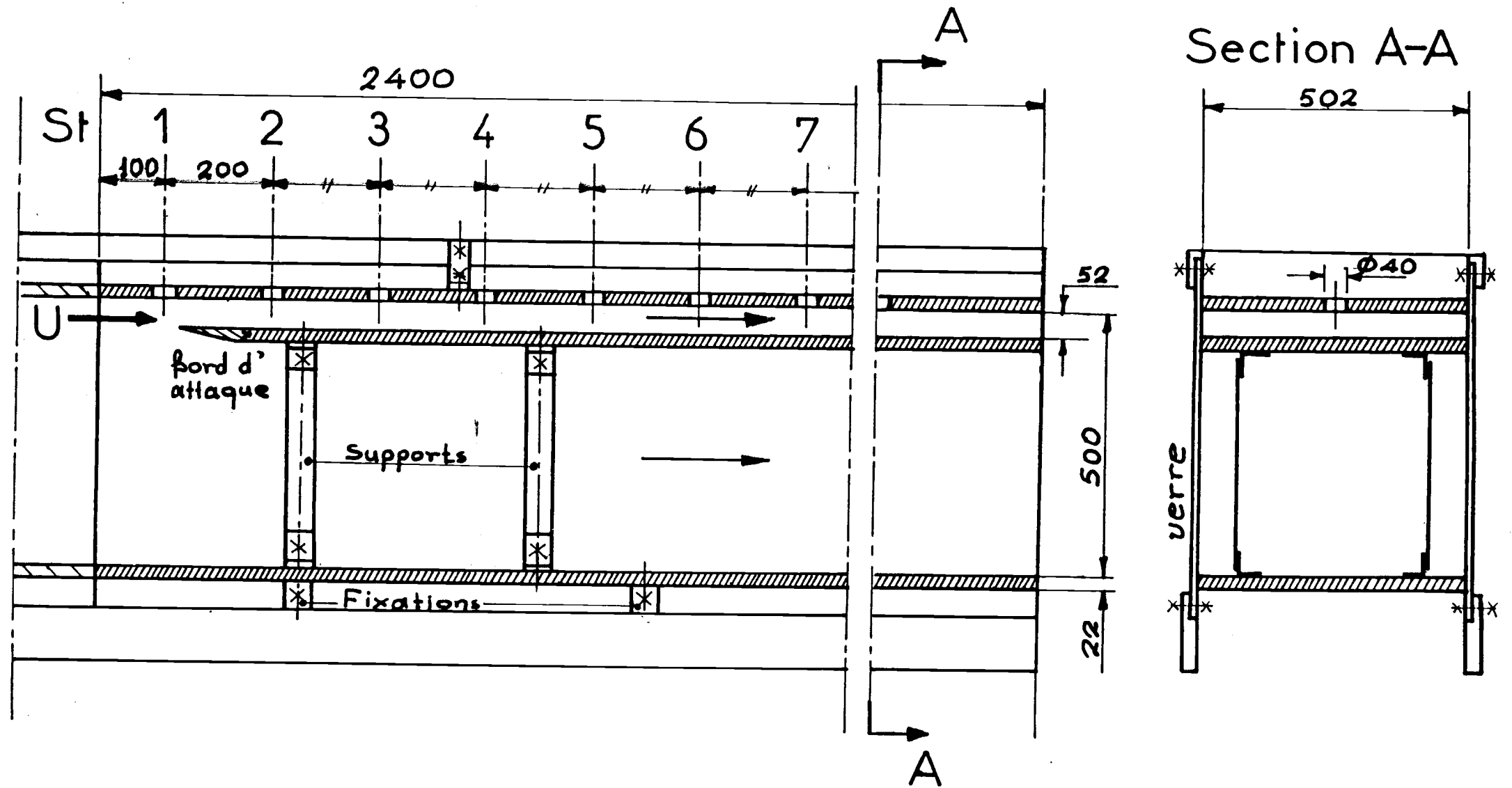


Figure 2. Veine d'essais

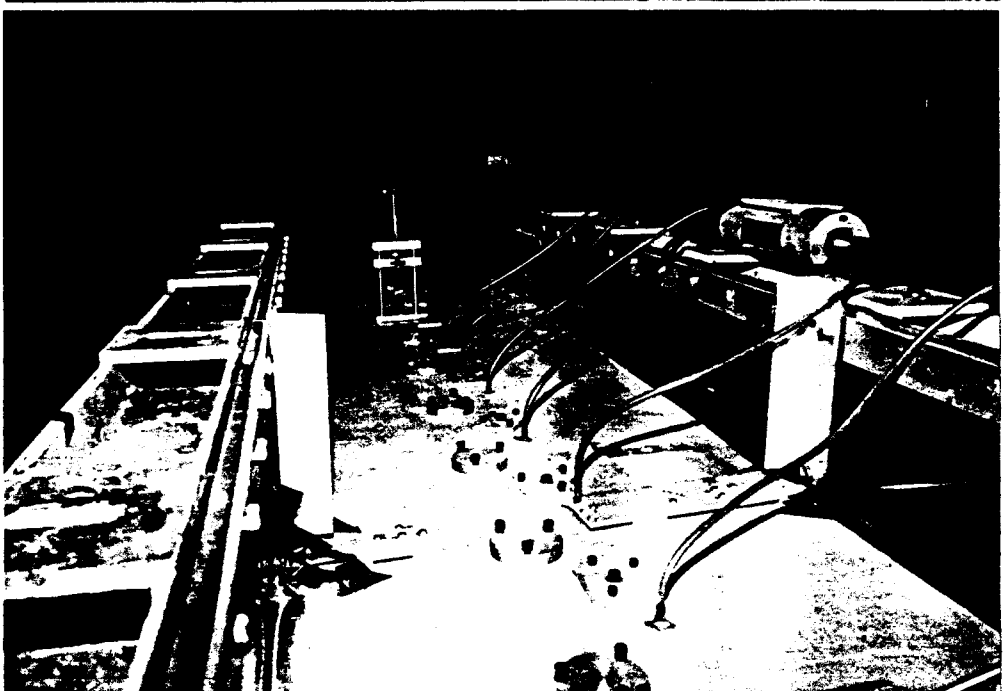
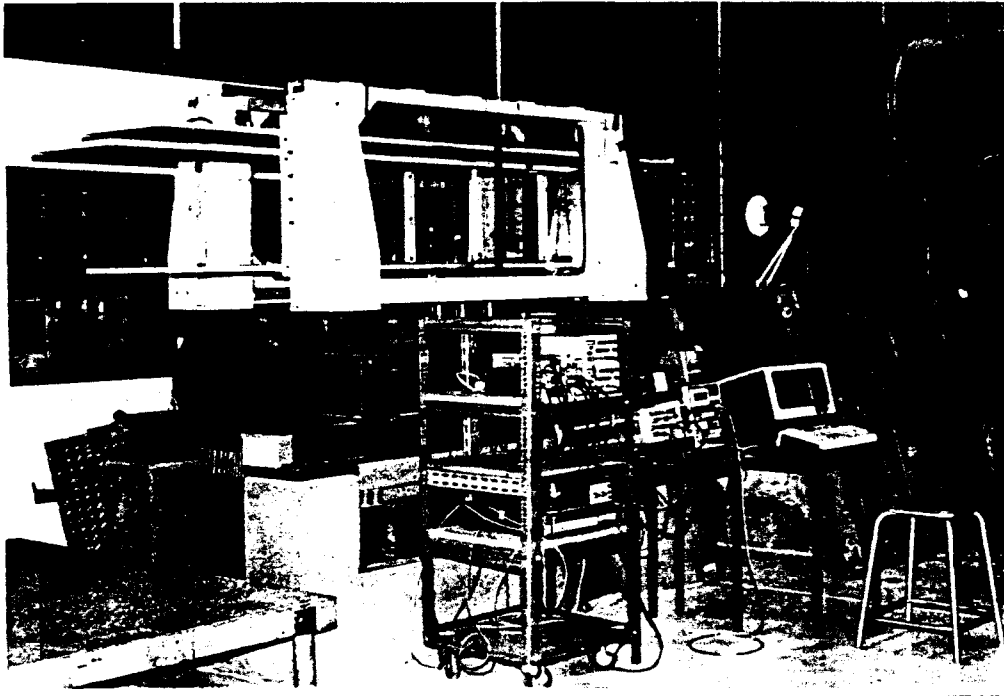


Figure 3.

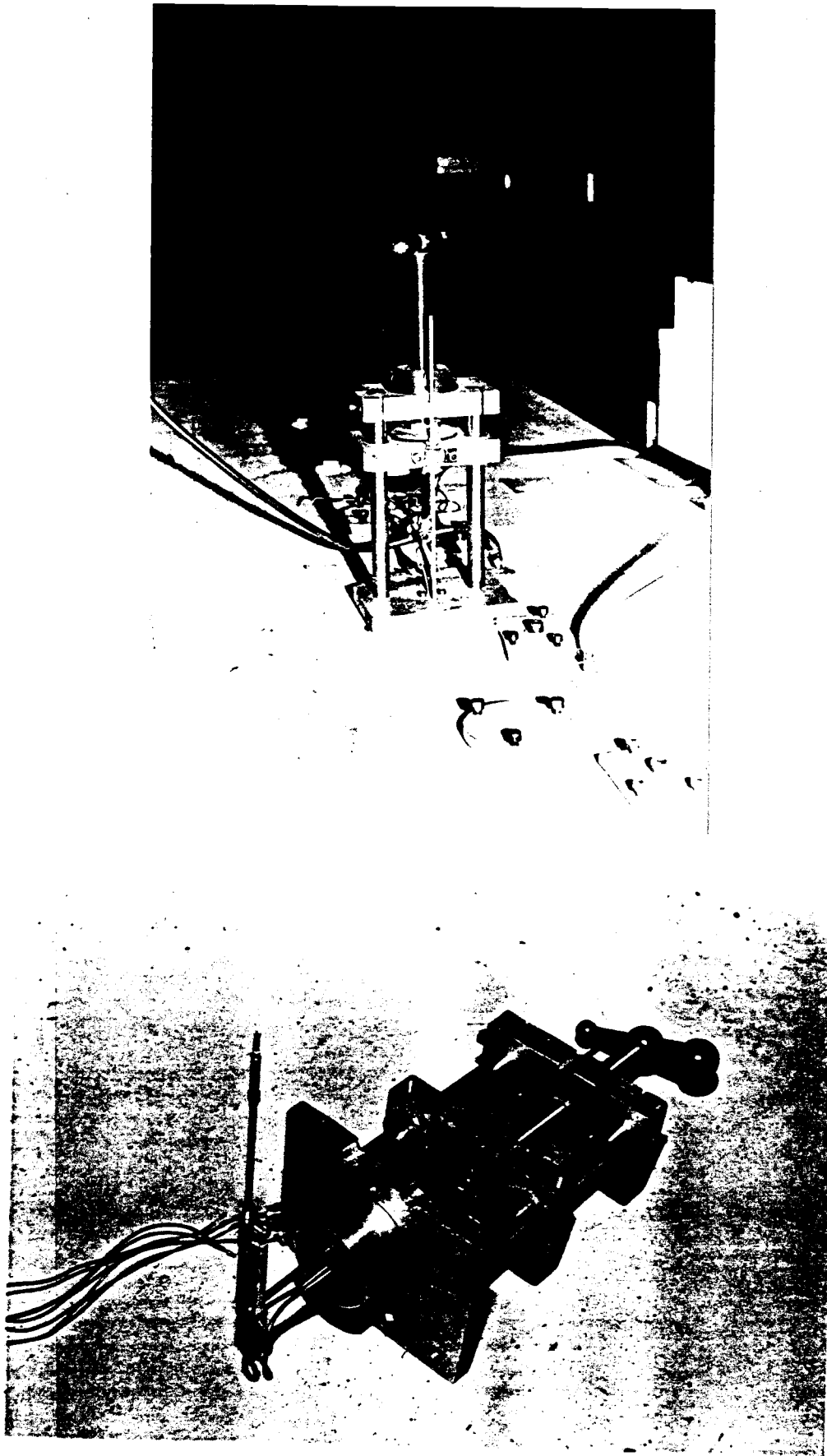


Figure 4.

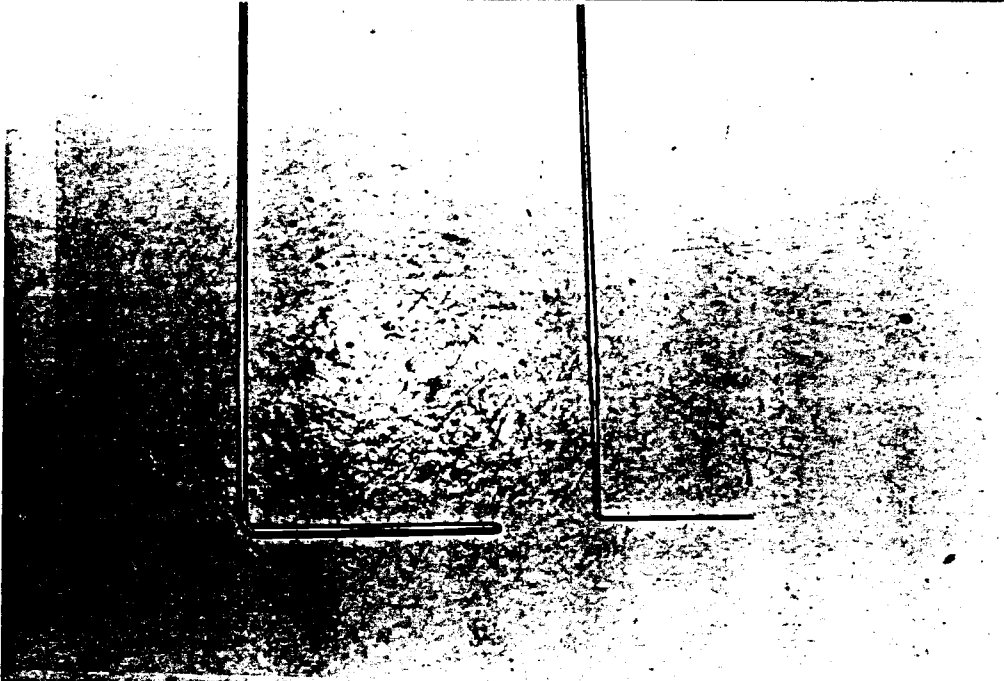
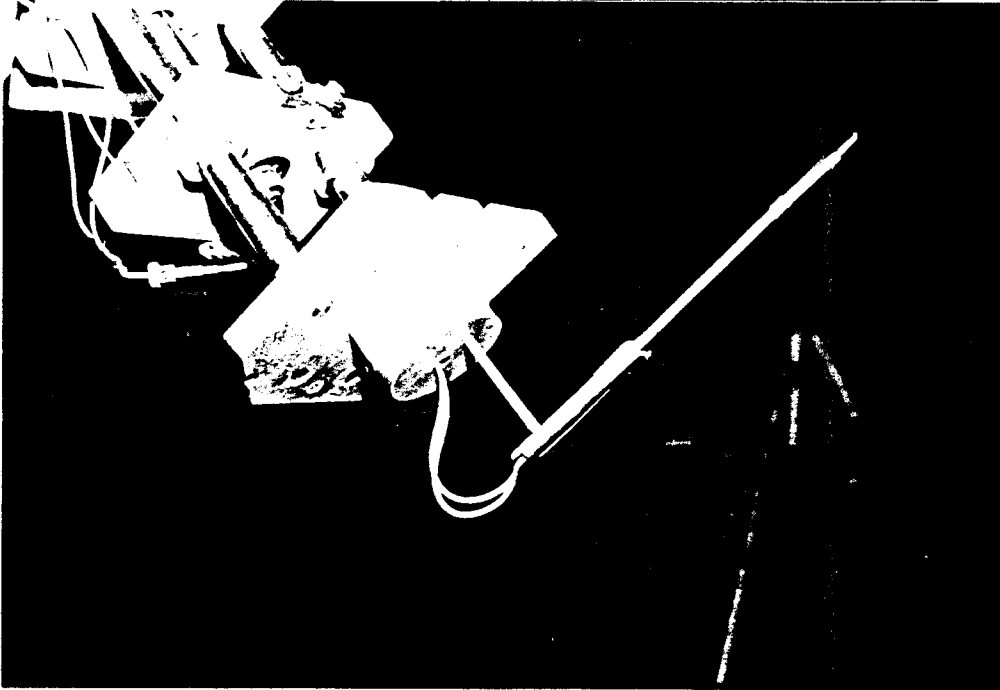
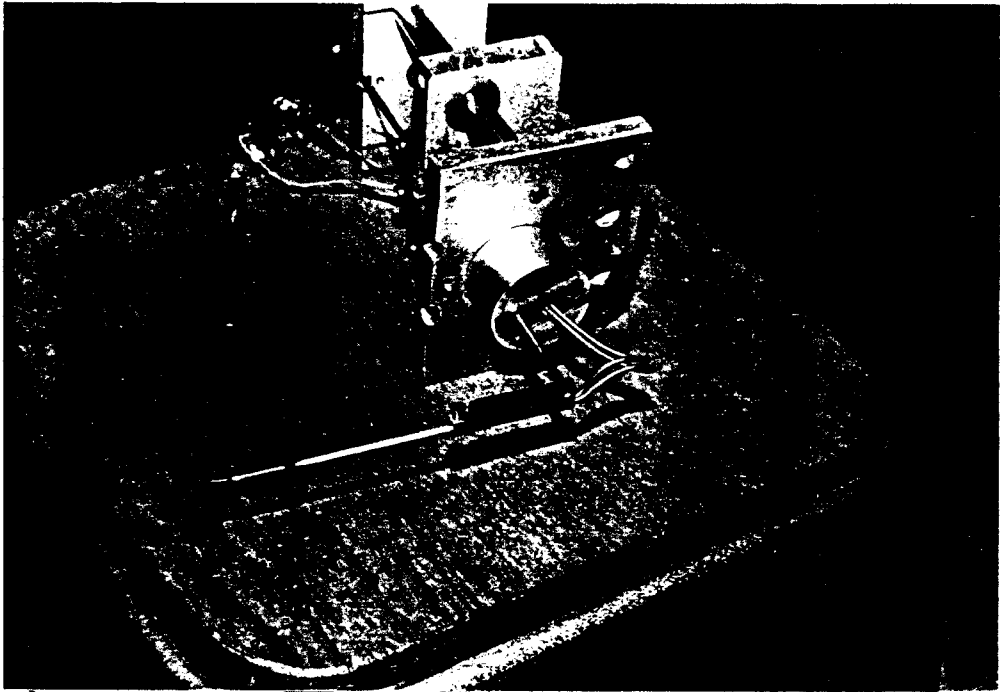
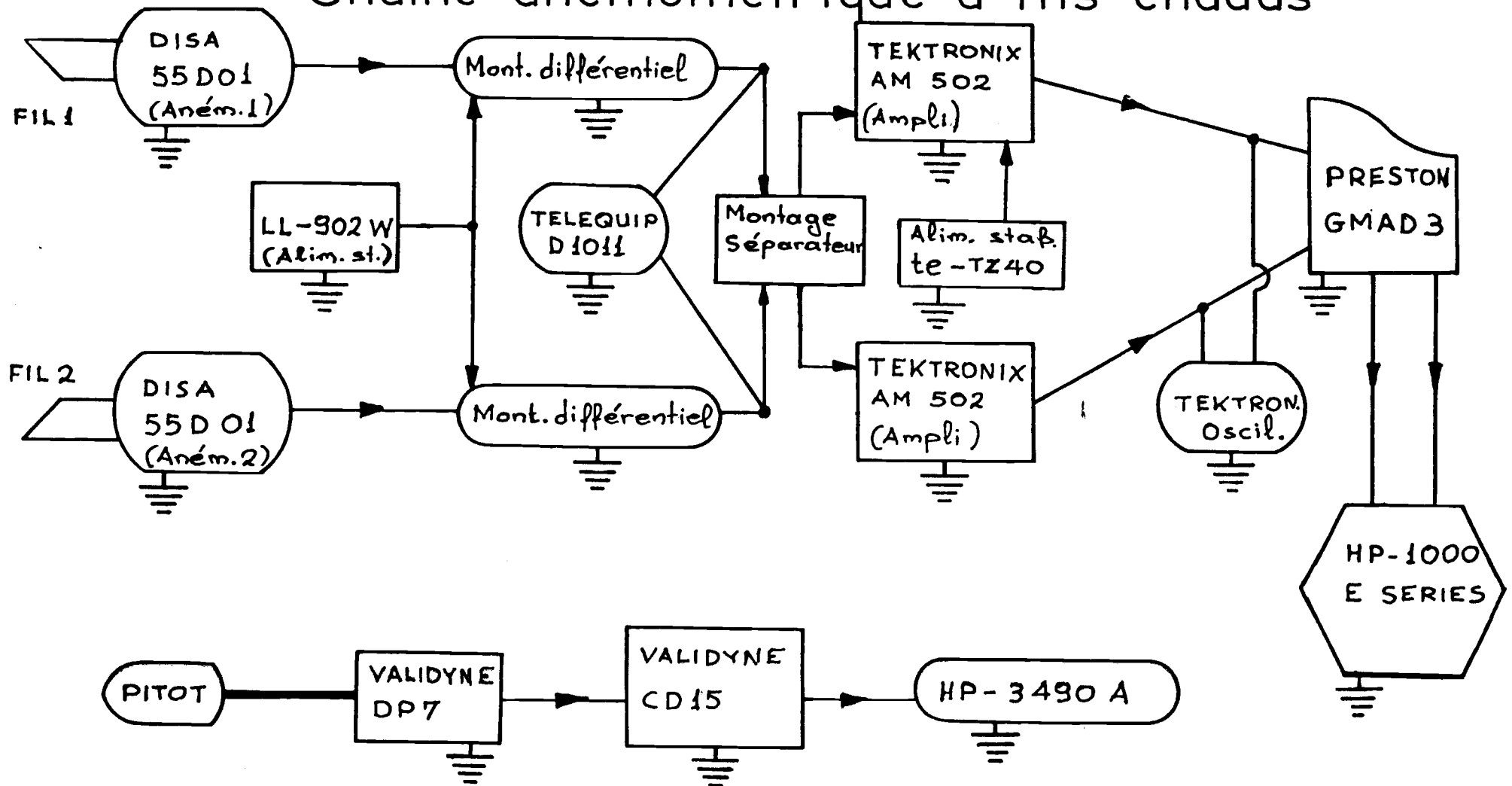


Figure 5.

# Chaine anémométrique à fils chauds



# Chaine anémométrique à Pitot

Figure 6

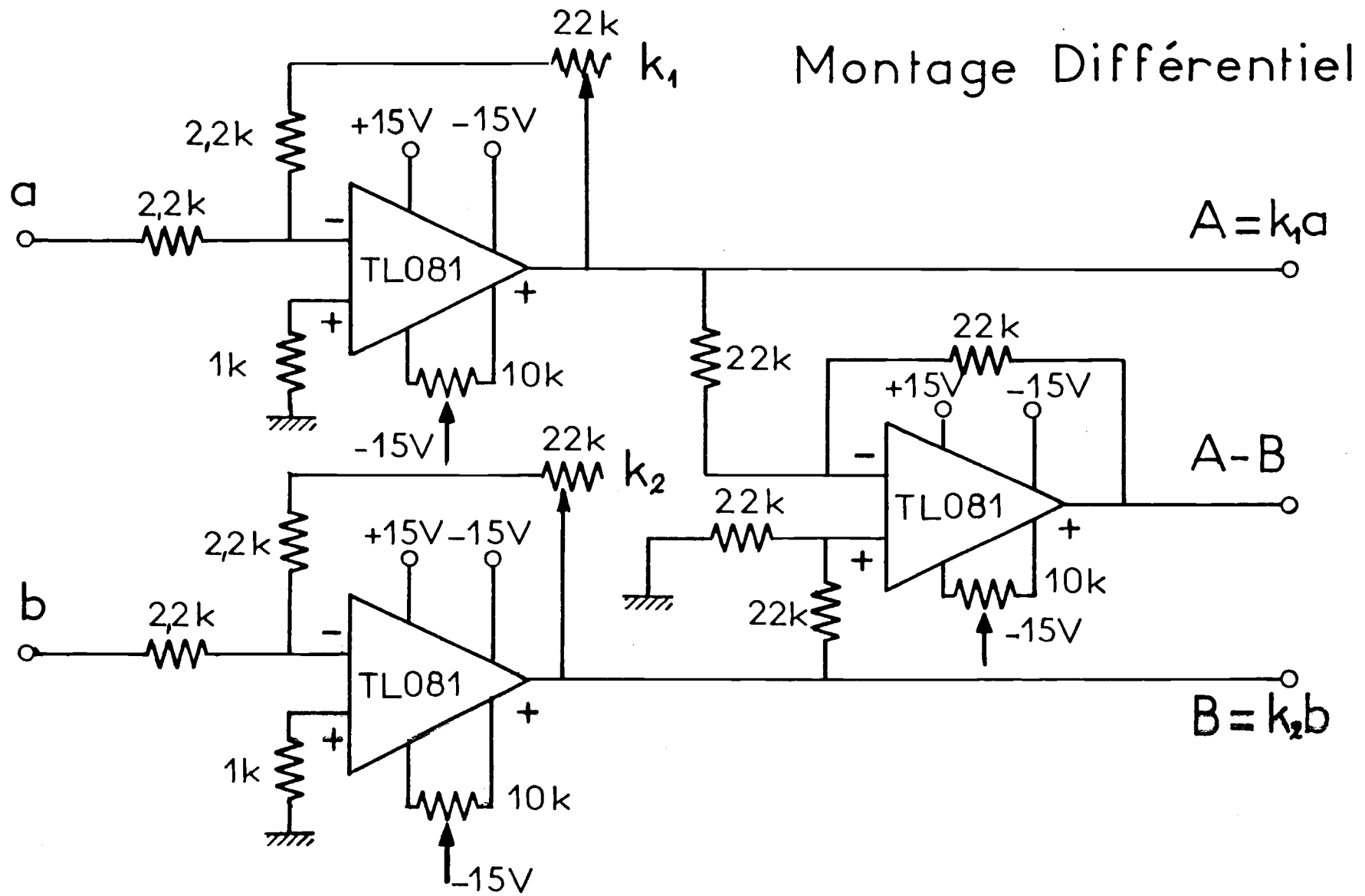


Figure 7.

# Montage Séparateur

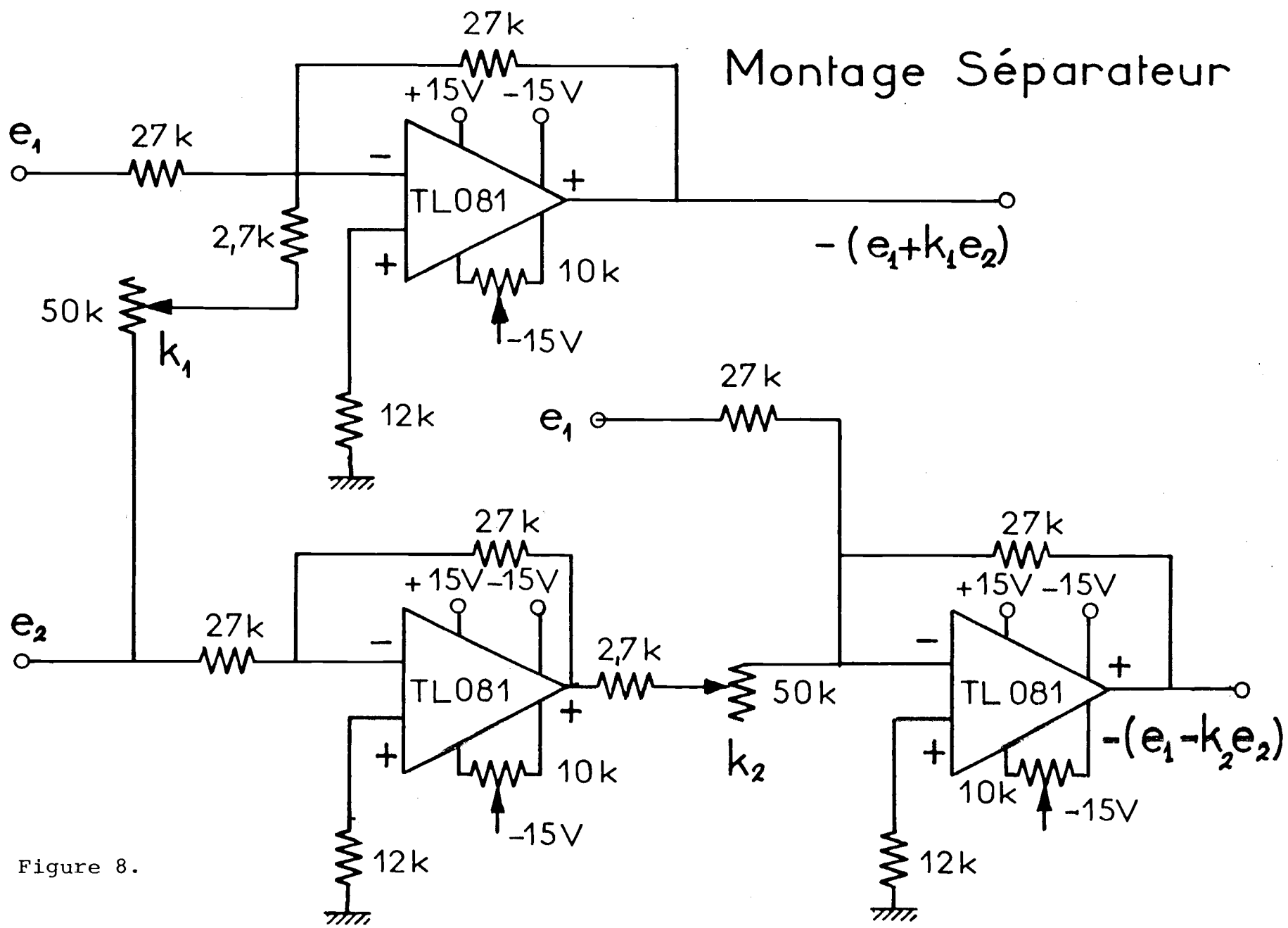


Figure 8.

