

THESE

présentée devant

L'ECOLE CENTRALE DE LYON

pour obtenir

le titre de **DOCTEUR**

spécialité : **MECANIQUE**

par Serge **SIMOENS**

Applications de l'analyse d'images à des phénomènes de mélange et de dispersion turbulents.

Soutenue le 27 Avril 1992 devant la Commission d'Examen

Jury : MM M. AYRAULT
 J.N. GENCE
 P. HEBRARD (Rapporteur)
 D. JEANDEL
 R. MOREL
 M.L. RIETHMULLER (Rapporteur)
 M. STANISLAS

THESE

présentée devant

L'ECOLE CENTRALE DE LYON

pour obtenir

le titre de **DOCTEUR**

spécialité : **MECANIQUE**

par Serge **SIMOENS**

Applications de l'analyse d'images à des phénomènes de mélange et de dispersion turbulents.

Soutenue le 27 Avril 1992 devant la Commission d'Examen

Jury : MM M. AYRAULT
 J.N. GENCE
 P. HEBRARD (Rapporteur)
 D. JEANDEL
 R. MOREL
 M.L. RIETHMULLER (Rapporteur)
 M. STANISLAS

ECOLE CENTRALE DE LYON

Directeur : J. BORDET
Directeur Adjoint : E. PASCAUD
Directeur des Etudes : F. SIDOROFF

LISTE DES PERSONNES HABILITEES A ENCADRER DES THESES A L'E.C.L.

(Doctorat d'Etat ou Habilitation au sens de l'Arrêté du 5 Juillet 1984,
modifié par l'Arrêté du 21 Mars 1988)

Mathématiques-Informatique-Systèmes

B. DAVID	Professeur
M. MARION (Mlle)	Professeur
J.F. MAITRE	Professeur
J. ROZINOER	Maître de Conférences
G. THOMAS	Maître de Conférences
F. MUSY	Maître de Conférences

Physico-Chimie des Interfaces

P. CLECHET	Professeur
J. JOSEPH	Professeur
J.R. MARTIN	Professeur
L. PORTE	Professeur
G. ESCHALIER	Maître de Conférences
A. GAGNAIRE	Maître de Conférences
C. MARTELET	Maître de Conférences
R. OLIER	Maître de Conférences
Y. ROBACH	Maître de Conférences
P. PICHAT	Directeur de Recherche au CNRS
J.M. HERRMANN	Directeur de Recherche au CNRS
N. JAFFREZIC (Mme)	Directeur de Recherche au CNRS

Matériaux : Mécanique Physique

P. GUIRALDENQ	Professeur
D. TREHEUX	Professeur
B. VANNES	Professeur
L. VINCENT	Professeur
J. BLANC-BENON	Professeur - Lyon I
J. BRUGIRARD	Professeur - Lyon I
B. COQUILLET	Maître de Conférences
D. NGUYEN	Maître de Conférences
S. FAYEULLE	Chargé de Recherche au CNRS
D. JUVE (Mme)	Ingénieur d'Etudes

Electronique

R. BLANCHET	Professeur
M. LE HELLEY	Professeur
Y. HELLOUIN	Maître de Conférences
P. VIKTOROVITCH	Directeur de Recherche au CNRS
G. HOLLINGER	Directeur de Recherche au CNRS
M. GENDRY	Chargé de Recherche au CNRS
S. KRAWCZYK	Chargé de Recherche au CNRS
J. TARDY	Chargé de Recherche au CNRS

Electrotechnique

P. AURIOL	Professeur
A. NICOLAS	Professeur
G. ROJAT	Maître de Conférences

Mécanique des Solides

B. CAMBOU	Professeur
F. SIDOROFF	Professeur
L. JEZEQUEL	Professeur
A. DOGUI	Maître de Conférences
C. SURRY	Professeur - E.N.I.S.E.

Technologie des Surfaces

J.M. GEORGES	Professeur
J. SABOT	Professeur
J.M. MARTIN	Professeur
N. ALBEROLA (Mme)	Maître de Conférences
H. MONTES	Maître de Conférences
T. MATHIA	Directeur de Recherche au CNRS
P. KAPSA	Chargé de Recherche au CNRS
J.L. LOUBET	Chargé de Recherche au CNRS

Mécanique des Fluides

J. MATHIEU	Professeur
E. ALCARAZ	Professeur
D. JEANDEL	Professeur
F. LEBOEUF	Professeur
J. BATAILLE	Professeur - Lyon I
B. GAY	Professeur - Lyon I
J. GENGE	Professeur - Lyon I
M. LANCE	Professeur - Lyon I
R. MOREL	Professeur - INSA
C. CAMBON	Chargé de Recherche au CNRS
J.P. BERTOGLIO	Chargé de Recherche au CNRS
P. FERRAND	Chargé de Recherche au CNRS
D. HENRY	Chargé de Recherche au CNRS

Acoustique

G. COMTE-BELLOT (Mlle)	Professeur
D. JUVE	Professeur
M. SUNYACH	Professeur - Lyon I (IUT)
M. ROGER	Maître de Conférences
P. BLANC-BENON	Chargé de Recherche au CNRS

Machines Thermiques

M. BRUN	Professeur
P. ARQUES	Professeur
J.C. CHAMPOUSSIN	Professeur - Lyon I

ECOLE CENTRALE DE LYON
CENTRE D'INFORMATION
B.P. 100 - 69631 FOULLY CEDEX
FRANCE

"Un monde est assoupi sous la voûte des cieux ?
Mais dans la voûte même où s'élèvent mes yeux,
Que de mondes nouveaux, que de soleils sans nombre,
Trahis par leur splendeur, étincellent dans l'ombre."

Lamartine, "l'infini dans les cieux," 1828.

Les travaux présentés dans cette thèse ont été effectués au Laboratoire de Mécanique des Fluides et d'Acoustique de l'Ecole Centrale de Lyon, U.R.A. C.N.R.S. n° 263.

Je remercie Monsieur D. JEANDEL, Professeur à l'Ecole Centrale de Lyon de m'avoir accueilli dans son laboratoire et d'y avoir permis la continuation des activités en analyse d'images. Je le prie d'accepter ma reconnaissance pour l'honneur qu'il me fait de participer au jury de cette thèse.

J'exprime ma reconnaissance à Monsieur R. MOREL, Professeur à l'INSA de Lyon, d'avoir accepté la responsabilité de l'encadrement de cette thèse.

Je prie Monsieur M. AYRAULT, Maître de conférences à l'U.E.R. de Saint Etienne de croire en ma profonde reconnaissance et amitié. Cette thèse n'aurait jamais été soutenue sans le soutien moral et l'enthousiasme qu'il m'a communiqué, les connaissances et la rigueur qu'il m'a inculqué. Son encadrement sur le plan expérimental et théorique m'ont permis de réaliser ce travail.

Je tiens à remercier Monsieur P. HEBRARD, Directeur du Département de Mécanique et Energétique des Systèmes du C.E.R.T.- O.N.E.R.A. et Monsieur le Professeur M.L. RIETHMULLER de l'Institut VON KARMAN d'avoir accepté de participer au jury de cette thèse et d'avoir bien voulu en être les rapporteurs.

Je remercie Monsieur M. STANISLAS, Professeur à l'Ecole Centrale de Lille d'avoir accepté de juger cette thèse et de par ses critiques nombreuses d'avoir apporté à ce mémoire une contribution constructive.

Je voudrais assurer Monsieur J.N. GENGE, Professeur à l'Université Claude Bernard de Lyon I, de toute ma gratitude pour avoir bien voulu participer à ce jury. Je le remercie ainsi que M. GERON, Maître de conférence à l'Ecole Centrale de Lyon, d'avoir bien voulu arrêter momentanément leurs travaux expérimentaux pour nous permettre d'appliquer notre méthode de visualisation sur leur montage expérimental.

Je remercie les membres du jury pour avoir eu un regard critique sur ce mémoire dont j'espère avoir tenu compte dans cette version finale.

Je suis reconnaissant à Monsieur J. BATAILLE, précédent Directeur du Laboratoire, Professeur à l'Université Claude Bernard de Lyon I, d'avoir relancé et soutenu l'analyse d'images.

Je remercie la société METRAFLU et ses gérants Messieurs E. BENNAROUS et G. BOIS, pour le soutien financier qu'ils m'ont apporté et l'intérêt qu'ils ont montré pour ce travail.

Je voudrais remercier toute l'équipe de la soufflerie atmosphérique de diffusion E.D.F. - E.C.L. et en particulier Messieurs P. MEJEAN et J.M. PERRIN pour l'accueil qu'ils m'ont dispensé.

Je remercie toutes les personnes du laboratoire qui de près ou de loin ont apporté une contribution à ce travail, par leurs connaissances et leurs discussions fructueuses.

Ce travail n'est pas un aboutissement mais une étape. Il ouvre, pour moi et pour d'autres, un certain nombre de voies. Je souhaite pouvoir les suivre sans m'y perdre

SOMMAIRE

SOMMAIRE

Remerciements	I
Sommaire	A
Notations	i
<hr/> <hr/>	
Chapitre 0 - Introduction	1
<hr/> <hr/>	
Chapitre I - Méthodes de Visualisation	5
I.1. Méthodes à caractère local	7
I.2. Méthodes de mesures tridimensionnelles	12
I.2.a. Stéréographie	12
I.2.b. Holographie	14
I.3. Conclusion	16
<hr/> <hr/>	
Chapitre II - Traitement et analyse d'images : notions	17
II.1. Définition d'une image	19
II.2. Méthodes	20
II.2.a. Manipulation d'histogrammes et seuillages	20
II.2.a.1 Définitions	21
II.2.a.2 Modification d'histogrammes	23
II.2.a.3. Seuillages	27
a. Maximisation de la variance interclasse	27
b. Maximisation d'entropie	28
c. Maximisation du Contraste de l'image	29
d. Approximation de la fonction de gris par une fonction en escalier	32

II.2.b. Opérateurs spatiaux ou seuillage adaptatif	32
II.2.b.1. Lissages	33
II.2.b.2. Amélioration du contraste, détection de contours	33
II.2.c. Filtrage de Fourier	37
II.2.d. Conclusion	37
II.3. Morphologie mathématique binaire	38
II.3.a. Définitions	38
II.3.b. Applications	40
II.3.c. Conclusion	42
II.4. Conclusion	42

**Chapitre III- Reconstitution tridimensionnelle de structures
turbulentes par analyse harmonique de contours plans** 43

III.1. Définitions	46
III.2. Analyse harmonique - Descripteurs de Fourier	47
III.2.a. Généralités	47
III.2.b. Définitions Générales	49
III.2.c. Propriétés	51
III.2.d. Distance	52
III.2.e. Interpolation	53
III.2.f. Squelette	53
III.2.g. Aire	54
III.3. Constitution des facettes triangulaires	55
III.3.a. Critères de correspondance (ou de superposition)	59
III.3.b. critère de déformation	59
III.3.c. plans intermédiaires	60
III.4. Liaisons	64
III.5. Applications et Résultats	67
III.5.a. Rejets instantanés de gaz plus lourds que l'air	67
III.5.b. Structures cohérentes	70
III.6. Conclusions	73

Chapitre IV - Méthode de mesure des corrélations vitesse-concentration	78
IV.1. Méthodes de vélocimétrie par plan laser	80
IV.1.a. Vélocimétrie par images de particules	81
IV.1.a.1. Principe de la Multi-exposition	81
IV.1.a.2. Transformée de Fourier optique	82
IV.1.a.3. Transformée de Fourier numérique	84
IV.1.a.4. Caractéristiques expérimentales de la méthode	86
IV.2. Méthode de détermination de la concentration par fluorescence induite par laser (L.I.F.).	95
IV.2.a. Principe de mesure de concentration par fluorescence	95
IV.2.b. Caractéristique de la méthode	98
IV.3. Détermination des corrélations vitesse-concentration	101
IV.3.a. Montage expérimental	102
IV.3.b. Caractéristiques expérimentales	107
IV.3.b.1 Détermination de la concentration	107
IV.3.b.2. détermination de la vitesse	111
a. Traitement des images	112
b. La transformée de Fourier rapide	116
c. L'analyse	116
IV.3.b.3. Statistiques	121
IV.3.c. Détermination des corrélations vitesse-concentration	123
IV.3.d. Equations décrivant l'écoulement	123
IV.4. Résultats expérimentaux	124
IV.5. Conclusion	132

Chapitre V- Conclusions : perspectives.	135
--	------------

Bibliographie	139
----------------------	------------

Annexes	151
----------------	------------

Annexe 1	152
Analyse Harmonique	152
Barycentre-Ellipses	153
Erreur de Reconstruction	155
Vérification du bon comportement de l'interpolation linéaire fréquentielle	157
Annexe 2	159
Algorithme détaillé de la méthode de reconstruction tridimensionnelle.	159
Algorithme général de la méthode.	161
Annexe 3	162
Méthodes associées à l'indice de réfraction	162
A.3.a Ombroscopie	164
A.3.b Strioscopie ou "schlieren"	165
A.3.c Interférométrie	167

Listes des principales notations

Chapitre II Traitement et Analyse d'images : Notions.

$f(.)$	Fonction de gris d'une image
$p(i)$	Probabilité d'un pixel d'appartenir à un compte i
C_i	Classe i d'une image (Notion de Seuil).
$V(S)$	Variance interclasse relative au seuil S .
$C(S)$	Contraste d'une image relatif au seuil S .
E_i	Entropie d'une image relative à une classe C_i .
E_T	Entropie totale.
$E_k()$	Fonction en escalier relative au seuil k .
a_{ij}	Coefficients d'une matrice de convolution.
\otimes	Produit de convolution.
$V(x,y)$	Voisinage d'un pixel (x,y) d'une image.
\oplus	Addition de Minkowski, permet la dilatation binaire.
\ominus	Soustraction de Minkowski, permet l'érosion binaire.
B_λ	Élément structurant de diamètre λ .

Chapitre III Reconstruction tridimensionnelle de structures turbulentes par analyse harmonique de contours plans.

S_k	Plan de coupe à l'altitude z_k .
C_k	Contour à l'altitude k , dans le cas d'un seul contour.
$C_{k,i}$	Contour i à l'altitude z_k , cas de plusieurs contours sur un même plan.
P_s	Points décrivant C_k , $(x_{s,P} ; y_{s,P})$ leurs coordonnées.
$P_{s,i}$	Points décrivant $C_{k,i}$, $(x_{s,i P} ; y_{s,i P})$ leurs coordonnées.
C_k^L	Contour reconstitué d'ordre L relatif au contour C_k .

$(x_{s,P}^f ; y_{s,P}^f)$	Coordonnées d'un point P de C_k^f .
$z_{s,P}$	Formulation complexe de $(x_{s,P}^f ; y_{s,P}^f)$.
$z'_{s,P}$	Descripteurs de Fourier de C_k .
FP()	Transformée de Fourier discrète monodimensionnelle.
$A_{r,P}$	Coefficients des descripteurs de Fourier de C_k .
$z'_{s,P}^f$	Descripteurs de Fourier associés à C_k^f .
$H_{s,P}$	Harmoniques de C_k .

Chapitre IV : méthode de mesure des corrélations vitesse-concentrations.

F(,)	Transformée de Fourier bidimensionnelle.
Re_p	Nombre de Reynolds d'une particule.
\vec{V}_l	Vitesse limite de chute d'une particule.
ν	Viscosité cinématique.
ρ_a, μ_a	Masse volumique et viscosité dynamique, apparentes d'une particule.
$d_1(,)$	Distance dans l'espace des fréquences.
$A^{\lambda_r}(,)$	Coefficients des descripteurs de Fourier d'un contour interpolé. Pondération égale à λ_i .
$A_{r,P}$	Coefficients des descripteurs de Fourier du squelette de C_k .
A_k	Aire (définition dans l'espace des fréquences) du contour C_k .
$d_e(,)$	Distance Euclidienne.
I_0	Intensité lumineuse du plan incident.

$I_i(x,y,t)$	Intensité lumineuse incidente en un point $(x,y,0)$ du plan de l'écoulement, à l'instant t .
ε_i	Coefficient d'absorption de la substance fluorescente à la longueur d'onde λ_i .
ε_f	Coefficient d'absorption de la substance fluorescente à la longueur d'onde λ_f .
$C(x,y,t)$	Concentration de la substance fluorescente en un point $(x,y,0)$ du plan de l'écoulement, à l'instant t .
$\hat{C}(x, y, t)$	Concentration moyenne à l'intérieur de l'élément de mesure dy .
$dI_f(x,y,t)$	Intensité lumineuse fluorescée en un point $(x,y,0)$ du plan de l'écoulement, à l'instant t .
$K(\lambda_f)$	Spectre d'émission de la substance fluorescente.
$\langle C(x,y) \rangle$	Moyenne d'ensemble de la concentration, au point (x,y) .
$c_k(x,y,t_k)$	Fluctuation de la concentration au point (x,y) , à l'instant t_k .
$\langle c^2(x,y) \rangle$	Variance de la concentration au point (x,y) .
$\sigma(x,y)$	Ecart-type de la concentration en (x,y) .
$\langle c^3(x,y) \rangle$	Coefficient de dissymétrie de la concentration en (x,y) .
$\langle c(x,y)c(x+\Delta x, y+\Delta y) \rangle$	Corrélations spatiales entre deux points (x,y) et $(x+\Delta x, y+\Delta y)$.
$\gamma_s(x,y)$	Intermittence au point (x,y) pour un seuil s .
$U(x,y,t)$	Composante longitudinale de la vitesse en (x,y) , à l'instant t .
$V(x,y,t)$	Composante transversale de la vitesse en (x,y) , à l'instant t .
$u(x,y,t)$	Fluctuation de la composante longitudinale de la vitesse en (x,y) , à l'instant t .
$v(x,y,t)$	Fluctuation de la composante transversale de la vitesse en (x,y) , à l'instant t .
$\langle U(x,y) \rangle$	Moyenne d'ensemble de la composante longitudinale de la vitesse au point (x,y) .
$\langle V(x,y) \rangle$	Moyenne d'ensemble de la composante transversale de la vitesse au point (x,y) .
$\langle u^2(x,y) \rangle$	Variance de la composante longitudinale de la vitesse au point (x,y) .
$\sigma_u(x,y)$	Ecart-type de la composante longitudinale de la vitesse au point (x,y) .

$\langle v^2(x,y) \rangle$ Variance de la composante transversale de la vitesse au point (x,y) .

$\sigma_v(x,y)$ Ecart-type de la composante transversale de la vitesse au point (x,y) .

$\langle u(x,y).v(x,y) \rangle$ Tension de Reynolds au point (x,y) .

$\langle u(x,y).c(x,y) \rangle$ Corrélations vitesse longitudinale-concentration au point (x,y) .

$\langle v(x,y).c(x,y) \rangle$ Corrélations vitesse transversale-concentration au point (x,y) .

INTRODUCTION

Le but de cette étude est de montrer l'intérêt du traitement et de l'analyse d'images associés aux méthodes expérimentales de visualisation en mécanique des fluides.

Au cours des dix dernières années les moyens informatiques ont fait de spectaculaires progrès. Les techniques de recherche ont connues un développement tout aussi important. L'homme tente, par son observation, de construire des modèles pour expliquer les événements qu'il étudie, l'informatique est un des outils susceptible de l'aider, par le biais du traitement et de l'analyse des informations disponibles.

La mécanique des fluides fondée sur les lois de la mécanique Newtonienne, de la thermodynamique et de la physique est régie par un système d'équations qui devrait permettre de prédire l'état d'écoulements fluides à tout instant et en tout point. Mais la non linéarité de ces équations limite leur résolution dans le cas général et dans la majorité des cas pratiques on doit introduire des hypothèses simplificatrices validées par des mesures expérimentales. Ces mesures peuvent être soit locales, obtenues par exemple par anémométrie laser ou à l'aide de fils chauds ... , soit globales en utilisant des méthodes de visualisation L'évolution des moyens expérimentaux, essentiellement des lasers et de

l'optique, et des moyens informatiques, à travers le traitement et l'analyse d'images, ont permis, depuis quelques années, de réaliser de grands progrès.

De nombreuses expériences de visualisation utilisent le traitement et l'analyse d'images numériques. Certaines expériences n'autorisent qu'une analyse visuelle des phénomènes étudiés et sont essentiellement qualitatives, d'autres permettent une analyse quantitative.

L'intérêt des méthodes de visualisation, étudiées ici, est de permettre la réalisation de mesures instantanées d'un large champ d'investigation et ce de manière non intrusive.

Nous présenterons au Chapitre I de ce mémoire quelques unes des techniques de visualisation classiquement utilisées dans les laboratoires. L'étude n'en sera pas exhaustive tant elles sont nombreuses, tant au niveau de leurs caractéristiques expérimentales que des écoulements étudiés.

Le chapitre II est une revue rapide de diverses techniques de traitement et analyse d'images. Elles sont dans la plupart des cas indispensables soit pour l'amélioration des prises de vues, avant traitement, soit pour l'analyse de l'information contenue dans ces prises de vues.

Nous détaillerons ensuite deux méthodes, originales, mises au point dans le cadre de cette thèse, utilisant le traitement et l'analyse d'images.

La première, au travers de l'élaboration d'un algorithme de reconstruction tridimensionnelle de formes complexes, se place dans le cadre des méthodes d'analyses qualitatives. L'holographie et la stéréographie qui peuvent être utilisées pour la reconstruction tridimensionnelle sont assez délicates à mettre en oeuvre. Nous avons donc développé un algorithme de reconstruction tridimensionnel associé à une technique de tomographie laser. Nous verrons au chapitre III le type d'expériences correspondantes et, après un bref aperçu des techniques infographiques, nous exposerons les détails de la méthode développée. L'objectif premier est de fournir un outil tenant compte des difficultés expérimentales rencontrées dans l'étude des structures tridimensionnelles présentes dans les écoulements. La principale difficulté étant liée à la nature non statique et non reproductible des formes étudiées. Une des solutions réside dans l'analyse des contours détectés.

L'analyse harmonique des contours bidimensionnels, qui est à la base de la méthode présentée ici, est détaillée en annexe pour en rappeler les propriétés essentielles.

Nous présenterons ensuite les deux cas qui ont servi à tester la méthode. La première est une application aux structures cohérentes apparaissant dans la zone de transition d'une couche limite. La seconde est la reconstitution de l'enveloppe de rejets de gaz plus lourds que l'air, visualisée dans le cadre d'une étude sur la dispersion dans les basses couches de l'atmosphère.

La seconde partie de ce travail est constituée par la mise au point d'une nouvelle méthode de mesure simultanée des champs de vitesse et de concentration. Cette méthode, basée sur des visualisations tomographiques, permet l'obtention des corrélations associées à ces deux grandeurs. Nous verrons les résultats de cette technique appliquée à l'étude d'un écoulement de jet plan en turbulence quasi-isotrope. Ce type d'écoulement a été choisi en vue de comparer les résultats des mesures obtenues par cette technique avec ceux obtenus par des techniques de mesures ponctuelles. Cela permet une bonne évaluation du potentiel de la méthode.

Dans ce mémoire nous nous attacherons à exposer les contraintes expérimentales et informatiques rencontrées pour essayer de faire la preuve d'une mise en oeuvre simple et d'une capacité à fournir des résultats en un temps suffisamment court pour satisfaire les utilisateurs potentiels.

Nous concluerons sur les différentes possibilités qui restent ouvertes à l'analyse d'images appliquée à la mécanique des fluides.

CHAPITRE I

METHODES DE VISUALISATION

Les techniques expérimentales de visualisation dans les écoulements fluides sont à la base des traitements et des analyses présentées. Il paraissait important en préambule, à ce mémoire, d'en rappeler succinctement les principes. Cette approche, essentiellement bibliographique, loin d'être exhaustive, n'a pour but que de montrer, à travers la grande diversité des méthodes, le type d'informations qu'elles permettent d'atteindre. L'apport qualitatif, au niveau de la description des écoulements étudiés, est indiscutable. Dès 1883 O. REYNOLDS, dans une expérience célèbre, en injectant de l'encre dans un écoulement de conduite, fournit la première description du passage d'un écoulement laminaire vers un écoulement turbulent en fonction des grandeurs caractéristiques de l'écoulement. Depuis les techniques de visualisation se sont développées et permettent aujourd'hui des analyses quantitatives.