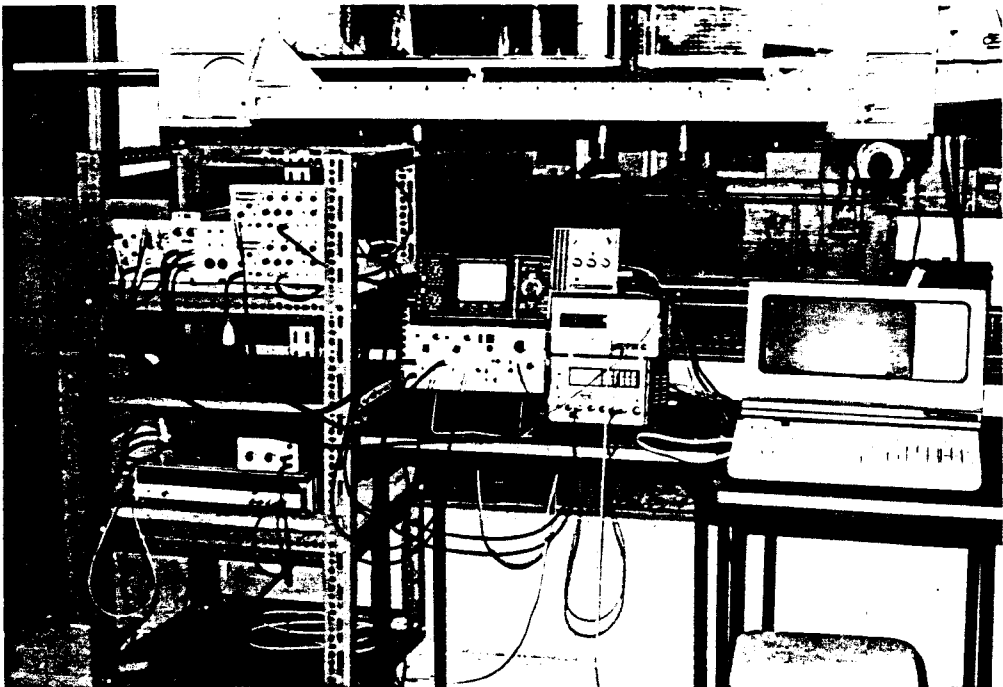
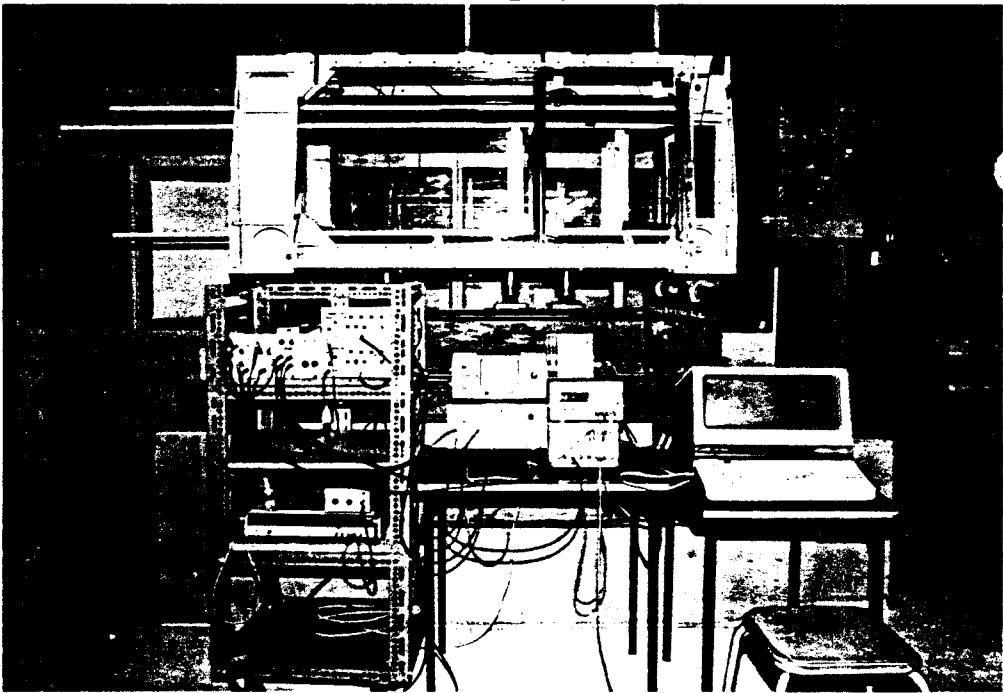
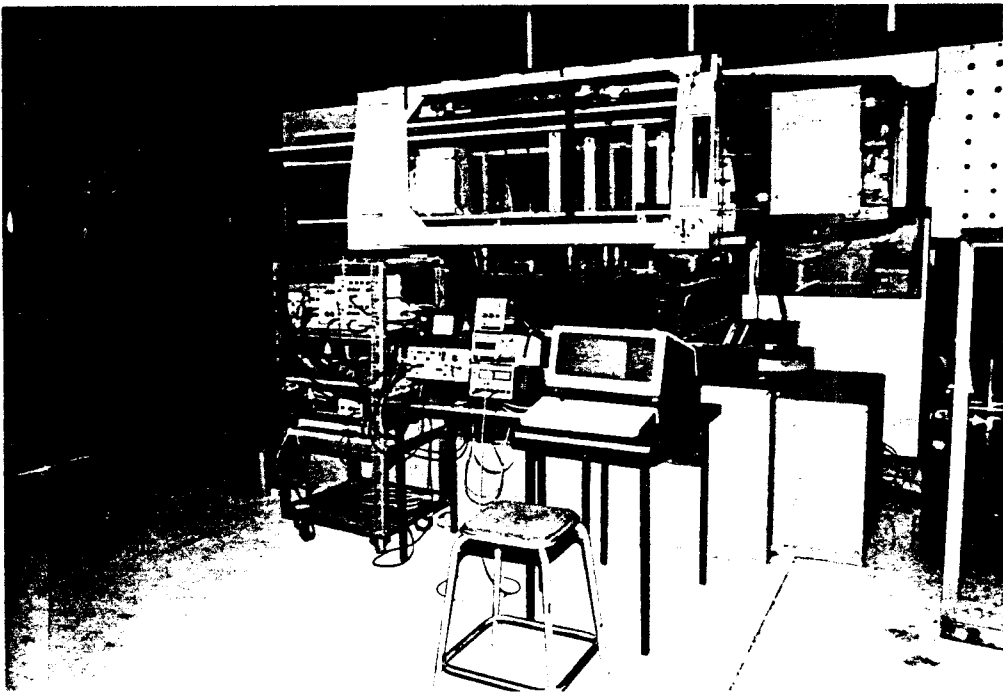


Figure 9.

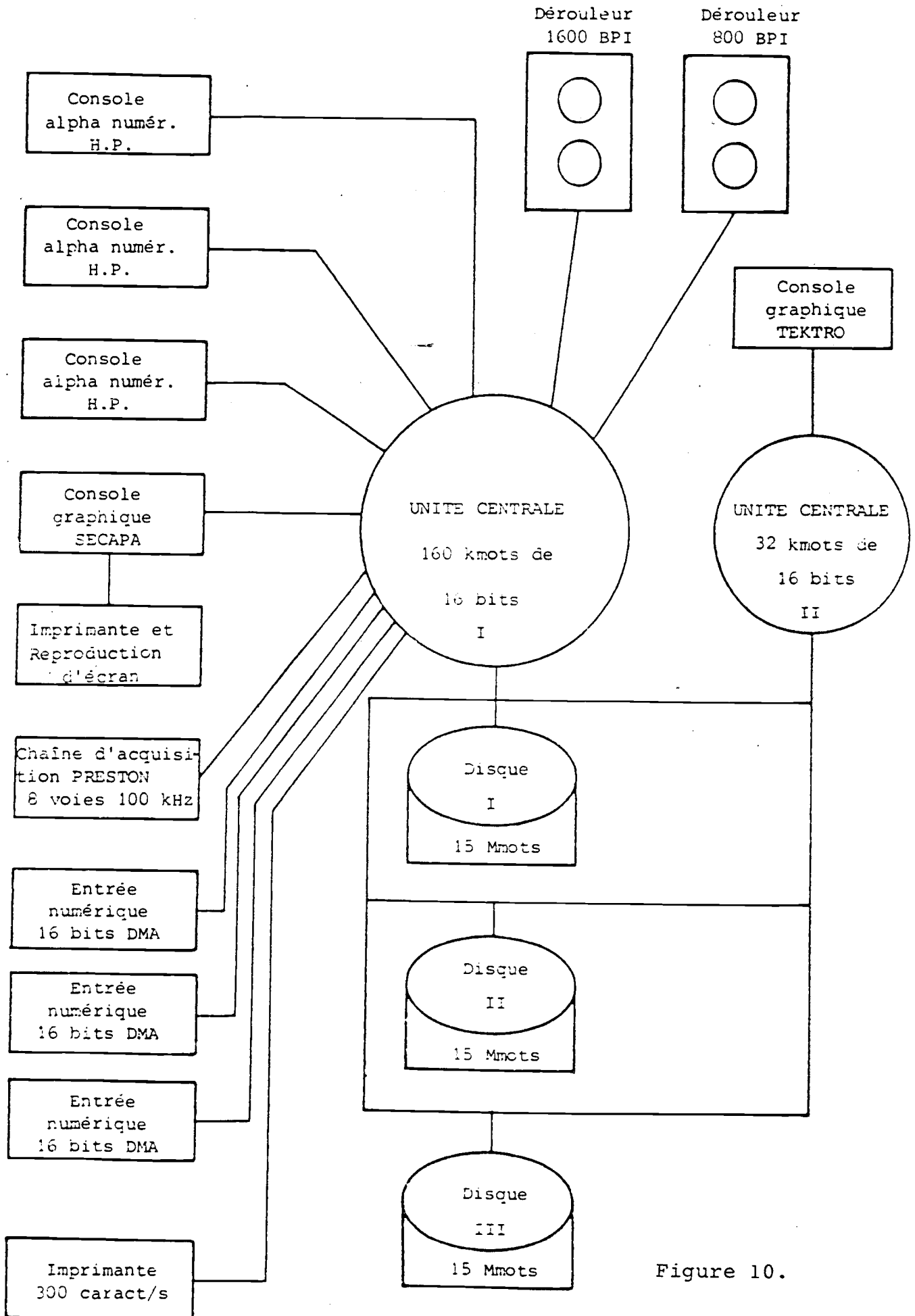


Figure 10.

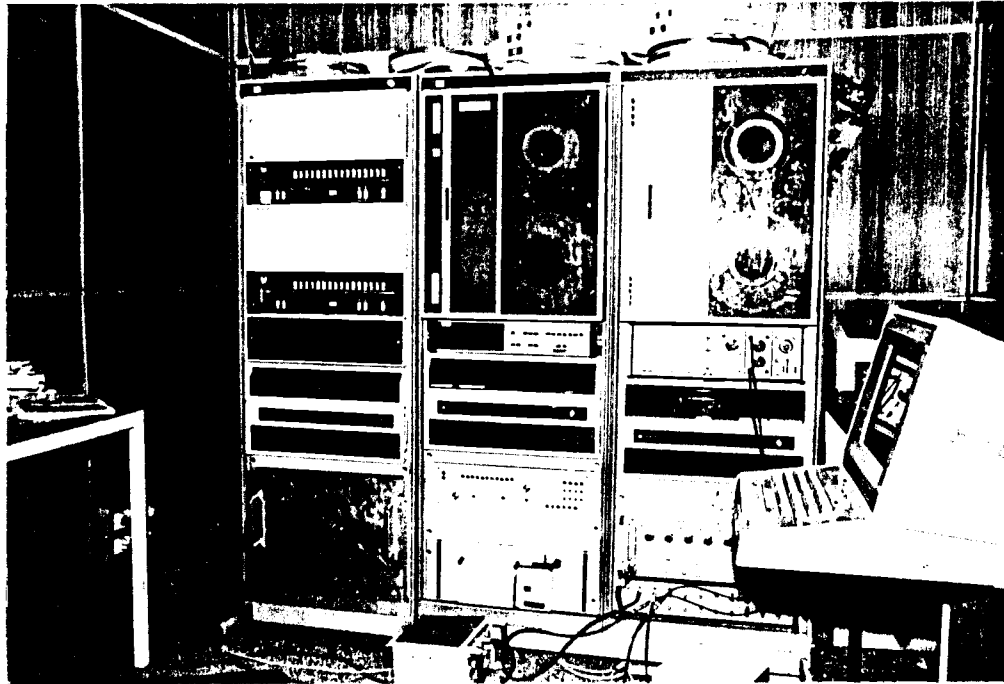


Figure 11.

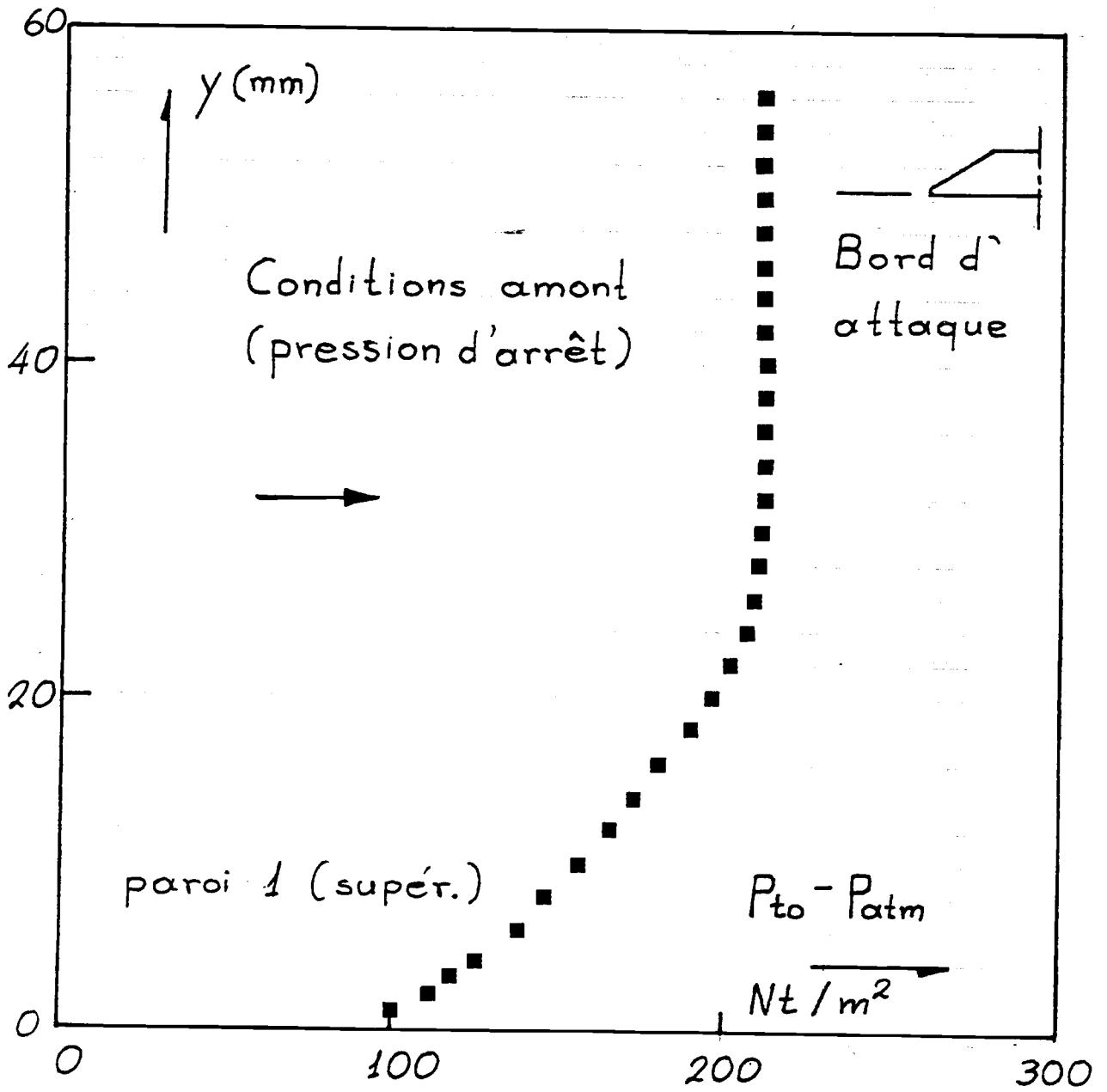
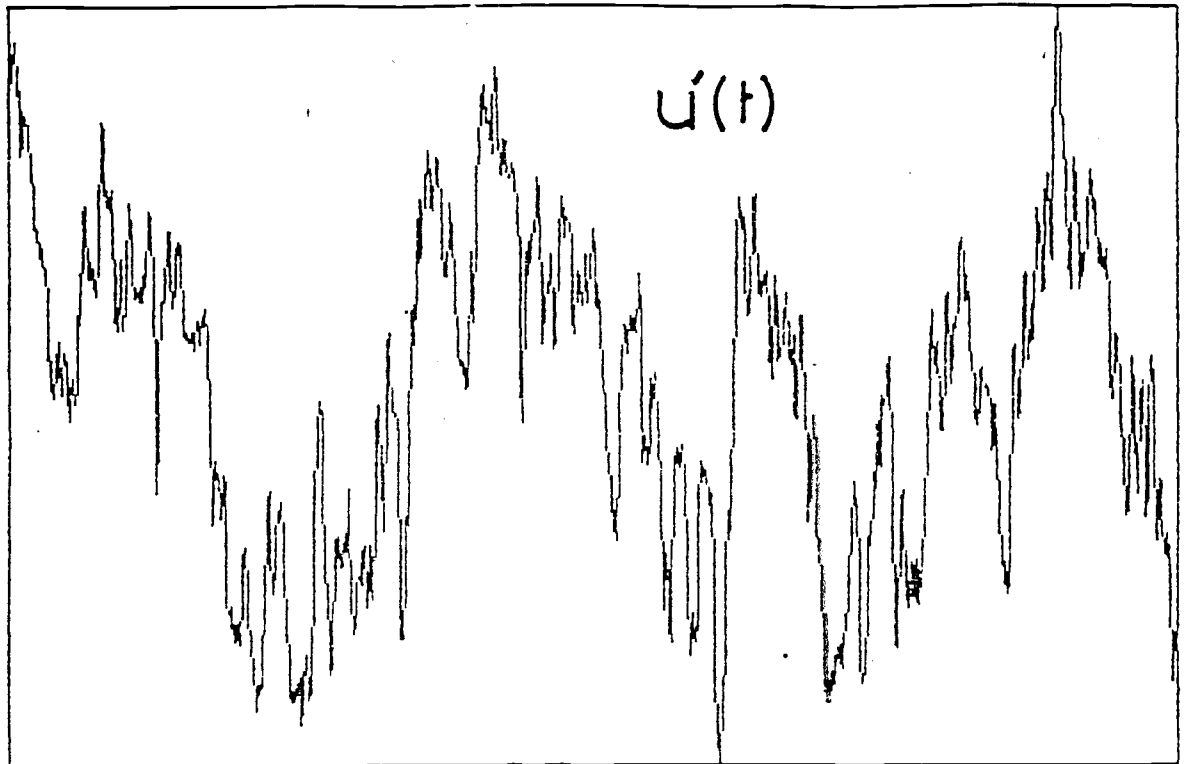


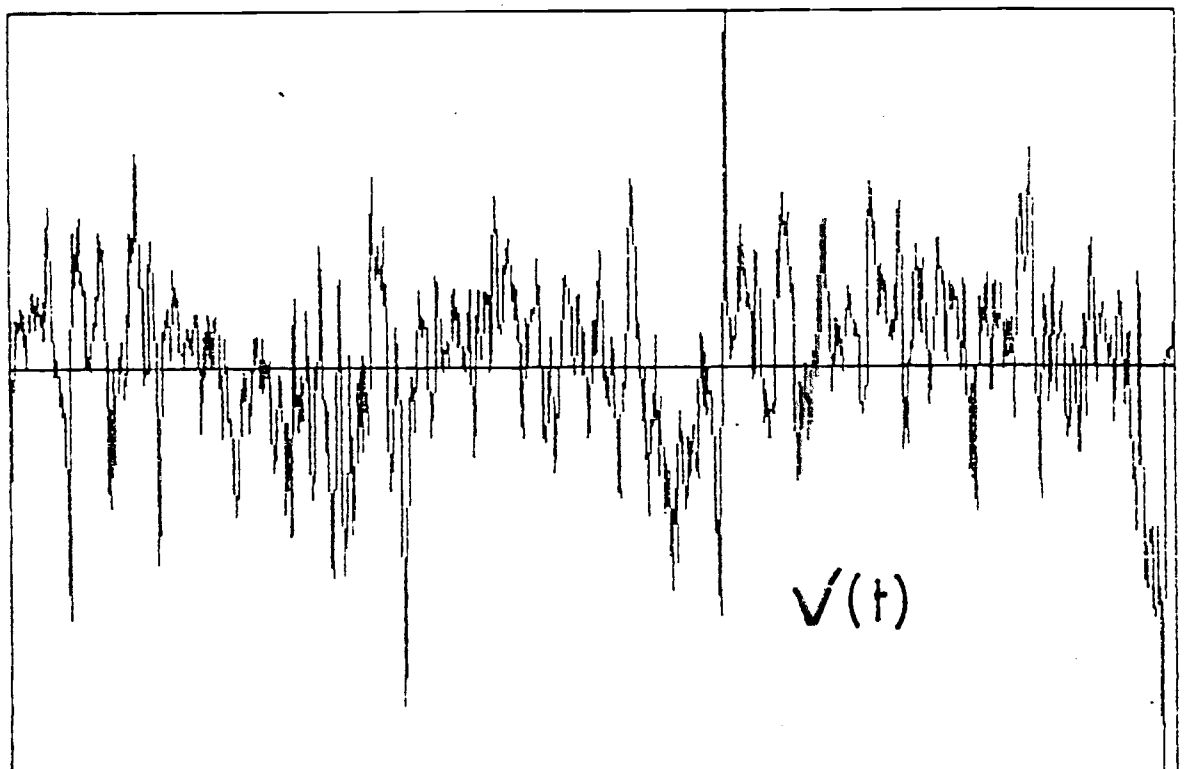
Figure 12.

15.12



8.17

3.22



-3.71

Figure 13.

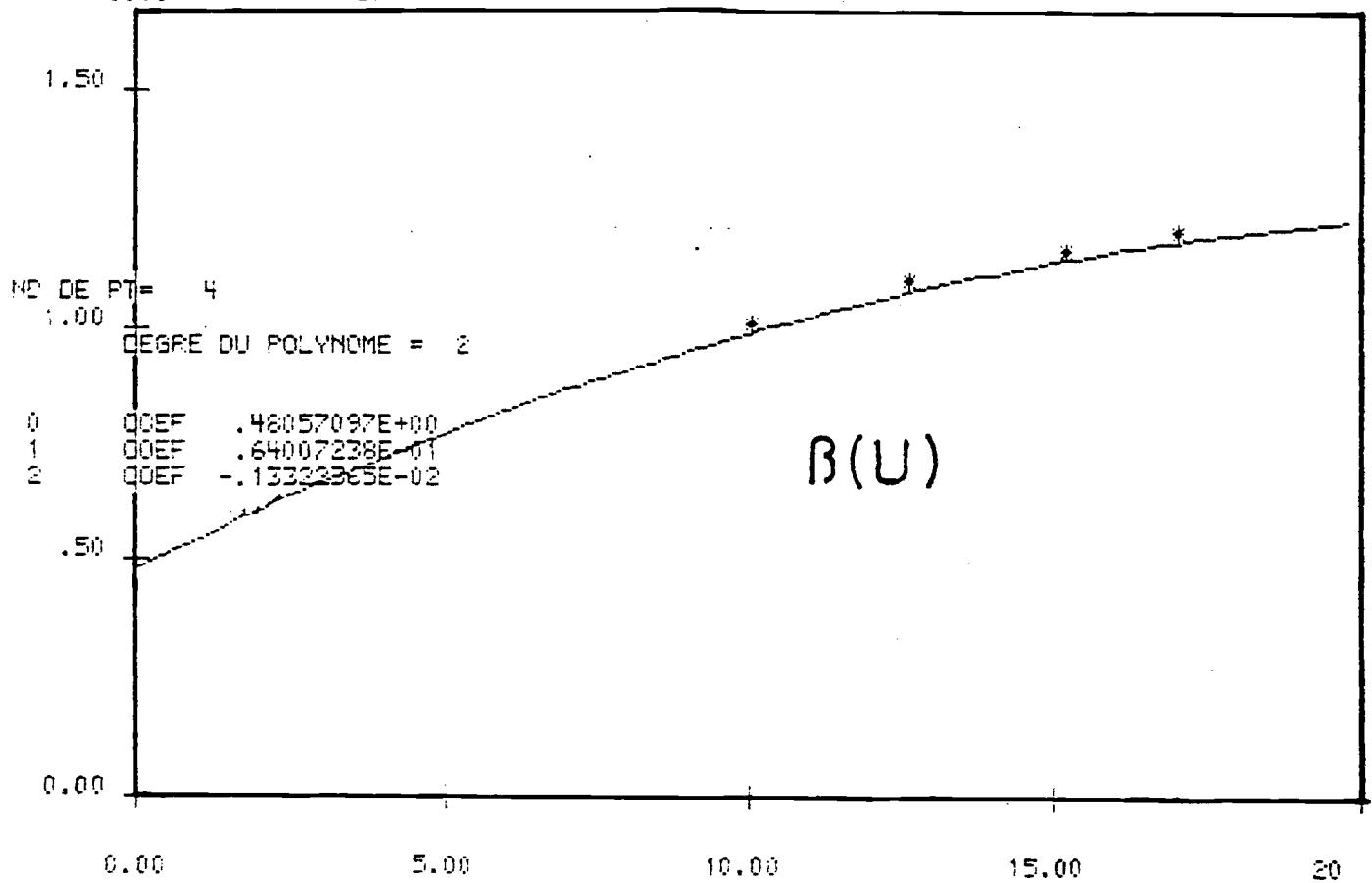
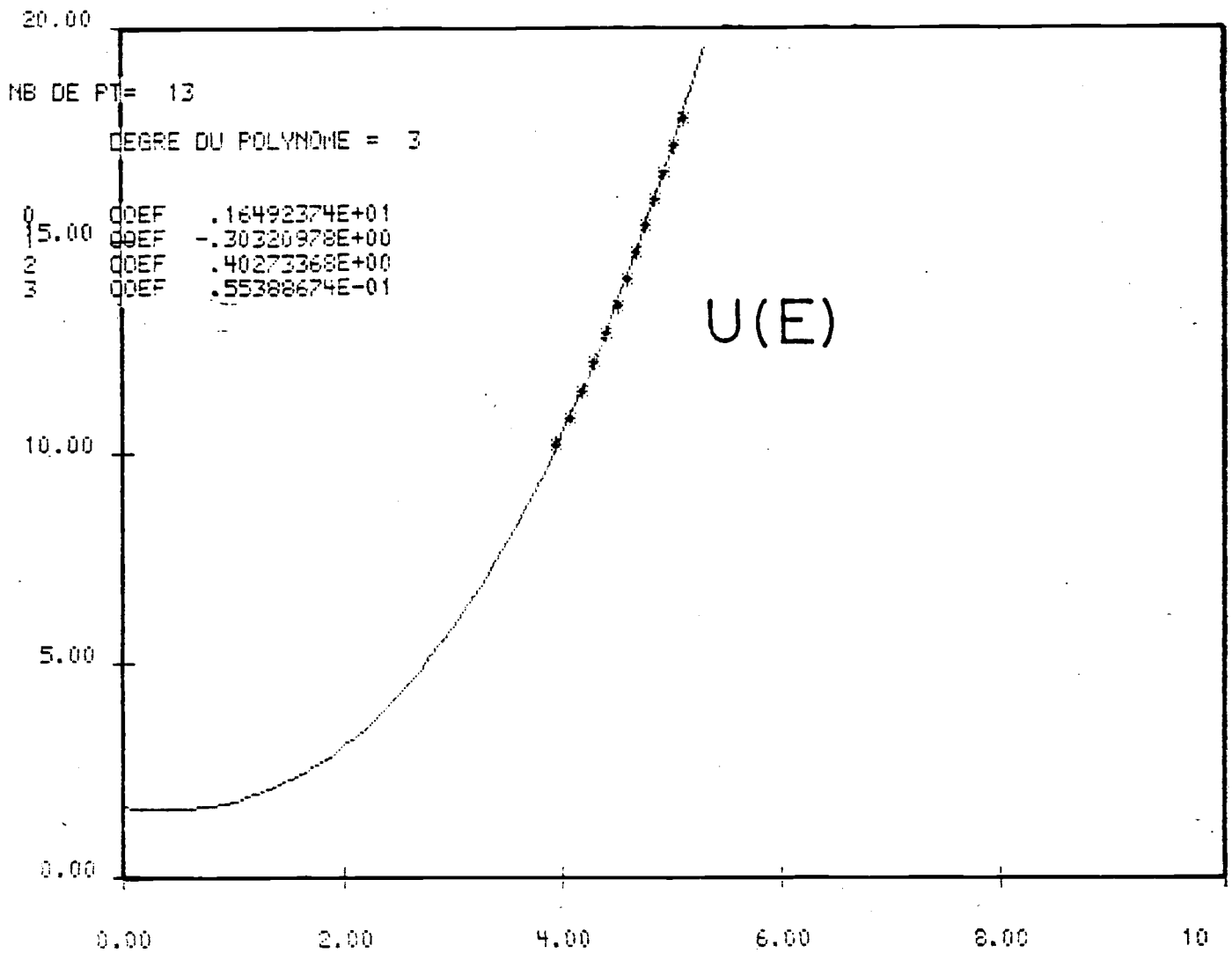


Figure 14

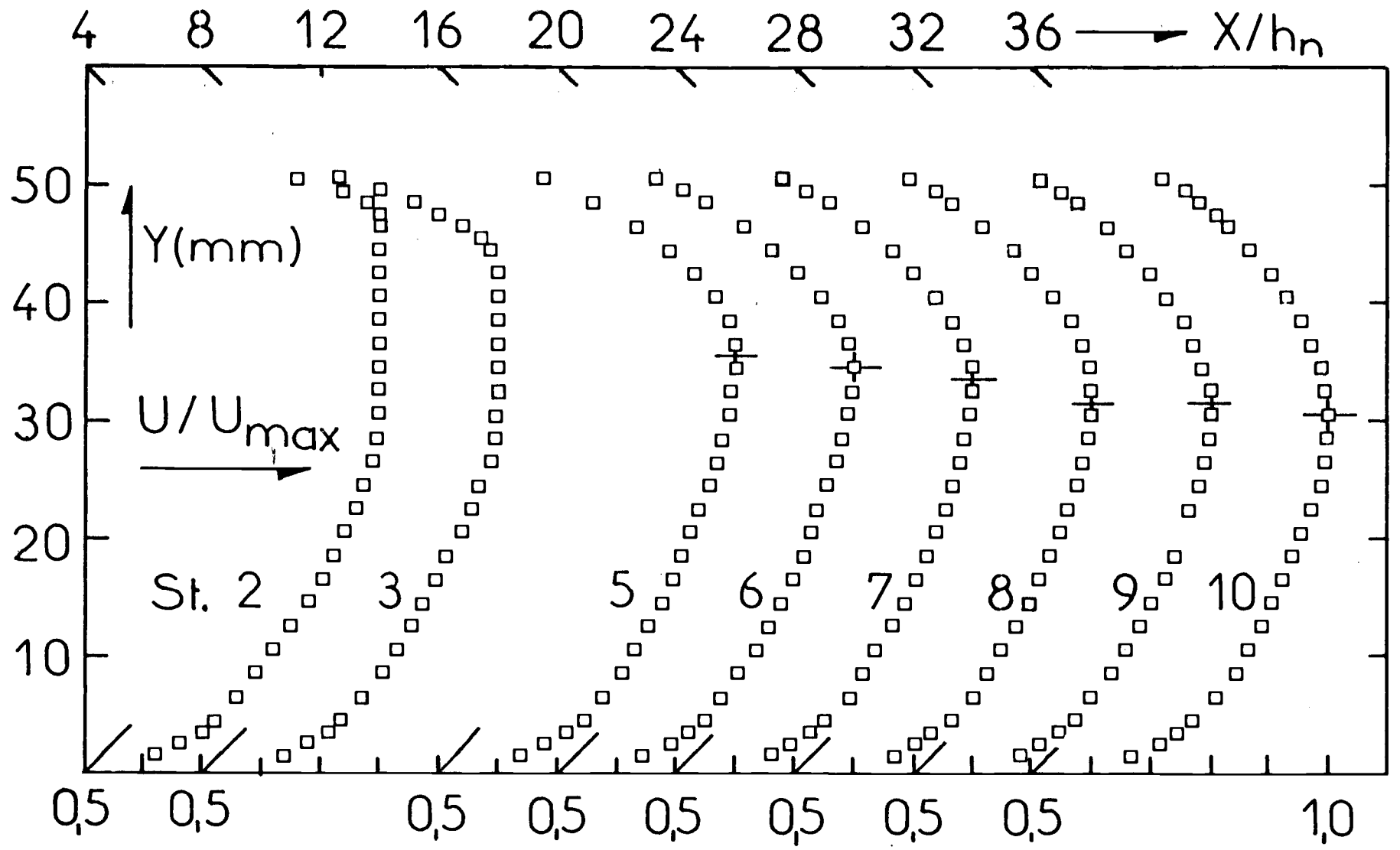


Figure 15a

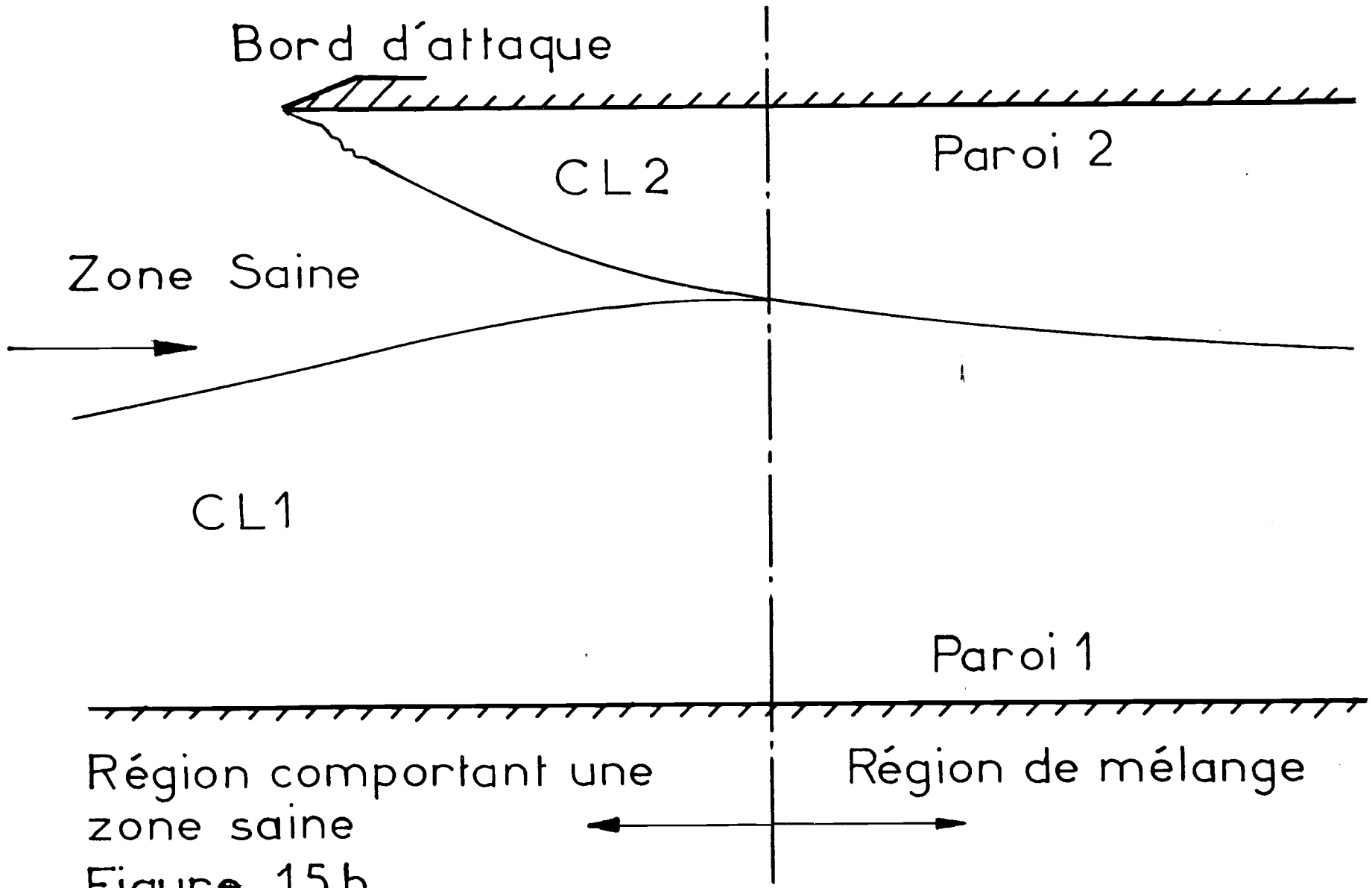


Figure 15 b

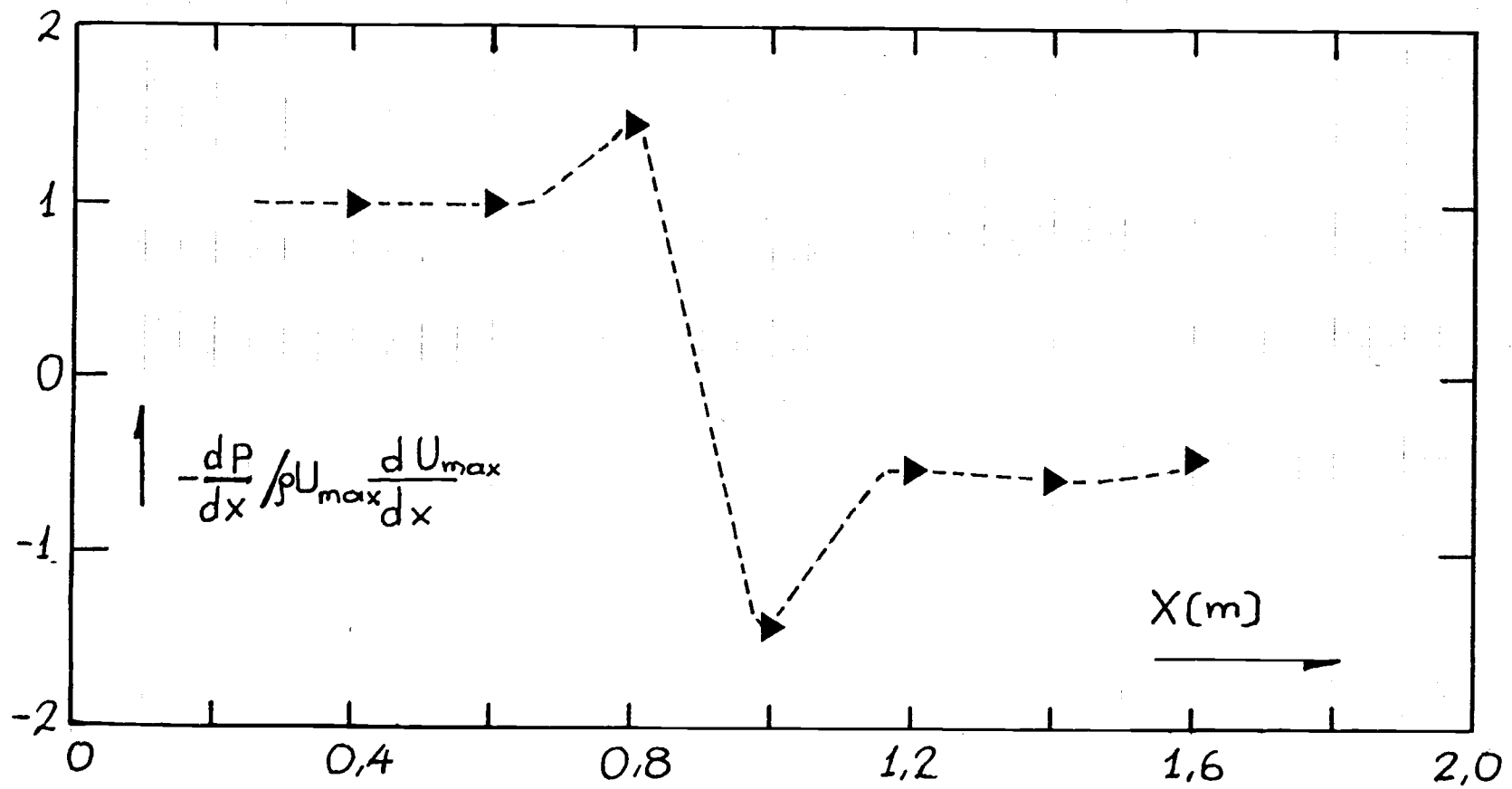


Figure 16.