La visualisation est le résultat de l'interaction de la lumière avec la matière. On distingue deux types de méthodes. Le premier, à caractère intégral, utilise les variations des caractéristiques physiques du fluide en les intégrant le long du chemin optique, alors que le second type de méthode, à caractère local, nécessite l'introduction de marqueurs dans l'écoulement, corps étranger au milieu fluide; elles fournissent par contre l'information en chaque point de l'écoulement étudié.

Les méthodes développées dans la présente étude relèvent de la deuxième

catégorie. Nous n'exposerons donc pas le principe des méthodes intégrales qui est bien détaillé dans le livre de Merzkirch (1974) (On trouvera néanmoins en Annexe les méthodes principales liées à ce principe. Elles sont basées sur les principes optiques de réfraction d'un milieu fluide ou de déphasage d'une source lumineuse associé à la variation de la masse volumique au sein de l'écoulement).

Le premier paragraphe est consacré aux méthodes à caractère local et le second paragraphe aux méthodes qui permettent des mesures tridimensionnelles : la stéréographie et l'holographie.

I.1. METHODES A CARACTERE LOCAL

Ces méthodes sont basées sur les propriétés de diffusion et de réflexion des particules (Durst et al. 1976), de fluorescence (Guilbaut 1973) ou de thermosensibilité des particules, colorants, fils ou peintures ajoutés ou injectés à l'intérieur, ou à l'extérieur de l'écoulement étudié.

L'éclairement de l'écoulement peut s'effectuer globalement à l'aide d'une source ponctuelle, ou par un plan lumineux (tomographie) réalisé la plupart du temps à l'aide d'une source laser. La puissance et la cohérence spatiale des faisceaux qui sont fournies par une source laser permettent, pour des coûts relativement faibles, d'obtenir des tranches lumineuses d'épaisseur minimale.

On peut définir le caractère local d'une technique de visualisation par le fait que l'intensité lumineuse reçue en un point du capteur provient essentiellement d'un volume élémentaire de la scène physique étudiée.

On distingue deux types d'éclairement : par plan (tomographie) ou globale. La figure I.1 représente un schéma d'éclairement tomographique. Deux systèmes sont principalement utilisés pour réaliser le plan de lumière. Soit le rayon laser est transformé à l'aide d'un système de lentilles sphéro-cylindrique, soit il est dévié par un système de miroirs tournants ou vibrants.

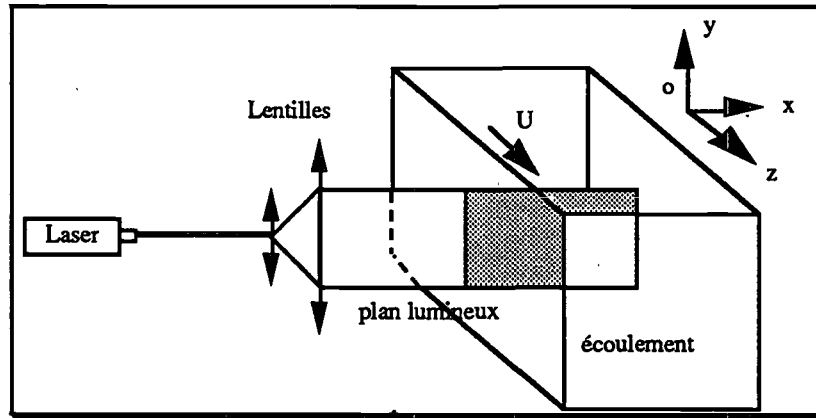


Fig. I.1 : *Coupe tomographique d'un écoulement.*

Ces différentes techniques nécessitent l'introduction dans l'écoulement de particules ou de produits dilués (essentiellement dans l'eau) fluorescents ou non. Lorsque des particules sont ajoutées au fluide, un problème important est de savoir si le mouvement des particules est le même que le mouvement des particules fluides qu'elles remplacent. En général la vitesse d'une particule est différente en grandeur et direction de celle de la particule fluide remplacée.

Diverses caractéristiques telles que la nature, la dimension, la densité, la forme des particules interviennent à différents niveaux (Chapitre IV). Les particules ne doivent pas perturber l'écoulement fluide original. Les principaux problèmes sont le comportement mécanique (notamment en cas de fortes concentrations), la stabilité chimique De plus les caractéristiques optiques du marqueur sont importantes en fonction des applications que l'on a en vue, qualitatives ou quantitatives.

En ce qui concerne l'exploitation quantitative des visualisations tomographiques, on peut distinguer deux types de méthodes :

- . mesures de concentration par diffusion de Mie ou par fluorescence (L.I.F., "laser induced fluorescence") (Balint, 1983; Ayrault, 1990 ...).

- . mesures de vitesse par vélocimétrie par détection de trajectoires

(P.T.V., "particle tracking velocimetry")) ou par batônnets (S.V. "streaks velocimetry"), par image de particules (P.I.V., "particle image velocimetry), par vélocimétrie speckle (L.S.V., "Laser Speckle Velocimetry") (Meynart, 1983 ; Adrian, 1986-88 ; Lourenco, 1989; Paone et al., 1989) .

Les mesures de concentration nécessitent d'utiliser des produits dont la densité en particules ou molécules soit homogène et dont les lois de diffusion ou de fluorescence de la lumière soient connues. Le lait, l'encre ou les produits fluorescents dilués dans l'eau suivent parfaitement l'écoulement qu'ils marquent. Divers types de particules sont utilisées tant dans l'eau que dans l'air (Tableau I.1). Les particules couramment employées, mais très coûteuses, sont les particules de Latex qui sont parfaitement calibrées, sphériques et de densité voisine de celle de l'eau. Dans l'air on utilise aussi des gouttelettes d'huile, des particules d'encens, de tabac

De nombreuses études qui utilisent ces méthodes ont été présentées au cours de ces dix dernières années. On notera les travaux de Balint (1983), Ayrault (1990), Lourenco (1982) et Borleteau (1983). Ces auteurs utilisent soit de l'encens, soit du D.O.P. et les propriétés de diffusion des particules (Mie) ou des gouttelettes d'huile pour mesurer les grandeurs statistiques telles que la moyenne, les moments d'ordre deux et trois, en particulier pour des écoulements aussi différents qu'un jet libre dans l'air ou des rejets de gaz lourds dans une couche limite atmosphérique.

Les méthodes utilisant des produits fluorescents (L.I.F.) ou phosphorescents (L.I.P.) se sont développées ces dernières années. En particulier dans l'eau pour lesquels la fluorescéine ou la rhodamine B sont assez faciles à utiliser (Gardin (1989), Simoëns et Ayrault (1991)). On peut penser que ce type de méthodes, basées sur les principes de la fluorescence ou de la phosphorescence, aura un développement assez important dans les années à venir si l'on s'en réfère à Hiller et Hanson (1990), qui font une bonne revue des méthodes ponctuelles, et à Hanson et Seitzman (1989), pour les mêmes méthodes par tomographie laser. Ces méthodes offrent, en effet, la possibilité de mesures simultanées de la température, de la densité et de la vitesse, ponctuellement (Liu et al. (1989, 1990)), qui ouvrent des perspectives non négligeables en ce qui concerne les méthodes de visualisation.

Particules	Diamètre (μm)	$\rho_{\text{part}} / \rho_{\text{fluide}}$	Fluide
<i>Aluminium</i>	30-100		eau
<i>Polystirène</i>	10-200	1.04	eau, glycérol
<i>Lycopodium</i>	30		air
<i>Gouttes d'huiles</i>	1		air
<i>D.O.P</i>	1		air
<i>Fumée de cigarettes (ou fumée d'encens)</i>	0.5-1		air
<i>P.V.C</i>	5-20	1.54	eau
<i>Nylon 12</i>	200	1.02	eau
<i>Pliolite</i>	38-400	1.024	eau
<i>Bulles de savon gonflées à l'hélium</i>	variable		air
<i>Iriodine 110</i>	5-15	3.0	eau
<i>Latex</i>	1-100	1.001	eau

Tableau. I.1 : *Différents types de particules utilisées dans les expériences de visualisations (Réfs. YANG 1989, KASAGI et al. 1990 MERZKIRCH 1974) .*

Pour les méthodes de vélocimétrie on peut utiliser les particules citées au Tableau. I.1. mais l'enregistrement diffère des méthodes de détermination de la concentration. Pour le P.T.V., P.I.V et le L.S.V. on utilise la multiexposition. La connaissance du temps entre deux images de particules après détermination de la distance parcourue par ces particules fournit alors l'information relative à la vitesse. Par contre, le S.V. consiste à enregistrer les images de particules avec un temps de pose relativement important. Les images de particules sont des batônnetts et la connaissance

de leur longueur fournit ainsi l'information de vitesse. On trouvera dans Agui et Jimenez (1987) une bonne synthèse des problèmes relatifs à cette dernière méthode, en particulier les erreurs de visualisation, d'interpolation et de lissage. En effet la détermination de ces batônnets dans des écoulements relativement complexes est assez difficile (croisement des trajectoires, ...). De plus, comme pour le P.T.V., une détection correcte nécessite une concentration en particules assez faible, ce qui entraîne des vides dans les cartes de vitesses. Il y a donc nécessité d'interpoler et de lisser les résultats, ce qui amène des erreurs supplémentaires par rapport aux méthodes de P.I.V. et de L.S.V.. Le S.V. a été utilisé la première fois par Prandtl et Titjens en 1934 de manière manuelle, l'automatisation des dépouillements n'a eu lieu qu'au cours de ces dix dernières années (Imaichi et Ohmi (1983), Utami et Ueno (1984, 1987), Dimotakis et al. (1981), Jian et Schmitt (1982)). Le L.S.V. (Meynart (1983), Meynart et Lourenco (1984), Meynart et al. (1987), Simpkins et Dudderar (1978), Simoëns et Ayrault (1991), ...) et le P.I.V. (Adrian (1986), Lourenco et Krothapalli (1987), Lourenco et al. (1986), ...) sont des méthodes plus performantes dans le sens où le taux de vide est faible et même quasi-inexistant pour le L.S.V.. Les deux méthodes ne diffèrent que par la concentration moyenne de particules utilisées pour ensemençer l'écoulement. Pour le P.I.V. cette concentration est faible tandis qu'elle est assez importante pour le L.S.V.. Le dépouillement se fait soit par transformée de Fourier ou soit par autocorrélation de zones de l'image ou le déplacement des particules est uniforme. Dans le cas du P.I.V. on utilise le principe des franges d'Young et dans le cas du L.S.V. l'interférence des différents speckles résultant des images de particules des expositions successives. On obtient dans les deux cas des franges dont l'interfrange est inversement proportionnelle au module de la vitesse des particules et dont l'orientation est orthogonale à leur déplacement (l'autocorrélation fournit des pics dont la distance et l'orientation donne directement le module et la direction) (l'utilisation de la transformée de Walsh est aussi possible pour un moindre coût (Huntley (1986))). Ce type de méthode a été utilisé en 1968 par Burch et Tokarski; depuis, de nombreuses études ont été présentées pour l'étude d'une grande variété d'écoulements. La détermination du sens de la vitesse se trouve résolue par l'utilisation, par exemple, d'un miroir tournant (Adrian (1986), Landreth (1986), Landreth et al. (1986), Gauthier et Riethmuller (1988)) qui permet d'enregistrer une première image des particules et une seconde image de ces mêmes particules ayant subie un déplacement fictif supérieur au déplacement maximum des particules pendant le

même intervalle de temps. On notera une méthode récente (Willert et Gharib (1991)) résolvant ce problème par l'utilisation de la corrélation de deux images successives. La corrélation est alors décentrée dans le sens de déplacement des particules. L'enregistrement peut se faire par caméra rapide ou par vidéo en utilisant le tramage pair et impair qui permet une fréquence de prise de vue relativement importante à moindre coût, on parle alors de D.P.I.V. ("Digital particle image velocimetry"). D'autres techniques sont utilisées comme le codage couleur (Zhang (1986)).

La technique qui est présentée au chapitre IV couple les deux méthodes de L.I.F. et de P.I.V. .

I.2 METHODES DE MESURES TRIDIMENSIONNELLES

Les méthodes, liées à la tomographie, ne permettent pas d'effectuer des mesures tridimensionnelles. Des méthodes permettant d'accéder à cette information, pour l'étude d'écoulements tridimensionnels, ont donc vues le jour. Celles que nous présentons sont les seules qui permettent des mesures réellement tridimensionnelles. Elles demandent une grande précision quant à la mise au point expérimentale.

I.2.a. Stéréographie

Le principe de base est d'obtenir une prise de vue plane d'une même scène physique sous deux angles différents, au minimum (Fig I.2). On éclaire, globalement à l'aide d'une source ponctuelle, une partie de l'écoulement à étudier. Nous raisonnerons sur des particules qui marquent l'écoulement, de la même façon que pour le P.I.V. . Ces traceurs sont utilisés en faible quantité [environ 100 traceurs par image (Sheu et al. 1982)] pour que leurs images ne se superposent pas.

Si on arrive à isoler l'image d'une même particule sur les deux enregistrements on obtient alors une information sur la profondeur en connaissant exactement la position des deux appareils de prise de vue. On se ramène au même repère tridimensionnel par des transformations géométriques simples.

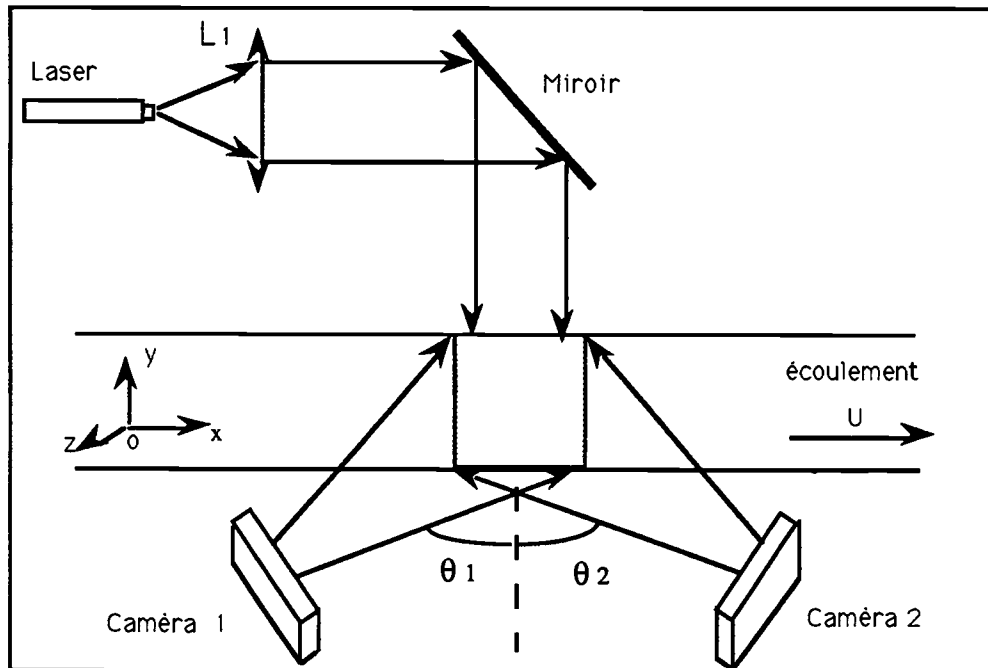


Fig. I.2 : Schéma de montage optique pour des prises de vues stéréographiques.

Cette méthode a été utilisée pour divers types d'écoulements (Adamcyck et al. (1988), Sheu et al. (1982), Trivedi (1985)). Elle pose les mêmes problèmes que les méthodes de vélocimétrie exposées au § I.1. Son utilisation est extrêmement intéressante car elle fournit une information tridimensionnelle. Elle est néanmoins déconseillée dans le cas de reconstitution tridimensionnelle de surface car elle pose de nombreux problèmes d'indétermination de convexité (Horn (1977), Woodham (1981)).

I.2.b. Holographie

L'holographie, basée sur des principes d'interférence, nécessite des faisceaux de lumière cohérente. Les figures I.3.a,b représentent les schémas de montages holographiques, l'un utilisant un seul faisceau et l'autre un faisceau de référence séparée. Les deux faisceaux en I.3.b ayant suivis des chemins optiques égaux, peuvent interférer dans le plan (P).

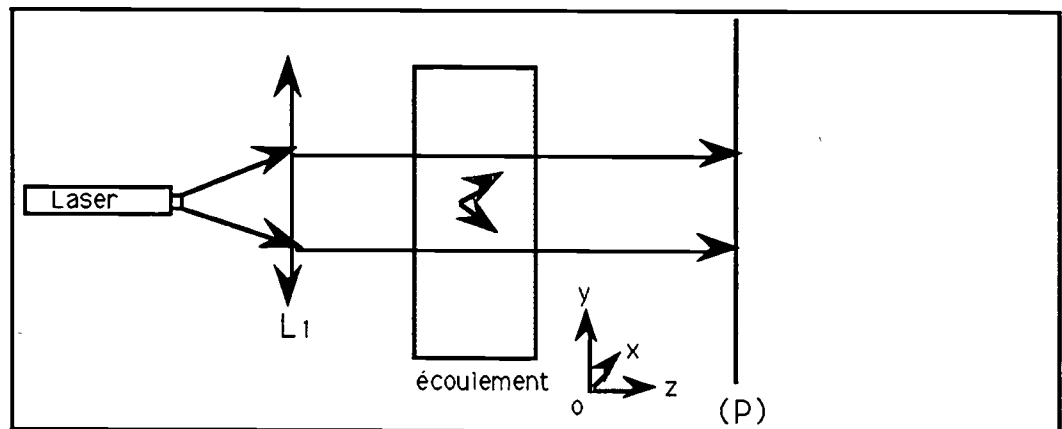


Fig. I.3.a: Montage de Gabor.

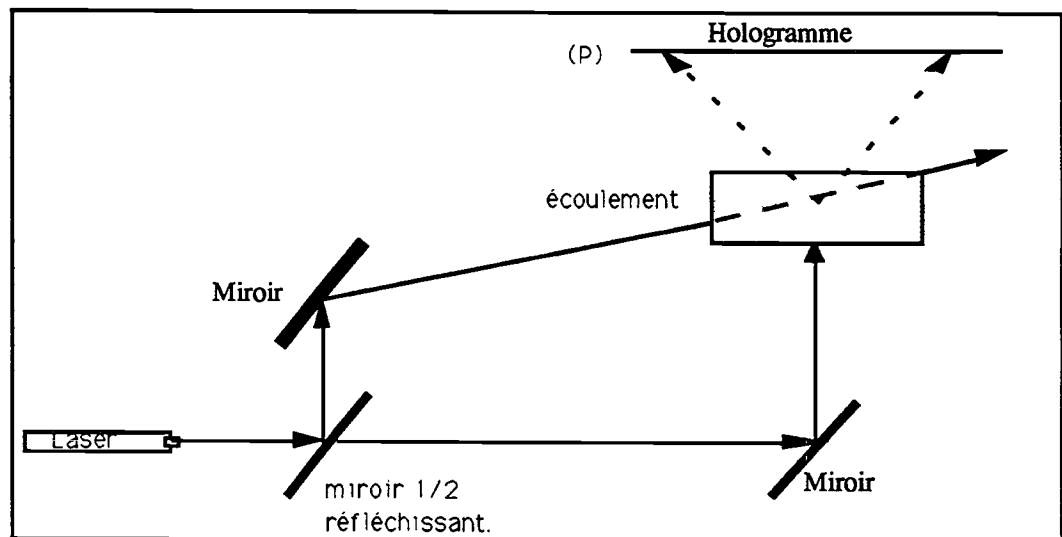


Fig. I.3.b: Montage holographique avec référence séparée.

Si on place des particules transportées par un écoulement fluide sur le trajet de l'un des faisceaux, ce faisceau sera partiellement diffracté. Des franges d'interférences se créent dans l'espace d'intersection entre les deux faisceaux, franges qui peuvent être enregistrées sur une plaque photographique à haute résolution, capable d'enregistrer les microfranges dans le plan (P).

Après développement, le support holographique est éclairé par un faisceau lumineux identique au faisceau de référence. Les franges vont diffracter une partie de l'énergie lumineuse et l'onde résultante possède les mêmes caractéristiques en amplitude et en phase que celle provenant des particules. On peut ainsi observer une image tridimensionnelle (virtuelle) du nuage de particules. L'image tridimensionnelle pourra ensuite être analysée plan par plan.

Une des difficultés de l'holographie provient du fait que les franges doivent être fixes pendant l'exposition, c'est à dire que les vibrations doivent être inférieures à $0.1 \mu\text{m}$ et les objets holographiés figés. L'utilisation de lasers pulsés permet de s'affranchir de ces contraintes.

Cette technique a déjà été mise en oeuvre en double-exposition ou triple-exposition, dans des écoulements marqués de la même manière que le P.I.V., afin de déterminer leur champ de vitesse tridimensionnel (Beluche). Des tentatives de dépouillements automatiques sont effectuées afin de réduire le temps d'analyse (Geiler et al., 1990).

Une des difficultés de l'holographie est de réaliser des images de particules dont le diamètre moyen est inférieur à $10 \mu\text{m}$ dans des champs de grandes dimensions. Des lasers très puissants (2 J) doivent alors être utilisés afin de palier la faible réémission de lumière de telles particules. On se heurte dans ce cas à des problèmes de mise en oeuvre assez importants (reflets parasites...) (Royer, 1990).

L'holographie est aussi utilisée pour produire des hologrammes interférométriques permettant l'obtention, à posteriori, d'images d'ombroscopie, de Schlieren et d'interférométrie (Yang 1989).

I.3. CONCLUSION

Les méthodes expérimentales associées à la visualisation sont nombreuses. Beaucoup n'ont pas été présentées ici. Elles permettent d'atteindre des grandeurs locales (concentration, vitesse ...) qui caractérisent un écoulement. De nombreux progrès restent à faire et les dernières avancées techniques en matière notamment de lasers, d'optiques et de vidéo, leur ouvrent la voie. L'informatique utilisée pour l'automatisation du traitement et de l'analyse d'images permet l'obtention de résultats quantitatifs significatifs.

Il est important de noter les deux propriétés fondamentales de ces techniques qui en font des outils complémentaires des méthodes classiques : la non-intrusivité et l'obtention d'un grand champ d'investigation par prise de vue. Nous verrons au chapitre IV de ce mémoire la mise en oeuvre d'une technique permettant l'obtention simultanée des champs de concentrations et de vitesses et par voie de conséquence des corrélations associées.

CHAPITRE II

TRAITEMENT ET ANALYSE D'IMAGES NOTIONS

La phase qui suit l'expérience est le traitement et l'analyse d'images. Dès 1920 les premières images numériques existaient (premiers essais de transferts radio-électriques sur des images quelconques, entre New-york et Londres), pourtant c'est l'optique qui a pour une grande part fait naître le traitement et l'analyse d'images lorsqu'en 1950 des astronomes utilisèrent le filtrage optique pour l'amélioration de leurs clichés. Si l'optique présente certains intérêts tels que la simplicité des opérations, la rapidité des traitements (Françon, 1978 ; Laug, 1980)... , les montages permettent difficilement l'automatisation. Dès 1960, avec la naissance des gros calculateurs et surtout pour la recherche spatiale, le transport, le codage et la manipulation des images devinrent plus aisés. Dès lors de nombreuses disciplines telles la médecine, la biologie, la géographie, la météorologie, utilisèrent et développèrent l'outil traitement et analyse d'images de manière numérique et informatique, le but essentiel étant de remplacer l'oeil humain.

Une image numérique est constituée d'un ensemble de points élémentaires (pixels) prenant une valeur (niveau de gris, couleur ou radiométrie) correspondant à une intensité lumineuse, image d'un point de la scène physique initiale.