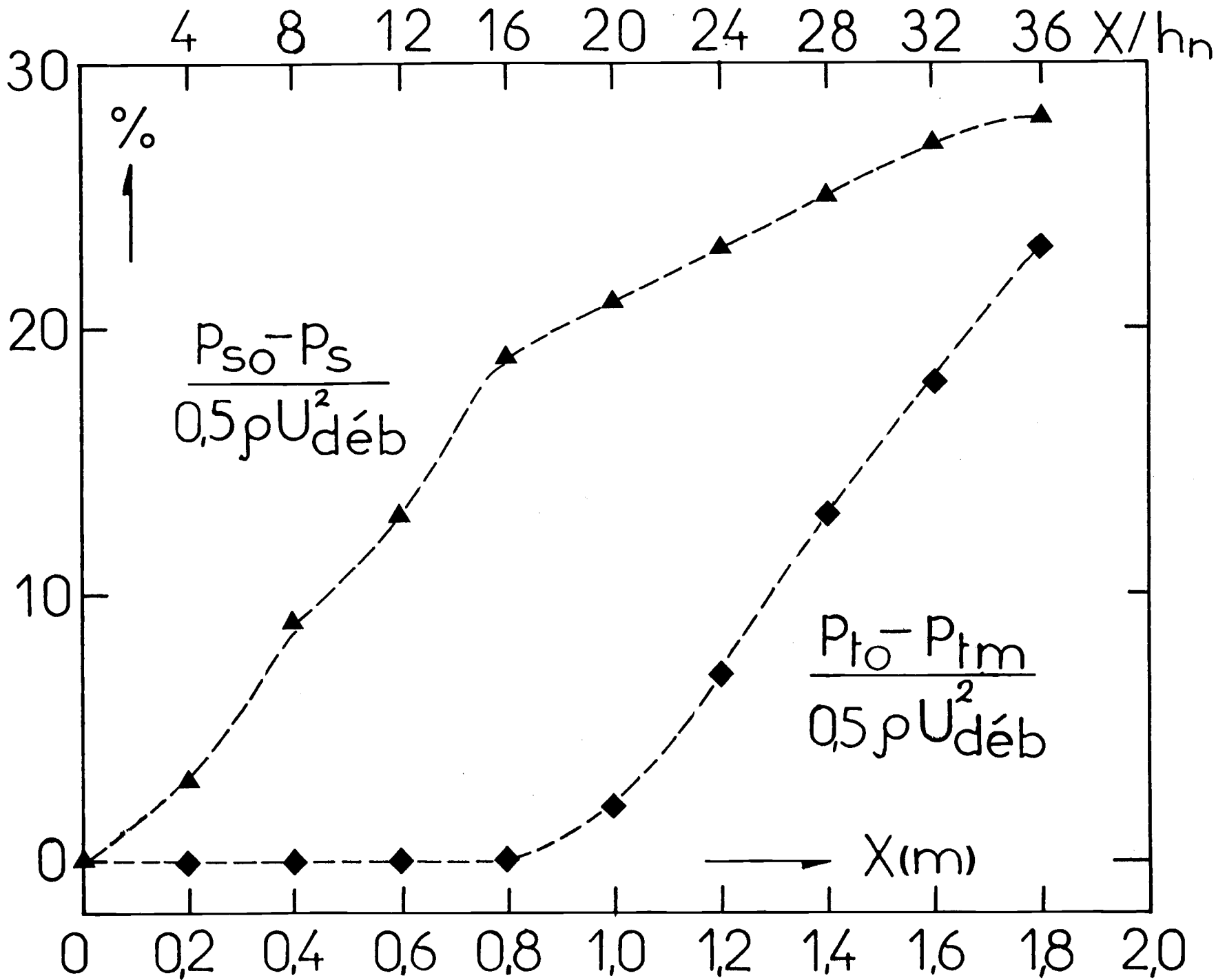


Figure 17

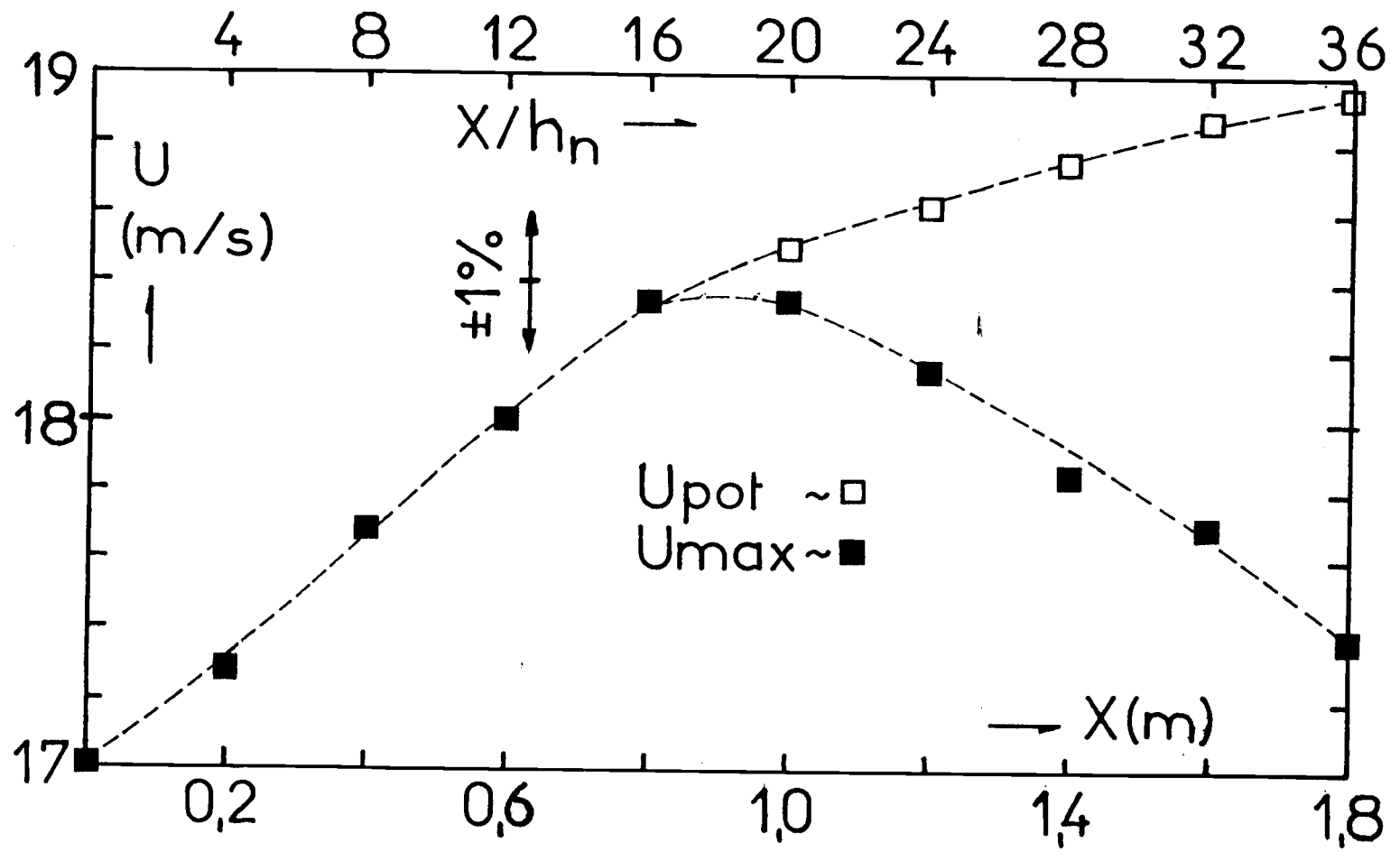


Figure 18

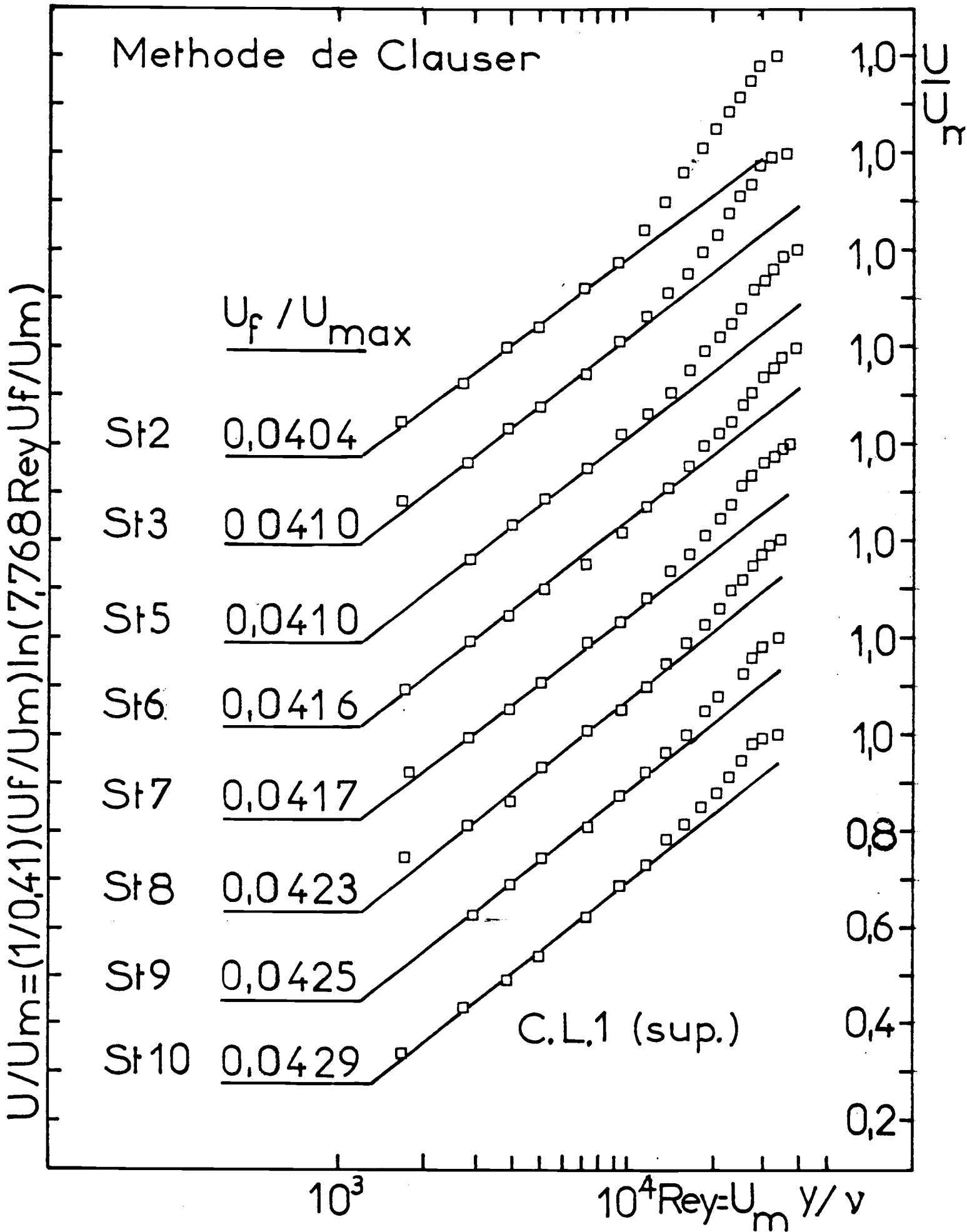


Figure 20a

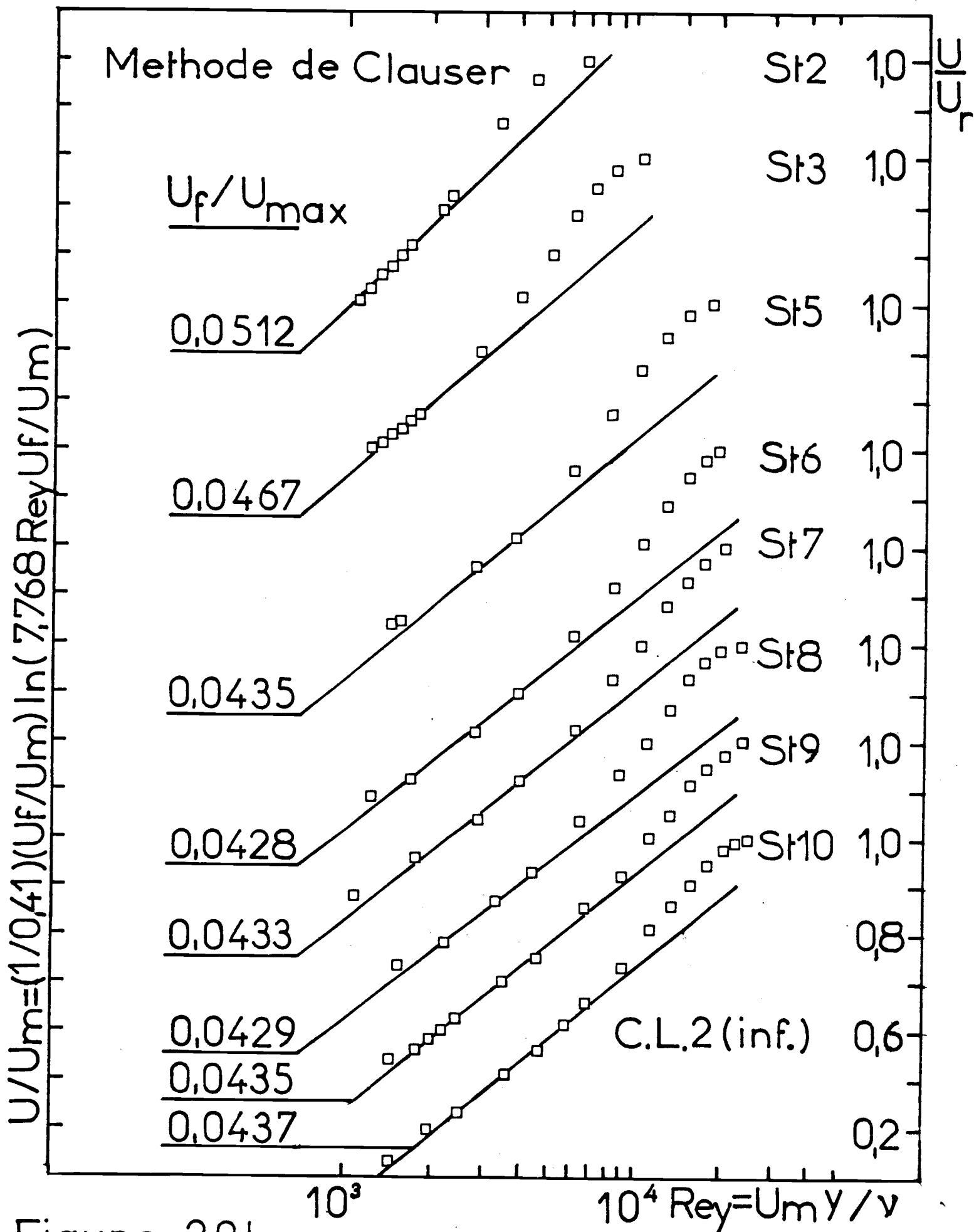


Figure 20b

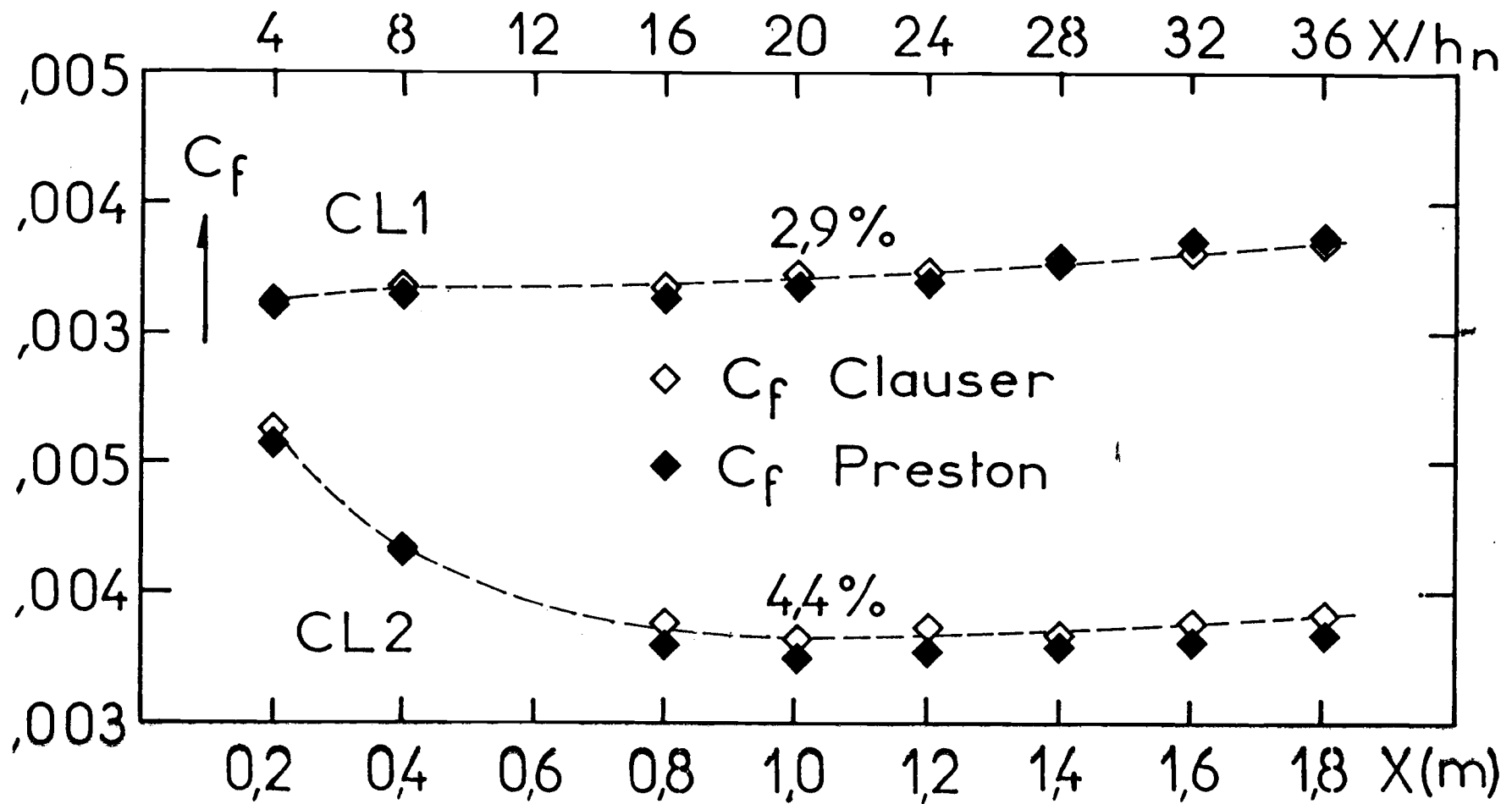


Figure 21

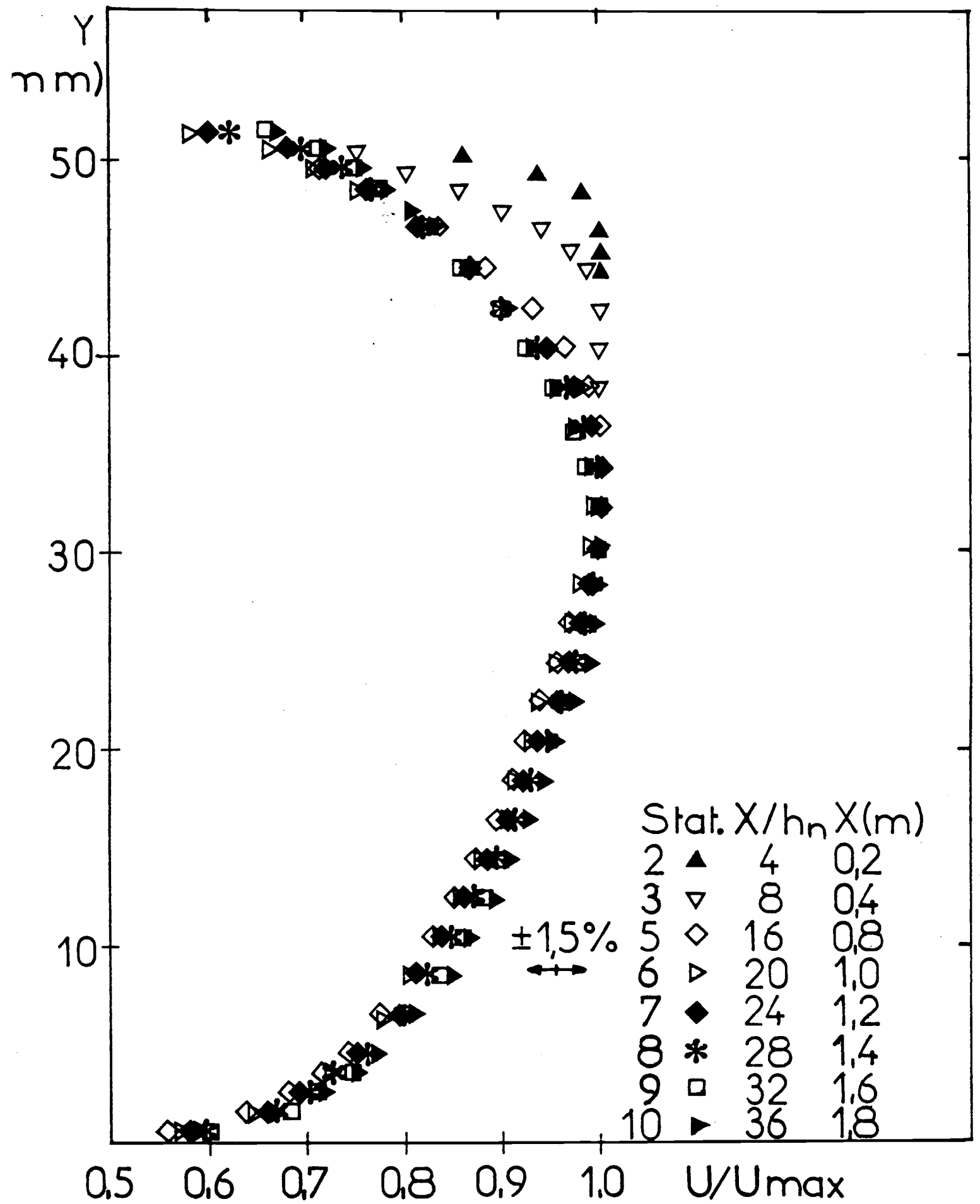


Figure 22

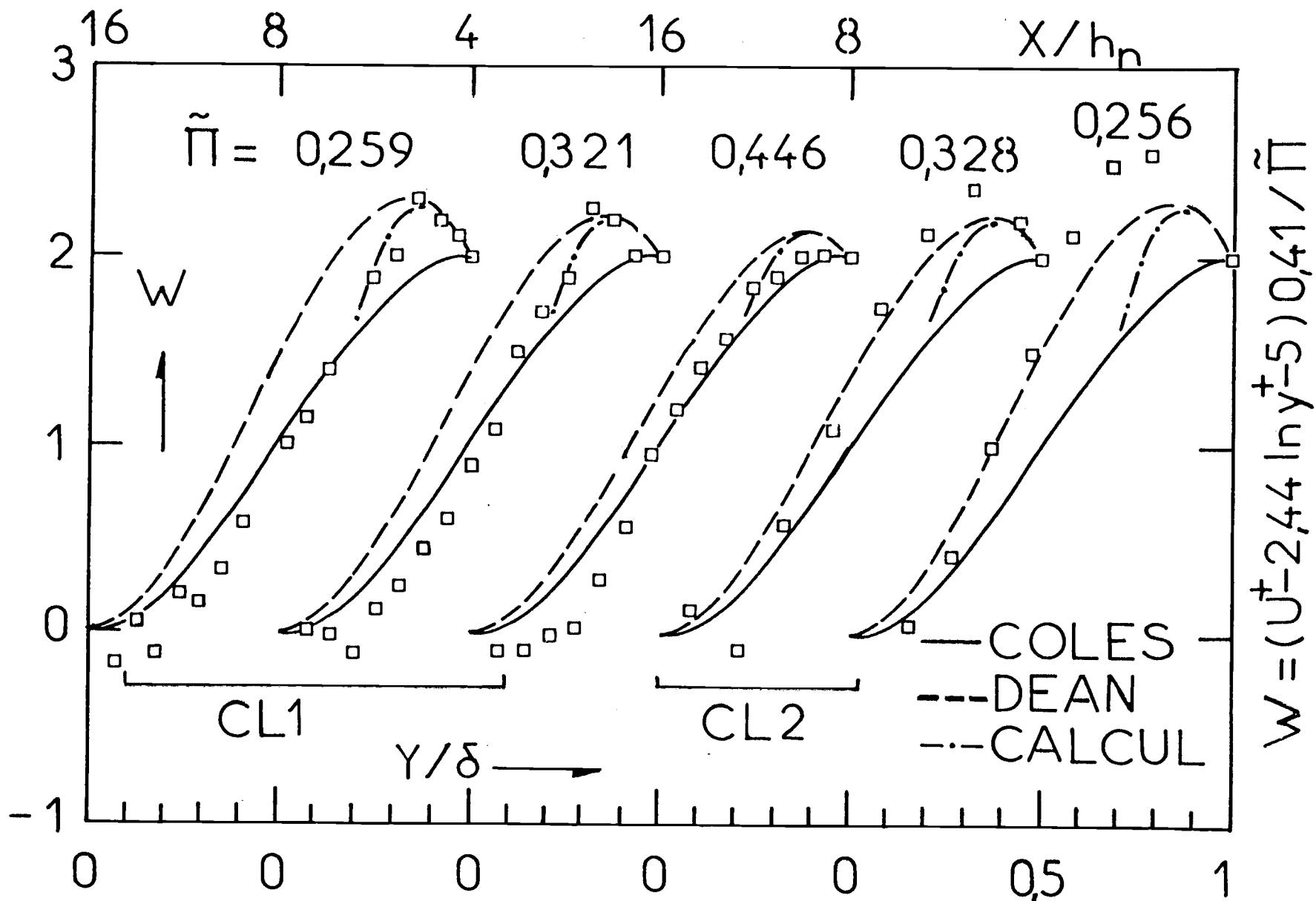


Figure 23a

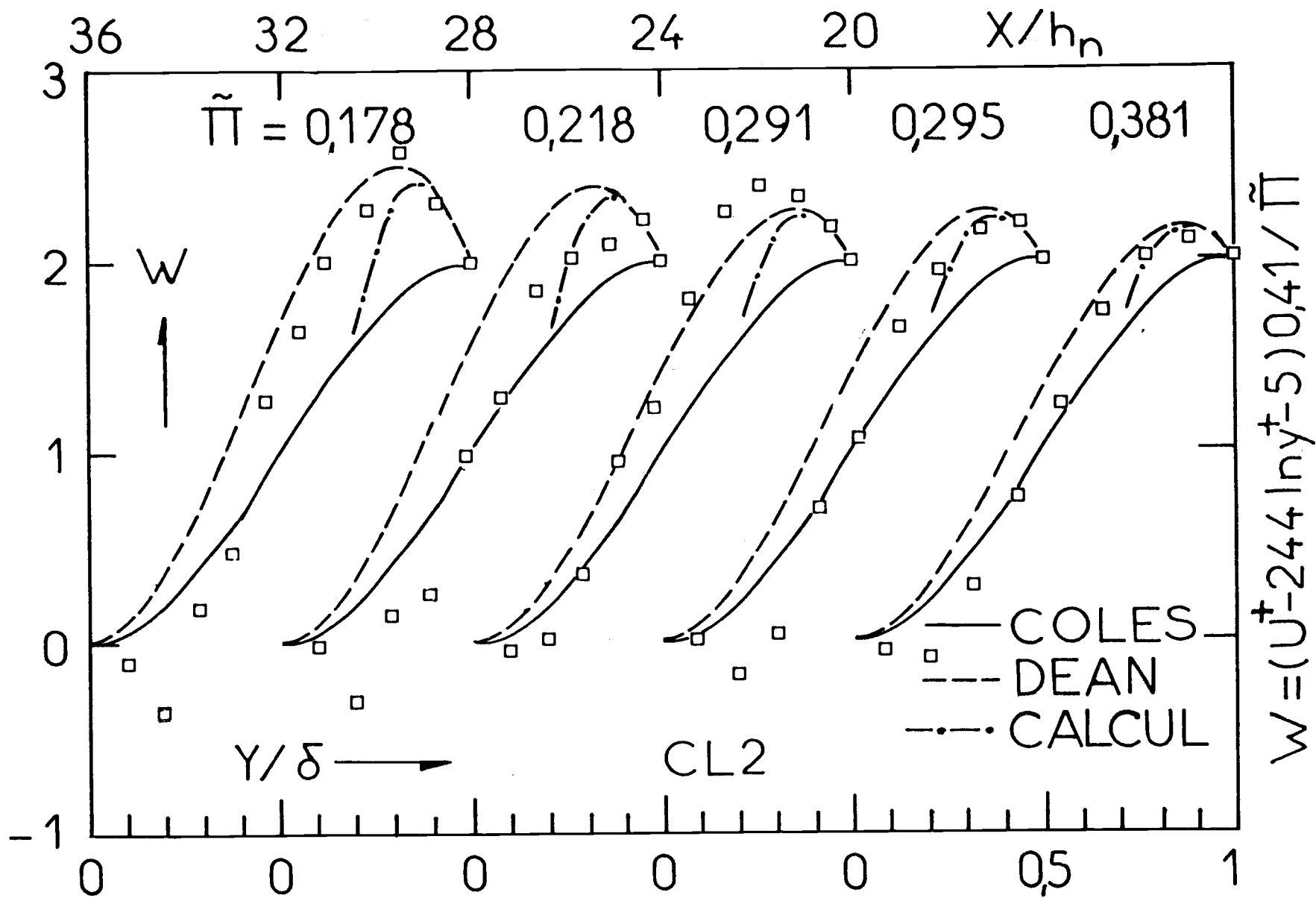


Figure 23b

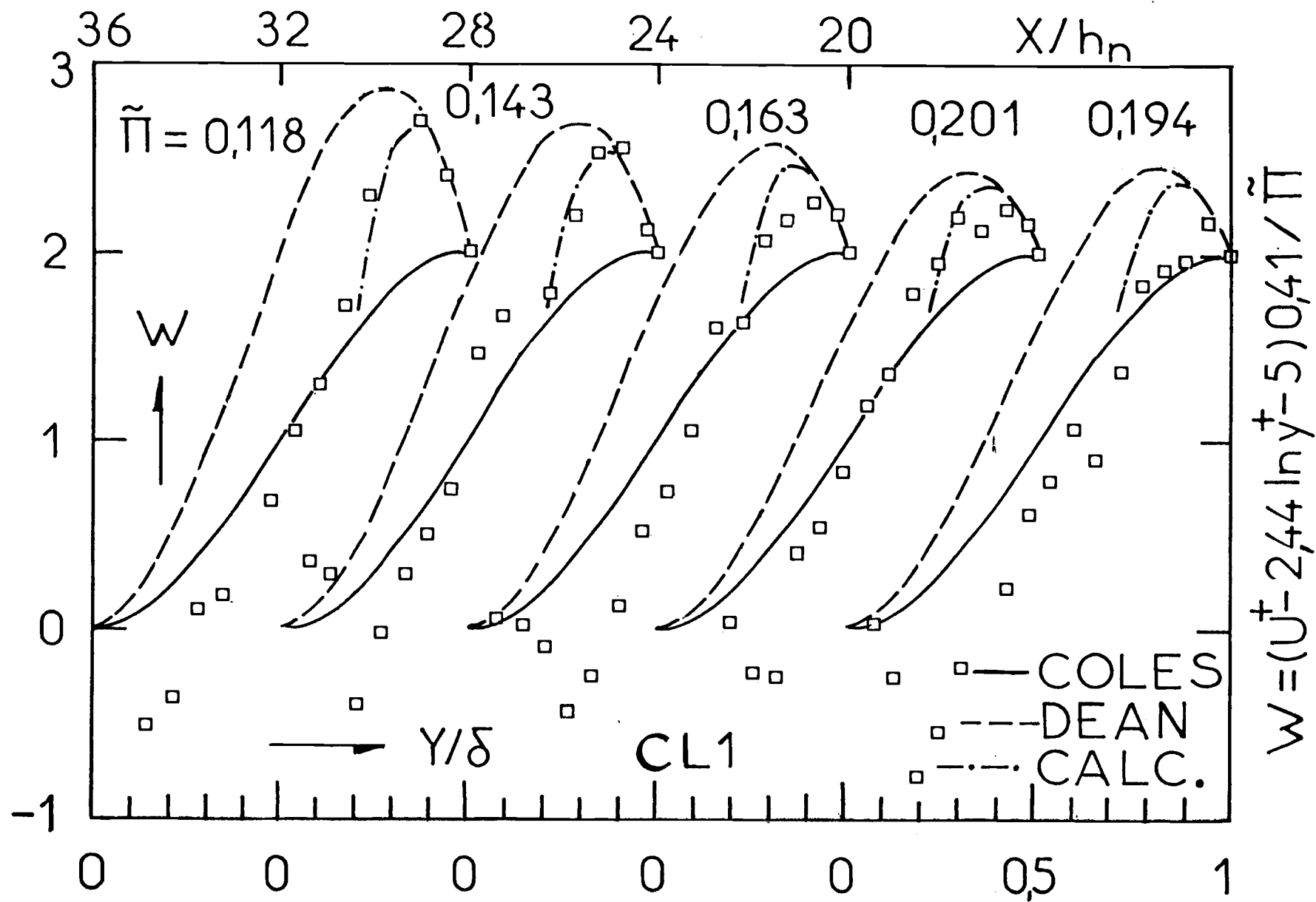


Figure 23c

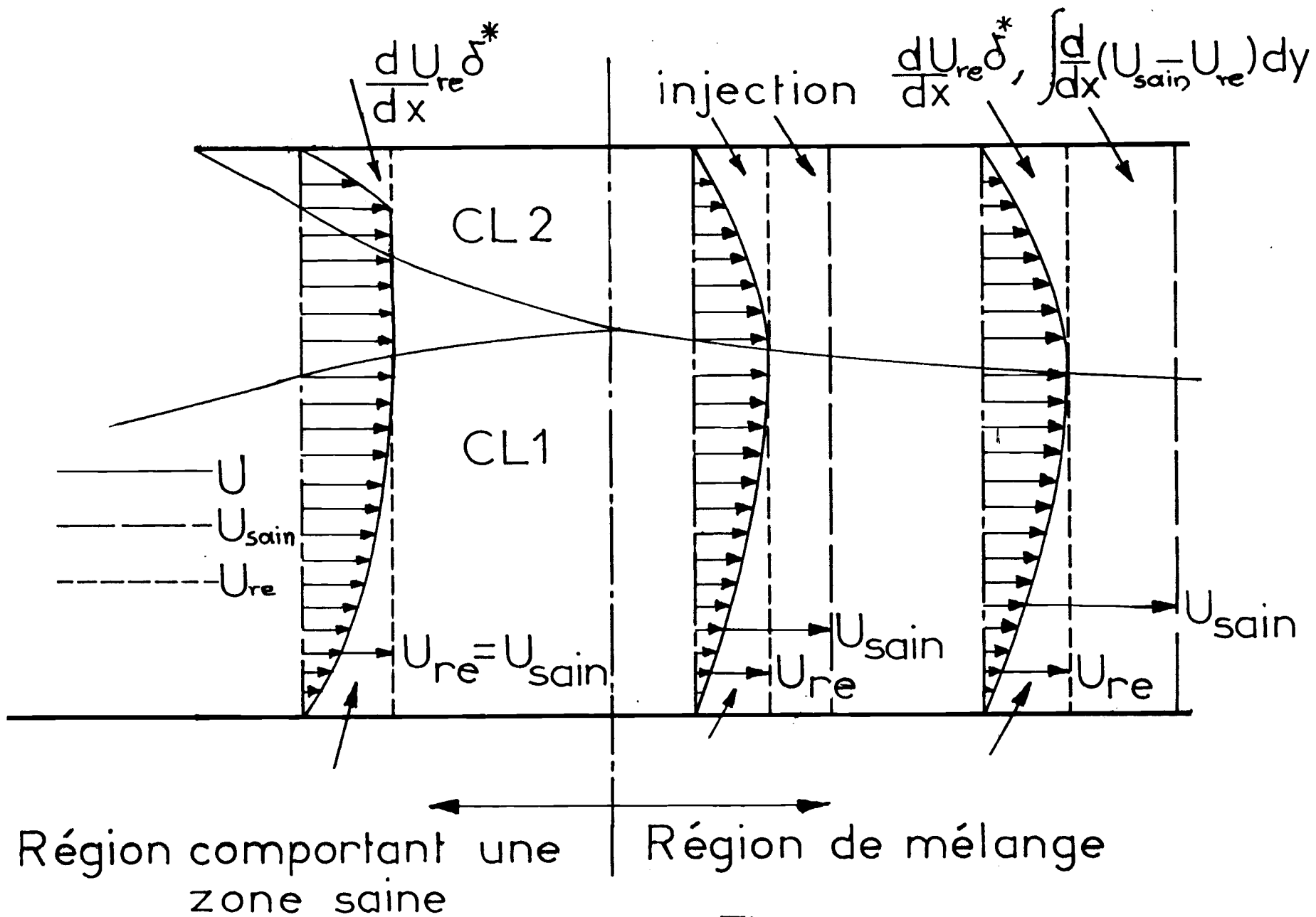


Figure 24

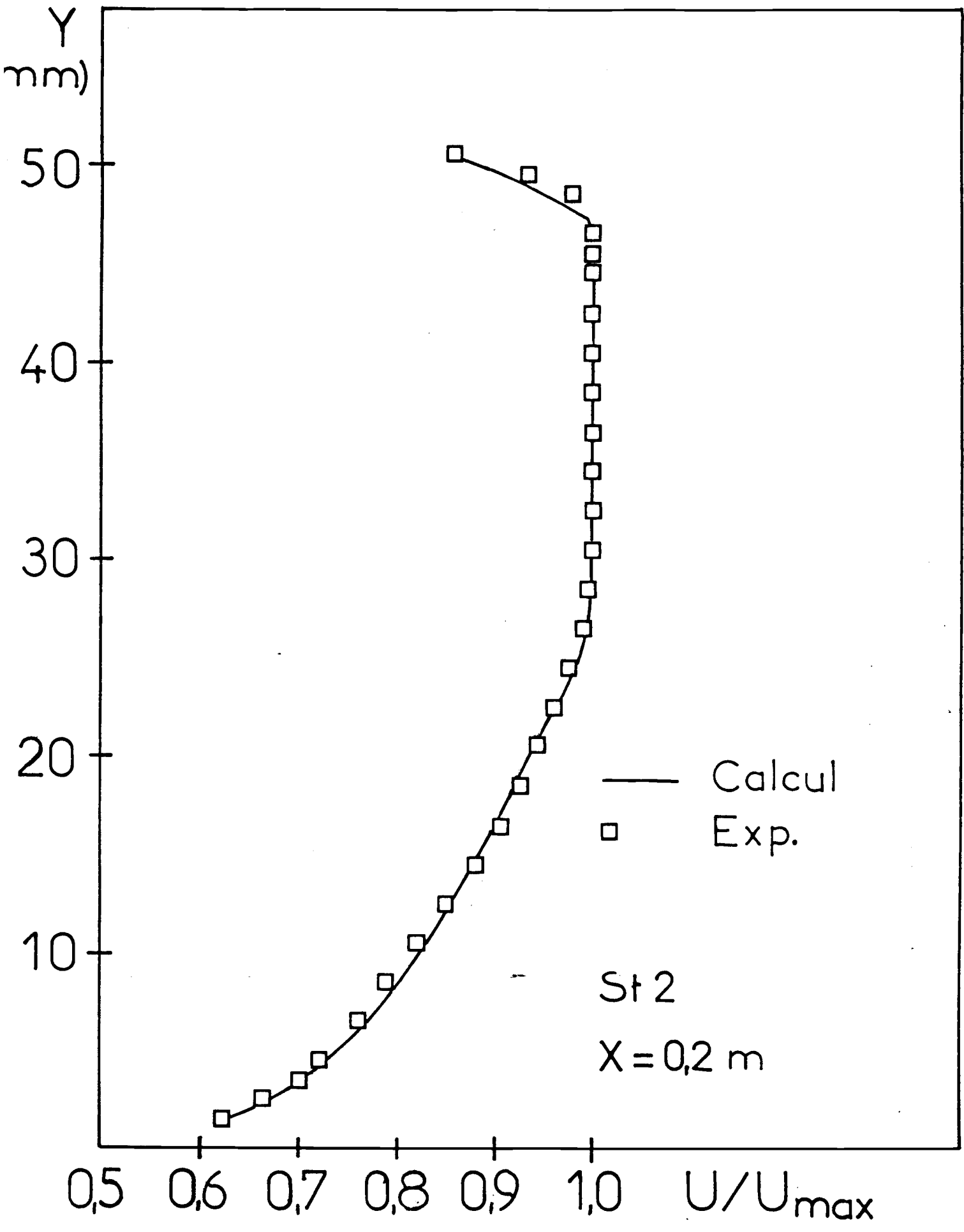


Figure 25

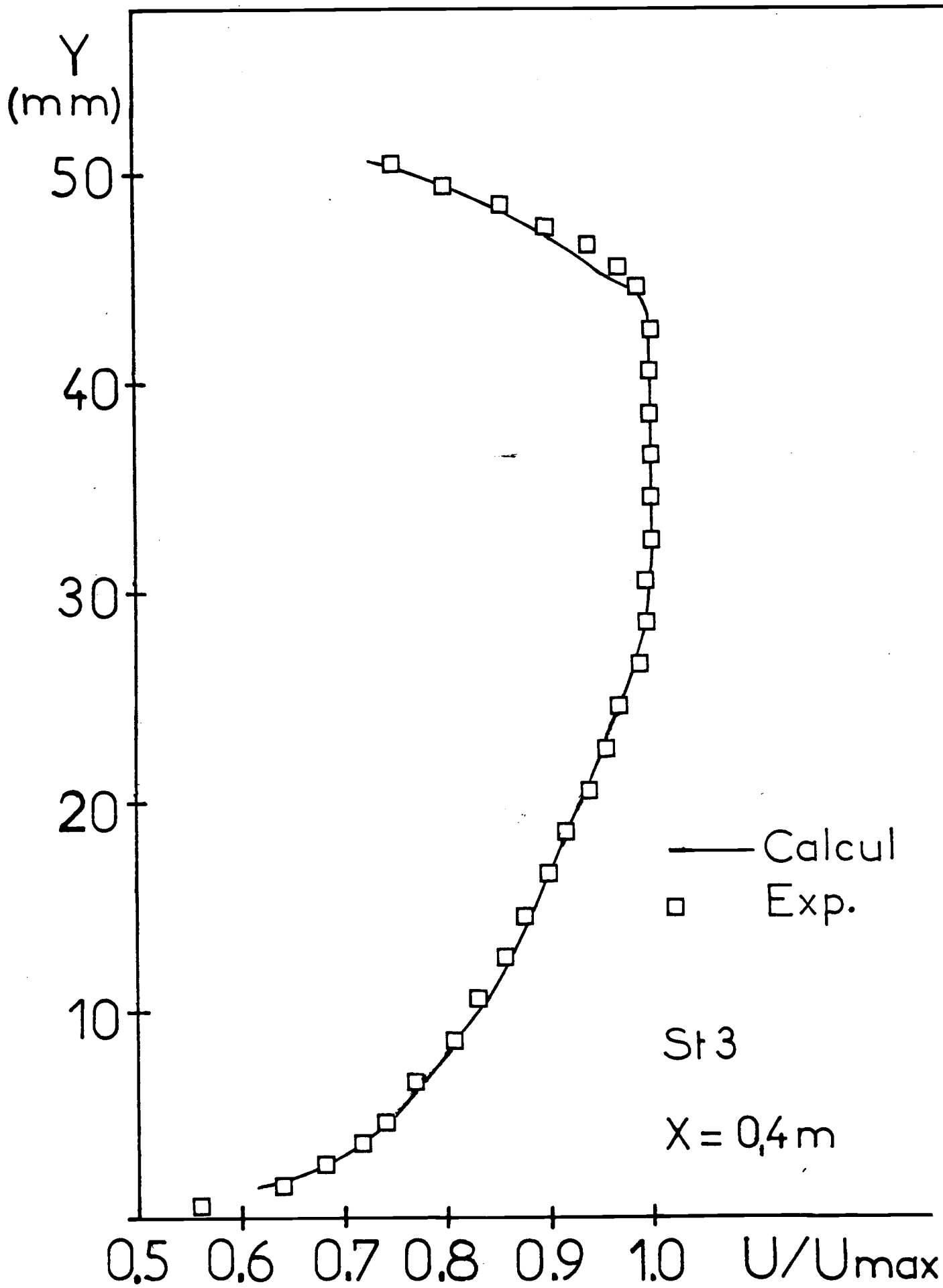