Actuellement quelque soit le support utilisé pour la prise de vue, photographie argentique, caméra vidéo ou C.C.D., les images obtenues à partir d'expériences sont souvent mises sous forme de données informatiques, c'est à dire digitalisées ou numérisées

(Marion, 1987). On considère que l'image est la représentation numérique d'un champ expérimental bidimensionnel (ou la projection d'une scène tridimensionnelle). L'information que nous voulons mettre en évidence, quantifier puis analyser, est généralement connue à priori en fonction du phénomène à étudier mais elle est souvent non utilisable instantanément car noyée parmi d'autres objets ou bruits.

Le traitement peut se décomposer en 2 étapes successives. La première étape permet d'éliminer le bruit ou de corriger les déformations. La seconde étape est la mise en évidence de l'information recherchée. Elle a pour but d'isoler cette information parmi d'autres qui sont présentes sur l'image. Lors de ces deux étapes on utilise des techniques numériques liées au système matriciel que représente une image, des techniques statistiques liées au comptage des différents niveaux de gris associés à chaque pixel de l'image, des techniques de filtrage de Fourier ...

L'analyse s'est développée grâce à la reconnaissance de formes, essentiellement formalisée par la morphologie mathématique (Serrat, 1982). Néanmoins d'autres approches sont utilisées tels les descripteurs de contours, analyse de Fourier, Le traitement sert à isoler l'information, l'analyse cherche à mesurer les objets mis en évidence. Ces techniques sont souvent la reproduction de techniques optiques (filtrage de Fourier par exemple). La plupart de ces méthodes sont employées aussi en traitement du signal monodimensionnel (anémométrie à fils chauds, signal acoustique ...), mais l'aspect bidimensionnel du signal procure une information visuelle supplémentaire qui permet d'autres formulations.

Dans ce chapitre, nous allons définir ce qu'est une image numérique et quel sera le support de l'information traitée et analysée par la suite. Nous verrons dans les trois paragraphes suivant les opérations de base. Nous essaierons d'illustrer ces opérations par des exemples concrets d'images issues d'expériences de mécanique des fluides.

II.1. DEFINITION D'UNE IMAGE

Une image est un ensemble discret, à valeurs entières. Elle correspond à une matrice de points ou de pixels, de coordonnée (x,y) , dont les valeurs, niveaux de gris ou couleurs, correspondent à l'intensité lumineuse de l'image d'un point d'une scène physique.

Nous supposons dans la suite qu'une image est représentée par sa fonction de gris f telle que :

$$f(x,y) \in E \quad (x,y) \in \{1, \dots, n\} \times \{1, \dots, n\} \quad (\text{F II.1})$$

(x, y) sont les pixels de l'image et en général n prend la valeur 512.

L'ensemble E dépend de la représentation informatique choisie et des calculs effectués. La fonction de gris f peut prendre des valeurs réelles. Pour simplifier le raisonnement on fixera f à valeurs entières, ce qui est la représentation la plus fréquente : $E = \{0, \dots, 255\}$. Informatiquement chaque pixel (x,y) est codé sur 1 octet (8 bits), soit 256 niveaux de gris, ce qui est l'affichage le plus courant, mais on peut trouver des affichages jusqu'à 16 millions de couleurs simultanées.

On appelle image binaire, une image I telle que $E = \{0, 1\}$. Elle est le résultat d'un traitement adapté qui peut être un seuillage, une détection de contours ou autres opérations que nous décrirons plus bas pour les principales .

Nous allons exposer trois types de techniques fondamentales. Les premières sont basées sur une description statistique ou probabilistique de la répartition des niveaux de gris de l'image. Elles ont souvent pour objectif d'améliorer le contraste et la dynamique des images et servent essentiellement au traitement de l'image. Les secondes sont basées sur des opérateurs qui opèrent directement dans l'espace physique. Elles ont pour but d'extraire des régions, afin de les isoler et de les mesurer, pour n'obtenir que leur information propre. Les dernières reposent sur des opérations dans l'espace spectral et possèdent le même rôle que les précédentes.

II.2. METHODES

II.2.a. Manipulation d'histogrammes et seuillages

Nous allons définir certaines notions, probabilistiques, statistiques, ... , nécessaires à l'exposé de ces techniques avant d'exposer rapidement les techniques elles-mêmes. On trouvera dans le livre de Kak et Rosenfeld (1982) une description plus complète.

II.2.a.1 Définitions

L'*histogramme* H de l'image est la fonction h , définie par :

$$h : [0, 255] \subset \mathbb{N} \longrightarrow [0, N] \subset \mathbb{N}$$

$$i \longrightarrow h(i) = \text{card} \left(\left\{ (x,y) \in \{0, \dots, n-1\} \times \{0, \dots, n-1\} / f(x,y) = i \right\} \right)$$

où $n = 512$ et $N = n^2$.

Remarque : Lorsque l'on utilise la fonction logarithme pour certaines opérations sur l'histogramme, cela nous oblige à ajouter 1 à chaque compte i avant la détermination de h. On pose alors $N' = N + 256$ et on obtient une nouvelle fonction h' qui définit H :

$$h' : [0, 255] \subset \mathbb{N} \longrightarrow [1, N'] \subset \mathbb{N}$$

$$i \longrightarrow h'(i) = h(i) + 1$$

On définit la probabilité p d'un pixel d'appartenir au compte i par :

$$p : [0, 255] \subset \mathbb{N} \longrightarrow [0, 1] \subset \mathbb{R}$$

$$i \longrightarrow p(i) = \frac{h(i)}{N}$$

Soit S un seuil donné tel que : $0 \leq S \leq 255$ (compte, couleur).

On appelle classe C_1 l'ensemble des comptes i tels que $0 \leq i \leq S$ et classe C_2 l'ensemble des comptes tels que $S < i \leq 255$.

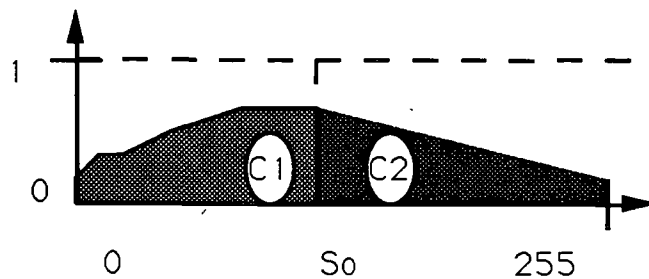


Fig. II.1 : Séparation d'un histogramme en 2 classes.

On définit ainsi les différentes données statistiques relatives à C_1 , C_2 ou à

l'ensemble des comptes :

. La probabilité d'un compte d'appartenir à C_1

$$p(C_1) = \sum_{i=0}^S p(i) \quad \text{et} \quad N_1 = N \sum_{i=0}^S p(i) = N p(C_1)$$

. La probabilité d'un compte d'appartenir à C_2

$$p(C_2) = \sum_{i=S+1}^{255} p(i) \quad \text{et} \quad N_2 = N \sum_{i=S+1}^{255} p(i) = N p(C_2)$$

. Les probabilités normalisées

$$p(i/C_1) = \frac{h(i)}{N_1} \quad \text{et} \quad p(i/C_2) = \frac{h(i)}{N_2}$$

. Les moyennes des classes C_1 et C_2

$$M_1 = \sum_{i=0}^S i p(i) \quad \text{et} \quad M_2 = \sum_{i=S+1}^{255} i p(i) \quad (\text{M est la moyenne totale}).$$

. La variance interclasse

$$V(S) = p(C_1) (M_1 - M)^2 + p(C_2) (M_2 - M)^2 \quad (\text{F II.2})$$

Le contraste d'une image pour un seuil donné S est défini par :

$$C(S) = \sum_{(x,y) \in I} \min \left\{ |S - f(x,y)|, (x',y') \in V(x,y) \right\} \quad (\text{F II.3})$$

ou par

$$C(S) = \sum_{(x,y) \in I} \left[\sum_{(x',y') \in V(x,y)} |S - f(x,y)| \right] \quad (\text{F II.4})$$

où $V(x,y)$ représente le voisinage d'un pixel (x, y) de l'image I , soient 8 pixels.

On définit aussi les entropies des différentes classes C_1 et C_2 par :

$$E_1 = - \sum_{i=0}^S p(i/C_1) \log(p(i/C_1)) \quad (\text{F II.5})$$

$$E_2 = - \sum_{i=S+1}^{255} p(i/C_2) \log(p(i/C_2)) \quad (\text{F II.6})$$

et l'entropie totale de l'image est $E_T = E_1 + E_2$.

Nous verrons l'utilité de ces différentes notions dans le cadre de la description des méthodes.

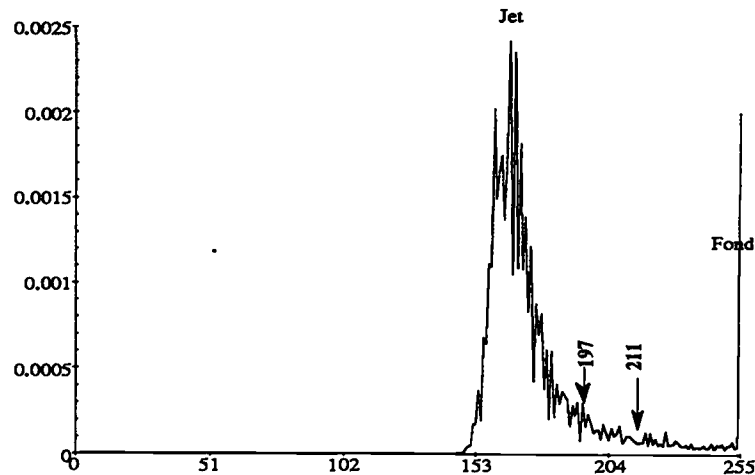


Fig. II.2 : Histogramme de l'image de jet originale. Il est constitué de deux classes. La première représente le jet, la seconde le fond. (voir Photo.II.1)

II.2.a.2 Modification d'histogrammes

Soit g une fonction strictement monotone de $[0, 255]$ dans $[0, 255]$.

Soient l'histogramme d'une image I_1 et p_1 sa probabilité associée. Appliquons la fonction g à h_1 on a :

$$\forall i_1 \in [0, 255], g(i_1) = i_2$$

Puisque g est strictement monotone (un nombre de points d'entrée de valeurs i donnent le même nombre de points pour une valeur $g(i)$) on a :

$$p_1(i_1) di_1 = p_2(i_2) di_2$$

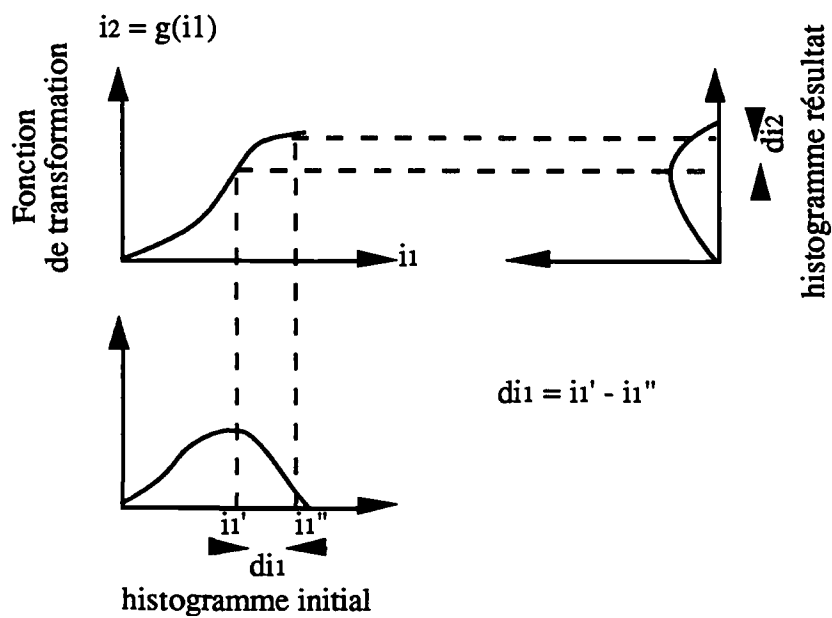


Fig. II.3 : Modification d'histogramme.

d'où :

$$p_2(i_2) = \frac{p_1(i_1) di_1}{di_2}$$

de plus, on a :

$$i_1 = g^{-1}(i_2) \text{ et } \frac{di_2}{di_1} = g'(i_1)$$

d'où :

$$p_2(i_2) = \frac{p_1(g^{-1}(i_2))}{|g'(g^{-1}(i_2))|}$$

Par exemple pour une transformation linéaire : $i_2 = a.i_1 + b$

On obtient :

$$p_2(i_2) = \frac{1}{|a|} p_1(i_1) \quad \text{ou} \quad p_2(i_2) = \frac{1}{|a|} p_1\left(\frac{i_2 - b}{a}\right)$$

Soit :

$$\forall (x,y) \in I_1 / f_1(x,y) = i_1, \exists (x',y') \in I_2 / f_2(x',y') = a i_1 + b$$

(Photo. II.3)

Remarques :

1. Si g n'est pas strictement monotone on divise $[0, 255]$ en

intervalles où elle est strictement monotone.

2. Ce type de méthodes permet de compenser la dégradation d'images prises par un système d'acquisition donné. A l'aide d'images tests, volontairement dégradées par ce système, on s'efforcera de déterminer la fonction corrigeant au mieux leurs histogrammes (celle qui donne en sortie les histogrammes les plus proches de ceux de départ). Cette fonction s'appelle un *restituteur d'information* (Marion, 1987).

3. Connaissant la forme de l'histogramme H d'une image I on détermine quelle est la meilleure fonction g à appliquer à H pour améliorer le contraste, la dynamique ... (Fig. II.4).

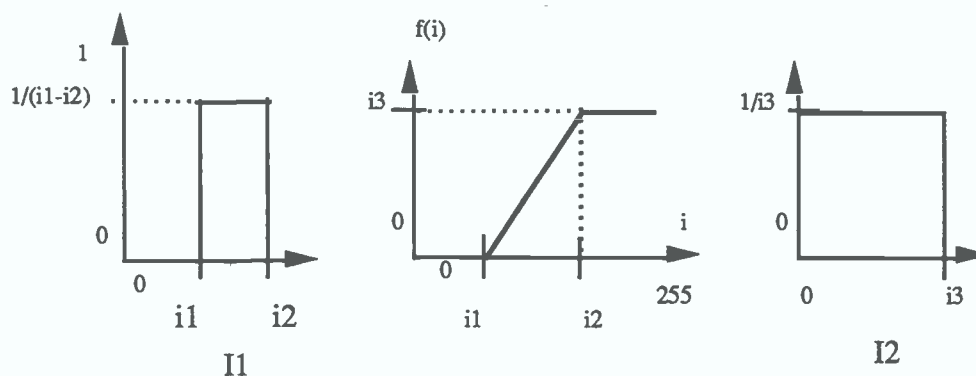


Fig.II.4 : Amélioration de la dynamique d'un histogramme.

4. Différents types de fonctions sont utilisés. En particulier, les fonctions linéaires permettent d'étendre la dynamique d'une image, la fonction Logarithme réhausse les bas niveaux de gris (peu d'action sur les hauts niveaux de gris) tandis que la fonction exponentielle réhausse les hauts niveaux de gris (Photo. II.2)

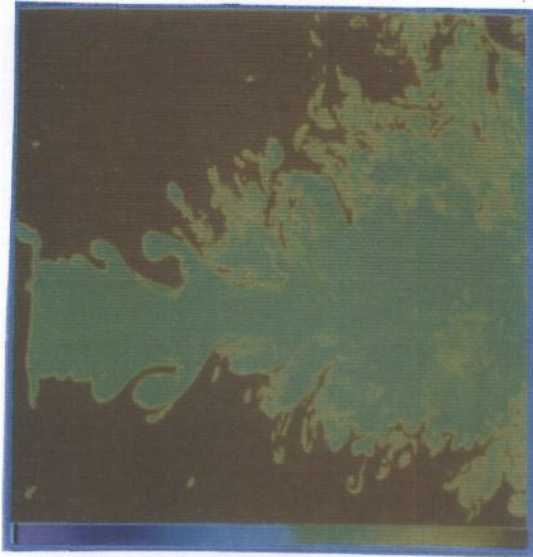


Photo. II.1 : *Image de jet originale.*

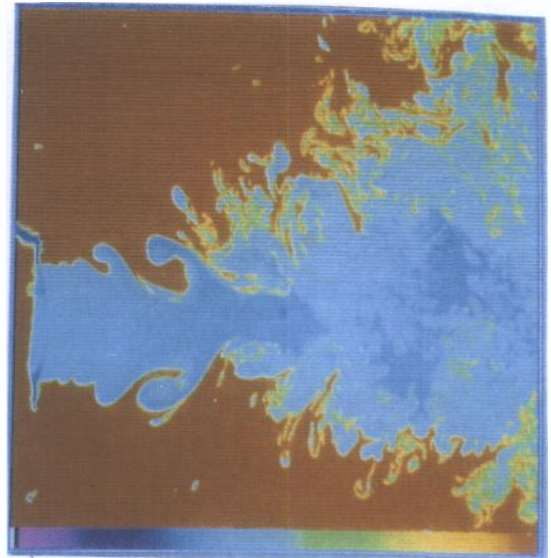
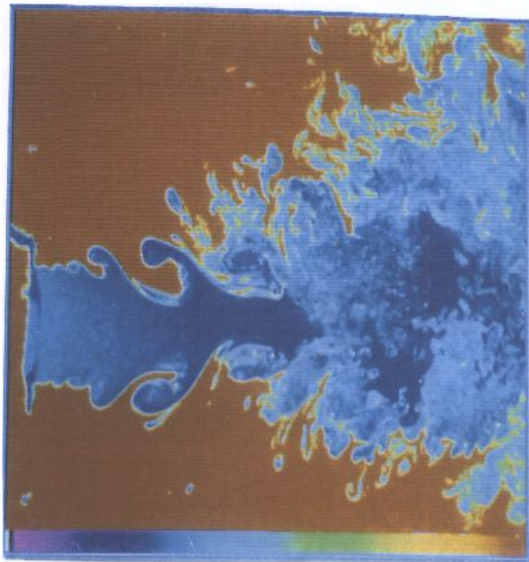


Photo. II.2 : *Image de jet ayant subi une transformation exponentielle* . **Photo. II.3 :** *Image de jet ayant subi une linéarisation.*

$$\text{Exemple : soit } i \in [0, 255] / \left\{ \begin{array}{l} p(i) \neq 0 \quad \text{si } i_1 \leq i \leq i_2 \\ p(i) = 0 \quad \text{sinon} \end{array} \right.$$

on applique la transformation linéaire suivante :

$$g(i) = a i + b \quad \text{où } a = \frac{255}{(i_2 - i_1)} \text{ et } b = \frac{255 - i_1}{(i_2 - i_1)}$$

pour que $g(i_1) = 0$ et $g(i_2) = 255$.

II.2.a.3. Seuillages

On se situe dans le cas d'un seuillage par borne inférieure.

Soient $f(x,y)$ la fonction de gris d'une image I et S_0 un seuil déterminé tel que :

$$S_0 \in [0, 255] , \quad \text{fr}(x,y) = 0 \quad \text{si } f(x,y) \leq S_0 \\ \text{fr}(x,y) = 1 \quad \text{sinon}$$

où fr est la fonction de gris de l'image résultat.

a. Maximisation de la variance interclasse

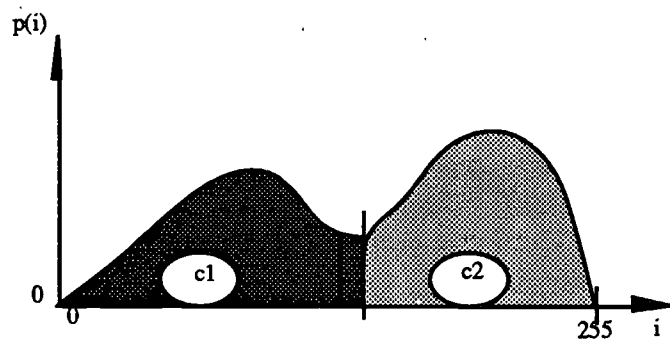


Fig. II.5 : Histogramme à 2 classes.

La variance interclasse, $V(s)$, mesure la différence entre les moyennes M_1 et M_2 des 2 classes avec la moyenne totale M , cette différence étant pondérée par les probabilités $p(C_1)$ et $p(C_2)$ des comptes i de H d'appartenir aux classes C_1 et C_2 .

Considérons l'existence de deux classes équilibrées autour de leur moyenne M_1 et M_2 .

On cherche S_0 tel que :

$$\forall S \in [0,255] / V(S) \leq V(S_0)$$

$V(S_0)$ mesure le seuil S_0 qui sépare au mieux ces deux classes. Cela revient à trouver les deux classes C_1 et C_2 dont les moyennes respectives sont les plus éloignées de M . Si dans une image on cherche un type d'objet bien représenté par rapport au reste de l'information et si les niveaux de gris constituant ces objets sont en moyenne les mêmes, on détermine une classe de niveaux de gris représentant au mieux ces objets (Photo. II.4.). Par

exemple une autre classe sera constituée des niveaux de gris qui constituent un fond uniforme. Il faut donc que les objets soient bien contrastés et représentés de manière uniforme sur toute l'image. Cette méthode peut s'étendre à la détermination de plusieurs classes d'objets.

Remarques :

1. Ce type de critère est efficace lorsque H est bimodal c'est à dire lorsque deux classes sont nettement présentes dans la forme de H.

2. On démontre (Zeboudj, 1989) que cela revient à minimiser la fonction

$$V'(S) = \left| S - \frac{(M_1 + M_2)}{2} \right|$$

3. Si une classe est trop fortement marquée par rapport à l'autre on raisonnera sur $\log(p(i))$.

b. Maximisation d'entropie

Nous avons défini (II.2.a.1.) l'entropie totale, $E_T(S)$, de H pour un seuil donné S par :

$$\begin{aligned} \forall i \in [0, 255] \quad & (0 \leq p\left(\frac{i}{C_1}\right) \leq 1) \wedge (0 \leq p\left(\frac{i}{C_2}\right) \leq 1) \\ \Rightarrow & (E_2 \geq 0) \wedge (E_1 \geq 0) \\ \Rightarrow & E_T \geq 0 \end{aligned}$$

En théorie du signal, l'entropie sert à mesurer l'information du signal. Maximiser $E_T(S)$ revient à rendre maximas les contrastes entre deux classes. C'est en fait déterminer les deux classes qui ont le meilleur contraste.

Remarques :

1. On dit que $E_T(S)$ mesure l'information contenue dans C_1 car

si nous notons $\text{inf}(i)$ l'information contenue dans un pixel et g la fonction telle que $\text{Inf}(i)=g(p(i))$, on a :

$$\text{Inf}(i) = g(p(i)) \text{ et } \text{Inf}(j) = g(p(j))$$

Or l'information contenue dans deux pixels indépendants est la somme des informations des deux pixels : $\text{inf}(i, j)=\text{Inf}(i) + \text{Inf}(j)$. Par contre :

$$f(p(i), p(j)) = f(p(i).p(j)) \Rightarrow f(p(i)) + f(p(j)) = f(p(i) . p(j))$$

d'où le choix du logarithme pour définir l'information contenue dans un pixel à partir de la connaissance à priori de p (Bijaoui p. 74, 1981).

2. La pondération par $p(i)$ de $\log(p(i))$ évite d'obtenir des valeurs trop importantes lorsque $p(i)$ tend vers zéro.

c. Maximisation du Contraste de l'image

Considérons la notion de contraste définie en II.2. Le contraste total de l'image devrait être :

$$C = \sum_{(x,y) \in I} \left\{ |f(x_i, y_i) - f(x, y)|, (x_i, y_i) \in V(x, y) \right\}$$

mais il est indépendant d'un seuil et par conséquent ne donne aucun critère pour déterminer S . Nous prenons pour éviter ce problème, la définition (F II.4). On a un contraste $C(S)$ relatif au seuil S . Cette méthode détecte les classes d'objets ayant des frontières très nettes entre eux mais elle nécessite un temps d'exécution prohibitif, aussi se contente-t-on pour $V(p)$ de :

$$V(p) = \{ (x-1, y), (x+1, y), (x, y-1), (x, y+1) \} \quad (\text{Fig. II.6}).$$

Ce type de méthodes (Kolher, 1981) est utilisé lorsque les contours ont été mis en évidence. En effet elles s'appliquent si les classes majoritaires ont des contours assez nets.

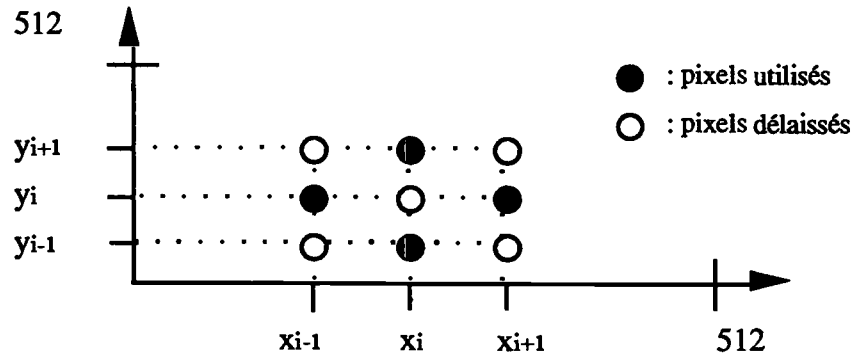


Fig. II.6 : Voisinage d'un pixel sur une trame carrée.

d. Approximation de la fonction de gris par une fonction en escalier

Nous allons chercher à construire une image binaire dont chaque pixel appartenant à la classe C_i prendra la valeur M_i . Pour cela nous allons déterminer la distance minimale entre l'image originale et cette image binaire.

En fait ceci correspond pour p à la fonction en escalier

$$\begin{aligned} E_k(i) &= M_1 \text{ pour } 0 \leq i \leq k \\ E_k(i) &= M_2 \text{ pour } k < i \leq 255 \end{aligned} \quad (\text{Fig. II.7})$$

On définit alors la distance, au sens de la métrique Euclidienne, par :

$$\begin{aligned} d_k(E_k, f) &= \left(\sum_{i=0}^{M_1} p(i)(M_1 - i) \right) + \left(\sum_{i=M_1+1}^k p(i)(i - M_1) \right) \\ &+ \left(\sum_{i=k+1}^{M_2} p(i)(M_2 - i) \right) + \left(\sum_{i=M_2+1}^{255} p(i)(i - M_2) \right) \end{aligned}$$

en remarquant que : $M_1 \leq k$ et $M_2 \geq k$. Il suffit alors de minimiser $d_k(E_k, f)$ par rapport à k pour obtenir la fonction en escalier E_S la plus proche de l'histogramme initial H . Suivant le nombre de classes, bien marquées (3 sur la Fig. II.7)), on redéfinit $d_S(E_S, f)$.

Cette opération possède à peu près les mêmes effets que la maximisation de la variance interclasse.

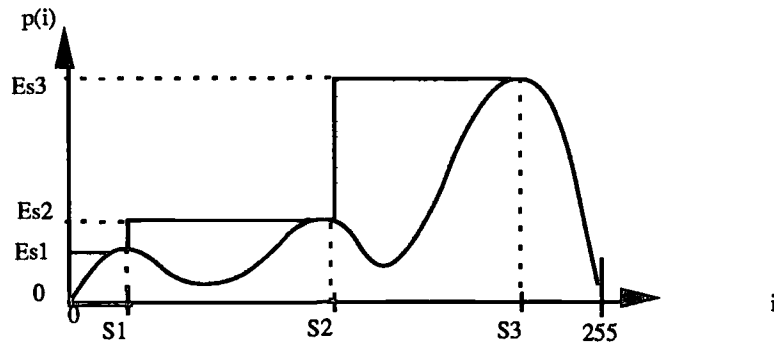


Fig. II.7 : Approximation d'un histogramme par une fonction en escalier.

Remarques:

1. On peut faire les mêmes remarques que pour la variance interclasse quant aux seuils détectés.

2. On pourra utiliser d'autres métriques telle que la distance de Battacharya (Lowitz, 1986) .

De nombreuses études sur les seuillages sont publiées et en général les nouvelles méthodes requièrent de plus en plus de temps de calcul.

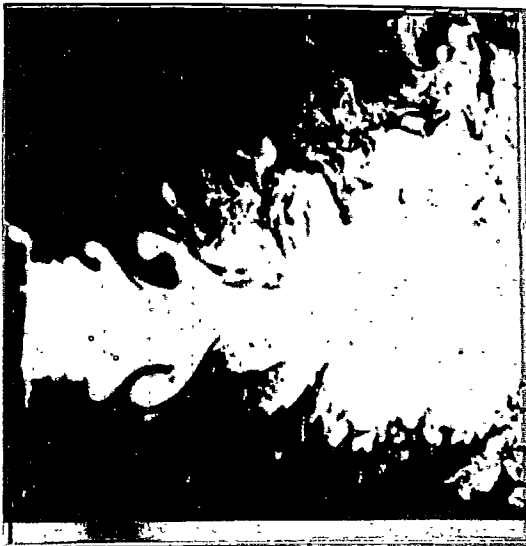


Photo. II.4 : Image de jet binarisée par la maximisation de la variance interclasse, le seuil détecté est 211.



Photo. II.5 : Binarisation par méthode de la méthode de maximisation d'entropie, seuil détecté, 197.

(On note qu'une partie du jet n'apparaît plus (photo. II.5) par rapport à la photo. II.4., la dernière méthode est moins efficace que la précédente pour séparer deux classes présentes dans un histogramme(Fig.II.2))

II.2.b. Opérateurs spatiaux ou seuillage adaptatif

On appelle fenêtre de convolution, de dimensions $(m \times n)$, la matrice V de dimensions $(m \times n)$ et de coefficients $(a_{ij})_{i,j \in [1, m] \times [1, n]}$. En général m et n sont égaux et impairs. Les coefficients sont choisis en fonction de l'opération que l'on désire appliquer à l'image I . On notera $I_v = I \otimes V$ l'opération de convolution par V de l'image I .

Soit $g(x,y)$ la fonction de gris de I_v , on obtient

$$\forall (x,y) \in [1, n] \times [1, n] \quad g(x,y) = \sum_{i=2}^{m-1} \sum_{j=2}^{n-1} a_{ij} f\left(x - i + \frac{(m+1)}{2}, y - j + \frac{(n+1)}{2}\right)$$

Le second membre de cette équation peut être divisé par $\sum_{i=2}^{m-1} \sum_{j=2}^{n-1} a_{ij}$ pour ne pas changer le niveau moyen de l'image.

Les matrices de convolution les plus couramment utilisées concernent les lissages et les détections de contours. Le dimensionnement de matrice le plus courant, $m = n = 3$, est souvent suffisant et prend le moins de temps de calcul.

Remarques :

1. Les effets de bords sont négligés, c'est à dire qu' on ne change pas la valeur des points du bord.

2. Ce type d'opération est aussi utilisé d'une façon plus générale. On définit $I_v^i = (I \otimes V)^i$ une convolution itérée où i représente le nombre d'itérations. Après les itérations on obtient une image. Suivant le but recherché, soit on conserve I_v^i soit on la soustrait à l'image originale : $D_v = I - I_v^i$. En général i est à déterminer. On peut utiliser des critères de convergence en fonction de V et du résultat recherché pour fixer i .

II.2.b.1. Lissages

On peut choisir une matrice de coefficients uniformes :

$$\frac{1}{8} \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 1 & 0 & 1 \\ 1 & 1 & 1 \end{bmatrix}$$

Ce type de matrice ne tient pas compte de la valeur d'un pixel mais met en évidence les disparités qu'il peut y avoir entre son niveau de gris et celui de ses voisins. On dit que c'est un *lissage non linéaire*.

Pour conserver l'importance de la valeur du pixel central on utilisera un *lissage linéaire*, soit une matrice du type :

$$\frac{1}{16} \begin{bmatrix} 1 & 2 & 1 \\ 2 & 4 & 2 \\ 1 & 2 & 1 \end{bmatrix}$$

Remarque : On peut à nouveau appliquer la même matrice avec l'image résultat si le lissage n'est pas suffisant (seuillage adaptatif). Mais cela tend à créer un effet de flou. Un compromis devra donc être trouvé entre cet effet et celui de lissage. De plus les effets de bords ont tendance à prendre de l'importance si on applique trop de convolutions successives.

II.2.b.2. Amélioration du contraste, détection de contours

On détermine une matrice dont les coefficients accentueront les différences locales entre niveau de gris (haute fréquence spatiale). Cela peut être dans des directions privilégiées ou dans toutes les directions à la fois. Les coefficients sont par exemple calculés en utilisant des développements en différences finies (développement de Taylor) d'une fonction de voisinage V . Soit

$$V(x-h, y) = V(x, y) - h \frac{\partial V(x, y)}{\partial x}$$

$$V(x+h, y) = V(x, y) + h \frac{\partial V(x, y)}{\partial x}$$

On obtient alors, soit

$$\frac{\partial V(x, y)}{\partial x} = \frac{1}{h} [V(x + h, y) - V(x, y)]$$

ce qui donne la matrice suivante : $\begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & -1 & 1 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$ pour $h = 1$.

soit

$$\frac{\partial V(x, y)}{\partial x} = \frac{1}{2h} [V(x + h, y) - V(x - h, y)]$$

ce qui donne la matrice suivante : $\frac{1}{2} \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 \\ -1 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$ pour $h = 1$.

Ces deux exemples correspondent aux dérivées premières dans la direction x .

On obtient les mêmes résultats pour la direction y ou pour les deux directions simultanées, soit :

$$\frac{1}{2} \begin{bmatrix} 0 & -1 & 0 \\ -1 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 \end{bmatrix}$$

Dans le cas des directions transversales on prend $h = \sqrt{2}$. Ce genre d'opérateurs est aussi appelé opérateurs *Gradients*.

Les développements de Taylor du second ordre permettent de faire apparaître les dérivées secondes :

$$V(x - h, y) = V(x, y) - h \frac{\partial V(x, y)}{\partial x} + \frac{h^2}{2} \frac{\partial^2 V(x, y)}{\partial x^2}$$

$$V(x + h, y) = V(x, y) + h \frac{\partial V(x, y)}{\partial x} + \frac{h^2}{2} \frac{\partial^2 V(x, y)}{\partial x^2}$$

Soit :

$$\frac{\partial^2 V(x, y)}{\partial x^2} = \frac{[V(x + h, y) - 2 V(x, y) + V(x - h, y)]}{h^2}$$

En prenant toujours $h = 1$ on obtient la matrice suivante :

$$\begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 1 & -2 & 1 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

L'opérateur laplacien $\frac{\partial^2 V(x, y)}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 V(x, y)}{\partial y^2}$ induit la matrice suivante :

$$\begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 1 & -4 & 1 \\ 0 & 1 & 0 \end{bmatrix}$$

Remarque : Ce type d'opérations étant global, le bruit peut s'en trouver renforcé s'il est trop dissemblable par rapport à son voisinage.

On notera les *opérateurs de Sobel* qui sont huit matrices de convolution faisant ressortir les différences des niveaux, du premier ordre, dans chacune des huit directions qu'une matrice 3x3 possède, soit,

$$\begin{bmatrix} -2 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \quad \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ -2 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 \end{bmatrix} \quad \dots \quad \begin{bmatrix} 1 & -2 & 1 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

Elles sont définies à l'aide du même type de relation et permettent de tenir compte de deux directions à la fois.

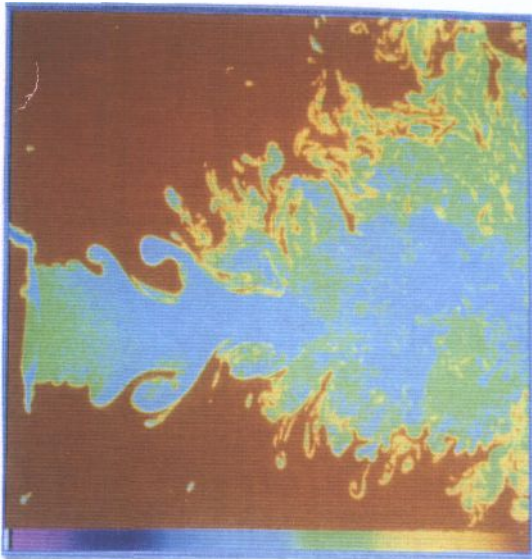


Photo. II.6 : Image de jet originale lissée

par la matrice $\frac{1}{8} \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 1 & 0 & 1 \\ 1 & 1 & 1 \end{bmatrix}$, on note que cela a. pour effet de mettre en évidence contrastes présents

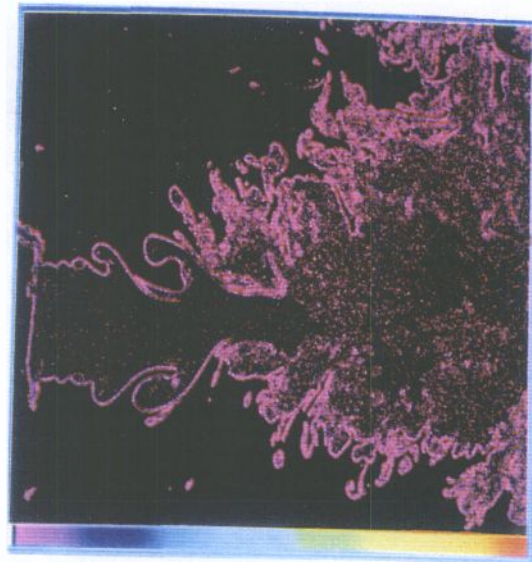


Photo. II.7 : Image de jet originale

convolée avec la matrice $\frac{1}{2} \begin{bmatrix} 0 & -1 & 0 \\ -1 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 \end{bmatrix}$. Les gradients sont fortement marqués vers la les frontière du jet, là où se situe le contraste maximum.

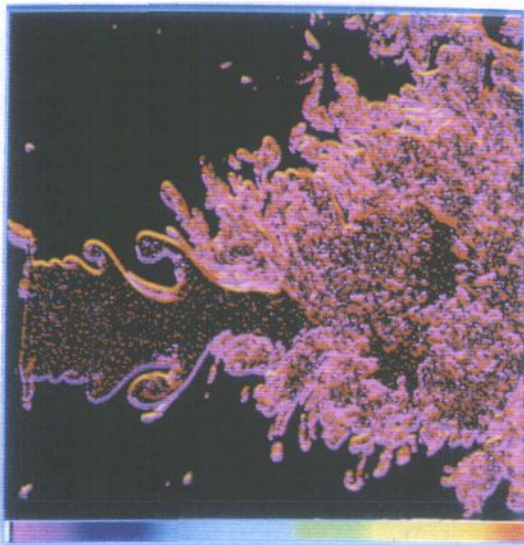


Photo. II.8 : Image de jet convolée avec la matrice $\begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 1 & -4 & 1 \\ 0 & 1 & 0 \end{bmatrix}$. Par rapport à la photographie précédente, les contrastes intérieurs sont mieux marqués, cela provient du fait qu'on tient compte dans ce type de convolution de la valeur du pixel auquel on applique l'opérateur.

II.2.c. Filtrage de Fourier

Ces méthodes sont coûteuses en temps. Nous ne les utilisons pas ici car les images obtenues sont d'assez bonne qualité.

Toute fonction bidimensionnelle f , est décomposable en série de Fourier (de la même façon qu'au chapitre IV qui traite le cas monodimensionnel.). On dispose alors de coefficients de Fourier dans chacune des fréquences (à valeurs entières dans $[1, n] \times [1, n]$ pour une image de dimensions spatiales $[1, n] \times [1, n]$.)

En général, le bruit que l'on veut éliminer par filtrage de Fourier se trouve dans les hautes fréquences. On annulera donc après avoir effectué la transformation de Fourier d'une image, tous les coefficients relatifs à ces hautes fréquences. On appliquera la transformée de Fourier inverse aux coefficients restants. Cette méthode de traitement est appelée filtrage passe-bas.

Le filtrage passe-haut lui ne laisse passer que les hautes fréquences.

En analyse on utilise des filtrages passe-bande qui annulent tous les coefficients qui ne sont pas relatifs à une certaine bande de fréquence. On retrouve ainsi certains objets qui se trouvent dans les images .

Ces méthodes sont semblables à celles employées en optique. On trouvera des exemples de ces méthodes dans (Laug, 1982).L'algorithme de transformée de Fourier rapide permet un gain de temps appréciable.

Le même type de démarche qu'en II.2.b pour les reconstituteurs est utilisée en analyse de Fourier. On en trouvera une bonne explication dans Kunt (1981).

II.2.d. Conclusion

De nombreuses autres méthodes existent et il est impossible de toutes les citer. On trouvera dans Lowitz (1986) une autre démarche intéressante sur des décompositions statistiques, portant sur la décomposition de l'ensemble des niveaux de gris de tous les pixels d'une image, en bases diverses (la plus célèbre étant la décomposition de Kharunen-Loeve) lorsque l'image est prise en vraies couleurs (ou enregistrée sous plusieurs canaux spectraux).

II.3. MORPHOLOGIE MATHÉMATIQUE BINAIRE

La morphologie mathématique est une discipline essentiellement basée sur la topologie, la géométrie différentielle et intégrale. Sa formulation actuelle est due à G. Matheron (1975) et J. Serra (1982). Elle s'est enrichie de nombreuses études théoriques et appliquées dont les travaux de Coster et Chermant (1985) en sont une bonne illustration.

Le principal objectif de la morphologie mathématique appliquée est l'étude et l'analyse d'objets présents dans un espace (étude des formes, des textures...).

Nous allons définir les éléments de base qui permettent l'établissement d'opérations plus complexes nous amenant au but recherché. Nous nous placerons le plus souvent dans un espace discret à dimension finie représentatif de la trame d'écran, cela dans le but de mieux concrétiser la pratique de cette discipline. Enfin nous supposerons que le traitement des images nous a permis d'isoler au mieux les objets. Nous ne nous intéressons ici qu'à la morphologie mathématique binaire. L'ensemble des pixels les constituant seront donc au même niveau de gris 1, les autres étant au niveau de gris 0.

II.3.a. Définitions

On appelle *élément structurant* B un ensemble simple de points compact ou fermé borné au sens de la trame.

Soient $B(x)$ l'élément structurant centré en x et $B_\lambda(x)$ l'élément structurant, de rayon λ (en unité pixel), centré en x .

On étudiera toujours un objet compact ou fermé borné A .

On appelle *addition et soustraction de Minkowski* et on note \oplus et \ominus les opérations suivantes :

$$A \oplus B = \{ (a+b), a \in A, b \in B \} = \cup_{b \in B} (\cup_{a \in A} (a+b)) \quad (\text{Photo.II.9})$$

$$A \ominus B = (A^c \oplus B)^c \quad (\text{Photo. II.10})$$

On les appelle aussi, respectivement, *dilatation* et *érosion* de A par B.

B représente en général un élément structurant du type :

$$\begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 1 \end{bmatrix} \text{ ou } \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 1 & 1 & 1 \\ 0 & 1 & 0 \end{bmatrix} \text{ ou } \begin{bmatrix} 1 \\ 1 \\ 1 \end{bmatrix} \text{ ou } [1 \ 1 \ 1]$$

On appelle *fermeture* l'opération :

$$F_B(A) = (A \oplus B) \ominus B$$

Cette opération a pour effet de "comblent" certains "trous" sur la forme A (de 1 à 2 pixels pour un élément structurant de 3 pixels dans sa dimension maximale). Elle peut être rapprochée d'un filtrage passe-bande en analyse fréquentielle.

On appelle *ouverture* l'opération :

$$O_B(A) = (A \ominus B) \oplus B$$

Cette opération a pour effet d'éliminer les parties saillantes d'une forme A (1 à 2 pixels d'épaisseurs pour un élément structurant de dimension maximale de 3 pixels). Elle peut être comparée à un filtrage passe-bande fréquentiel.

On peut noter aussi que :

$$\lim_{r_B \rightarrow \infty} (A \oplus B) \ominus B \rightarrow \text{conv}(A)$$

où $\text{conv}(A)$ est l'enveloppe convexe de A .



Photo. II.9 : *Image de jet érodé à partir de la photo. II.3*



Photo. II.10 : *Image de jet dilaté à partir de la photo. II.3*

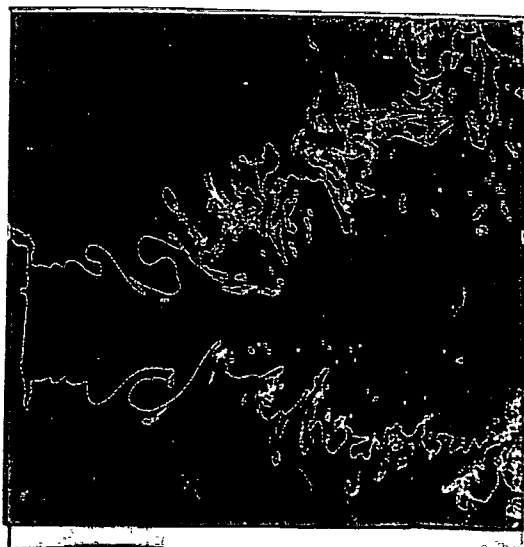


Photo. II.11 : *Soustraction de deux images (Photo. II.10 - Photo. II.9). Cela met en évidence les parties "tronquées" par l'érosion et celles "ajoutées" par la dilatation. C'est aussi une façon d'obtenir les frontières d'un objet.*

II.3.b. Applications

Nous allons citer quelques applications pratiques de la morphologie binaire:

1. On suppose que le bruit d'une image I , après seuillage binaire, est représenté par

de petits objets, C_i inclus dans I , par rapport aux objets étudiés A_j inclus dans I . Ainsi une série d'érosions successives sur toute l'image permet l'élimination des petits objets C_i . Soient B_λ et $d(C)$ tels que :

$$d(C) = \max_{C_i \in I} (d(C_i))$$

$$\exists \lambda \in \mathbb{N} / d(C) \leq (p.\lambda) \text{ où } p \in \mathbb{N}$$

L'érosion successive de l'image I , p fois, par l'élément structurant B_λ est définie alors par l'opération : $I \ominus^p B_\lambda$. La même notation est employée pour l'opération de dilatation soit : $I \oplus^q B_\lambda$.

Après ces érosions successives chaque A_j de I est reconstitué à partir des pixels restants sur l'image. Cette opération est appelée une *reconstruction par marqueurs*. Elle consiste en une suite de dilatations successives à partir des pixels précédents. Après chaque dilatation on intersecte le résultat avec l'image originale et on dénombre tous les pixels de valeur 1 qui sont encore présents. Une comparaison est effectuée entre ce nombre de pixels et celui de l'étape précédente. Si les deux nombres sont égaux, l'opération de reconstruction est finie sinon on effectue une dilatation supplémentaire, soit :

$$\exists p \in \mathbb{N} / [(I_p = I \ominus^{(p+1)} B_\lambda = \emptyset) \wedge (I \ominus^p B_\lambda \neq \emptyset)] \Rightarrow \exists M_i \in I / M_i \in A_j$$

d'où :

$$\exists q \in \mathbb{N} / \text{Aire}(I \cap (I_p \oplus^q B_\lambda)) = \text{Aire}(I \cap (I_p \oplus^{q+1} B_\lambda))$$

On retrouve ainsi tous les A_j de départ en ayant éliminé de I tous les C_i .

2. Après avoir détecté les objets intersectant le bord de la trame, les objets détectés sont érodés plusieurs fois successivement jusqu'à ce qu'ils soient éliminés. Cette opération est appelée le *Kill-border*.

3. Les opérations de fermeture sont aussi utilisées afin de remplir les trous que contiennent certains des objets présents sur l'image.