Figure 26

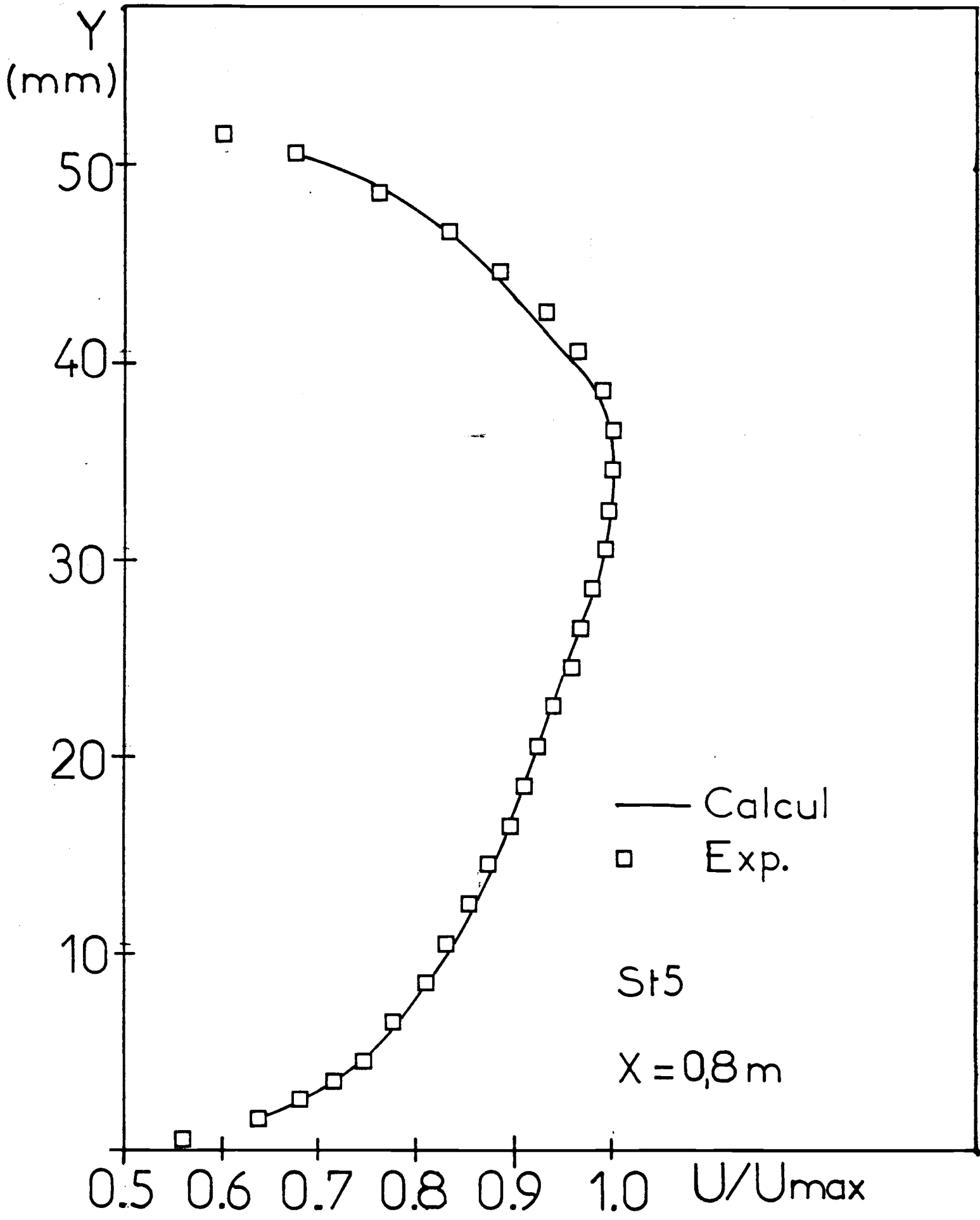


Figure 27

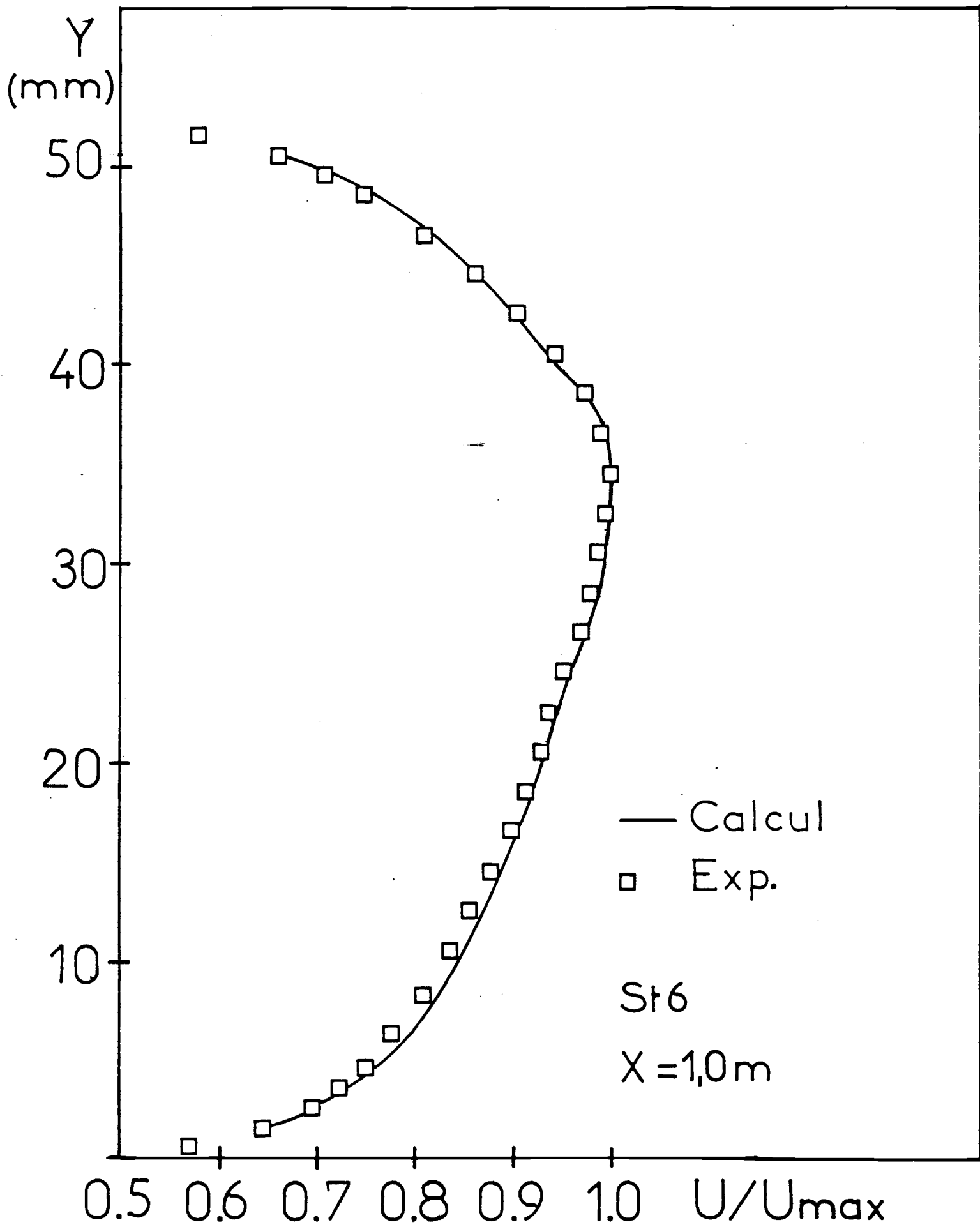


Figure 28

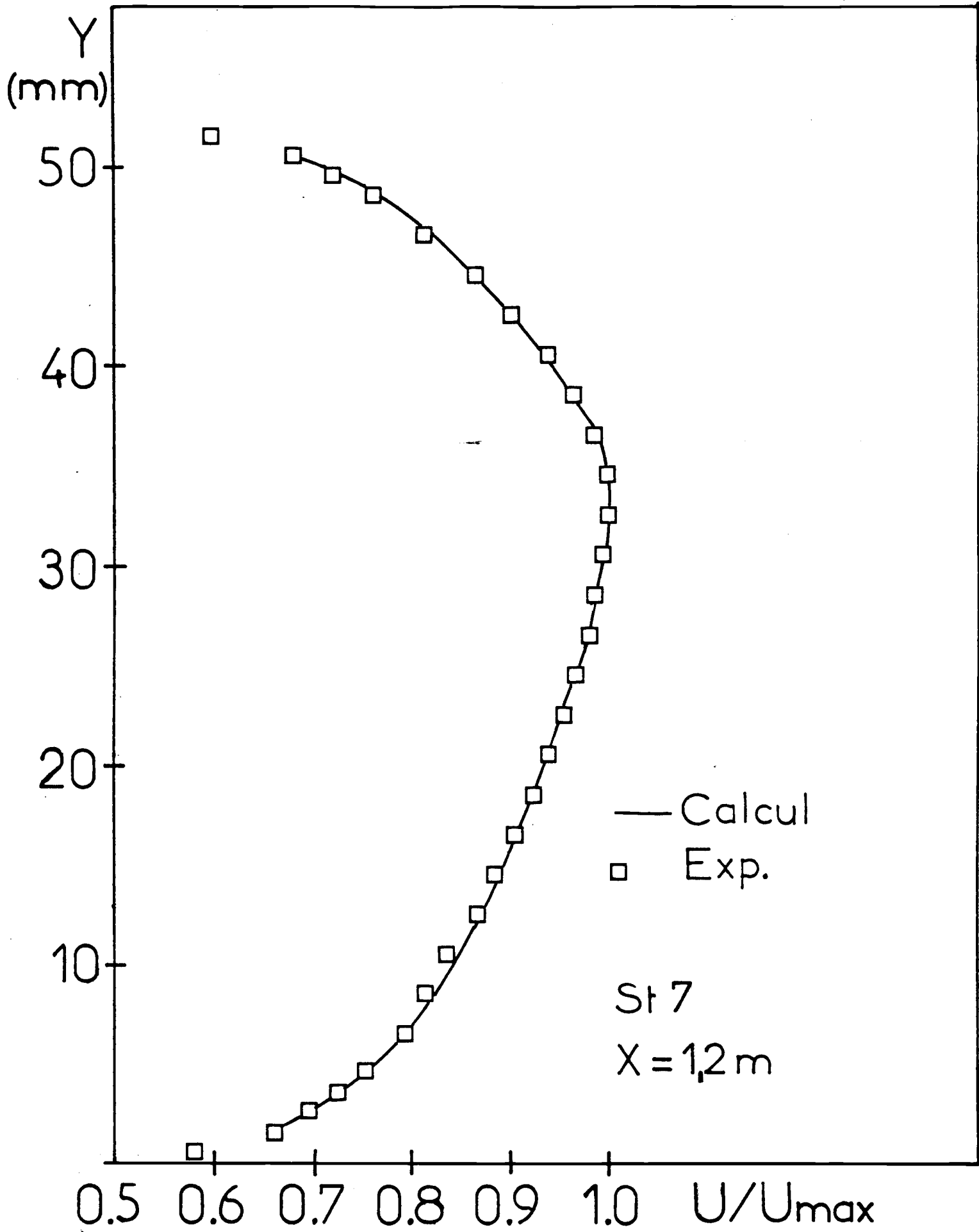


Figure 29

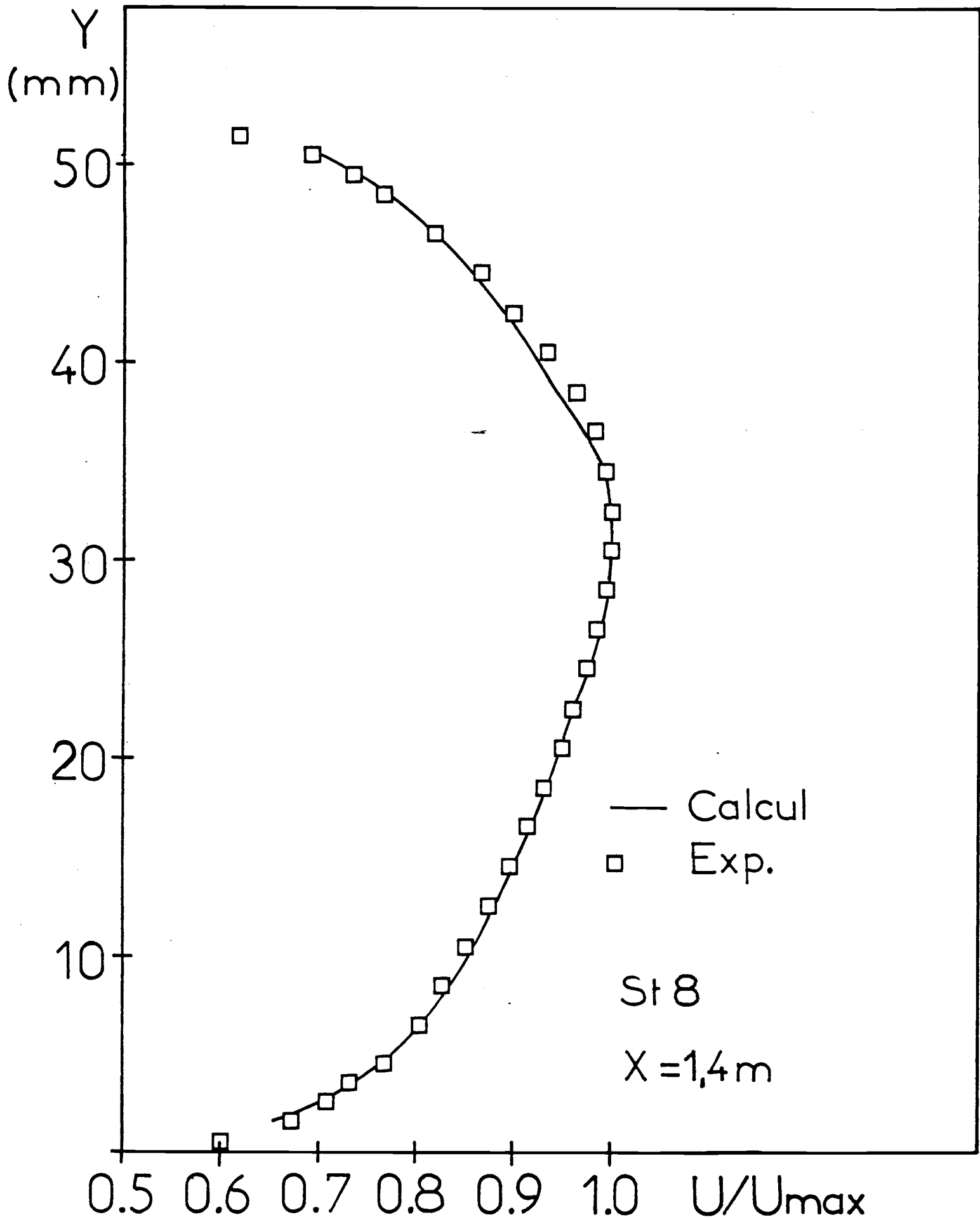


Figure 30

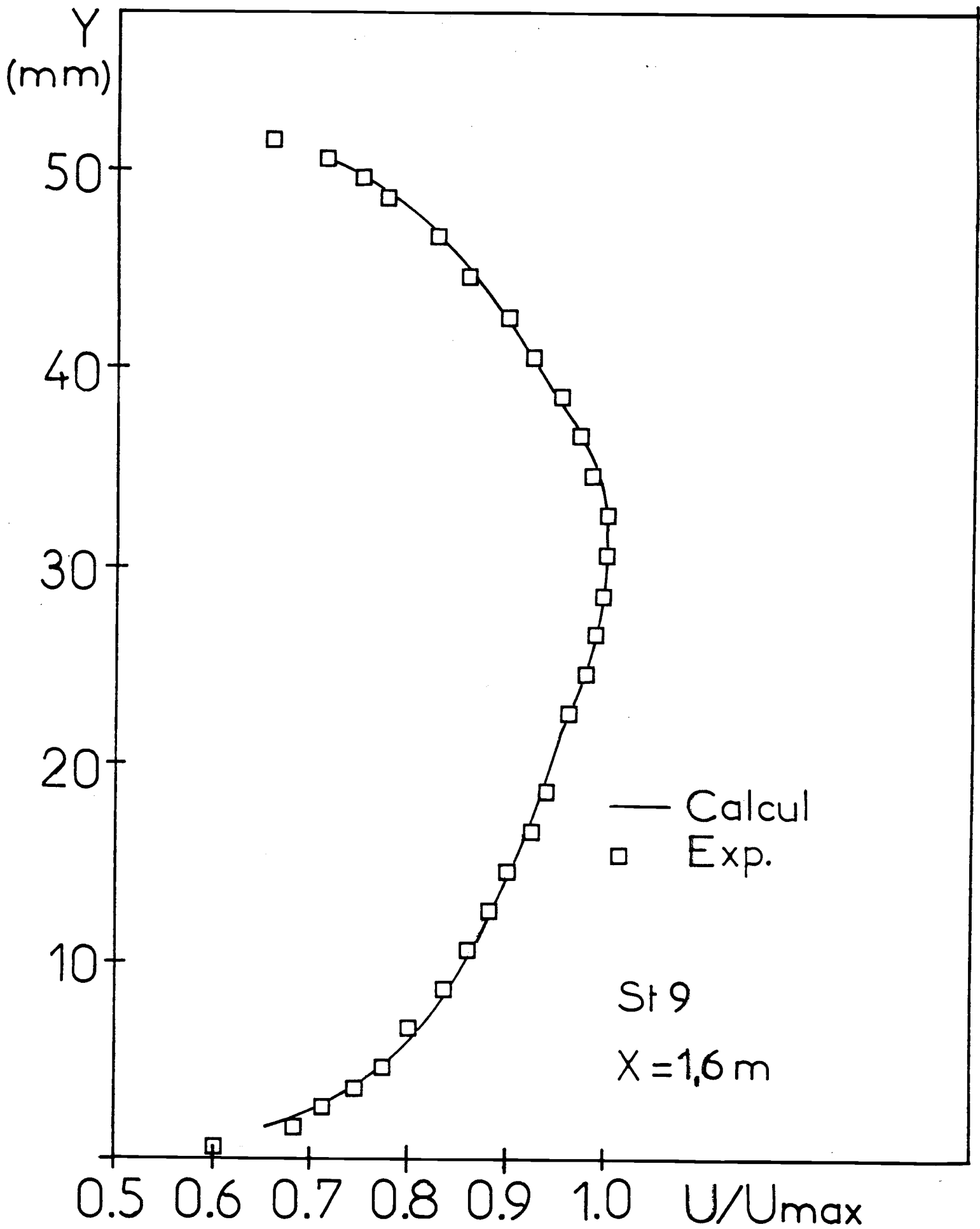


Figure 31

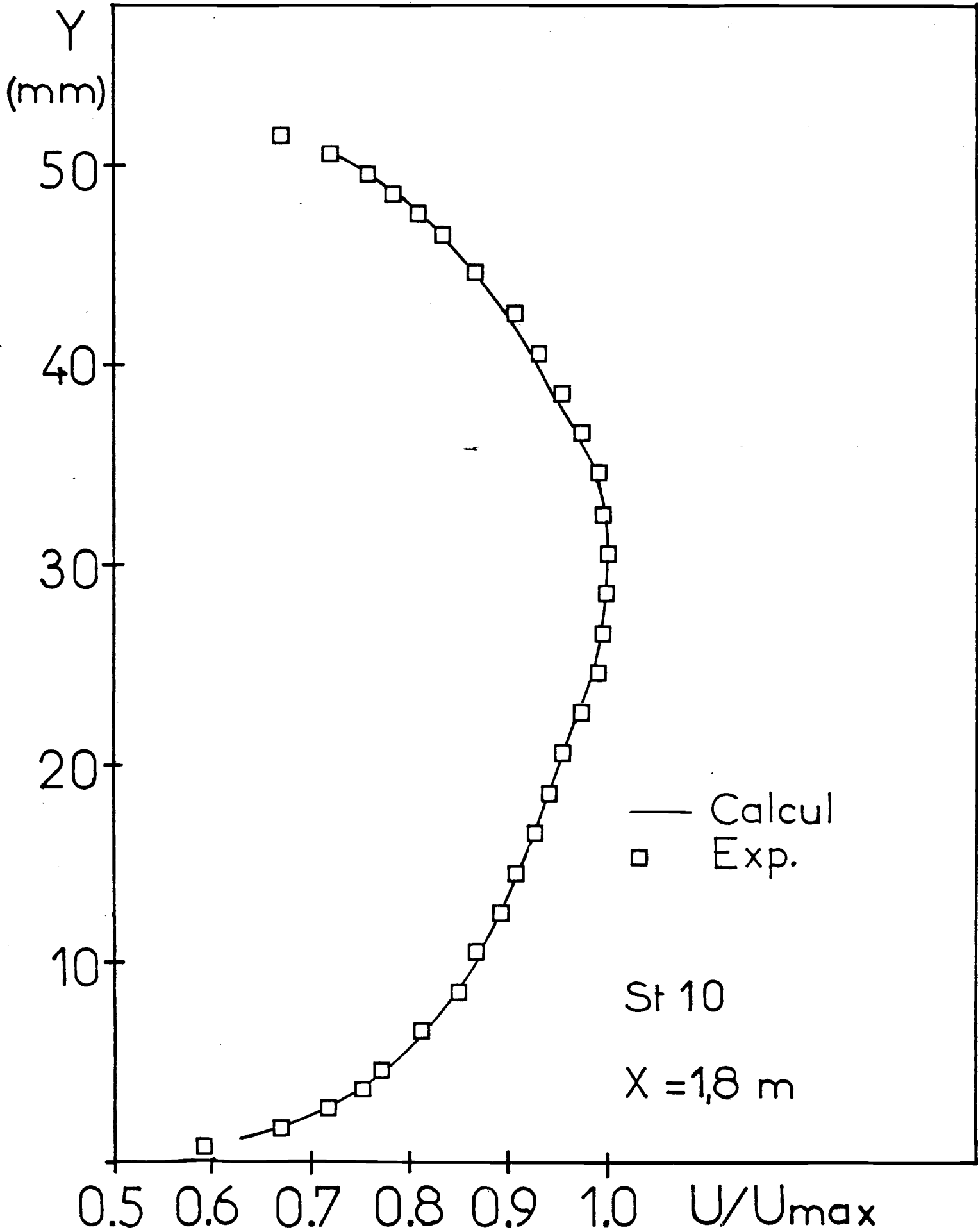


Figure 32

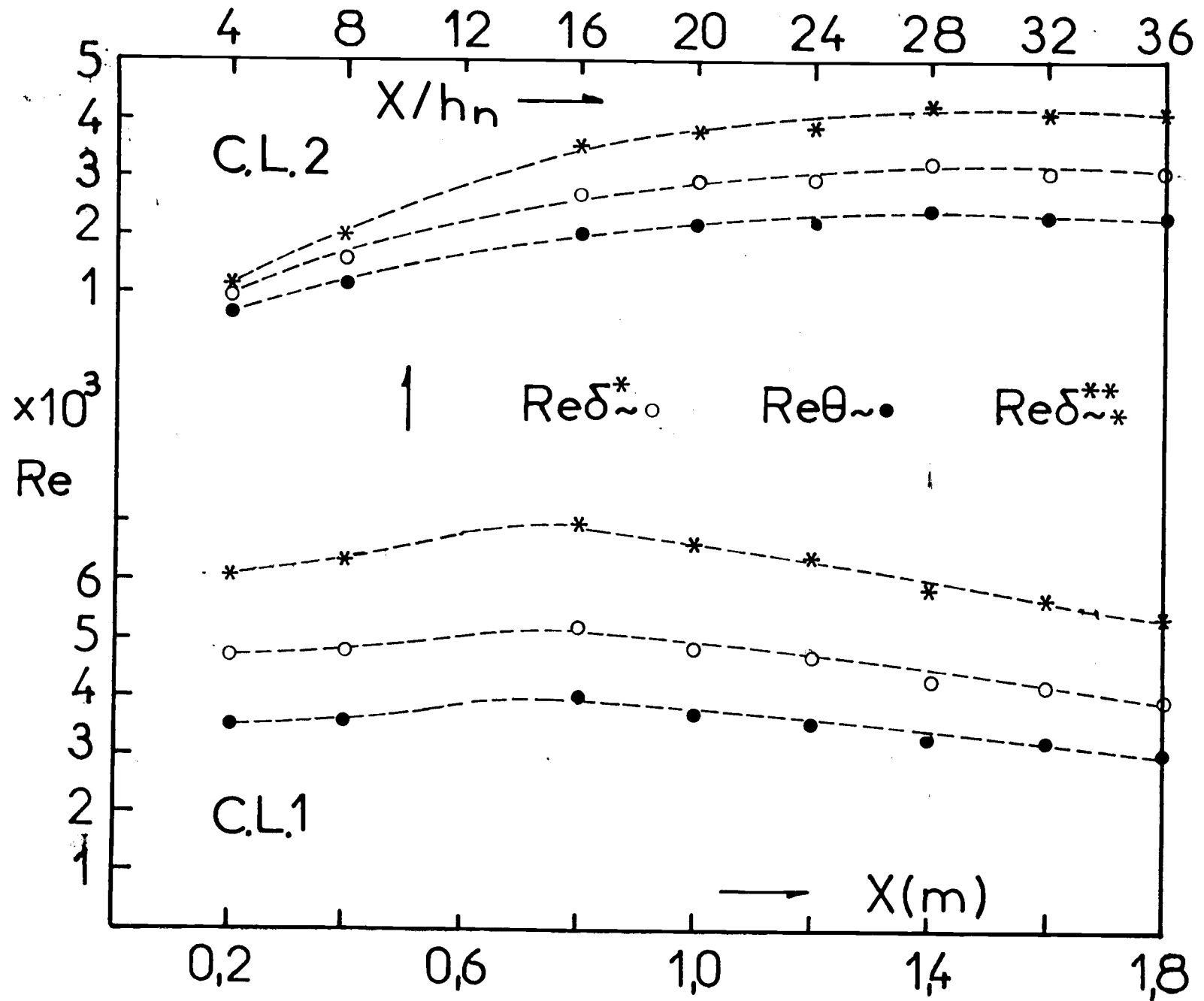


Figure 33

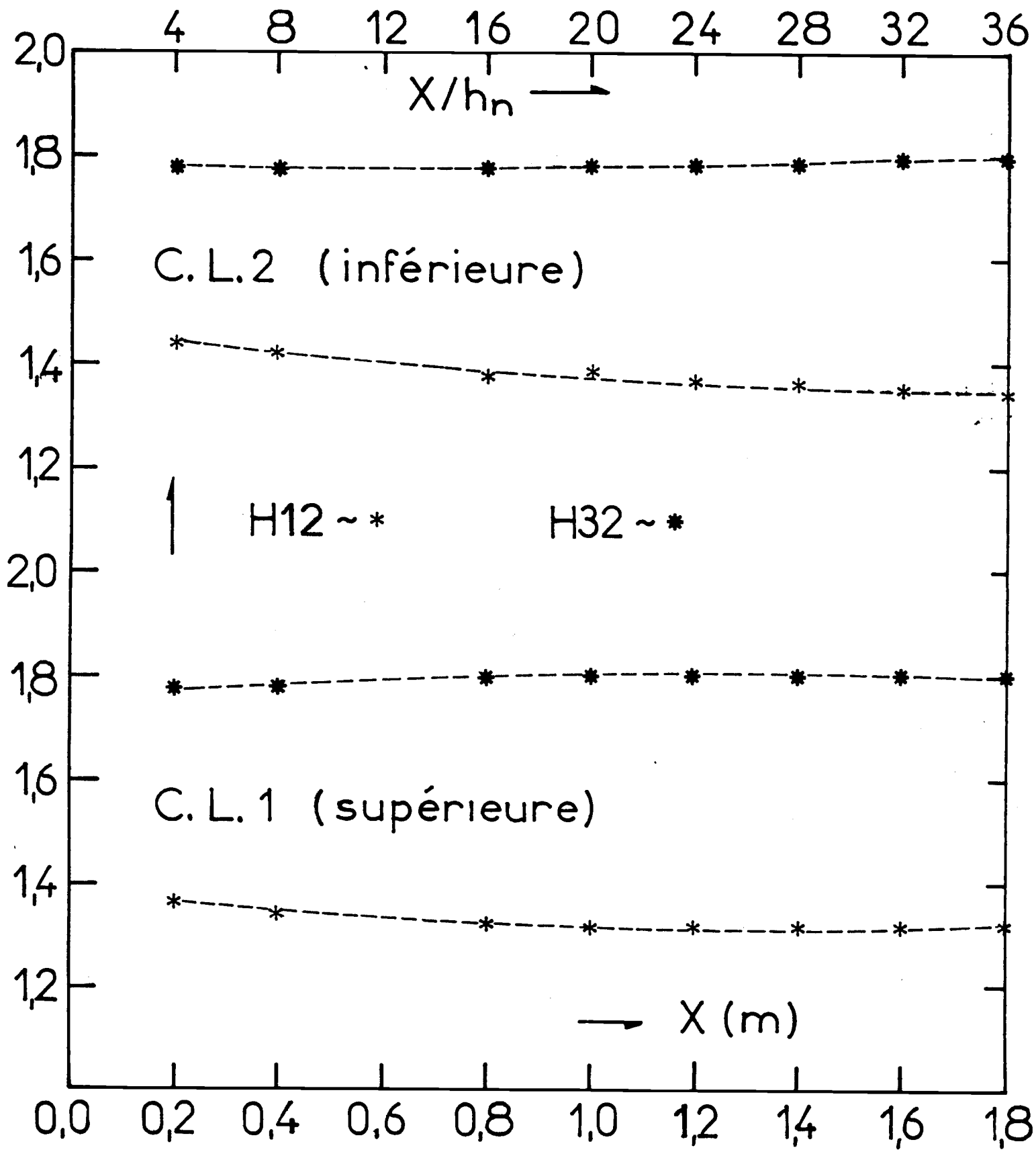


Figure 34

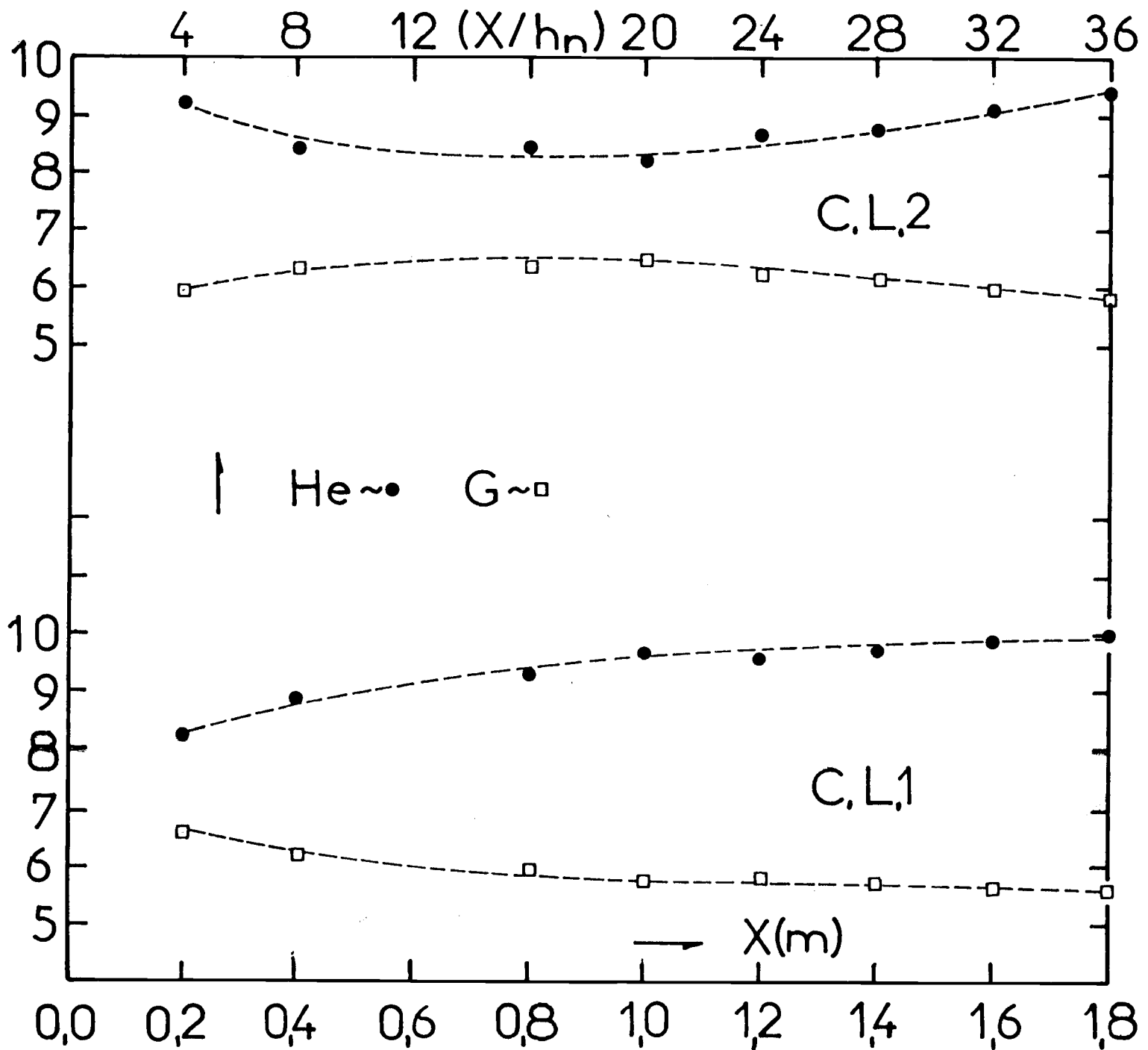


Figure 35

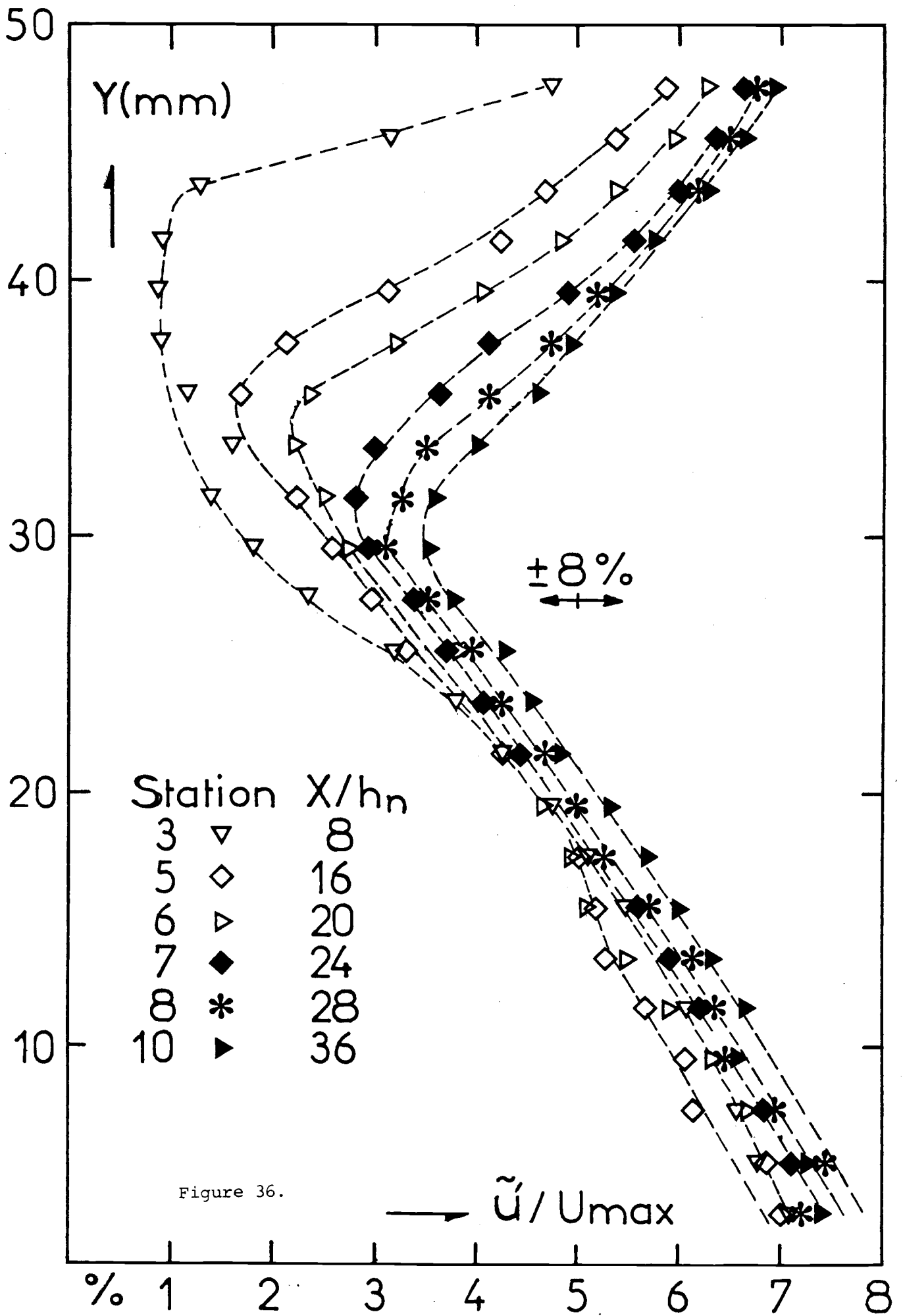
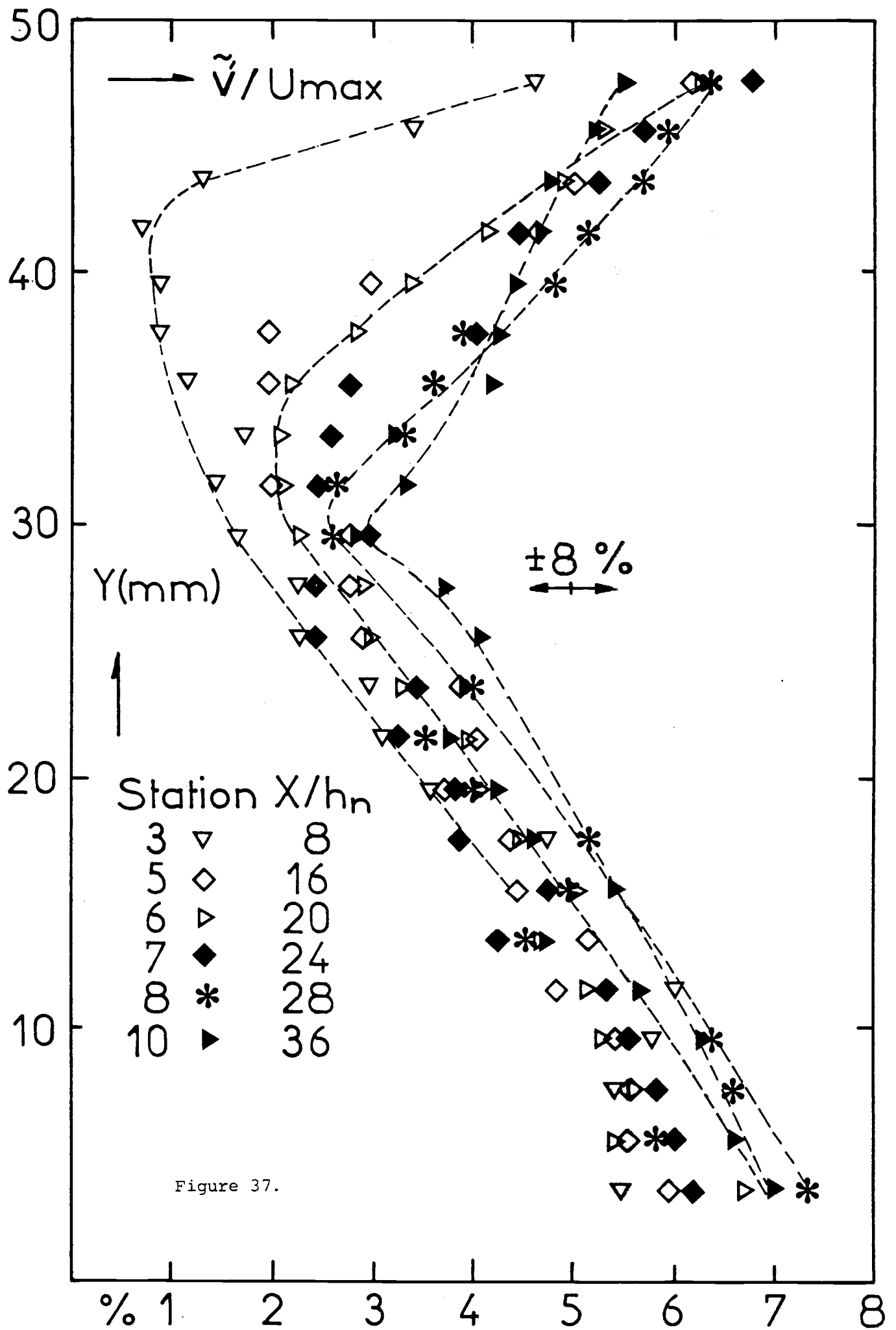


Figure 36.



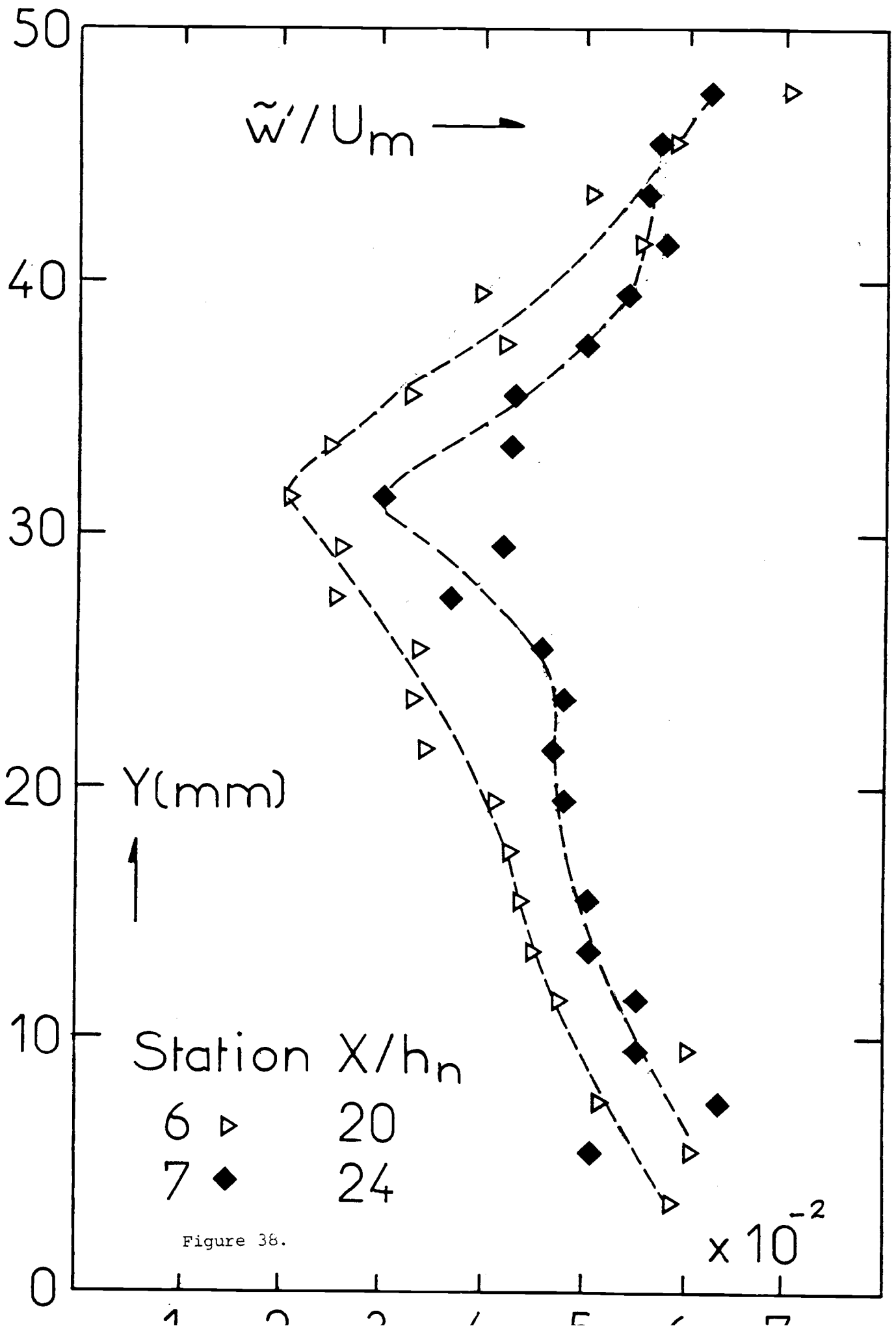


Figure 38.

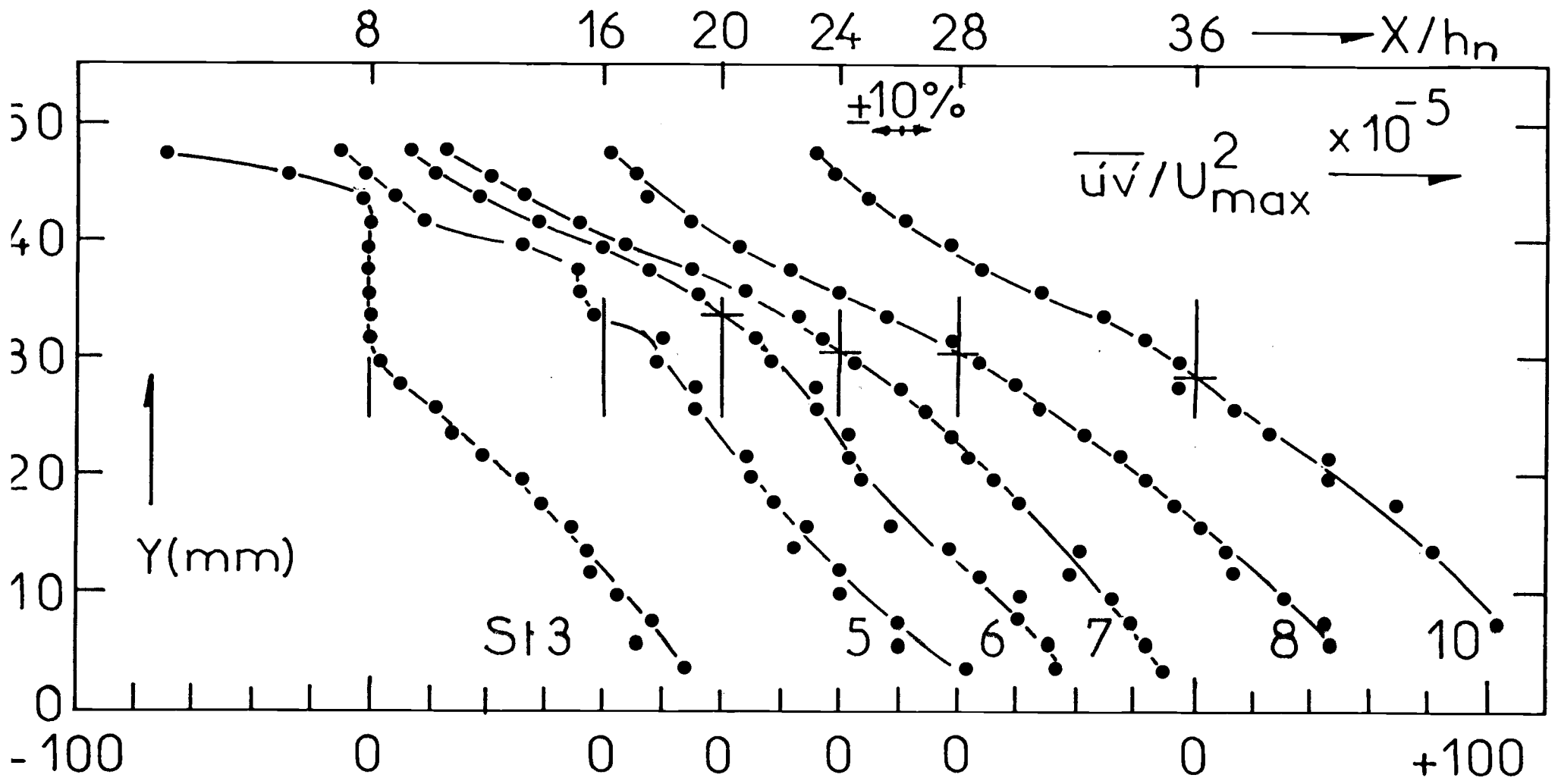


Figure 39



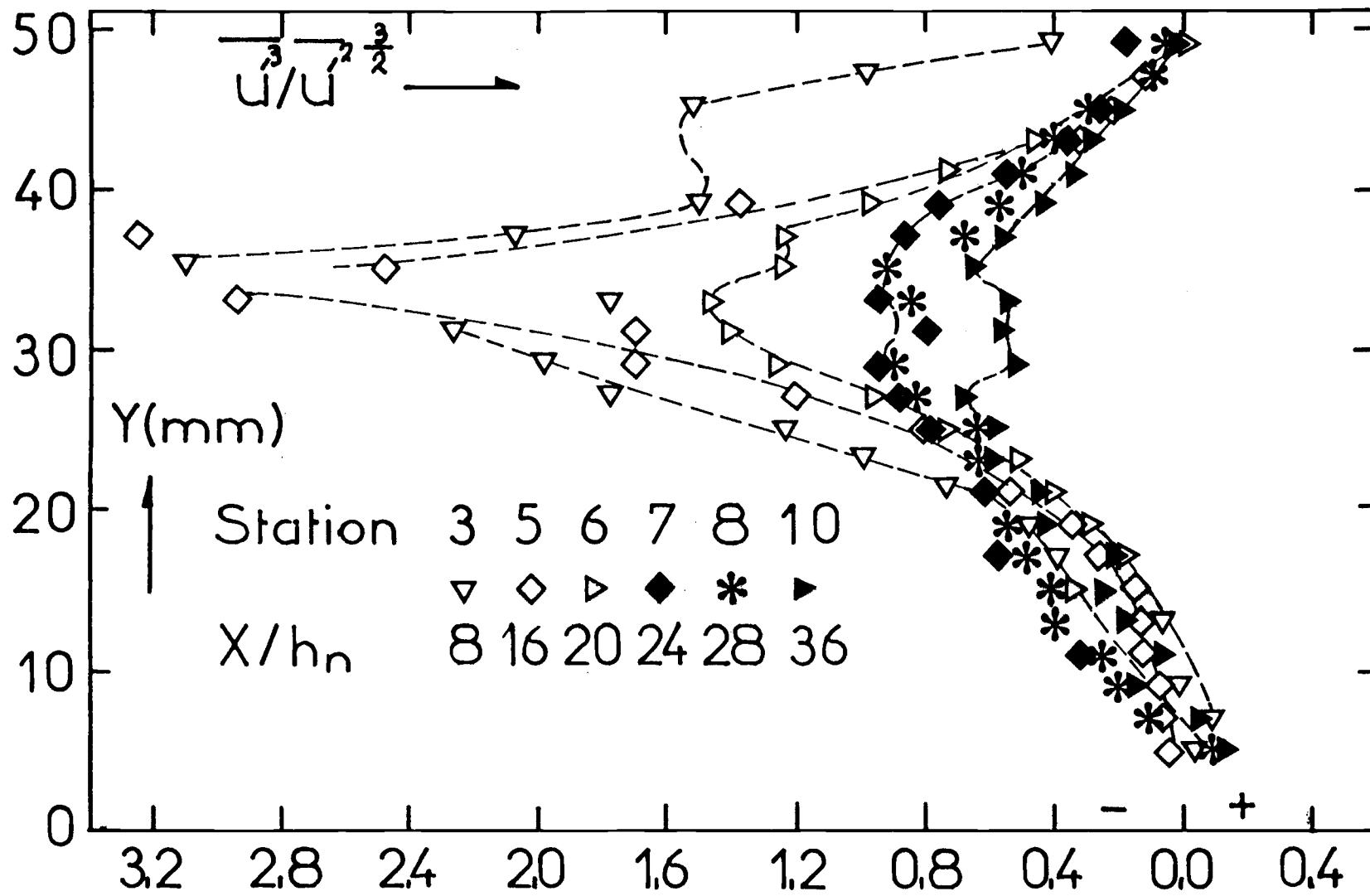


Figure 41

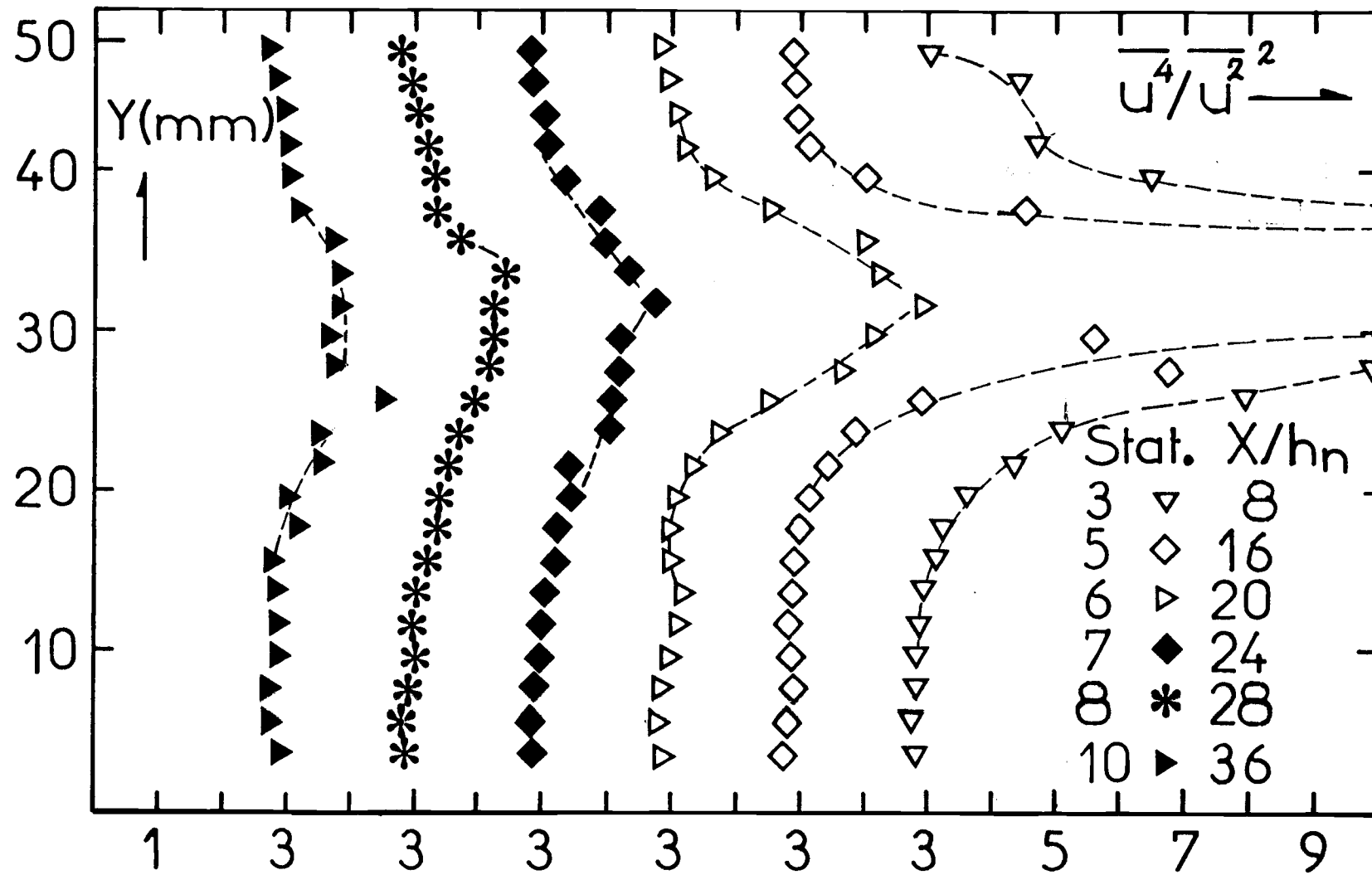


Figure 42

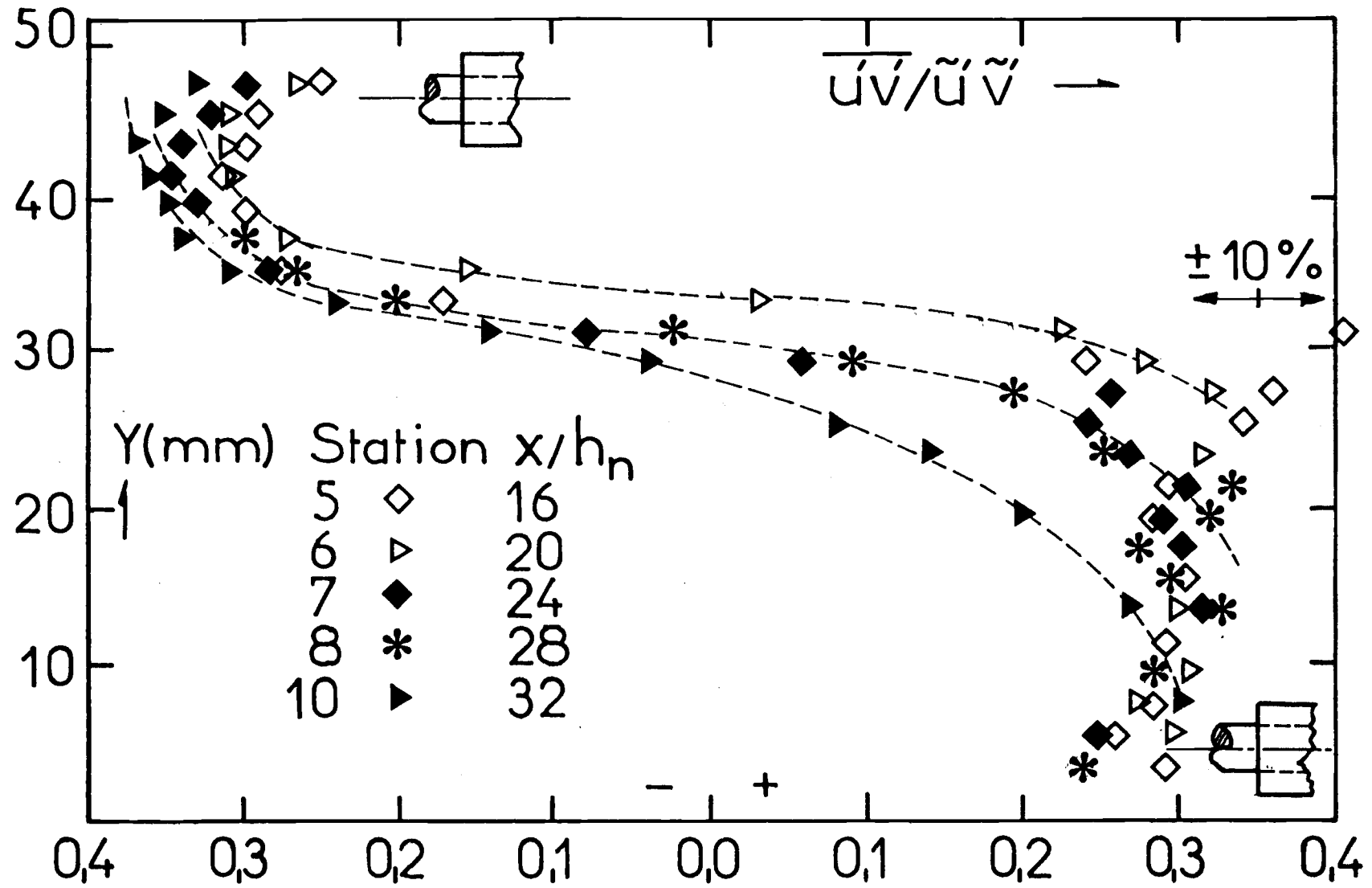


Figure 43

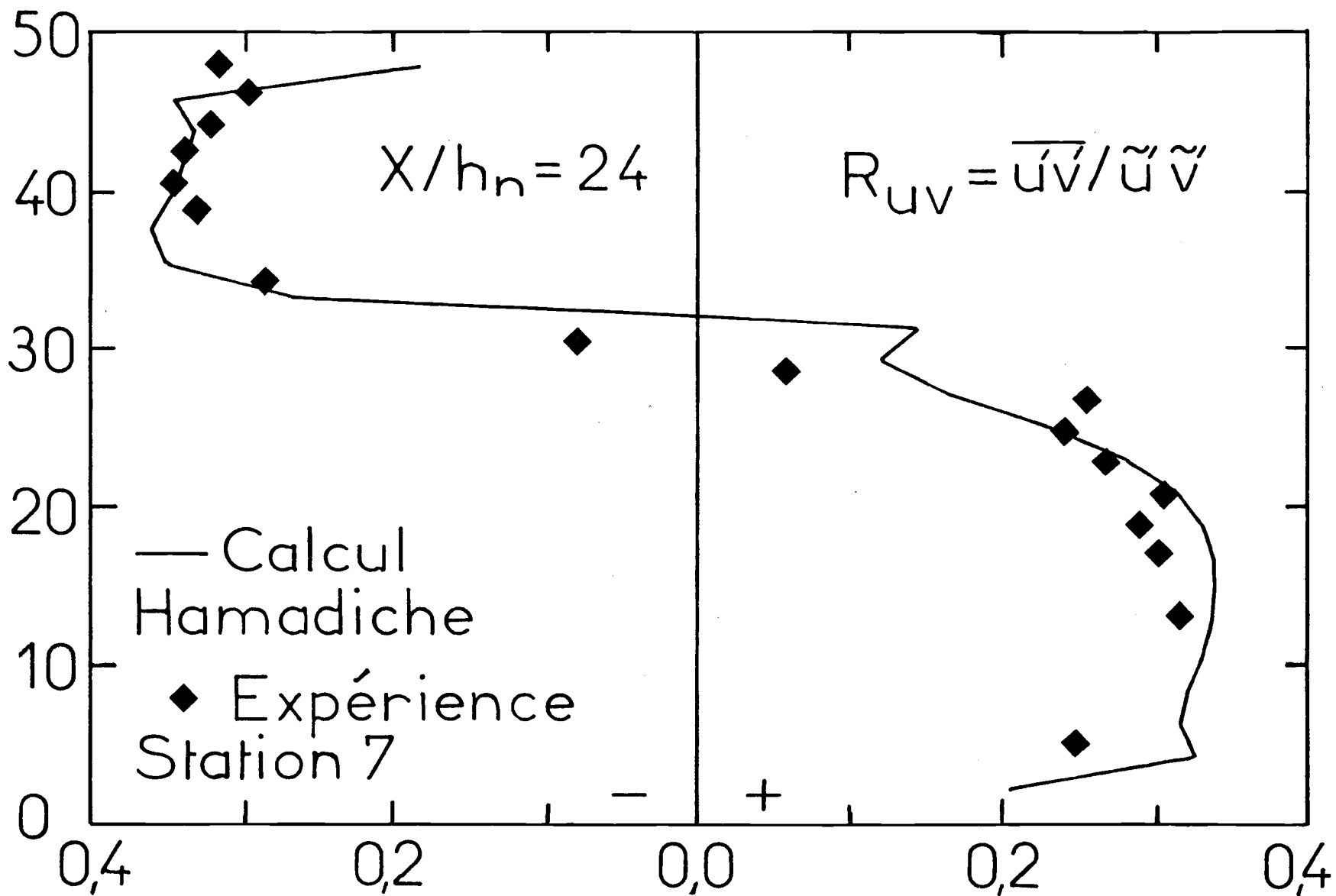


Figure 44

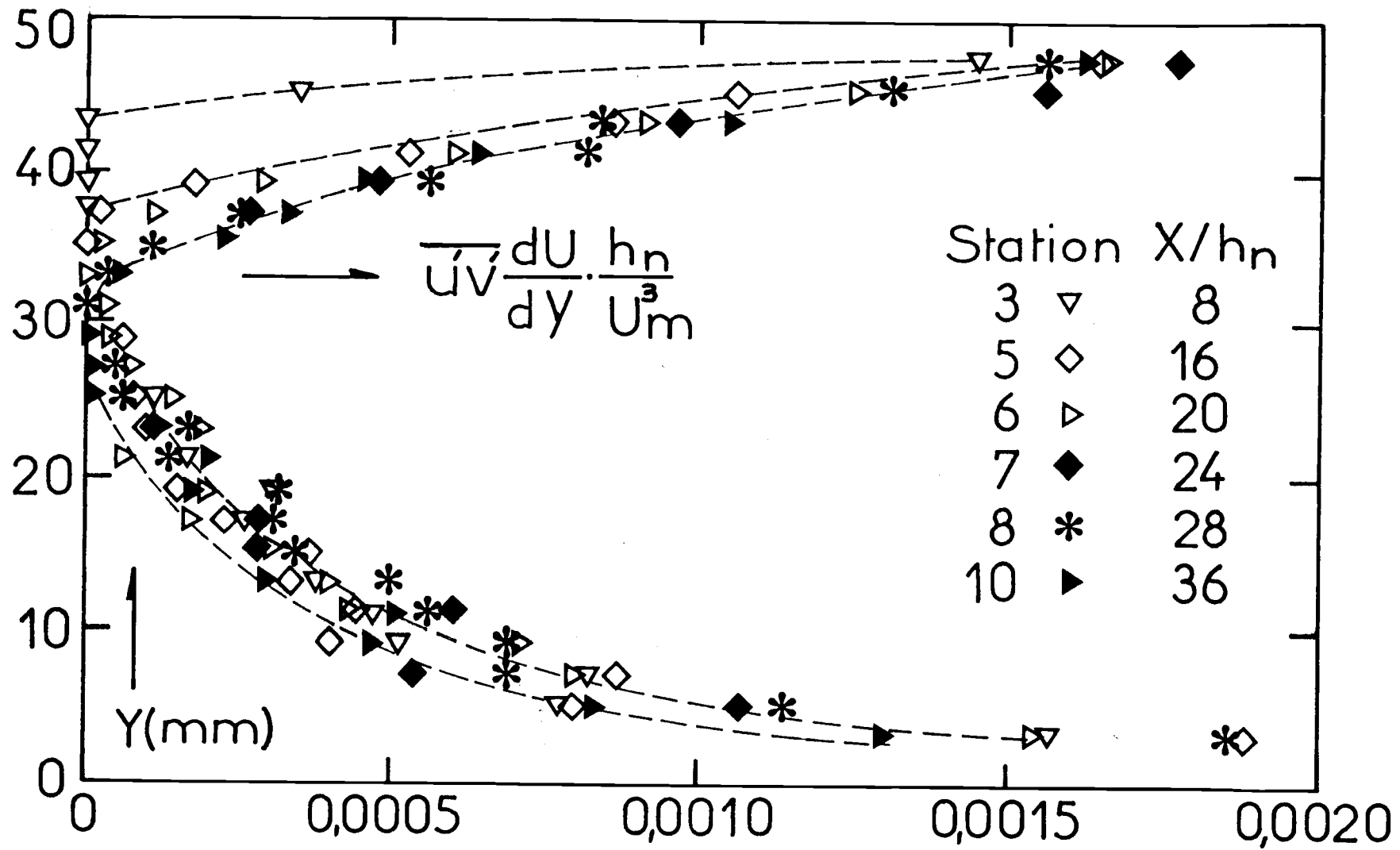


Figure 45

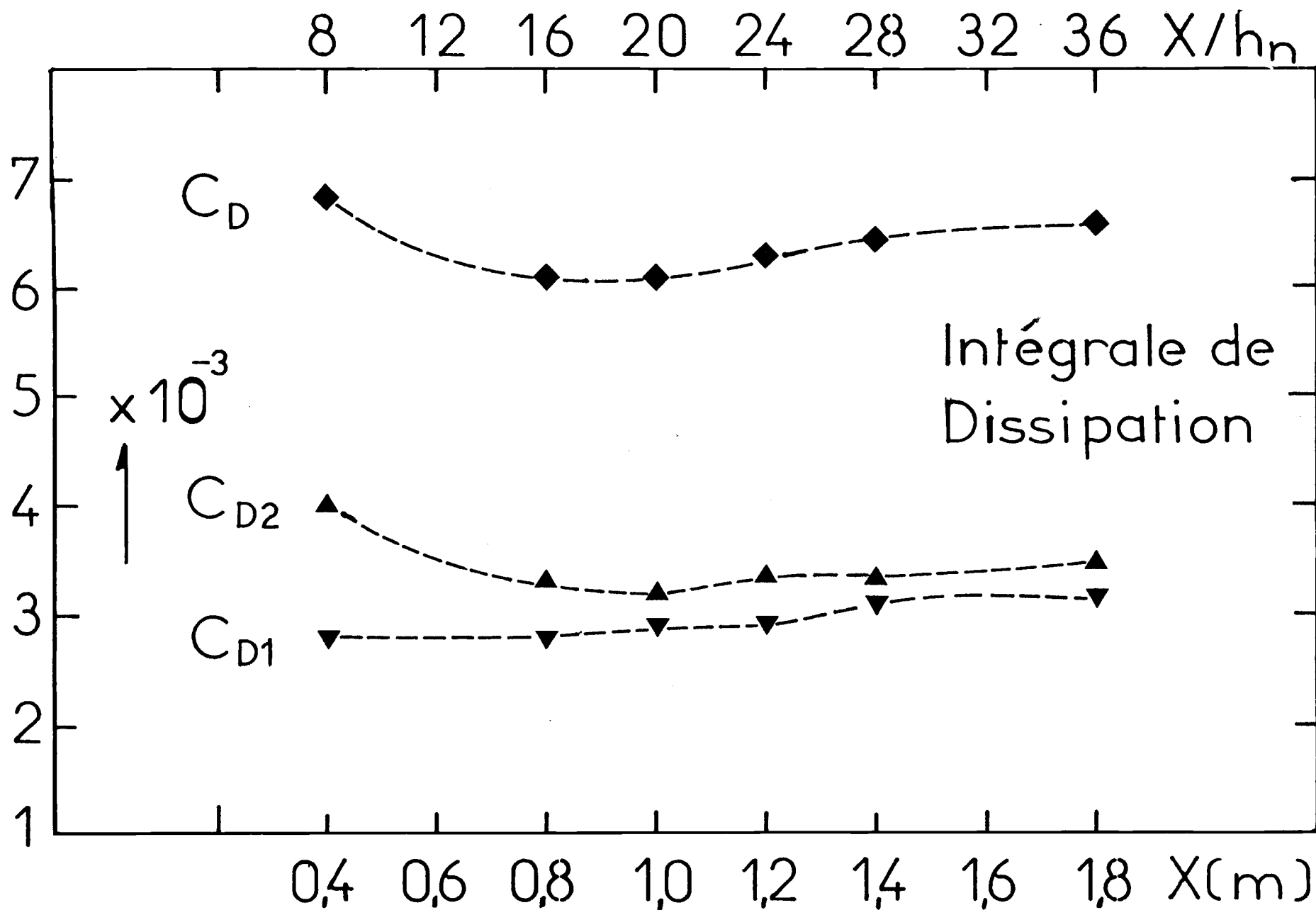


Figure 47

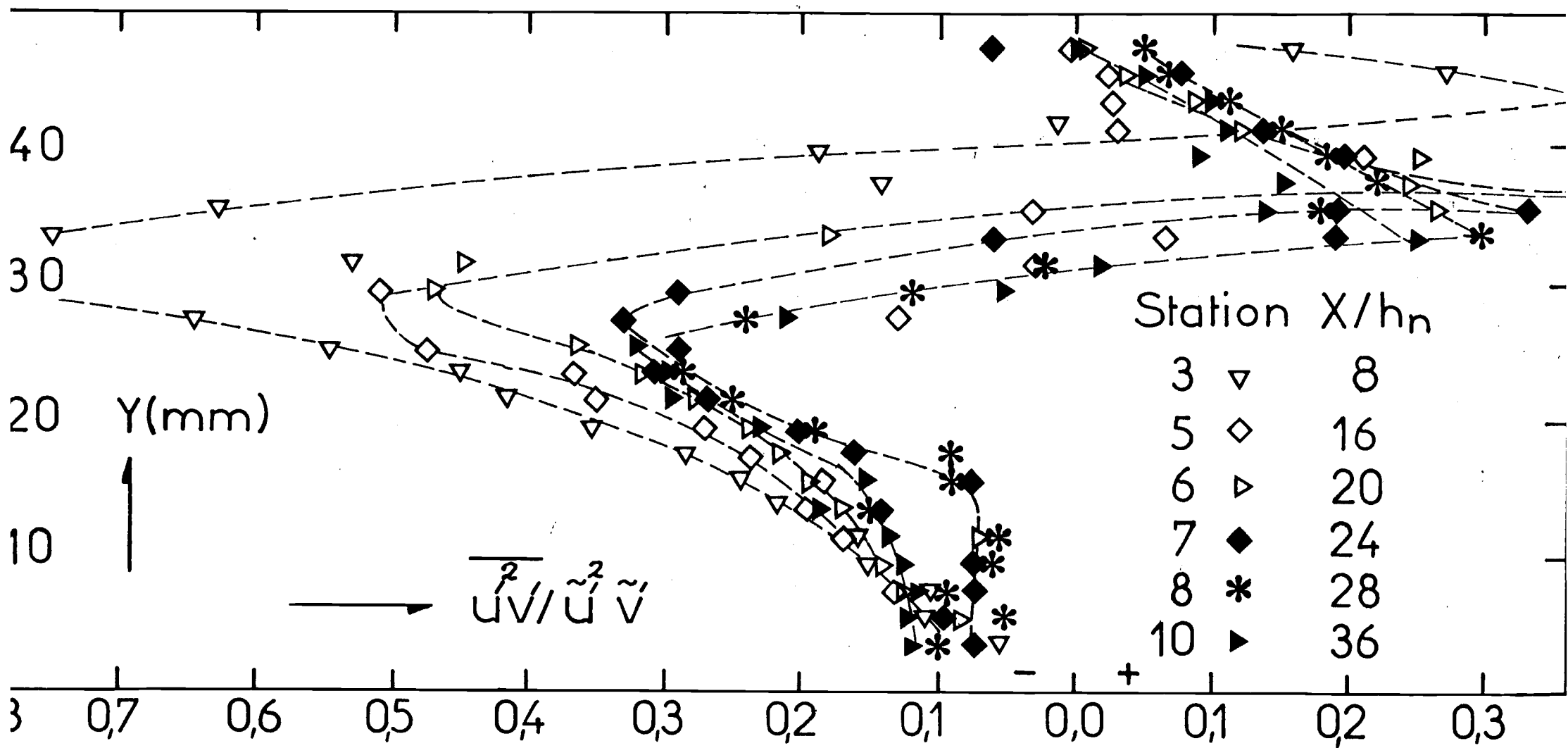
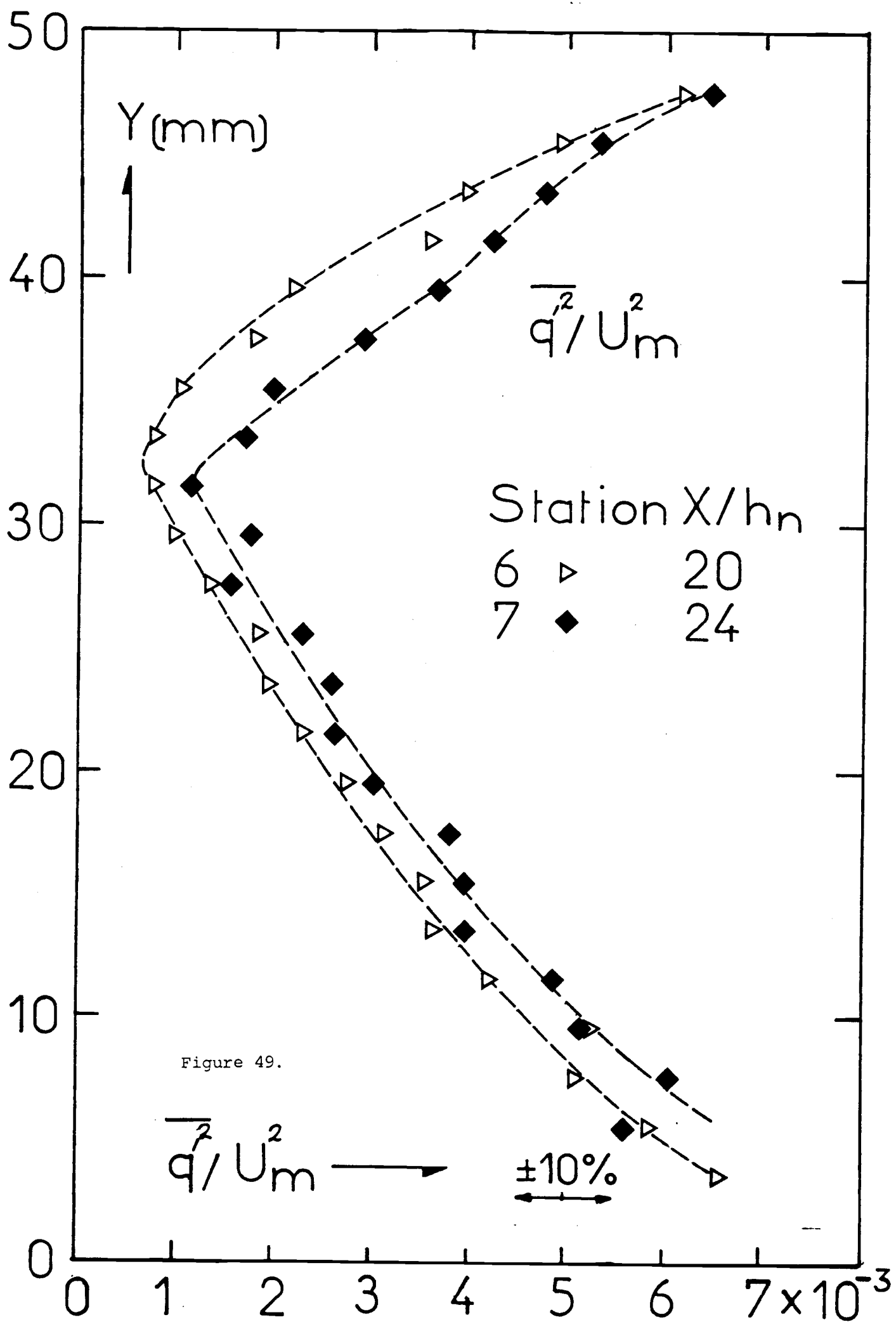