4. Enfin une opération spectaculaire est la détection du *squelette* d'un objet A . Sa définition est :

$$S(A) = \{x \in A / \exists B_\lambda(x), \text{ une boule de rayon } \lambda \text{ maximal centrée en } x, / B_\lambda(x) \subset A\}$$

Les différents algorithmes permettant de déterminer $S(A)$ sont très instables, c'est à dire très sensibles à la variation ou à la suppression de pixels de l'objet A.

Un algorithme d'ébarbulage est souvent utilisé par la suite pour supprimer de petites irrégularités dues à des problèmes de représentation de l'objet sur la trame.

II.3.c. Conclusion

De nombreuses méthodes ne sont pas développées ici. On notera toutefois les opérations morphologiques sur les fonctions de gris (opération du chapeau haut de forme ...). Le livre de Serrat (1982) est un ouvrage complet sur ce domaine. Il est à la source de la formulation de tous ces outils, par rapport à l'espace qu'est une trame ou par rapport à l'histogramme d'une image quelconque.

Enfin de nombreux outils de mesure comme les coefficients de formes (Rubio et Moreau, (1985)) doivent être pris en considération dans le cadre d'une éventuelle reconnaissance de structures en mécanique des fluides .

II.4. CONCLUSION

Ce chapitre est une présentation simple des méthodes couramment utilisées en traitement et analyse d'images. Nous verrons au chapitre III des éléments d'analyse harmonique des contours qui amène une grande variété d'opérations et de possibilités de mesures diverses. Certaines opérations décrites nous ont servi lors du dépouillement des images des expériences de visualisation que nous allons décrire aux chapitres III et IV.

CHAPITRE III

RECONSTRUCTION TRIDIMENSIONNELLE DE STRUCTURES TURBULENTES PAR ANALYSE HARMONIQUE DE CONTOURS PLANS

Une des démarches fondamentales de l'expérimentateur est d'observer l'écoulement qu'il étudie. Pour ce faire il dispose à l'heure actuelle de moyens de visualisations variés, mais l'information tridimensionnelle reste très délicate à mettre en évidence. Notamment, la reconstruction tridimensionnelle des structures turbulentes est une opération difficile. A notre connaissance certaines reconstructions ont déjà été réalisées à partir de prises de vues tomographiques successives en temps ou en espace (Jimenez et al., 1985 ; Yoda et al., 1990). Ce sont en général des représentations volumiques qui ne tiennent pas compte de la complexité surfacique des structures, par contre la méthode que nous avons mis au point prend en compte les problèmes expérimentaux (échantillonnage) et les problèmes de surfaces liés à la complexité des structures dans les écoulements turbulents étudiés.

On peut regrouper les techniques de prises d'informations tridimensionnelle en trois catégories : la stéréographie, l'holographie et la tomographie multiple. Nous avons choisi cette dernière car elle nécessite un laser moins puissant et un seul appareil de prise de vue (Figure III.12). Elle consiste en l'acquisition de coupes planes et parallèles, prises à différents niveaux du champ de visualisation. Pour marquer la forme, l'écoulement étudié estensemencé par de fines particules ou par du colorant. A partir des images des plans parallèles, par traitement et analyse, on extrait différents contours fermés, intersection de la forme étudiée avec les plans de coupes

tomographiques. Pour chaque plan on obtient un ensemble de points qui nous permet de reconstituer, par triangulation, une surface tridimensionnelle, approximation polyédrale de la forme étudiée. Pour construire cette surface, deux types de démarche sont proposés dans la littérature. La première est globale (Boissonnat, 1989; Wu et al., 1987) mais a tendance à lisser les complexités des formes à reconstituer, la seconde est locale et se limite à la triangulation entre deux plans consécutifs. Cette triangulation locale se fait soit par des méthodes optimales, soit par des méthodes heuristiques, on regroupe ensuite l'ensemble des facettes triangulaires détectées.

En turbulence ou en transition vers la turbulence la mise au point d'expériences permettant l'obtention "instantanée" d'un nombre suffisant de plans de coupe, des formes à étudier, reste délicate, du fait qu'elles ne sont en général ni statiques ni reproductibles. Dans certains cas une hypothèse de convection de type Taylor (Townsend, (1980)) permet d'éviter le problème des prises de vues non instantanées en reliant la coordonnée temporelle à une coordonnée spatiale (Jimenez et al., 1985 ; Yoda et al., 1990) mais, généralement, elle n'est pas valable. Le problème principal est celui de l'échantillonnage des coupes tomographiques, généralement trop faible. Ce problème est accentué lorsque l'on étudie des formes complexes. La correspondance entre le contour d'un plan à l'autre se fait moins naturellement et engendre souvent des reconstructions fausses. Il est important de pouvoir utiliser des algorithmes de reconstruction tridimensionnelle tenant compte d'une prise d'information souvent difficile à utiliser. Nous avons développé un algorithme de type heuristique, méthode la plus apte à tenir compte de ces spécificités. Certains problèmes d'interpolation ne sont pas résolus simplement par les méthodes classiques (Ekoule et al., 1987) tels les problèmes entre deux contours successifs (trop dissemblables), problèmes entre deux plans successifs ne contenant pas le même nombre de contours chacun

Pour répondre aux problèmes posés nous avons calculé les descripteurs de Fourier associés aux contours détectés. En tenant compte des propriétés de ces descripteurs (interpolation entre deux contours par moyenne des descripteurs de Fourier, squelette de contours fermés... (Persoon et al., 1986)) les problèmes se résolvent simplement. Nous avons utilisé cette analyse des contours parce que c'est un outil très puissant pour la reconnaissance de formes bidimensionnelles. Les définitions et propriétés qu'elle contient donnent une réponse à nos problèmes : détermination des liaisons de deux contours entre deux plans successifs, interpolations entre deux contours à relier ensemble, analyse de la complexité d'un contour pour l'amélioration des liaisons entre deux contours successifs

Finalement, pour visualiser la surface, un algorithme Z-Buffer (Foley et al., 1990) est utilisé .

L'algorithme développé est décrit (voir schéma de l'algorithme en annexe), en insistant sur les apports de la méthode. Nous présenterons ensuite deux applications de la méthode :

1. à la reconstruction de structures cohérentes en couche limite turbulente.
2. à la reconstruction de la forme instantanée lors de rejets instantanés de gaz plus lourd que l'air.

Les 2 premiers paragraphes nous permettent d'introduire les notions principales nécessaires tout au long du chapitre.

III.1. DEFINITIONS

Les définitions principales sont données ici, d'autres plus particulières seront développées, si besoin est, en cours de chapitre. Nous avons vu, au chapitre I, les principes expérimentaux de la tomographie laser .

L'espace est repéré par un repère cartésien $(O, \vec{x}, \vec{y}, \vec{z})$ dont le sens et la direction sont fixés lors de la prise d'information. Considérons un nombre T de plans de coupe parallèles, S_1, \dots, S_T , pris en ordre croissant suivant Oz et orthogonaux à l'axe Oz . Nous raisonnons sur deux plans de coupe successifs, S_k et S_{k+1} .

Par traitement et analyse d'images on extrait du plan S_k (resp. S_{k+1}) , l'ensemble C_k (resp. C_{k+1}). C_k (resp. C_{k+1}) est l'intersection de la surface extérieure de la forme étudiée avec la coupe S_k (resp. S_{k+1}). Chacun de ces ensembles C_k peut être la réunion d'un ou plusieurs sous-contours fermés $C_{k,i}$ ($i \in \{1, \dots, p\}$).

La fermeture d'un contour est pris au sens de la trame et suivant la codification du contour par le *code de FREEMAN* : un contour est fermé si tout point de ce contour possède deux voisins et deux seulement .

Remarque : On "nettoie" les images contenant les contours par un traitement du type convolution. Une détection de contour puis un seuillage nous permettent de les extraire (Chap II).

On note :

P_s ($s \in \{1, \dots, M\}$), les points de C_k et $(x_{s,P} ; y_{s,P})$ leurs coordonnées.

et

$P_{s,i}$, ($s \in \{1, \dots, m_i\}$), les points de $C_{k,i}$ de coordonnées $(x_{s,i P} ; y_{s,i P})$.

On a la relation : $\sum_{i=1}^P m_i = M$.

Pour tout contour les points P_s ou $P_{s,i}$ sont ordonnés suivant le sens direct. Nous supposons que les coupes S_k ne comportent chacune qu'un contour C_k . Le cas contraire sera explicité.

Chaque suite de points décrivant le contour C_k peut être décomposée en série de Fourier (voir Annexe 1). Si nous ne conservons que les L premières harmoniques liées à ce développement, nous obtenons par transformée de Fourier inverse un "contour reconstitué" noté C_k^f . Les points de ce contour reconstitué sont notés P_k^f et leurs coordonnées $(x_{s,P}^f ; y_{s,P}^f)$.

III.2. ANALYSE HARMONIQUE - DESCRIPTEURS DE FOURIER

Dans ce paragraphe nous exposerons rapidement les notions essentielles de la Transformée de Fourier discrète associée à un contour fermé. Certaines démonstrations seront développées en Annexe. Chaque notion introduite nous sera nécessaire pour résoudre les différents problèmes rencontrés lors de la reconstruction.

III.2.a. Généralités

De nombreux travaux portent sur l'analyse harmonique bidimensionnelle de contours plans. Les propriétés que l'on extrait de cette théorie ont permis de faire de nombreux progrès, essentiellement, en reconnaissance de formes (Wallace et Wintz, 1980 ; Persoon et Fu, 1974-1986; Tesami et Vicker, 1989 ; Mitchell et Grogan, 1985).

Par exemple, pour définir une distance, entre deux contours, qui soit

représentative de la déformation morphologique et qui tienne compte de la taille et de la position de ces deux contours, on utilise la définition de Giardinna et Khul (1980) dans l'espace spectral. Pour leur utilisation (reconnaissance de formes) ils utilisent les propriétés, par rapport aux harmoniques, associées à l'échelle (normalisation) et à l'invariance par rotation et par translation. On peut citer :

. La *normalisation* des différents contours est fonction d'un facteur appliqué à tous les coefficients du développement en série de Fourier.

. L'*invariance par rotation* est fonction du point de départ choisi dans la suite de points décrivant le contour C_k .

. L'*invariance par translation* est fonction de l'harmonique 0 du contour.

Dans notre cas on doit tenir compte de l'échelle, de la position géométrique et de l'orientation des contours. Dans l'espace euclidien, une distance ne sera caractéristique qu'en minimisant, mais par rapport à quoi ? On définit donc une distance dans l'espace fréquentiel à partir des Descripteurs de Fourier relatifs aux contours à comparer. On sait (Persoon et Fu (1986)), dans cet espace, intervenir directement sur :

- . L'échelle.
- . La position géométrique.
- . L'orientation;

d'un contour par :

- . Multiplication de tous les descripteurs de Fourier par un coefficient K .
- . Annulation de la fondamentale.
- . Choix du premier point de la suite décrivant le contour.

En préservant les descripteurs de Fourier par rapport à ces trois facteurs, la distance ainsi définie sera caractéristique et tiendra compte de l'échelle, de la position géométrique et de l'orientation de chaque contour. Cela se fait de manière simple et est bien défini. Par contre dans l'espace Euclidien, mis à part le problème lié au nombre de points, ces trois facteurs ne sont pas apparents simplement, il serait donc difficile d'en tenir compte.

Remarque : Plusieurs formulations des harmoniques sont possibles mais posent de nombreux problèmes pratiques (Coster et Chermant, 1985).

III.2.b. Définitions générales

En *formulation complexe* le contour fermé C_k est décrit par :

$$z_{s,P} = x_{s,P} + i y_{s,P} \quad s = \frac{-M}{2}, \frac{M}{2} - 1 \quad (M \text{ pair}) \quad (\text{D III.1})$$

On considère (Wallace et Wintz, 1980) que la suite finie des points $z_{s,P}$ est extraite d'une suite infinie M -périodique. La *Transformée de Fourier Discrète* (T.F.D.) se définit par :

$$FP(u) = \sum_{s = \frac{-M}{2}}^{\frac{M}{2} - 1} z_{s,P} \exp\left(-\frac{2i\pi}{M} s u\right) \quad (\text{D III.2})$$

avec $u \in \left\{ \frac{-M}{2}, \dots, \frac{M}{2} - 1 \right\}$ (M supposé pair).

Remarque: Pratiquement pour tout contour C_k , constitué de M points, on rééchantillonne la suite des points $z_{s,P}$ pour ne conserver que les M' points $z'_{s',P}$ avec M' pair.

Nous définissons de même N' pour C_{k+1} .

Ces rééchantillonnages sont nécessaires afin d'utiliser l'algorithme de la *Transformée de Fourier Rapide* (T.F.R.) de Cooley et Tuckey (1965).

Si $2^m \leq M < 2^{(m+1)}$ ($m \in \mathbb{N}$), on prend $M' = 2^m$ et $s' \in \{1, \dots, M'\}$. La suite des indices s' est définie par la suite des entiers tronqués par valeur inférieure à partir de $(s \frac{M}{M'})$. Nous considérerons que les points $z'_{s',P}$ décrivent correctement C_k .

Toute suite indicée de 1 à M' est ramenée de $\frac{-M'}{2}$ à $\frac{M'}{2} - 1$. Puisqu'elle est supposée M' -périodique, P_1 devient $\frac{P_{-M'}}{2}$; $\frac{P_{M'+1}}{2}$ devient P_0 ; ... ; $P_{M'}$ devient $\frac{P_{M'}}{2} - 1$.

On appelle $z'_{s,P}$ les *descripteurs de Fourier* du contour discret C_k et $A_{r,P}$ les *coefficients des descripteurs* (Wallace et Wintz, 1980). On a :

$$A_{r,P} = \sum_{s=-\frac{M'}{2}}^{\frac{M'}{2}-1} z'_{s,P} \exp\left(-\frac{2i\pi}{M'} s r\right)$$

et

$$z'_{s,P} = \frac{1}{M'} \sum_{r=-\frac{M'}{2}}^{\frac{M'}{2}-1} A_{r,P} \exp\left(\frac{2i\pi}{M'} s r\right)$$

On définit aussi :

$z'_{s,P}^{\ell}$ les descripteurs de Fourier associés à C_k^{ℓ} , avec $A_{r,P} = 0$ pour ($\ell < r$ et $r < -\ell$; $0 \leq \ell$) (ce qui correspond à un filtre passe-bas)

et $z'_{s,P}^{\ell,w}$ les descripteurs de Fourier associés à $C_k^{\ell,w}$, avec $A_{r,P} \neq 0$ pour ($\ell < r < w$ et $-w < r < -\ell$; $0 \leq \ell$) et $A_{r,P} = 0$ pour les autres descripteurs (ce qui correspond à un filtre passe-bande).

On remarque que $z'_{s,P}^{0,1} = z'_{s,P}^1$. Pour le filtre passe-haut c'est le processus inverse du passe-bas, on annule les $A_{r,P}$ pour ($-\ell < r < \ell$; $0 \leq \ell$).

La somme des coefficients $A_{s,P}$ et $A_{-s,P}$ est l'*harmonique* $H_{s,P}$ d'ordre s du contour C_k :

$$H_{s,P} = A_{s,P} + A_{-s,P} \quad (\text{D III.3})$$

On visualise sur les fig. III.1.a et III.1.b la superposition de deux contours originaux (gaz lourds et jet) avec les contours reconstitués en ne conservant que les dix premières harmoniques. Il est à noter que dans le premier cas la structure est moins complexe et que la reconstruction est plus proche de la forme originale que dans le cas d'un jet (voir courbe d'erreur en Annexe).

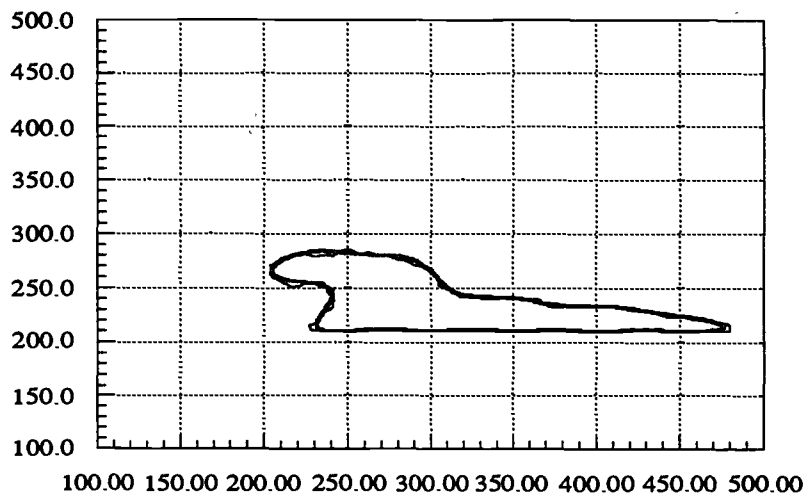


Fig. III.1.a : Contour original d'un rejet de gaz lourd avec superposition du contour reconstitué en ne conservant que les dix premières harmoniques (lissage par rapport à l'original).

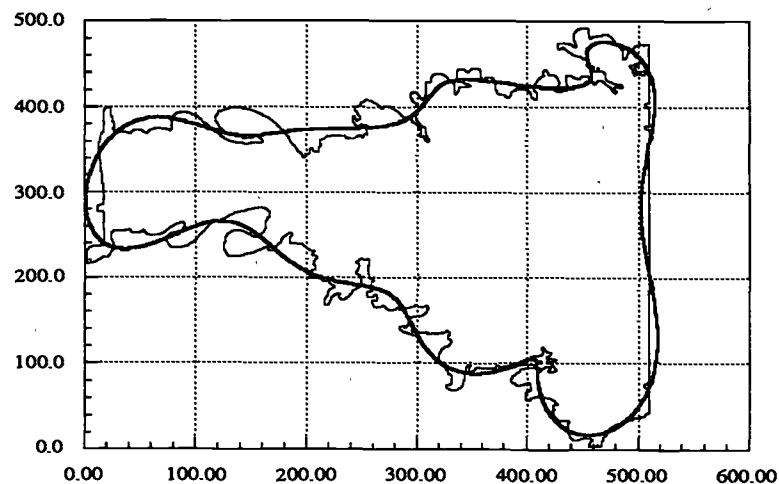


Fig. III.1.b : Contour original de jet (air) (cisailé) avec superposition du contour reconstitué en ne préservant que les dix premières harmoniques (lissage par rapport à l'original).

III.2.c. Propriétés

De nombreuses propriétés et définitions sont utilisées pour la comparaison de deux contours, la déformation, le déplacement ou la mesure d'un contour Les propriétés suivantes sont des caractéristiques géométriques des contours (la démonstration de ces résultats se trouve en Annexe 1) :

. Pour tout s , $z'_{s,P}{}^{l,l+2}$ décrit une ellipse E^l d'ordre l (P III.1)

. Le point $z'_{s,P}{}^{0,1}$ correspond au barycentre des points $z'_{s,P}$ (P III.2)

III.2.d. Distance

La définition suivante nous permet d'introduire la distance entre 2 contours, mesure définie dans l'espace fréquentiel. En effet, si les contours à comparer sont constitués d'un nombre de points différents, ou sont morphologiquement différents... comment établir une distance (Euclidienne ou autre) ? Pour répondre à cette question nous allons définir une distance par rapport à deux contours plans C_k et C_{k+1} , à partir des coefficients des descripteurs de Fourier $A_{s,P}$ et $A_{s,Q}$ de ces contours C_k et C_{k+1} :

$$d_1(C_k, C_{k+1}) = \sum_{s=-\frac{O'}{2}}^{\frac{O'}{2}-1} \left[(A_{s,P} - A_{s,Q})^2 \right]^{\frac{1}{2}} \quad (D III.4)$$

avec $O' = \min(M', N')$, notation valable pour le reste du chapitre.

Cette distance est indépendante du nombre de points $z'_{s,P}$ et $z'_{s,Q}$. Pour l'utilisation que nous en faisons nous n'avons pas repris la définition de Giardinna et Khul (1980) qui porte sur le maximum de $d_1(.,.)$: $d_{\max}(.,.)$. En effet la distance $d_1(.,.)$ dépend du choix de $z'_{0,P}$ et $z'_{0,Q}$, qui influe sur l'orientation de chacun des deux contours, d'une constante de normalisation K associée à l'échelle des contours (multiplication par K de tous les Descripteurs pour changer l'échelle du contour d'un facteur K), ainsi que d'un vecteur (x,y) associé à la position géométrique des contours (ajouter ce vecteur à la fondamentale pour le translater de ce vecteur). La distance $d_{\max}(.,.)$ réalise donc le maximum de $d_1(.,.)$ en fonction de ces trois paramètres. Volontairement la position, l'orientation et l'échelle des contours que nous comparons doivent rester fixes sinon la comparaison établie à l'aide de (D III.4) ne tient pas compte de la réalité physique des données issues de l'expérience.

Remarque : La position des contours dans l'espace et leurs échelles doivent intervenir. Elles affectent la valeur de la distance $d_1(.,.)$ (ce qui n'est pas le cas de $d_{\max}(.,.)$). En revanche le choix de $z'_{0,P}$ et $z'_{0,Q}$ est celui du premier point rencontré lors de la détection des deux contours. Il est purement arbitraire mais l'hypothèse de continuité entre deux

plans de coupe successifs (continuité même minime) permet ces choix.

III.2.e. Interpolation

Nous énonçons un résultat qui sert en particulier lors d'un échantillonnage trop faible des plans de coupe S_k . Il permet d'obtenir l'interpolation géométrique d'un contour moyen $C_{k,k+1}$ à partir de 2 contours C_k et C_{k+1} .

Considérons les descripteurs de Fourier, $z'_{s,P}$ et $z'_{s,Q}$, de C_k et C_{k+1} . On démontre (Wallace et Wintz, 1980) que la moyenne des coefficients $A_{r,P}$ et $A_{r,Q}$ fournit les coefficients $A_{r,(P,Q)}$ ($r \in \left\{ \frac{-Q'}{2}, \dots, \frac{Q'}{2} - 1 \right\}$) d'un descripteur de Fourier d'un contour que nous notons $C_{k,k+1}$, *moyenne spatiale* de C_k et C_{k+1} (Fig. III.14. et .16.).

Pour tous les coefficients de chaque descripteur on a :

$$A_{r,(P,Q)} = \frac{A_{r,P} + A_{r,Q}}{2} \quad (\text{D III.5})$$

On trouvera dans Wallace et Wintz (1980) les erreurs dues à ce type d'interpolation. En particulier l'échantillonnage original effectué dans l'espace spatial peut changer après avoir effectué cette interpolation (linéaire) dans l'espace fréquentiel et en repassant ensuite dans l'espace spatial.

On peut modifier cette définition pour obtenir plus de plans interpolés comme nous le verrons en III.3.c.

En Annexe on vérifie que ce type d'interpolation ne donne pas des résultats erronés. On choisit trois contours, quelconques, successifs. On compare alors le contour obtenu par interpolation, entre le premier et le troisième contour, avec le second contour.

III.2.f. Squelette

Le résultat suivant nous permet d'obtenir le *squelette* d'un contour fermé C_k . De la même façon que pour l'établissement de (D III.5) nous obtenons :

$$A_{r,P} = \frac{A_{r,P} + A_{-r,P}}{2} \quad (\text{D III.6})$$

C'est une simplification de la définition originale. Elle est suffisante pour le cas des gaz lourds mais pas pour le cas des structures cohérentes (Fig. III.13.b. et .III.15.b.). En théorie l'épaisseur de la forme doit être proche de 1 (intervalle entre deux

pixels) pour obtenir un bon squelette avec cette définition. Dans le cas de formes à plusieurs "branches", en particulier dans le cas des structures cohérentes, cet algorithme n'est pas performant (Giardinna et Khul (1980)). Leur suggestion est l'utilisation de la méthode dite de "Medial Axis Transform" (M.A.T.). Dans notre cas, cet algorithme fournissant un squelette aux branches déconnectées, la M.A.T. (Philbrick (1968)) n'est pas la solution. Pour les cas complexes on utilisera donc une fermeture classique du type maillage numérique à défaut d'améliorer la définition du squelette de Giardinna et Khul.

III.2.g. Aire

Enfin comme dernier résultat nous définissons l'aire d'un contour C_k par :

$$A_k = -\frac{1}{M'} \sum_{s = \frac{-M'}{2}}^{\frac{M'}{2} - 1} |A_{s,F}|^2 M' \pi \quad (D \text{ III.7})$$

III.3. CONSTITUTION DES FACETTES TRIANGULAIRES

De nombreux travaux ont été publiés sur ce sujet. En particulier Ekoule et al. (1987) préconisent une démarche générale pour établir une méthode, automatique, de reconstruction tridimensionnelle. Nous utiliserons la même démarche mais nous verrons chaque problème suivant l'ordre algorithmique que nous avons développé.

La première tâche sera la détection de tous les contours fermés existant sur un même plan de coupe S_k . Nous établirons quels sont les liens à effectuer entre les différents contours contenus dans les plans S_k et S_{k+1} .

Ensuite nous définissons des *règles de correspondance* (ou de superposition) entre contours de deux plans successifs. Un sous-contour $C_{k,i}$ quelconque de S_k peut être relié, ou non, à un contour $C_{k+1,j}$ quelconque de S_{k+1} . Ces règles seront définies selon la continuité de position et de morphologie de $C_{k,i}$ (la continuité de position est fonction de la position géométrique des points décrivant $C_{k,i}$, la continuité morphologique peut être déduite de la définition de l'erreur $E(p)$ (voir Annexe 1), produite en reconstituant un contour à l'aide de ses p premières harmoniques.

Enfin selon l'adéquation ou non de ces contours à ces règles nous aurons à créer des plans de coupes parallèles et intermédiaires entre S_k et S_{k+1} . Ces nouveaux plans de coupe contiennent soient des *contours interpolés*, soient des *points terminaux* (pour des contours qui ne se prolongent pas sur la coupe suivante ou qui ne sont pas le prolongement d'un sous-contour du plan précédent).

III.3.a. Critères de correspondance (ou de superposition)

La première étape doit détecter tous les sous-contours $C_{k,i}$ de S_k qui se prolongent sur le plan de coupe S_{k+1} , ceux qui au contraire n'ont pas de prolongement, et enfin ceux qui ne sont pas le prolongement d'un sous-contour de S_{k-1} .

La détection des contours nous a permis de fixer le nombre p et q de sous-contours de S_k et S_{k+1} . Dans le cas d'un échantillonnage faible des plans de coupe, la continuité d'un contour C_k (ou d'un sous-contour $C_{k,i}$) de S_k à S_{k+1} n'est pas triviale. Lors de l'examen des coupes S_k et S_{k+1} le contour peut disparaître, se multiplier (scission en plusieurs sous-contours) ou apparaître pour la première fois. Raisonnons à

partir de la projection orthogonale, sur le même plan $\{0, \vec{x}, \vec{y}\}$, des sous-contours de S_k et de S_{k+1} . Si la forme tridimensionnelle est très complexe (la complexité peut être déterminée en fonction de $E(p)$ (voir Annexe 1) un sous-contour $C_{k,i}$ de S_k , qui se prolonge en $C_{k+1,j}$, peut être très différent morphologiquement de $C_{k+1,j}$ ou s'être fortement déplacé par rapport à $C_{k,i}$ (forte courbure de la surface suivant l'axe Oz).

Si nous voulons établir une méthode automatique de liaison de S_k à S_{k+1} , nous devons établir des règles de correspondance qui soient réalisables systématiquement entre les contours des 2 plans. Pour cela nous établissons un critère basé sur la mesure de l'aire de l'intersection de la projection orthogonale sur le même plan $\{0, \vec{x}, \vec{y}\}$ de contours représentatifs des originaux à comparer. Des contours convexes sont préférables, l'intersection est dans ce cas représentative de la forme et de la situation géométrique des contours. Nous utilisons donc les contours elliptiques définis en (P III.2), qui sont convexes et caractéristiques des contours. Le calcul de l'enveloppe convexe utilisé dans ce type de méthodes serait trop long (Graham, 1972).

Remarque : L'utilisation de contours non convexes peut amener à relier des contours qui ne sont pas correspondants (règle ci-dessous) malgré une intersection importante (Fig. III.3.).

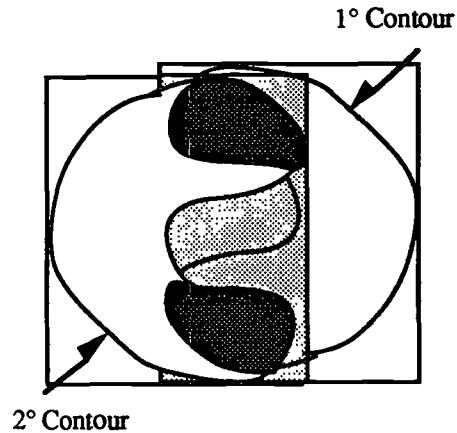


Fig. III.3 : *intersection des 2 carrés circonscrits à 2 contours originaux.*

Nous calculons les sous-contours elliptiques $C_{k,i}^1$ et $C_{k+1,j}^1$ associés à $C_{k,i}$ et $C_{k+1,j}$ (Fig. III.4 et III.5). Soient $i_0 \in \{1, \dots, p\}$ et $j_0 \in \{1, \dots, q\}$, projettons orthogonalement, sur le même plan (O, \vec{x}, \vec{y}) , C_{k,i_0}^1 et C_{k+1,j_0}^1 .

Soient $x_{\min s,i_0}^1$ et $x_{\max s,i_0}^1$ (resp. $y_{\min s,i_0}^1$ et $y_{\max s,i_0}^1$) la plus petite et la plus grande abscisse (resp. ordonnée) des points appartenant au sous-contour C_{k,i_0}^1 (de même pour C_{k+1,j_0}^1).

Nous obtenons le rectangle R_1 maximal circonscrit à C_{k,i_0}^1 (de même R_2 par rapport à C_{k+1,j_0}^1) défini par les quatre points, combinaisons des abscisses et ordonnées détectées (de même pour R_2). Le rectangle circonscrit directement au contour C_k dans le cas de formes complexes, ne tient pas assez compte de la morphologie des contours (donc de la complexité du problème).

Soit $Aire(k,k+1)_{i_0, j_0}$ l'aire de l'intersection des 2 rectangles R_1 et R_2 définie par :

$$Aire(k,k+1)_{i_0, j_0} = \max \left(\left(\sup(x_{\min s, i_0}^1 - x_{\max s, i_0}^1, x_{\min s, j_0}^1 - x_{\max s, j_0}^1) \cdot \sup(y_{\min s, i_0}^1 - y_{\max s, i_0}^1, y_{\min s, j_0}^1 - y_{\max s, j_0}^1) \right), 0 \right)$$

(D III.7)

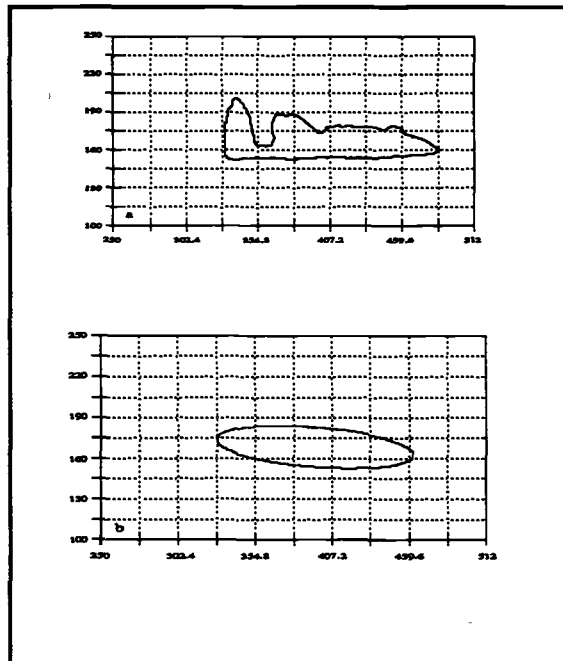


Fig. III.4 : *a) Contour original ,*
b) Ellipse d'ordre 1 associée au contour (a)
(Harmoniques 0 et 1).

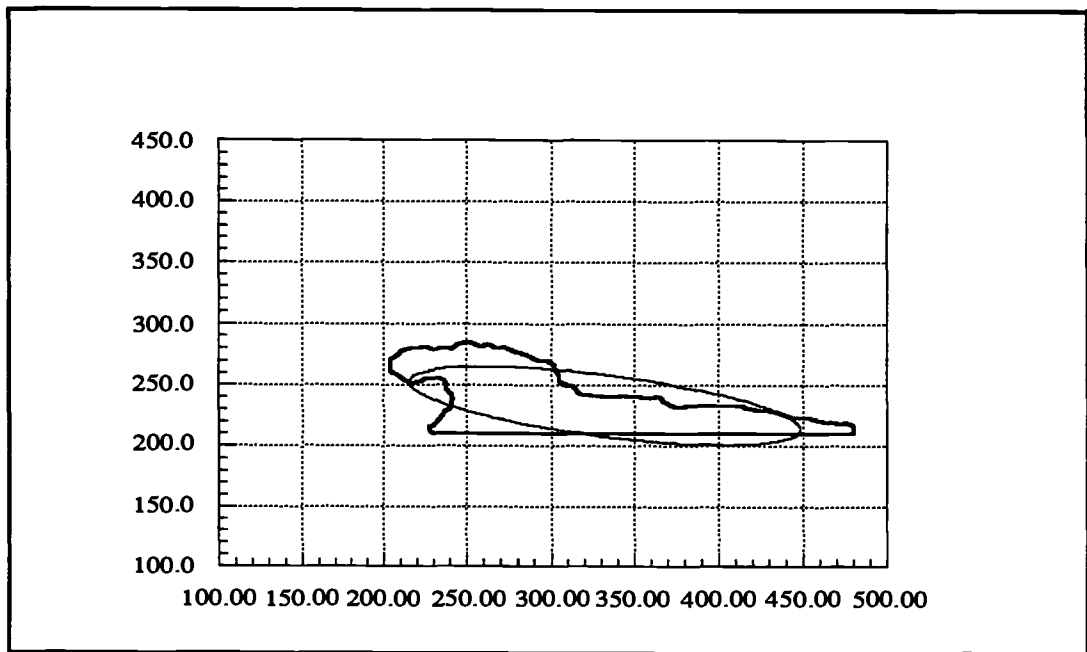


Fig. III.5 : *Superposition d'un contour original de rejet de gaz lourd avec l'ellipse d'ordre 1 associée.*

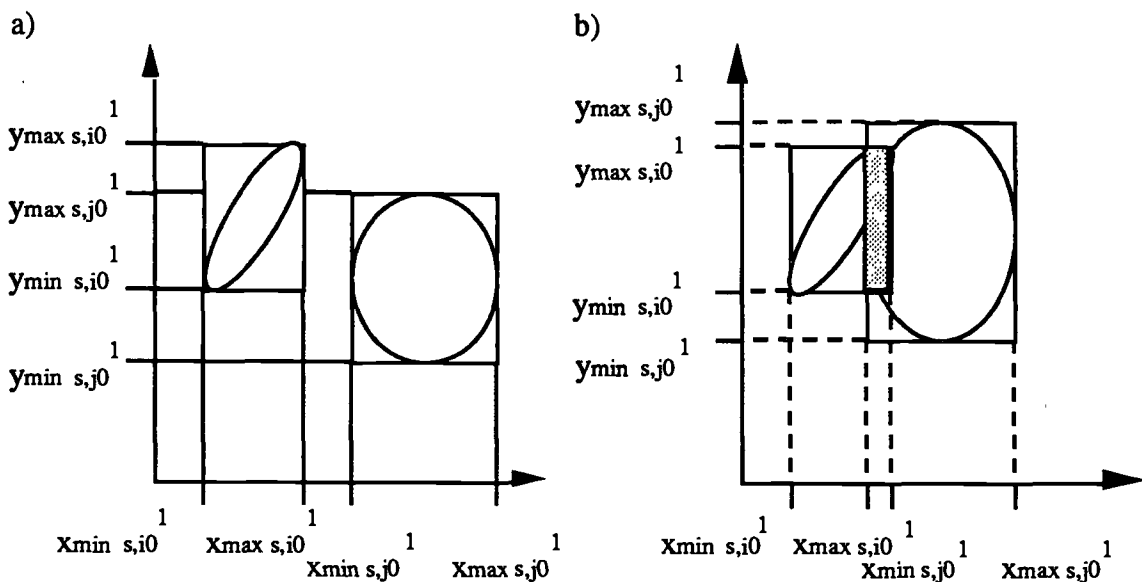


Fig. III.6 : *Superposition des descripteurs du premier ordre de deux contours,*
a) pas d'intersection donc pas de liaisons;
b) intersection non vide, calcul de l'aire de cette intersection.

Soit A_{i_0, j_0} la moyenne de l'aire de l'intersection normalisée par A_k et A_{k+1} .
 A partir de la définition (D III.7) pour le calcul de A_k et A_{k+1} , les aires

respectives des 2 ellipses, on a :

$$A_{i_0, j_0} = \frac{1}{2} \left(\frac{\text{Aire}(k, k+1)_{i_0, j_0}}{A_k} + \frac{\text{Aire}(k, k+1)_{i_0, j_0}}{A_{k+1}} \right) \quad (\text{D III.8})$$

On peut décider si C_k et C_{k+1} sont géométriquement suffisamment proches pour être reliés ensembles. Pour cela on fixe en début de programme un seuil S_{e1} relatif à A_{i_0, j_0} ($0 \leq S_{e1} \leq 1$). Suivant la valeur de A_{i_0, j_0} il y a correspondance entre C_{k, i_0} et C_{k+1, j_0} .

Ce seuil est fonction de l'échantillonnage et de la complexité de la forme. Pour choisir ce seuil on peut procéder en 2 étapes :

(1) A l'aide de l'erreur de reconstruction (Annexe) si, par exemple, il faut plus de 5% d'harmoniques pour que $E(p)$ soit supérieur à 95% on choisit $C_{k, i}^1$; sinon on choisit $C_{k, i}^2$. Cela fait intervenir la complexité de formes des contours.

(2) Le seuil S_{e1} est alors la valeur de la distance entre les deux ellipses, ou les deux contours reconstitués d'ordre 2, relatives (fs) aux deux contours extrêmes, divisée par le nombre de plans de coupe dont on dispose. Cela fait intervenir l'échantillonnage.

Remarque : pour la mesure de l'aire de l'intersection nous utilisons $C_{k, i}^1$ parce que c'est le premier sous-contour (au sens des harmoniques) convexe et caractéristique de $C_{k, i}$. L'utilisation de $C_{k, i}^2$ est possible mais pour $C_{k, i}$ fortement non convexe, $C_{k, i}^2$ n'est pas convexe (Fig. III.13.d et III.15.d).

III.3.b. critère de déformation

Nous venons d'établir un critère qui permet d'établir la liste des contours à relier ensembles. Mais cela n'est pas suffisant pour effectuer les liaisons du plan S_k au plan S_{k+1} . Dans le cas de formes complexes nous pouvons nous demander si pour C_{k, i_0} , correspondant à C_{k+1, j_0} , la déformation entre les deux n'est pas trop importante.

Nous calculons alors $d_1(C_k, i_0, C_{k+1}, j_0)$ avec la définition (D III.4). Nous avons ainsi une mesure de la distance entre deux sous-contours, que nous devons relier. Nous fixons un seuil S_{e2} en début de programme pour juger de la déformation des contours d'un plan S_k à un plan S_{k+1} . On peut utiliser la même démarche que pour S_{e1} , auquel cas S_{e1} est égal à S_{e2} .

Si la déformation est trop importante les liaisons effectuées sont peu satisfaisantes. Il faut prévoir une phase intermédiaire d'analyse permettant de compenser à l'aide de la création de nouveaux plans :

- (1) un échantillonnage trop faible
- (2) une complexité de formes trop importante (ce qui est courant dans le cas des structures d'écoulements turbulents).

III.3.c. plans intermédiaires

Supposons que nous ayons détecté p sous-contours $C_{k,i}$ sur S_k et q sous-contours $C_{k+1,j}$ sur S_{k+1} et que nous ayons effectué le calcul des $A_{i,j}$ correspondants. Les sous-contours sont classés suivant les critères précédemment calculés. On distingue trois cas. Considérons C_{k, i_0} et C_{k+1}, j_0 deux sous-contours précédemment détectés :

1. Si $[A_{i_0, j_0} \geq S_{e1}]$ (Fig. III.6.b)

Nous calculons alors $d_1(C_k, i_0, C_{k+1}, j_0)$

1.a. Si $d_1(C_k, i_0, C_{k+1}, j_0) > S_{e2}$ la déformation est importante et risque de créer des liaisons de mauvaises qualités. On crée donc un contour sur le plan de coupe $S_{k,k+1}$ à l'altitude :

$$z_{k,k+1} = \frac{1}{2}(z_k + z_{k+1})$$

ceci en utilisant la moyenne fréquentielle des contours C_k, i_0 et C_{k+1}, j_0 et en utilisant la définition (D III.5). Nous obtenons dans l'espace physique un contour moyen $C_{k,k+1,i_0,j_0}$ (En Annexe on vérifie la validité de ce type d'interpolation).

1.b. Si $d_1(C_k, i_0, C_{k+1}, j_0) \gg S_{e2}$ on interpole plusieurs contours aux altitudes:

$$z_{k, k+1}^{\lambda_i} = \lambda_i z_k + (1-\lambda_i) z_{k+1}$$

avec $\lambda_i = i/(n+1)$ (n est le nombre de contours interpolés et $i \in \{1, \dots, n\}$).

On introduit λ_i dans la définition (D III.5) :

$$A_{r,(P,Q)}^{\lambda_i} = \lambda_i A_{r,P} + (1-\lambda_i) A_{r,Q}$$

Pour n contours interpolés on choisit $\lambda_i = \frac{i}{(n+1)}$, i variant de 1 à n (Fig. III.7, III.14. et III.16).

Nous voyons dans le cas ci-dessous une interpolation de six plans successifs dans le cas de deux contours originaux de rejets de gaz lourd. L'interpolation permet de relier de manière plus "continu" les deux plans originaux.

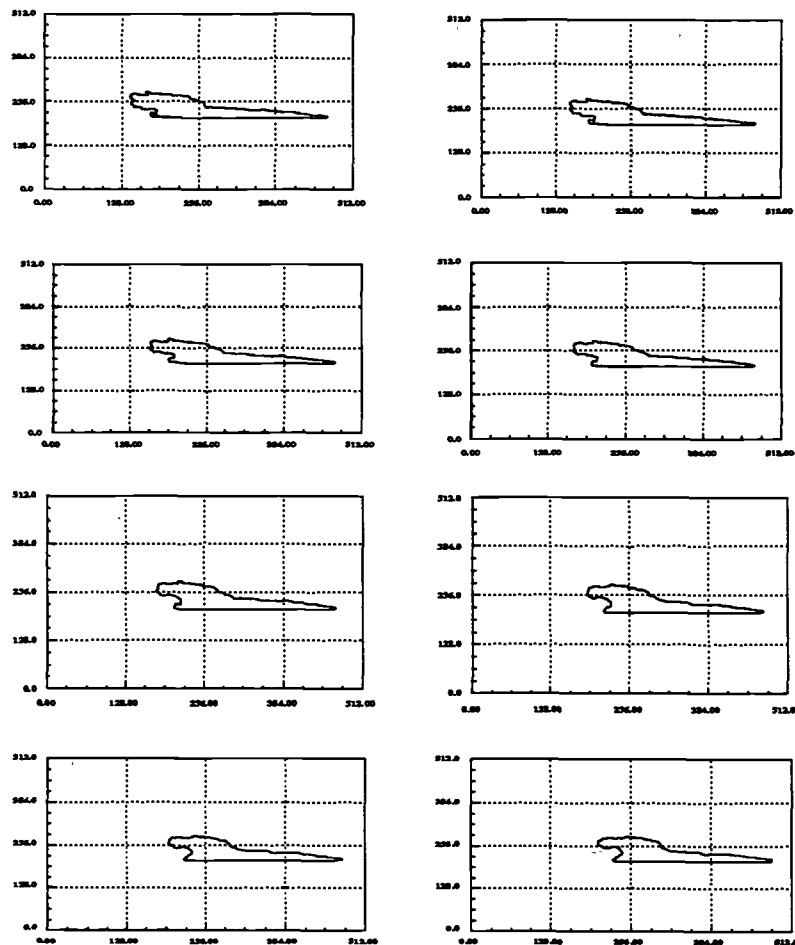


Fig. III.7 : Interpolation. Création de six plans interpolés
 original1 interpolé1
 interpolé2 interpolé3
 interpolé4 interpolé5
 interpolé6 original2

1.c. Sinon nous effectuons les liaisons directement (§ 5).

2. Si [$0 < A_{i_0, j_0} \leq S_{e1}$] (Fig. III.6.b)

Nous vérifions:

$$\forall i_0 \in \{1, \dots, p\} \text{ fixé } \exists j \neq j_0 / 0 \leq A_{i_0, j} \leq S_{e1}.$$

Nous vérifions donc systématiquement quels sont les contours de S_k et S_{k+1} qui vérifient cette propriété. Pour chaque ensemble de contours tous les cas sont possibles. Supposons 2 sous-contours C_{k, i_0} et C_{k, i_1} sur S_k et un contour C_{k+1, j_0} sur S_{k+1} tels que $0 < A_{i_0, j_0} < S_{e1}$ et $0 < A_{i_1, j_0} < S_{e1}$.

Il existe deux solutions

2.a. On cherche les points P_1 et P_2 de C_{k, i_0} et C_{k, i_1} tels que:

$$d_2(P_1, P_2) = \min_{i, j} \{ d_e(P_i, Q_j), P_i \in C_{k, i_0}, Q_j \in C_{k, j_0} \}$$

$d_e(\dots)$ étant la distance euclidienne dans $(O, \vec{x}, \vec{y}, \vec{z})$. On relie les 2 sous-contours C_{k, i_0} et C_{k, j_0} par un segment de droite $[P_1, P_2]$ (Fig. III.8.a) et l'on détecte le contour associé. On réalise alors un nouveau contour C_{k, i_0, j_0} constitué de tous les points de C_{k, i_0} de C_{k+1, j_0} et du segment $[P_1, P_2]$. On crée ensuite suivant la méthode précédente, de moyenne fréquentielle, un contour C_{k, i_0, j_0} sur la coupe $S_{k, k+1}$.

Une fois les liaisons effectuées, tous les points de liaison se trouvant correspondre à des points du segment $[P_1, P_2]$ dans la liaison de C_k à C_{k, i_0, j_0} seront ramenés au point P_1 ou au point P_2 suivant un critère de plus proche distance (Fig. III.8.a).

2.b. On moyenne directement (méthode de moyenne fréquentielle) C_{k, i_0} , C_{k+1, j_0} et C_{k+1} pour former un contour unique $C_{k, k+1, i_0, j_0}$ en $S_{k, k+1}$ (Fig. III.8.b).