Figure 48



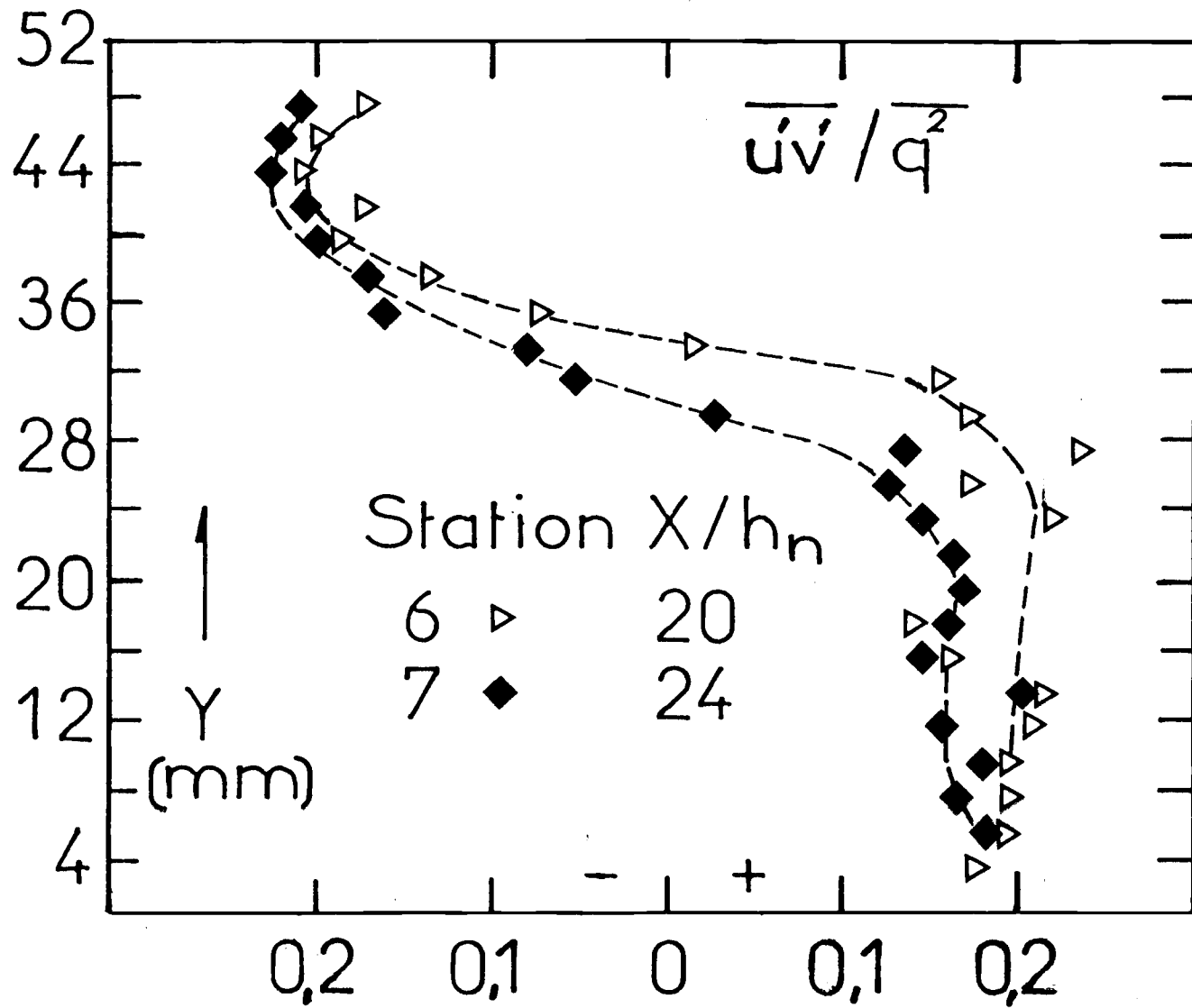


Figure 50

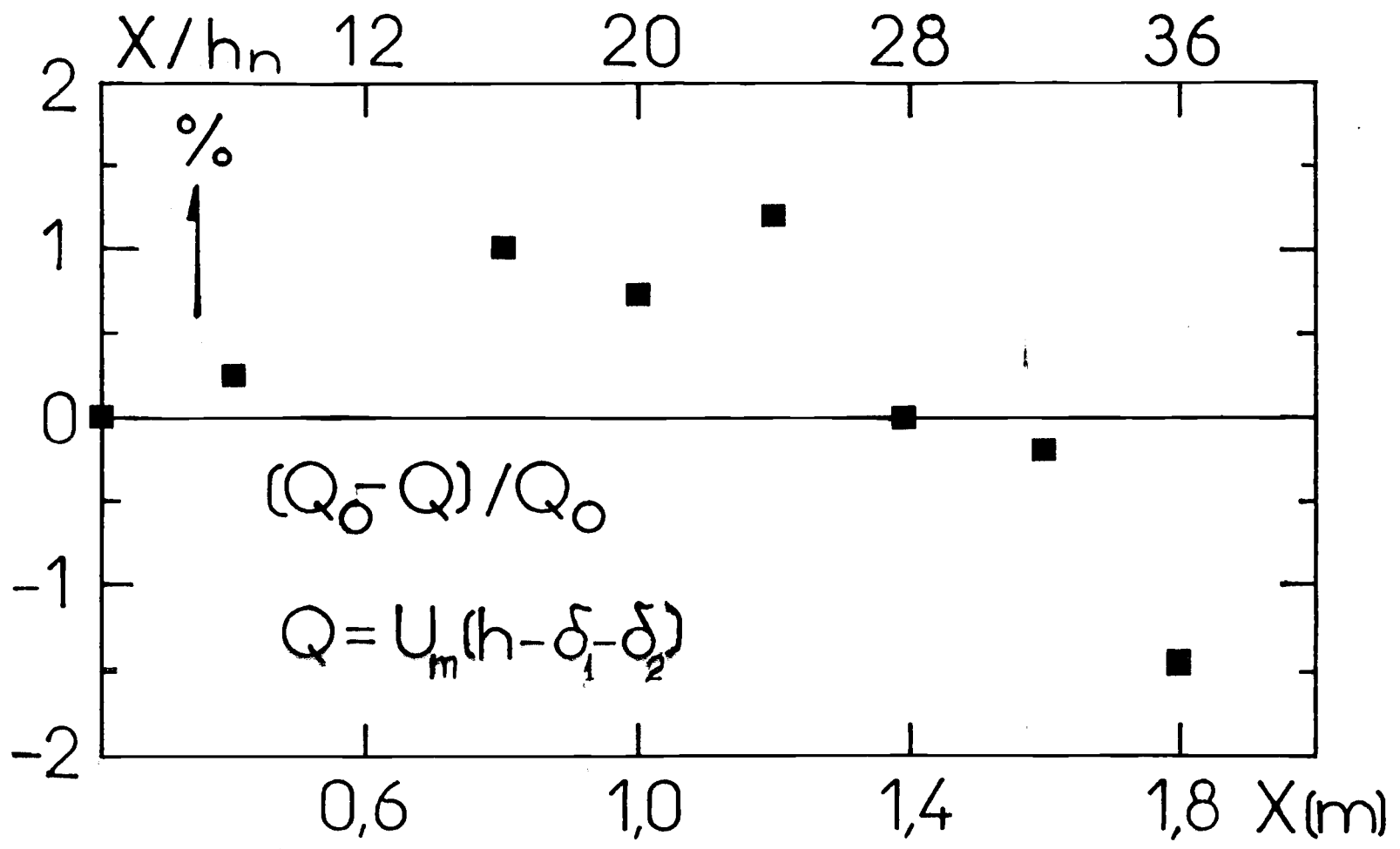


Figure 52

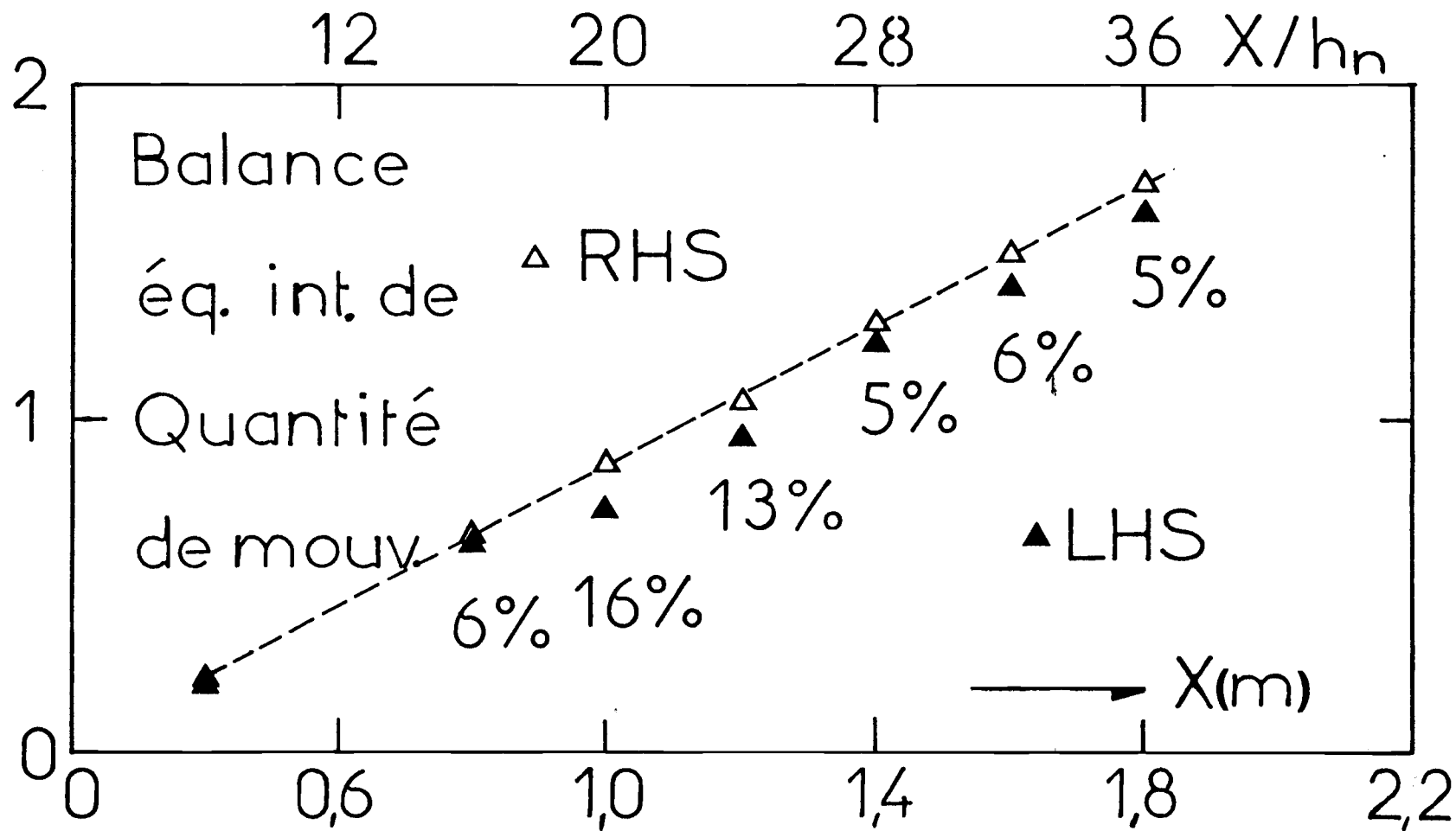


Figure 53

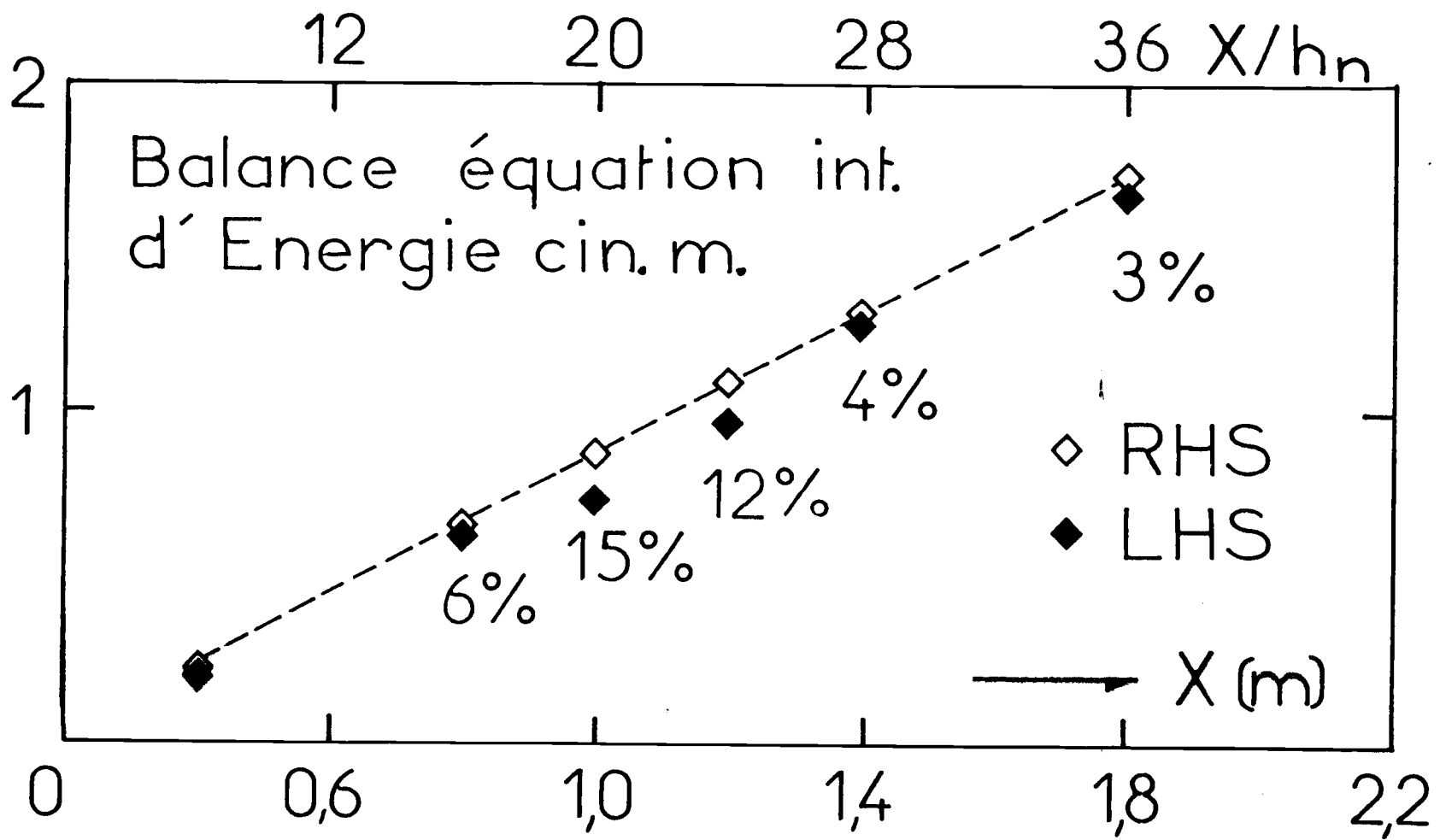


Figure 54

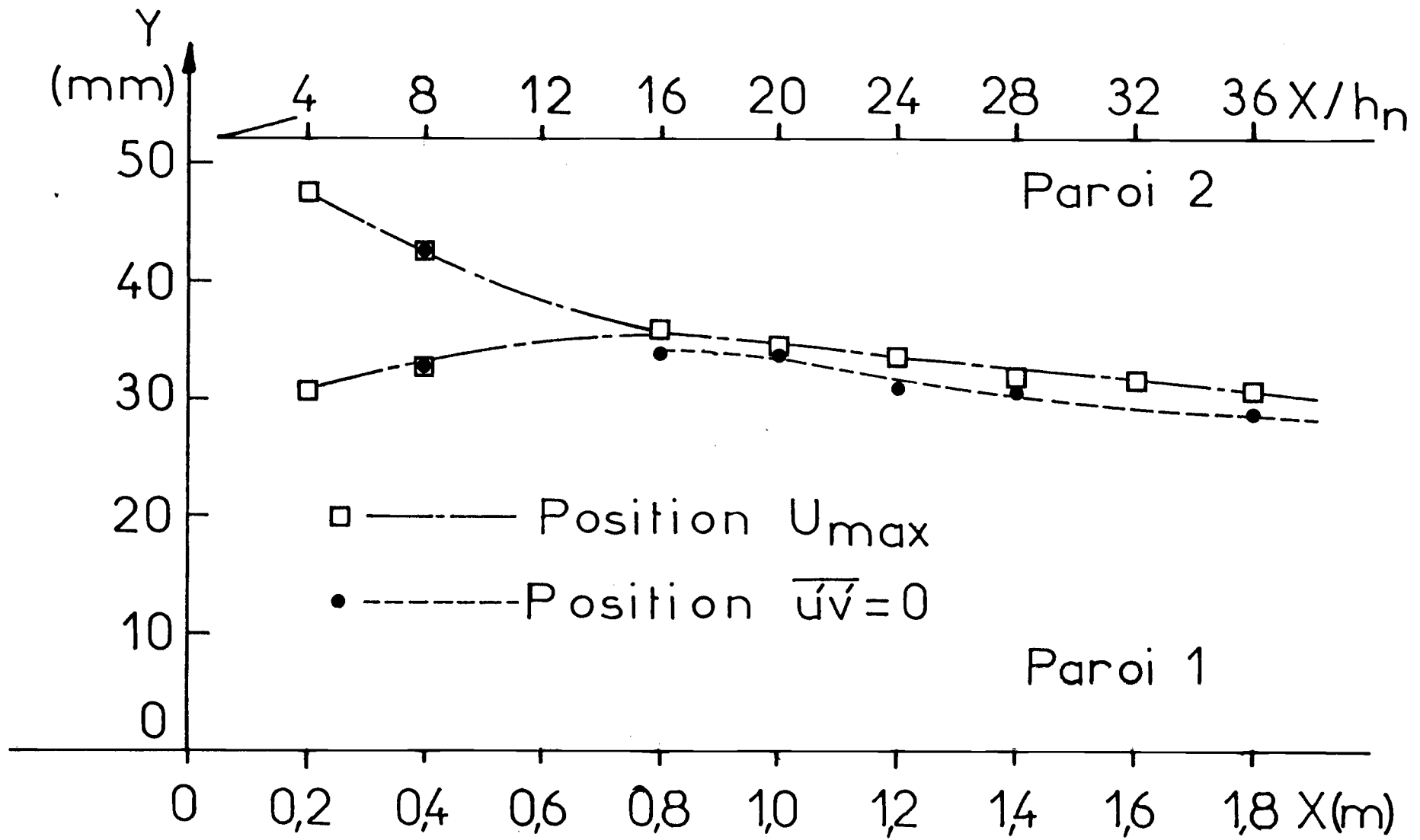


Figure 56

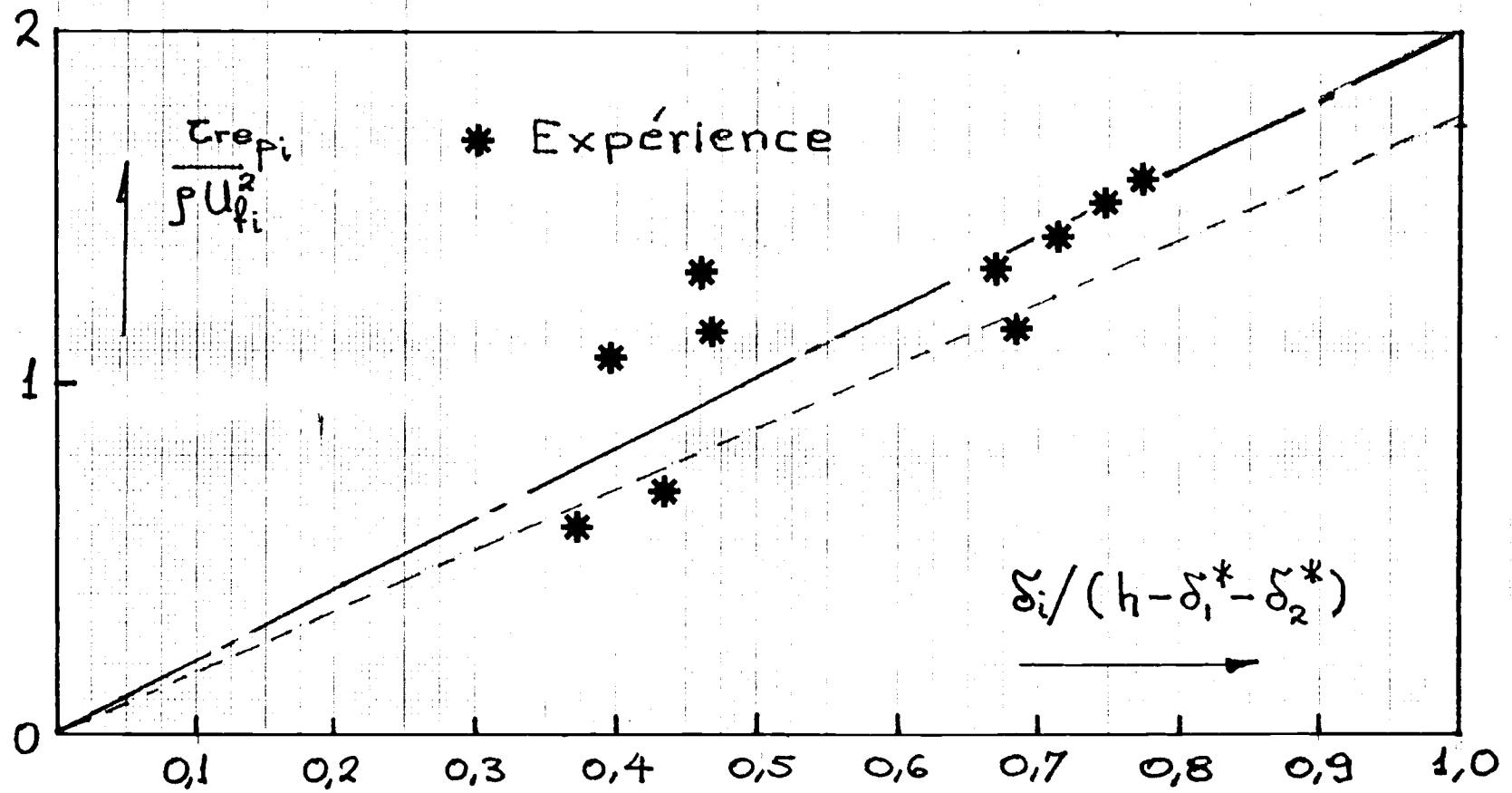


Figure 57.