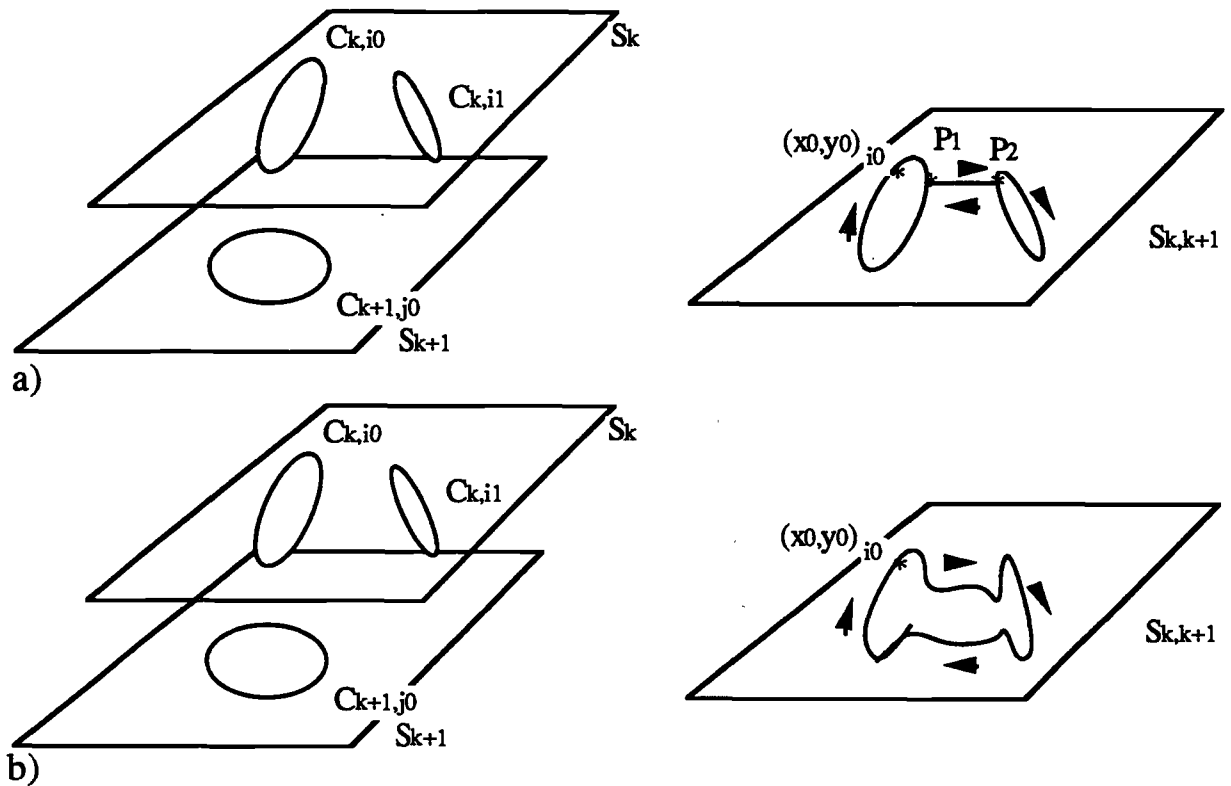


Fig. III.8 : a) Association de 2 contours par un segment de droite ;
 b) Moyenne fréquentielle de 3 contours.

Remarque : Dans les cas de contours multiples (>2) sur les coupes C_k et C_{k+1} on effectue la même démarche. La seconde solution peut amener de nombreuses erreurs au niveau des liaisons. La première méthode a donc été choisie.

3. Si $A_{i_0, j_0} = 0$ (Fig. III.6.a)

Cela nécessite la fermeture de la forme reconstituée en un plan intermédiaire. On crée systématiquement un nouveau plan de coupe $S_{k,k+1}$. On calcule alors pour ces sous-contours :

$$d' = d_1(C_{k,i_0}; C_{k,i_0}^2)$$

Selon un seuil S_{e3} , fixé au préalable, nous jugeons alors de la déformation de ce contour.

Si $d' \geq S_{e3}$ nous calculons un nouveau contour $C_{k,k+1,i_0}$ par la méthode (D III.6), c'est à dire que nous utilisons le squelette de C_{k,i_0} pour fermer la forme à ce niveau.

Si $d' \leq S_{e3}$ nous calculons juste le barycentre : C_{k,i_0}^0 et le positionnons sur $S_{k,k+1}$.

Cette démarche est nécessaire pour éviter des liaisons croisées car les contours sont souvent forts complexes dans les cas que nous étudions (Fig III.9.a et b).

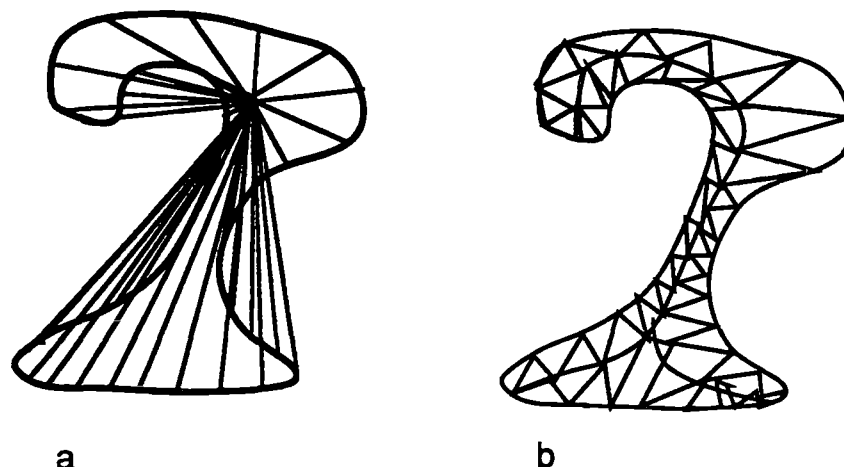


Fig. III.9 : *Maillage sur un contour d'un plan extrême;*
a) à partir d'un point isolé;
b) ou du squelette.

Remarque : Une solution consiste à effectuer une triangulation plane avec les points constituant le contour terminal.

III.4. LIAISONS

La précédente étape nous à permis d'établir quels sont les contours que nous devons relier ensemble. Maintenant nous allons relier les points des contours qui sont en correspondance par des arêtes suivant un critère de distance minimale.

Raisonnons sur les contours C_k et C_{k+1} . Soient P_s les points de C_k et Q_t les points de C_{k+1} . Nous calculons pour C_k (resp. C_{k+1}) les contours C_k^2 (resp. C_{k+1}^2) qui sont peu éloignés de l'enveloppe convexe de C_k (resp. C_{k+1}). Ce passage par le contour reconstitué d'ordre 2 est nécessaire dans le cas de contours, ceci possédant beaucoup de convexités et de concavités, afin d'éviter des liaisons trop déformées ou trop concentrées. Si la forme est très complexe on utilisera C_k^1 à la place de C_k^2 .

Lors d'une première étape nous recherchons pour chaque point $P_{i_0}^2$ le point $Q_{j_0}^2$ tel que :

$$d_3(P_{i_0}^2, Q_{j_0}^2) = \min [d_e(P_{i_0}^2, Q_j^2)], j \in \{1, \dots, q\}$$

Tous les points de C_k sont alors reliés. Il reste en général des points $Q_{j_i}^2$ de C_{k+1} , non reliés (un point pouvant avoir plusieurs liaisons $(P_{j_i}^2, Q_j^2)$, ..., $(P_{i_n}^2, Q_j^2)$).

La seconde étape recherche, pour ces points, des points P_j réalisant la distance minimum. Pour éviter des liaisons croisées on effectue cette recherche entre les 2 points P_{j_0-1} et P_{j_0+1} qui sont, respectivement les points de C_k reliés dès la première étape au 1^{er} point précédent Q_{j_i} sur C_{k+1} et au 1^{er} point suivant Q_{j_i} sur C_{k+1} .

Ces arêtes sont réalisées pour C_k^2 , C_{k+1}^2 or, tous les points de ces contours sont ordonnés de la même façon que ceux de C_k , C_{k+1} . Ainsi $P_{i_0}^2$ correspond à P_{i_0} . Nous reprenons alors les contours initiaux (originaux) C_k , C_{k+1} avec la liste d'arêtes établie. (Fig. III.10 a et b)

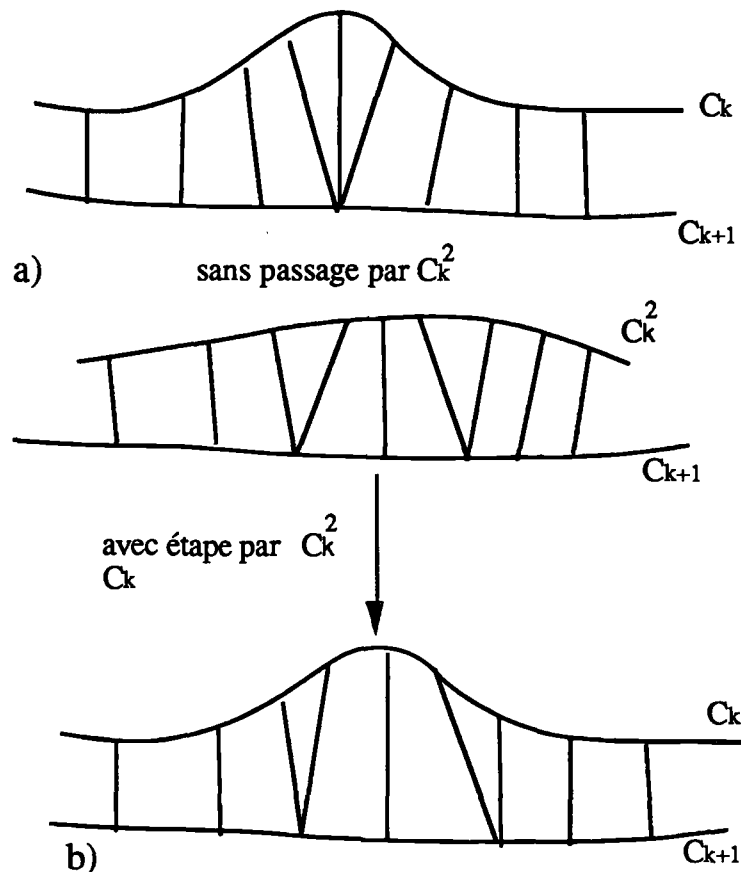


Fig. III.10 : a) *Liaison directe entre deux contours successifs;*
 b) *Maillage par le plus proche point avec passage par C_k^2 .*

La liaison contour-squelette s'effectue selon le critère de distance minimale, elle ne pose pas de problèmes. Il reste enfin le cas des liaisons contour-barycentre qui est trivial (ce dernier uniquement pour des contours peu déformés pour éviter des liaisons croisées).

On réalise enfin les facettes triangulaires pour utiliser l'algorithme de visualisation (Z-buffer) (Fig. III.11)

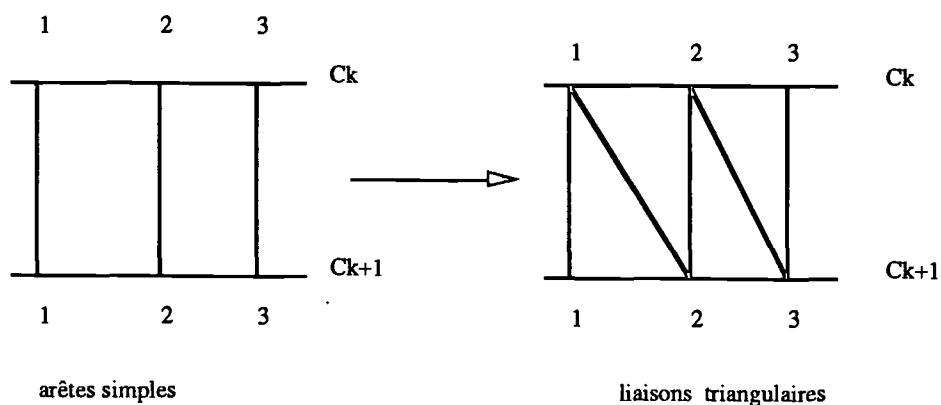


Fig. III.11 : *Maillage triangulaire.*

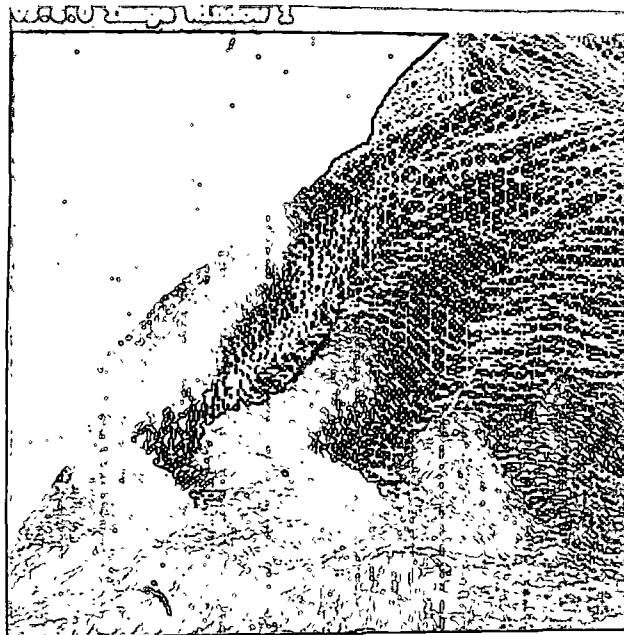


Photo. III.1 : *Photographie du maillage triangulaire constituant la surface de reconstruction dans le cas d'un rejet de gaz lourd.*

III.5. APPLICATIONS ET RESULTATS

Nous traitons ici le cas de reconstructions de structures cohérentes à l'intérieur de la zone de transition d'une couche limite turbulente et de rejets de gaz plus lourds que l'air. Chacune des expériences à été réalisée par tomographie laser à miroirs tournants (Fig. III.12 pour les rejets de gaz lourds).

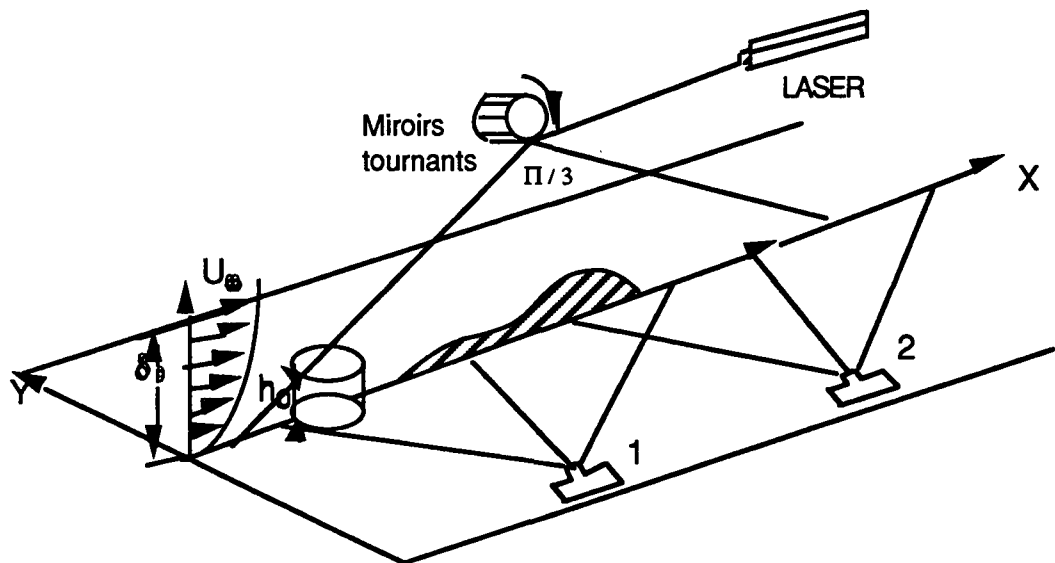


Fig. III.12 : Schéma de montage tomographique pour le cas de rejets de gaz lourds.

III.5.a. Rejets instantanés de gaz plus lourds que l'air

Dans le cadre d'études menées à l'intérieur de la soufflerie atmosphérique de diffusion EDF-ECL, des mesures de concentration dans des rejets de gaz plus lourds que l'air, ont été réalisées par tomographie laser et analyse d'images (Ayrault et al., 1990). La technique utilisée est celle qui a été développée par Balint (1983). Nous obtenons ainsi les valeurs instantanées des champs de concentration à différents instants après le rejet initial (Photo. III.2., III.3., III.4. et III.5.) mais dans le même plan. Nous avons reconstitué l'évolution d'un rejet en trois dimensions, la dimension orthogonale au plan

correspondant à une échelle de temps. L'enseignement que l'on peut en tirer est purement qualitatif et ici n'a pour but que de tester la méthode de reconstruction.

La soufflerie de diffusion EDF-ECL utilisée permet de simuler une couche limite atmosphérique neutre dans laquelle on rejette un volume fixe V_0 de gaz lourd ($\rho_F = 2.512 \text{ Kg/m}^3$) ensemencé par de l'encens. Une expérience du même type que la précédente sera menée afin d'obtenir simultanément des coupes tomographiques parallèles des rejets. Il a paru en effet utile pour une meilleure compréhension du phénomène de visualiser en trois dimensions la déformation des isoconcentrations instantanées de ces rejets. Des représentations de ces mêmes surfaces, issues des calculs numériques pourront être confrontées à ces représentations.

La Figure III.13. représente des exemples de l'application des différentes propriétés et définitions à un contour de gaz lourd utilisé lors de la reconstruction. On voit en particulier que l'ellipse d'ordre un suit l'orientation générale du contour, ce qui permet de l'utiliser lors de l'établissement des critères de correspondance (III.3.a.). En effet pour ces contours de gaz lourds l'ellipse d'ordre un est toujours assez "proche" du contour original, on le vérifie par exemple par la détermination de l'erreur $E(p)$ (Annexe). Le squelette suit bien les convexités du contour original, ce qui permet d'établir une bonne connexion finale. Par contre la reconstruction d'ordre deux n'est pas convexe mais en est peu éloigné et plus proche du contour original que l'ellipse d'ordre un, ce contour convient dans ce cas pour l'étape III.3.a.. Dans le cas des contours de rejets de gaz lourds on peut vérifier ce comportement de la reconstruction d'ordre deux, cela peut être établi lors de la détermination de $E(p)$.

De manière plus générale, l'erreur $E(p)$ fournit toutes les informations nécessaires (ellipse, reconstruction d'ordre un, ...) sur la complexité d'un contour.

La Figure III.14. représente l'interpolation entre deux contours plans utilisés lors de la reconstruction. On peut suivre l'évolution des contours interpolés qui s'adaptent parfaitement à la complexité des deux contours. La méthode semble bien adaptée à ce type de contours. Une expérience plus longue et des tests plus nombreux pourront nous permettre d'apprécier le bon comportement de cette méthode d'interpolation.

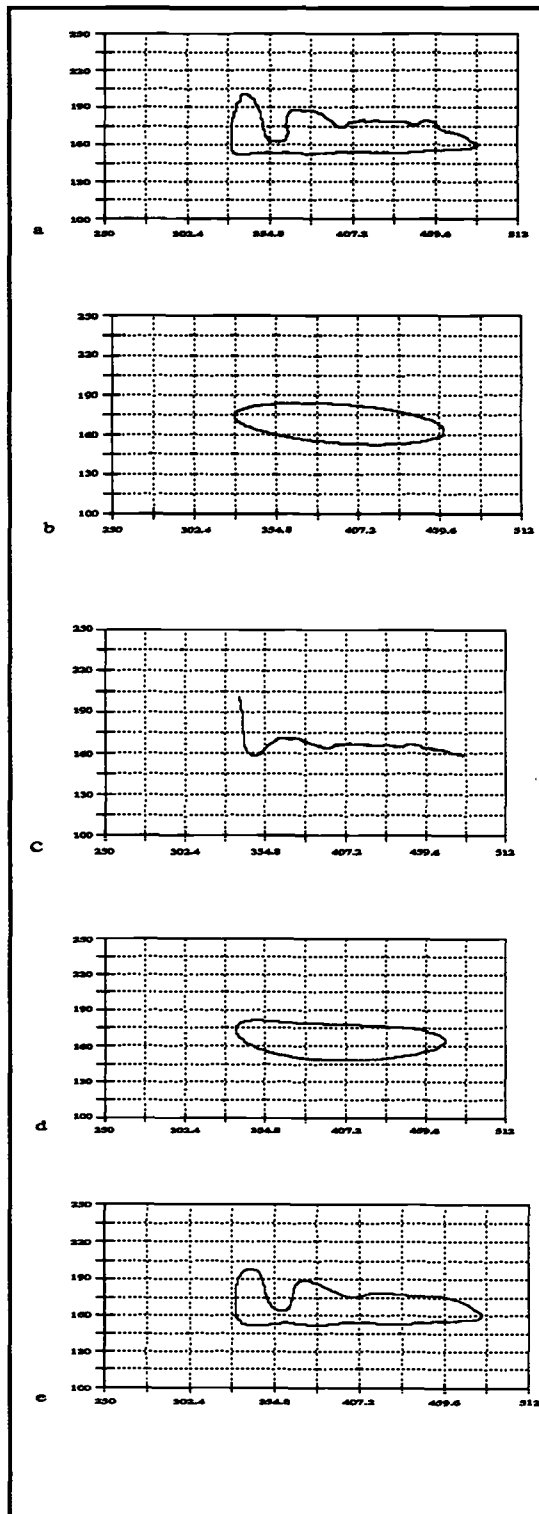


Fig. III.13: *a) Contour original;*
b) Ellipse, (harmoniques 0 et 1); c) Squelette;
d) Reconstruction d'ordre 2 (harmoniques 0 à 2);
e) Reconstruction d'ordre 10 (harmoniques 0 à 10).

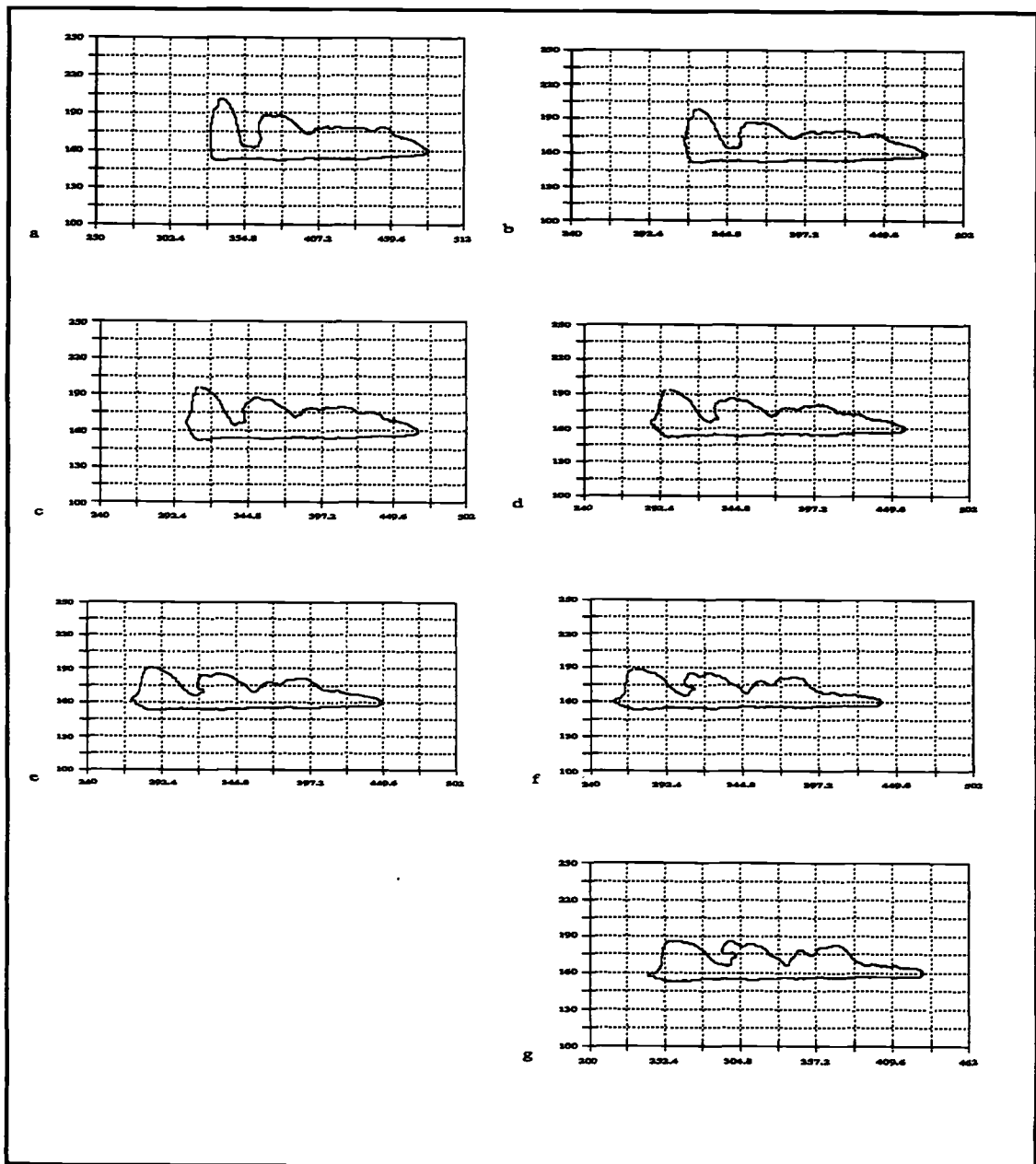


Fig. III.14 : a) Contour original du plan S_k ;
 b),c),d),e),f) Contours successifs interpolés;
 g) Contour original du plan S_{k+1} .