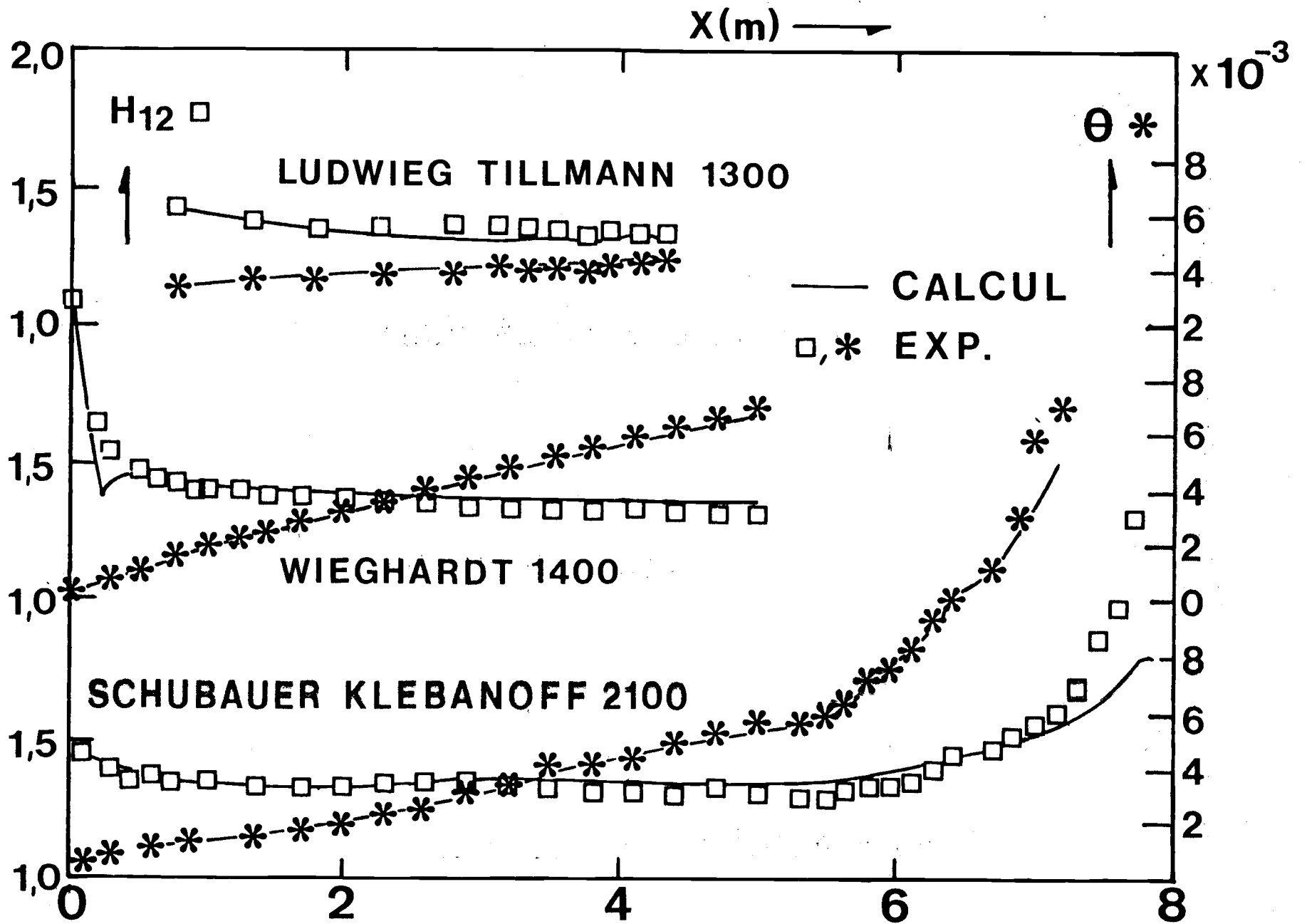


Figure 58

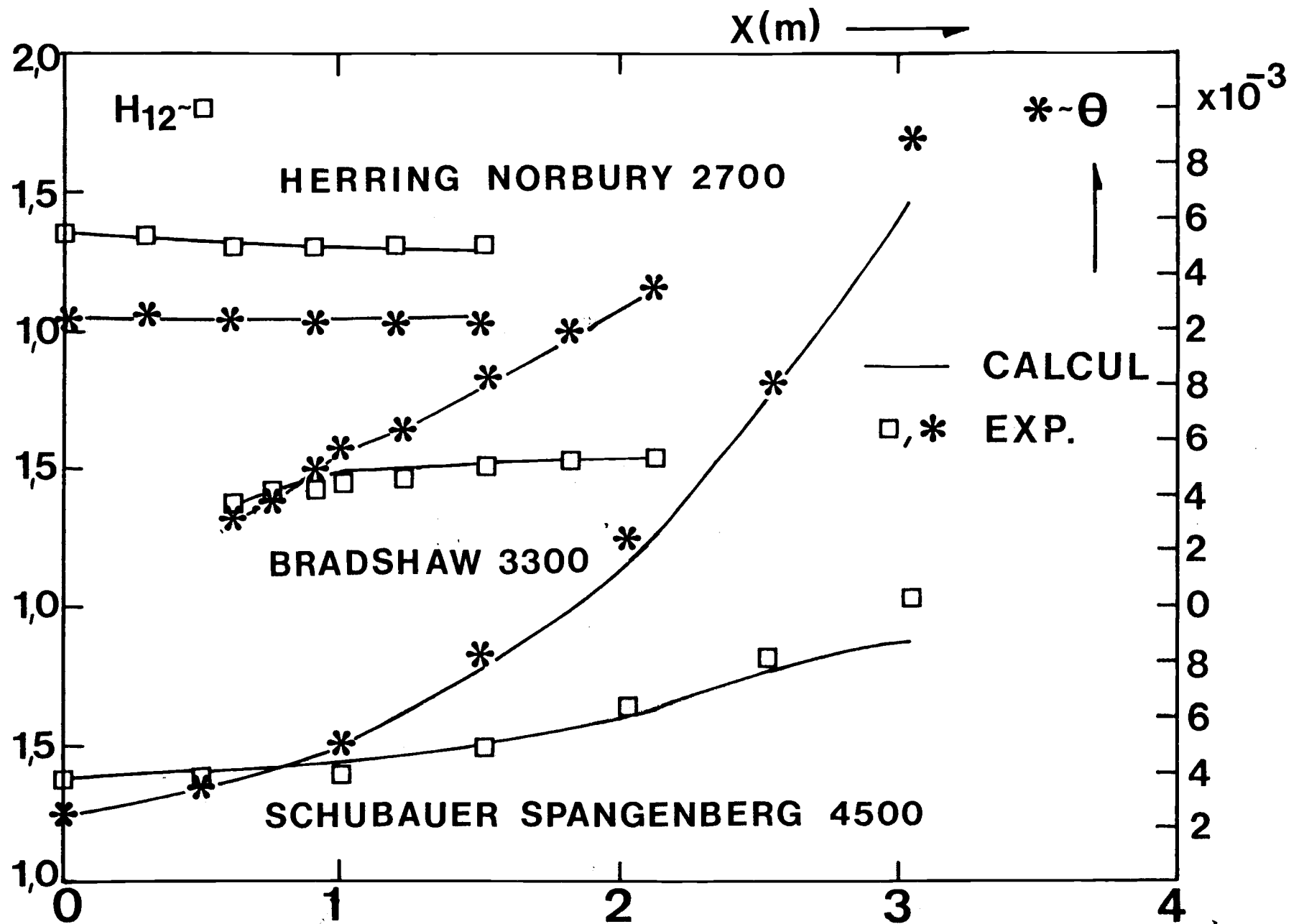


Figure 59

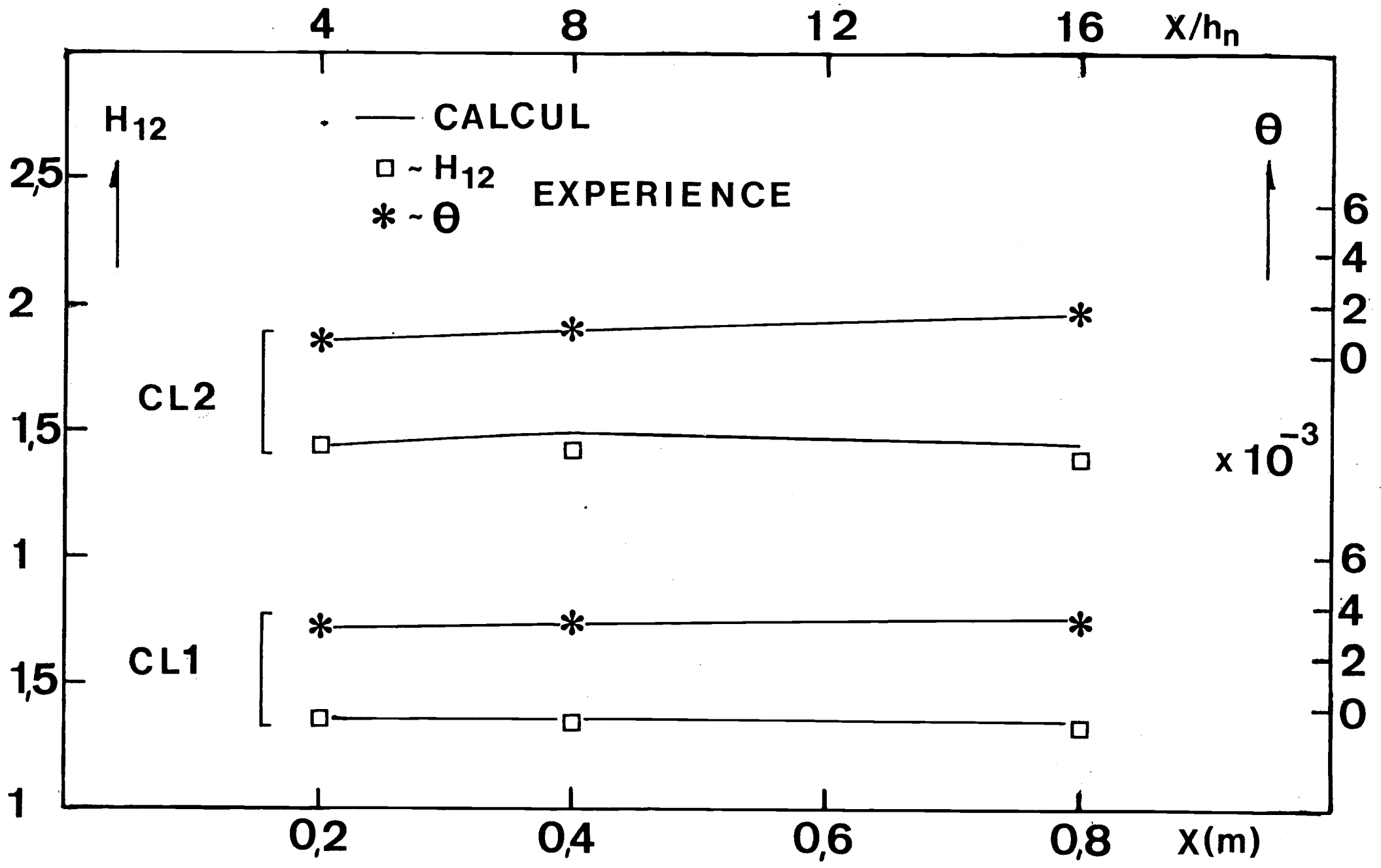


Figure 60

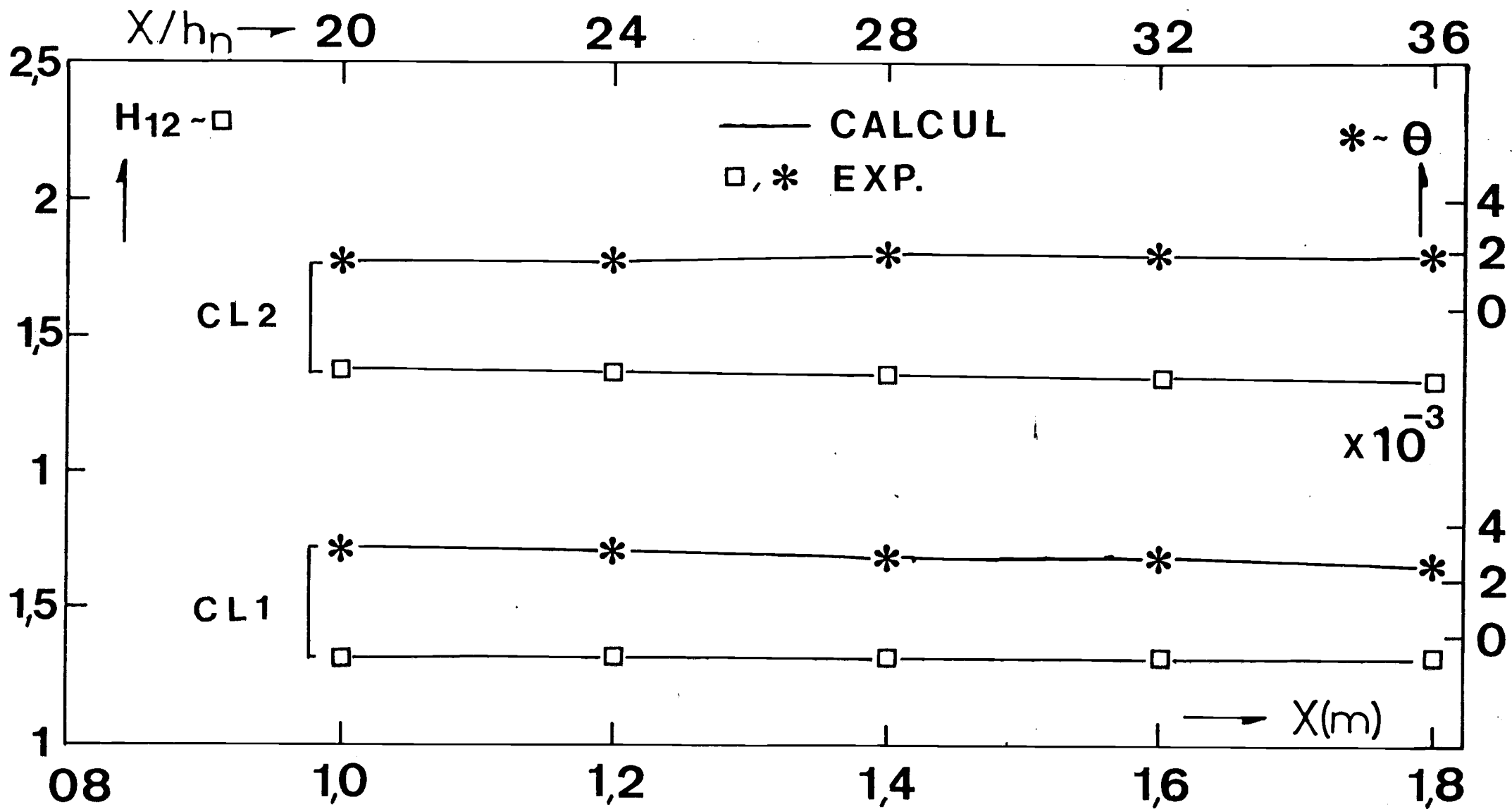


Figure 61

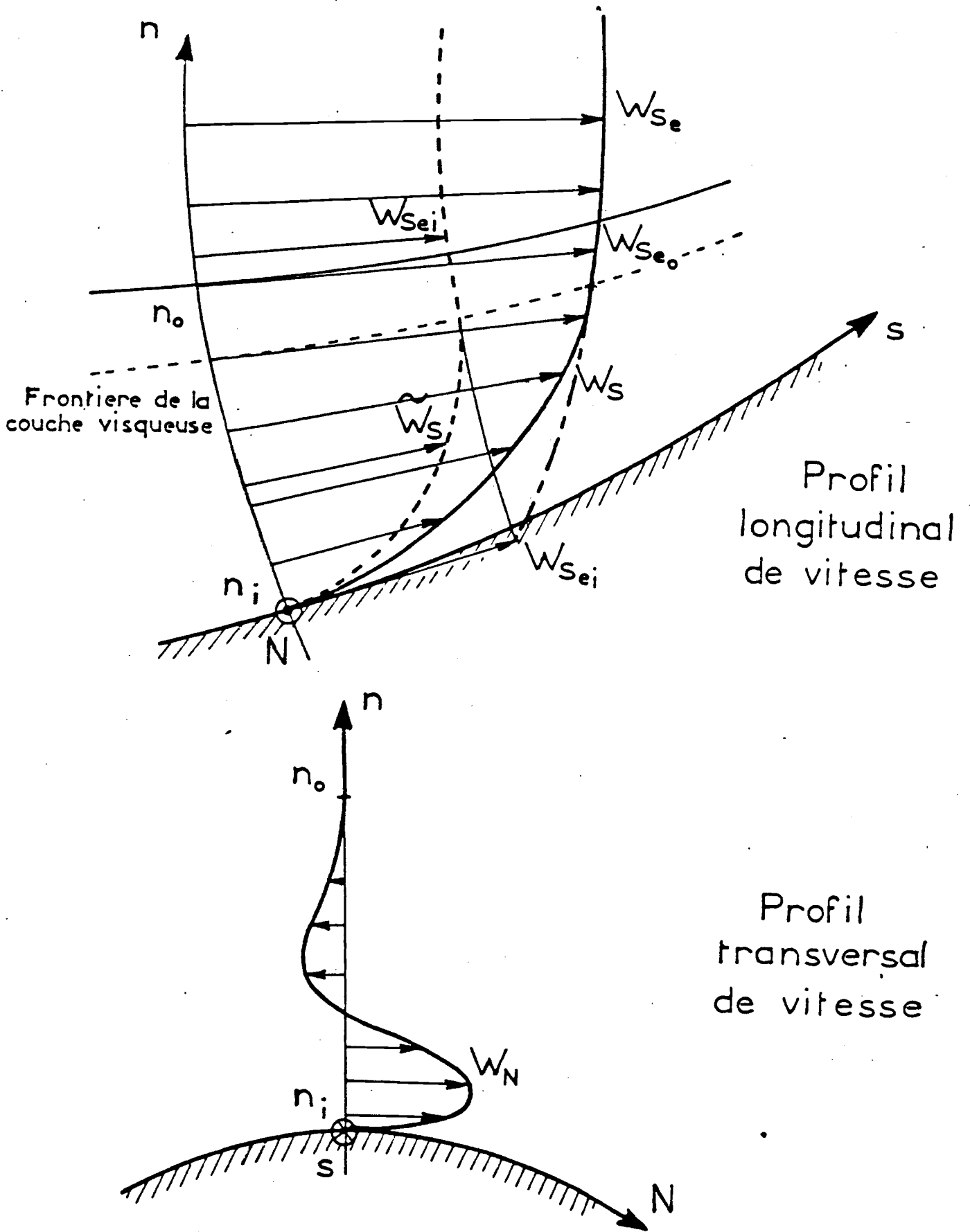
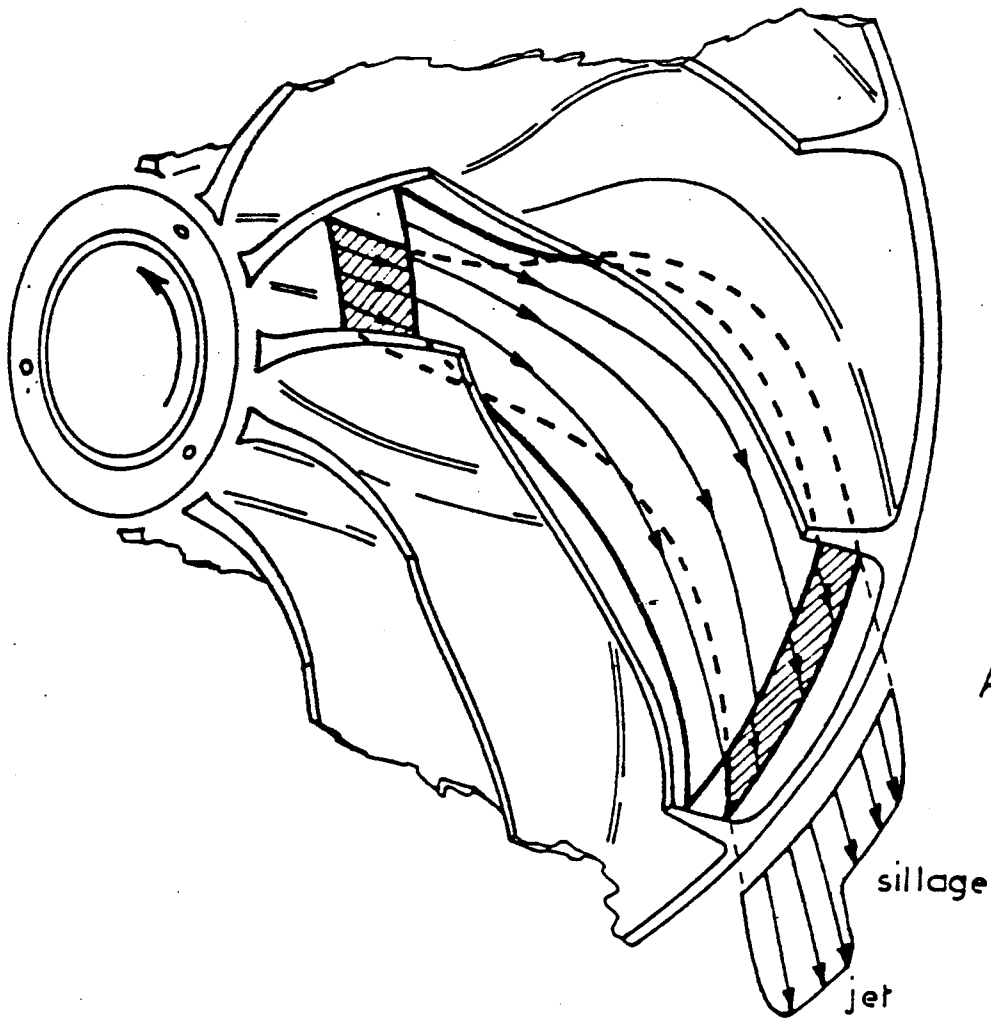
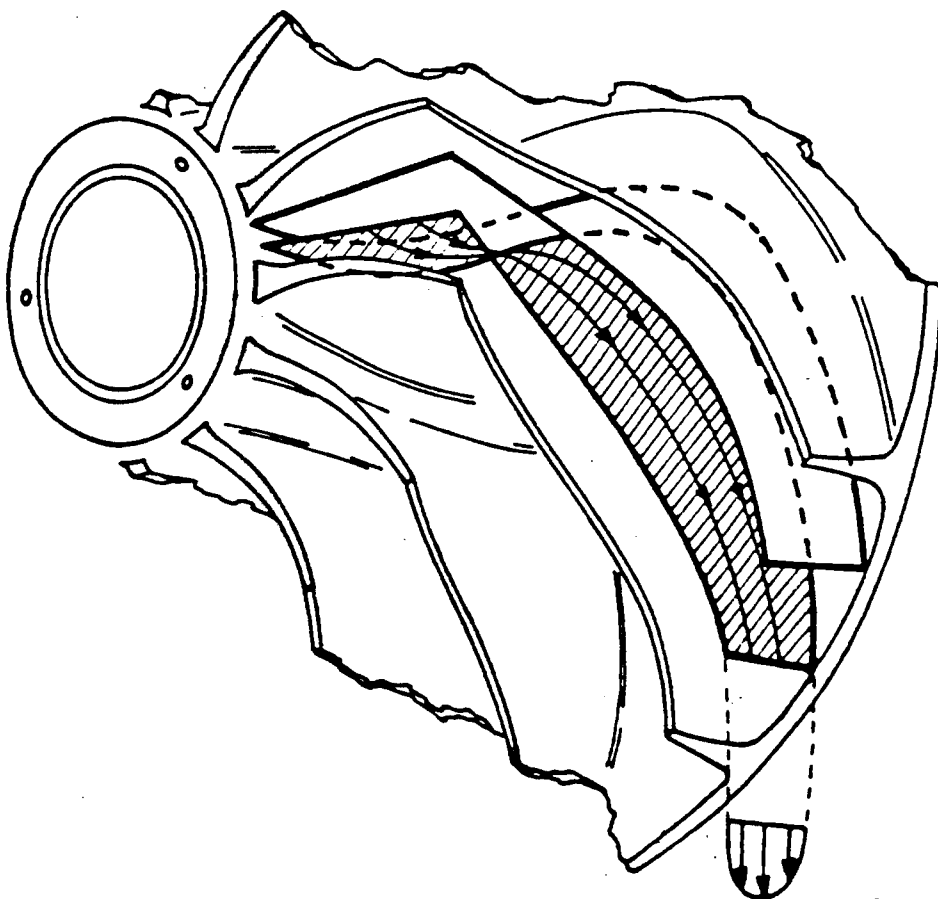


Figure 62. Raccordement de l'écoulement extérieur avec l'écoulement dans la zone visqueuse pariétale



Surface  
Aube à Aube  
 $S_1$



Surface  
Méridienne  
 $S_2$

Figure 63. Modèle des surfaces ( $S_1$ ) et ( $S_2$ ) selon *WU*

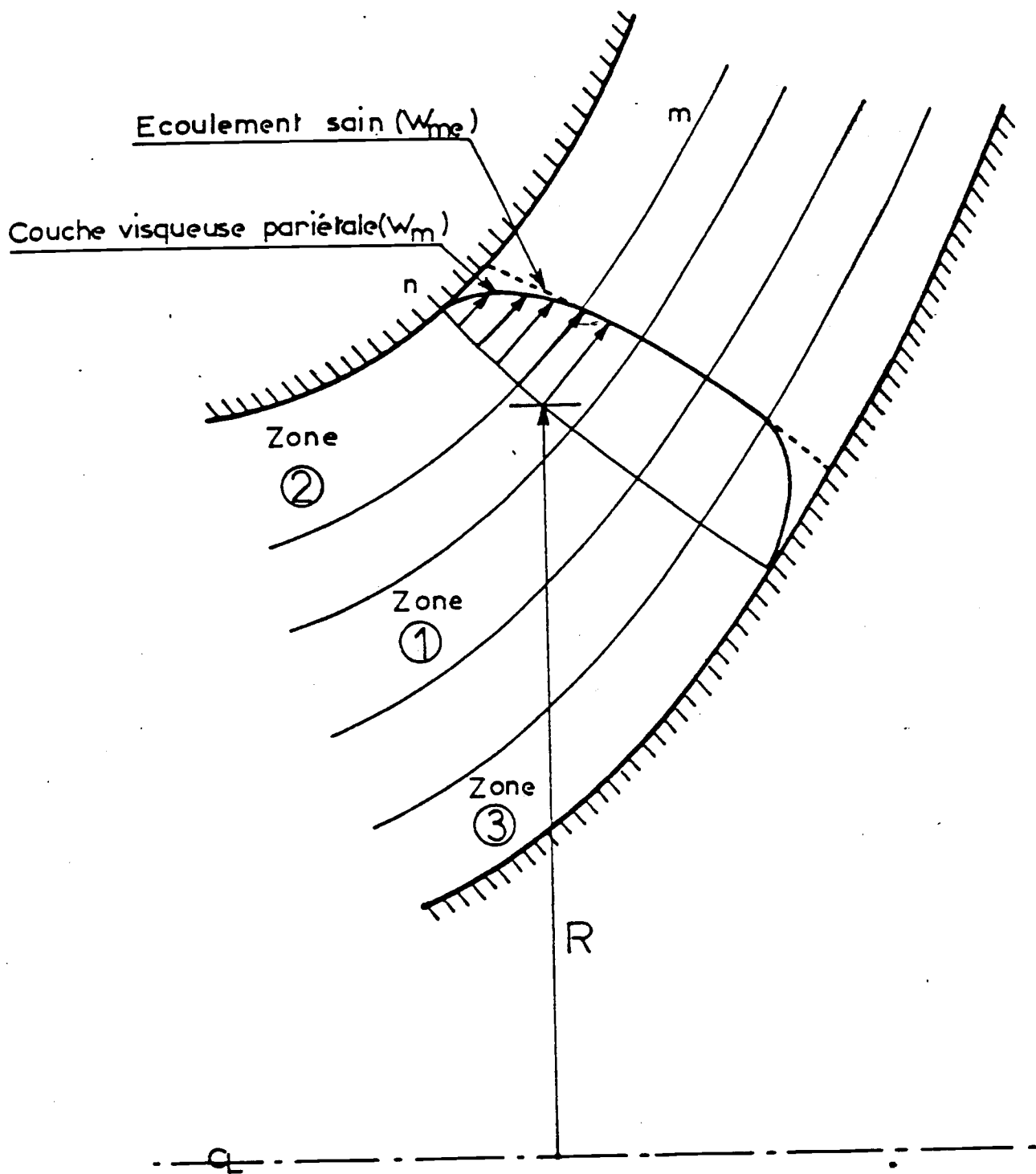


Figure 64. Modèle des trois zones dans un compresseur centrifuge

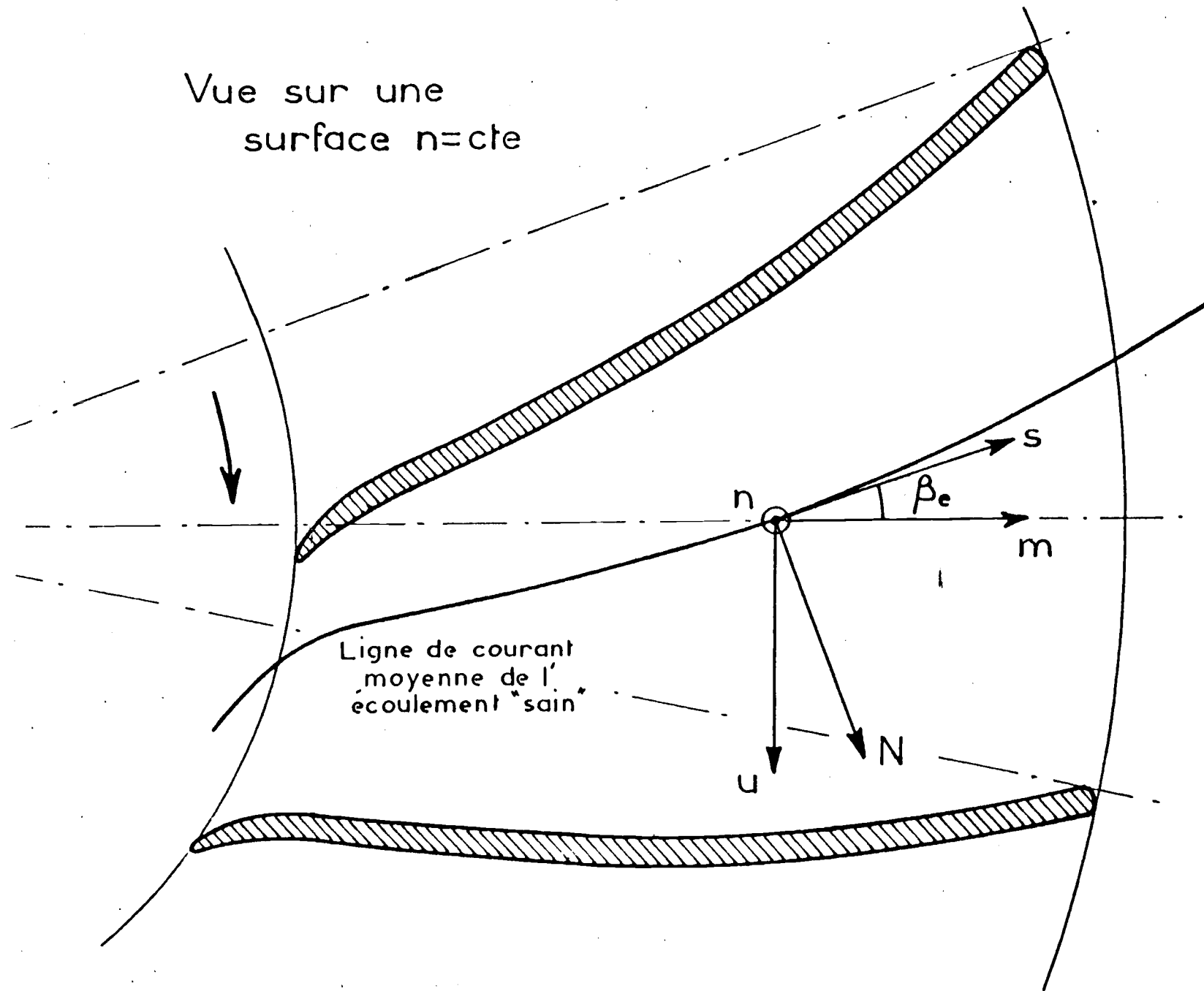


Figure 65. Passage du système de coordonnées curviligne orthogonal  $(u, m, n)$  au système orthogonal intrinsèque  $(N, S, n)$

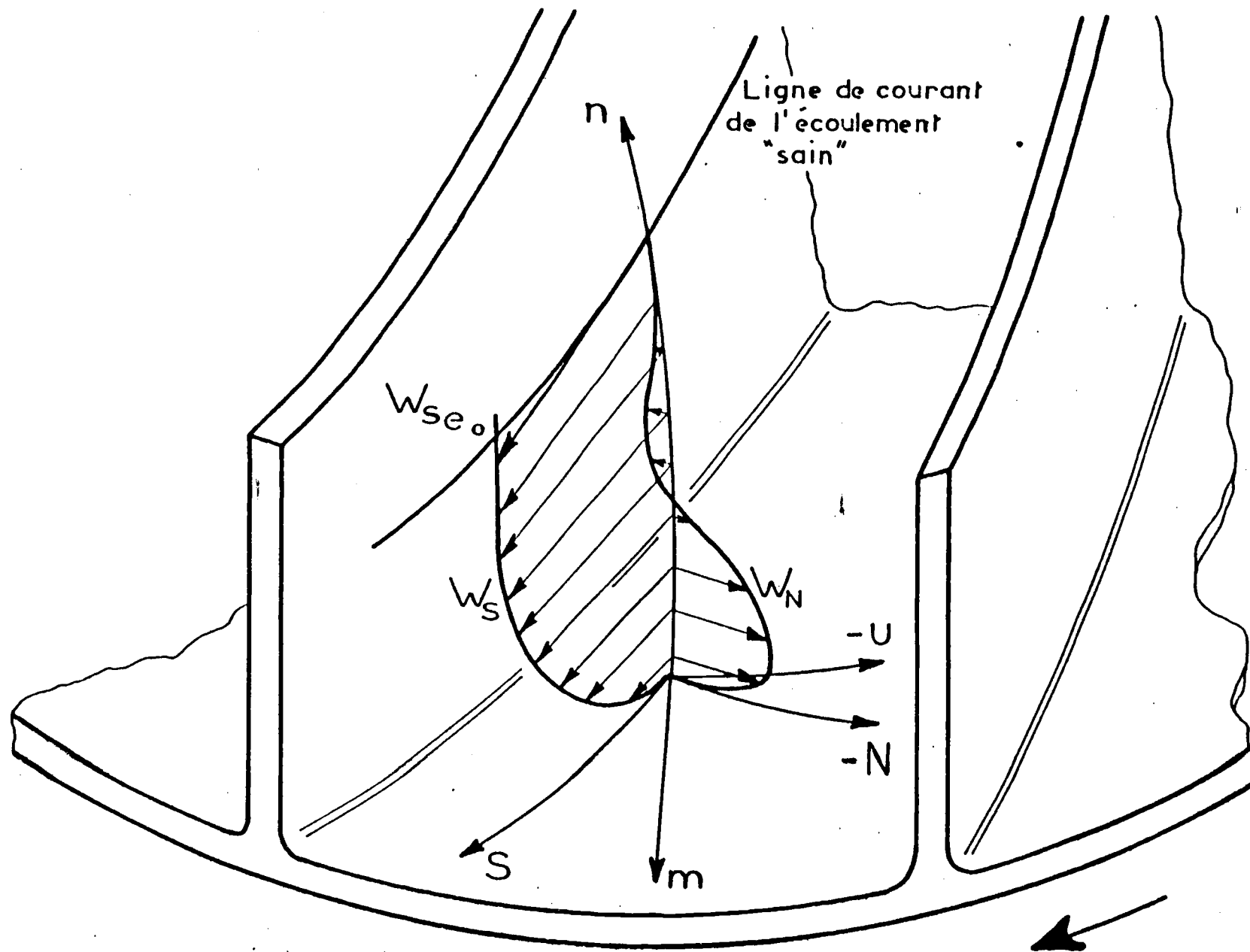


Figure 66. Définition du système de coordonnées intrinsèque (N,S,n)

THÈSES DE L'ACADEMIE DE LYON : ECOLE CENTRALE DE LYON

NOM : HARLAFTIS (avec précision du nom de jeune fille, le cas échéant)		DATE de SOUTENANCE	
Prénoms : Sophocle		4 Mai 1984	
TITRE : Etudes expérimentale et théorique de l'interaction forte des couches visqueuses pariétales dans une turbomachine.			
NATURE :		Numéro d'ordre : ECL 84-09	
DOCT. d'UNIV.	DOCTEUR- INGENIEUR	DOCTORAT D'ETAT	DOCTORAT de 3 <sup>e</sup> CYCLE
<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
			Spécialité : Mécanique
Code B.I.U. - Lyon : T 50/210/19 /		et	bis
			CLASSE :
RÉSUMÉ : <p>La recherche présentée dans cette thèse porte sur l'étude expérimentale, la modélisation et le calcul de l'interaction forte des couches visqueuses dans une turbomachine.</p> <p>Un écoulement dissymétrique entre deux parois planes lisses a été étudié expérimentalement dans les régions avant et après le mélange des couches visqueuses pariétales. Des mesures du champ de vitesse moyenne révèlent, entre autres, une affinité des profils de vitesse ; l'étude de la loi de sillage a permis le développement d'une expression analytique mieux adaptée aux résultats expérimentaux que celles existant dans la littérature. Des mesures des quantités statistiques moyennes montrent que la structure turbulente de la région centrale de l'écoulement est gouvernée par des mécanismes d'interaction.</p> <p>Dans la suite de ce travail, nous tentons de généraliser la notion de la couche limite dans le cadre d'une méthode intégrale de calcul des couches visqueuses de la région de mélange dans une turbomachine. Ceci est réalisé à l'aide d'une définition d'un écoulement de référence visqueux. Des corrélations empiriques portant sur des termes supplémentaires qui sont introduits dans les équations par l'écoulement de référence, sont mises au point. Les résultats du calcul sont comparés aux résultats expérimentaux.</p>			
MOTS-CLES :			
Laboratoire (s) de recherches : Mécanique des Fluides - Ecole Centrale de Lyon			
Directeur de recherches : J. MATHIEU, Professeur Titulaire			
Président de jury : J. MATHIEU			

## AUTORISATION DE SOUTENANCE

Vu les dispositions de l'article 3 de l'arrêté du 16 avril 1974,

Vu le rapport de présentation de Messieurs

J. MATHIEU  
K.D. PAPAILIOU  
F. LEBOEUF  
G. KARADIMAS  
G. CHARNAY

**M. HARLAFTIS Sophocle**

est autorisé à présenter une soutenance de thèse pour l'obtention du titre de  
**DOCTEUR INGENIEUR, Spécialité Mécanique.**

Fait à Ecully, le 12 avril 1984

Le Directeur de l'E.C.L.

  
A. MOIROUX