III.5.b.Structures cohérentes

La non connaissance, à l'heure actuelle, de l'origine et de la durée de vie des structures cohérentes dans les couches de mélange ou pour la transition vers la turbulence dans des couches limites a poussé, ces dernières années, les expérimentateurs à développer une approche du problème par visualisation tridimensionnelle de ces

structures, tant du point de vue numérique (Lesieur, 1991) que du point de vue expérimental (Jimenez et al., 1985). Suite à une expérience de Ladhari et al. (1990) nous avons pu extraire les contours de ces structures, marquées par de l'encens, dans différents plans de coupes tomographiques parallèles pris à différents niveaux de la couche limite.

L'utilisation de miroirs tournants ne permet pas d'obtenir des plans simultanés. Une hypothèse de convection permet d'estimer la déformation des structures entre deux plans. Pour une vitesse de convection U de l'écoulement moyen et pour une fréquence de balayage F du miroir tournant le déplacement des structures entre deux balayages est égale à U/F . Le temps $(n-1)/F$ (n étant le nombre de plans consécutifs enregistrés) séparant la prise de vue des deux plans extrêmes (premier et dernier plans intersectants une structure fixée) doit être très inférieur à l'échelle de temps caractéristique des structures, ce qui n'est pas le cas dans cet écoulement. En effet la taille longitudinale des structures est de l'ordre de 30 cm, la vitesse de convection moyenne est égale à 1 m/s, la fréquence de balayage horizontal du miroir tournant est de 1000 Hz et le nombre de plans est égal à 10. Le temps caractéristique des structures est donc de l'ordre de $30 \cdot 10^{-2}$ s tandis que la prise de vue des structures est de l'ordre de 10^{-2} s, l'hypothèse de convection n'est pas vérifiée. On trouvera dans Jimenez et al. (1985) des limitations quand à cette hypothèse, principalement par rapport à la taille des structures. Cela ne nous permet pas de réaliser une surface tridimensionnelle approchant la forme instantanée de ces structures.

Néanmoins une représentation de ces structures est présentée. Les moyens expérimentaux, limités, ne nous ont permis d'extraire que 10 plans de coupe tomographiques, ce qui est un échantillonnage très faible (Ladhari et al., 1990). On constate (Figure III.16.) que l'interpolation est très satisfaisante malgré la grosse différence entre deux contours successifs due à un échantillonnage trop faible. La méthode fournit de bons résultats par rapport au problème d'échantillonnage.

Par contre la fermeture des contours n'est pas satisfaisante (Fig. III.15., dans ce cas le squelette non satisfaisant). Il faudra donc optimiser l'algorithme d'obtention du squelette. Ce problème qui n'est pas primordial peut être évité par une détermination classique du squelette. (Chap. II.) ce que nous n'avons pas fait dans un premier temps pour garder à la méthode son homogénéité (on peut ne pas fermer la forme). La photo. III.6 montre l'effet de la mauvaise détermination du squelette. Le problème rencontré est dû à la "séparation en deux "branches" de la forme (Figure III.16.g). D'après les travaux de Giardinna et Khul (1980) ce type de problème sera résolu en optimisant l'algorithme, on peut aussi utiliser un maillage numérique simple.

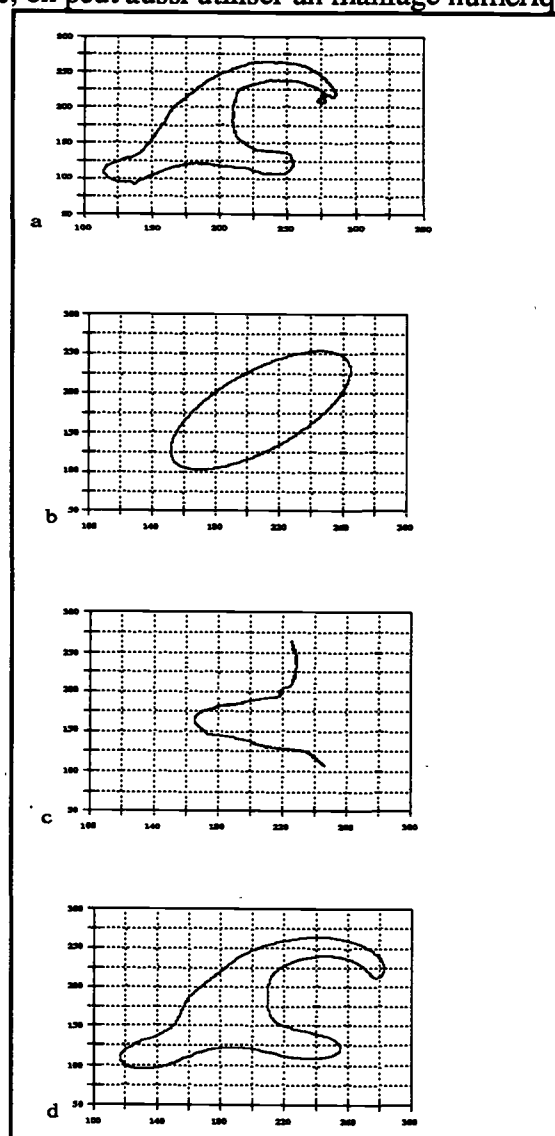


Fig. III.15 :a) Contour original;
 b) Ellipse (harmoniques 0 et 1); c) Squelette;
 d) Reconstruction d'ordre 10 (harmoniques 0 à 10).

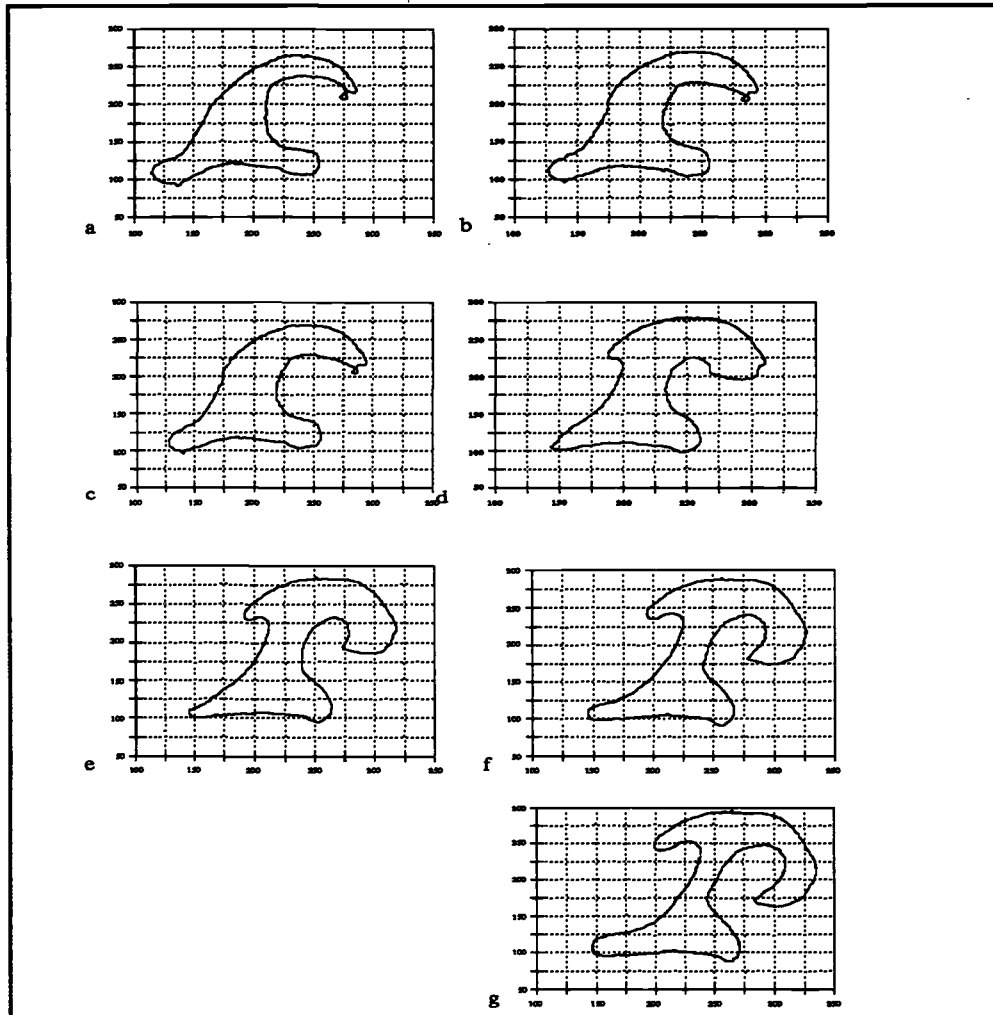


Fig. III.16 : a) Contour original du plan S_k ;
 b),c),d),e),f) Contours successifs interpolés;
 g) Contour original du plan S_{k+1} .

III.6.CONCLUSIONS

Du point de vue de la méthode les analyses que nous présentons ici fournissent des résultats concluants pour les gaz lourds mais pas entièrement pour les structures cohérentes. Dans ce dernier cas les résultats peuvent être améliorés en optimisant la méthode d'obtention des squelettes ou en évitant de fermer la forme. De plus les expériences dont sont tirées les images ne sont pas optimales, certaines d'entre elles n'ont pas été réalisées en vue d'obtenir de telles représentations.

La méthode infographique présentée ici a pour avantage de proposer une solution au problème de la reconstruction tridimensionnelle d'objets très déformés qui ne sont ni statiques ni reproductibles. Outre les différents critères qui sont définis à l'aide de l'analyse harmonique et qui permettent d'établir des liaisons correctes entre les différents plans de coupe, la possibilité d'interpoler des contours, entre les plans de coupes, sans calculs supplémentaires donne à la méthode cohérence et simplicité de réalisation sans augmenter les temps de calculs, par rapport à d'autres méthodes (lissage global par cubique-splines, méthodes heuristiques avec détermination d'enveloppes convexes, méthodes avec construction de graphes et résolution de chemins optimaux, ...).

Des essais sur les structures cohérentes vont être réalisés dans une couche limite de plaque plane, dans l'eau. L'avantage est que, d'une part, les structures sont plus faciles à marquer que dans l'air; d'autre part, la vitesse de convection de l'écoulement moyen est inférieure. En raison des limitations des moyens expérimentaux disponibles ce dernier point est essentiel pour obtenir des structures qui soient plus proches de leur forme instantanée. Il n'en reste pas moins que les problèmes expérimentaux liés à ce type de prise d'information sont nombreux et fourniront difficilement des données optimales. Un compromis doit être trouvé entre nombre de plans de prise de vue et "instantanéité" de la prise de vue.

Par ailleurs des essais en soufflerie doivent avoir lieu qui permettront de reconstituer la surface moyenne tridimensionnelle des isoconcentrations de rejets de gaz passifs ou plus lourds que l'air, par l'obtention de plusieurs coupes tomographiques parallèles successives lors d'un même rejet. Cette expérience sera effectuée pour N réalisations et donc à partir de chaque plan on déterminera la valeur moyenne du rejet à un même instant (Ayrault, 1990). Par cette méthode on obtiendra alors les surfaces tridimensionnelles relatives à la moyenne du rejet pour différentes valeurs de la concentration en un même instant. L'évolution temporelle de ces surfaces tridimensionnelles isoconcentrations pouvant être réalisée en effectuant cette expérience à différents instants de l'évolution du rejet.

La possibilité de rajouter des ombrages ou des éclaircissements fournira des reconstructions de formes plus réalistes.

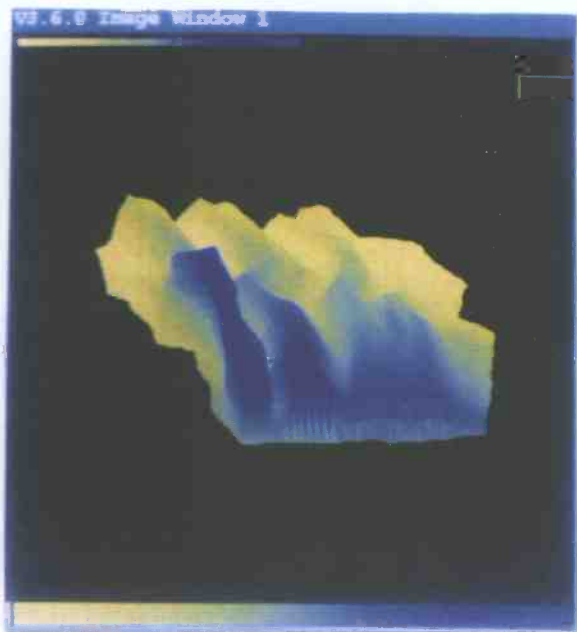


Photo. III.2 : *Reconstruction de l'évolution d'un rejet instantané de gaz lourd, évolution temporelle à partir du rejet initial. L'évolution temporelle est orthogonale à la vue.*

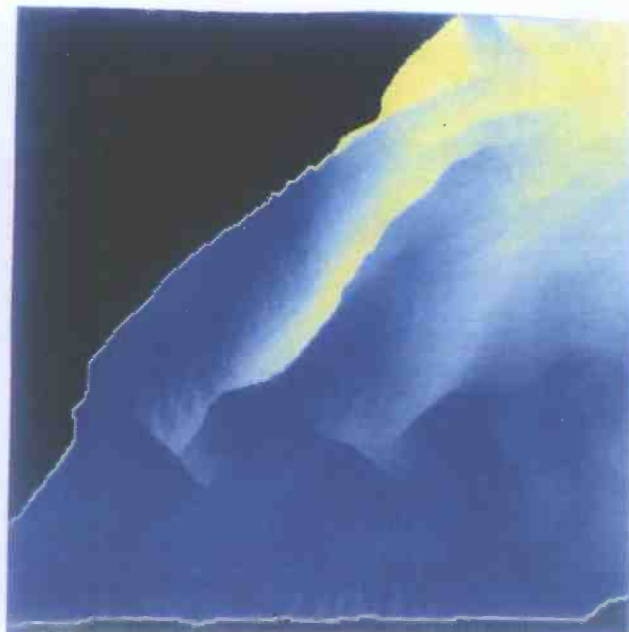


Photo. III.3 : *Reconstruction de l'évolution d'un rejet instantané de gaz lourd, ("zoom" de la vue précédente).*

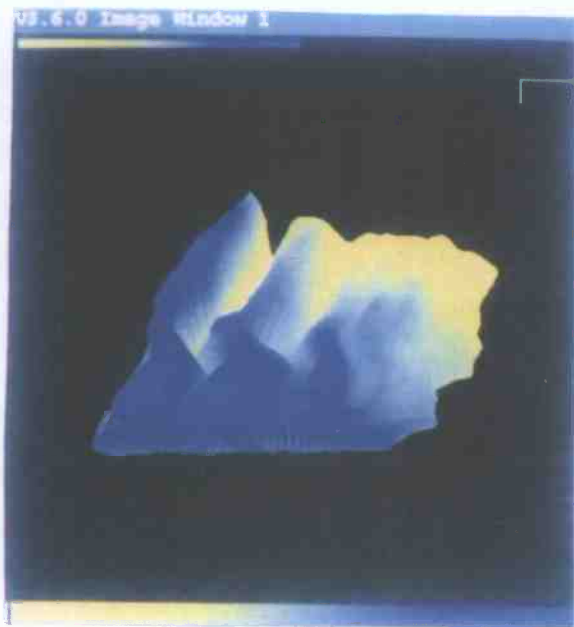


Photo. III.4 : *Reconstruction de l'évolution d'un rejet instantané de gaz lourd*



Photo. III.5 : *Reconstruction de l'évolution d'un rejet de gaz lourd.*



Photo. III.6 : *Reconstruction d'une évolution de structure cohérente. Vue longitudinale aval. L'écoulement est orthogonal à la prise de vue. Mauvaise fermeture par le squelette*



Photo. III.7 : *Reconstruction de l'évolution de la même structure. Vue longitudinale amont.*

CHAPITRE IV

METHODE DE MESURE DES CORRELATIONS VITESSE-CONCENTRATION

ECOLE CENTRALE DE LYON
CENTRE D'INFORMATION
B.P. 163 - 69131 ECULLY CEDEX
FRANCE

Nous avons présenté au chapitre précédent une application du traitement et de l'analyse d'images à des expériences de visualisation. L'expérimentateur doit généralement poursuivre son investigation par des mesures des grandeurs scalaires de l'écoulement étudié. Au chapitre II nous avons présenté un certain nombre de méthodes de visualisation qui permettent la mesure de ces grandeurs scalaires dans des écoulements transparents. Nous présentons maintenant une méthode de mesure des corrélations vitesse-concentration qui a été mise au point et appliquée à un jet plan noyé au sein d'une turbulence homogène, quasi-isotrope. Dans les équations de Navier-Stokes et de Fick, en écoulement turbulent, l'importance des termes associés aux fluctuations des différents scalaires est primordiale. Dans le cas présent la mesure simultanée des fluctuations de concentration et de vitesse permet d'obtenir les valeurs des corrélations vitesse-concentration. A notre connaissance aucune méthode utilisant les visualisations n'a permis de mesurer ces grandeurs. La méthode développée pourra apporter une contribution importante aux moyens de mesures, principalement dans les écoulements instationnaires discontinus car elle permettra de réduire le nombre de mesures nécessaires. Elle associe deux techniques connues de détermination des champs de vitesse et de concentration instantanés dans des écoulements transparents.

La première partie du chapitre est consacrée aux méthodes de vélocimétrie par plan laser et aux méthodes de détermination des concentrations par fluorescence induite. Elles sont à la base de la technique mise au point pour la détermination des champs de vitesse et de concentration instantanés que nous présenterons dans la seconde partie, avec l'expérience qui a servi à valider la technique.

IV.1. METHODES DE VELOCIMETRIE PAR PLAN LASER

Le but de ces méthodes est d'obtenir les composantes de la vitesse dans un plan de l'écoulement étudié, à partir de la détermination du déplacement de petites particules transportées par le fluide. Toutes les techniques de mesure instantanée du champ de vitesse d'un écoulement telles que la vélocimétrie par suivi de particules (P.T.V. "Particle tracking velocimetry"), la vélocimétrie Speckle (L.S.V. "Laser Speckle Velocimetry"), la vélocimétrie par images de particules (P.I.V. "Particle Image Velocimetry"), sont basées sur le même principe.

Les techniques de suivi de particules (P.T.V.) ne déterminent qu'en des positions aléatoires les valeurs du vecteur vitesse. Elles permettent donc difficilement des mesures statistiques. Néanmoins par des techniques d'interpolation on obtient les résultats quantitatifs recherchés (Utami et Ueno, 1984 ; Kobayashi et al., 1985 ; Willert et al., 1985). Le problème essentiel est d'obtenir un équilibre entre densité de particules et rapidité des traitements. Si la densité en particules est trop faible, le champ de vitesse restera indéterminé dans de nombreuses zones de l'image. Si le rapport entre les échelles de l'écoulement (intégrale, micro-échelle de Taylor ... suivant l'étude en cours) et la distance entre deux points où la vitesse est déterminée est importante alors les résultats interpolés sont peu fiables, par contre si le champ de particules est trop dense il est difficile de déterminer la position des multipoints, le taux d'erreurs, dû au recouvrement des images de particules devient trop élevé. De plus les temps de calculs sont prohibitifs.

Les deux méthodes suivantes, L.S.V. et P.I.V., permettent la détermination du champ de vitesse aux noeuds d'un maillage superposé à l'image à dépouiller. Le principe de base est l'utilisation des propriétés statistiques de corrélation des images de particules à l'intérieur des mailles. Ces méthodes permettent des mesures quantitatives. La différence entre ces deux méthodes réside dans la concentration en particules à l'intérieur de chaque maille : si elle est élevée et que les images de particules se superposent on parle de L.S.V (Meynart, 1983 ; Lourenco, 1989) sinon on parle de P.I.V. (Adrian, 1988).

La technique de détermination du champ de vitesse instantané que nous avons choisie relève de la dernière catégorie (P.I.V.) aussi ne décrivons nous que celle-ci en détail.

IV.1.a. Vélocimétrie par image de particules

L'écoulement est éclairé par tomographie laser (Chap I), l'épaisseur du plan lumineux étant e . Les particules utilisées ont en général un diamètre compris entre 1 et 100 μm dans l'eau et 0.1 à 1 μm dans l'air. Le laser est utilisé pour l'éclairage depuis plus d'une dizaine d'année à cause de sa puissance et de sa directivité. Sur un même plan de prise de vues on enregistre l'image des particules à des instants séparés par des intervalles de temps Δt , le temps d'exposition très court dépend des caractéristiques moyennes du champ de vitesse ainsi que des conditions expérimentales de prises de vues (le grossissement par exemple). Ces méthodes permettent d'obtenir le sens des composantes de la vitesse en translatant virtuellement les images de particules au cours de l'expérience entre deux expositions.

Deux méthodes permettent l'obtention de ces coupures :

. L'utilisation d'un laser pulsé qui délivre de fortes énergies à des intervalles de temps, réglables, successifs (de l'ordre de la microseconde).

. L'utilisation d'un laser continu couplé à un chopper mécanique. Cette solution est moins coûteuse mais elle permet difficilement, dans des écoulements gazeux, d'obtenir une bonne image des petites particules (diffusion de Mie), l'énergie lumineuse étant trop faible

L'enregistrement des images des particules peut se faire à l'aide d'une caméra vidéo mais la résolution de cet instrument est nettement insuffisante (de l'ordre de 320×240). L'évolution de la technique des caméras C.C.D. (512×512 couramment.) ainsi que des capacités de stockage rapide des images permet leur utilisation mais le coût en reste encore élevé. On a donc recours au film argentique Noir et Blanc dont la résolution est très nettement supérieure.

IV.1.a.1 Principe de la multi-exposition

La position d'une particule dans l'écoulement entre les instants t et $t + \Delta t$ peut

s'écrire:

$$\vec{R}(t+\Delta t) = \vec{R}(t) + \vec{U}(\vec{R}, t) \Delta t$$

Soit g le grandissement optique lors de la prise de vue, la position de la particule sur le film est :

$$\vec{r}(t+\Delta t) = \vec{r}(t) + \Delta \vec{r}(t + \Delta t) = \vec{r}(t) + g\vec{U}(\vec{r}, t) \Delta t \quad (\text{F IV.1})$$

Si le temps d'exposition t_{exp} des deux éclairagements est identique, les images de l'écoulement $s(\vec{r})$ et $s(\vec{r} + \Delta \vec{r})$, aux deux instants t et $t + \Delta t$, sont à peu près semblables mais translattées. La transparence du film s'écrit :

$$t(\vec{r}) = 1 - e_1 s(\vec{r}) - e_2 s(\vec{r} + \Delta \vec{r}) \quad (\text{F IV.2})$$

où e_1 et e_2 sont les coefficients caractéristiques de l'énergie lumineuse des deux expositions.

Effectuons la transformée de Fourier (T.F.) d'une petite zone (Ω) du film (circulaire, de diamètre D pour une T.F. optique ou carrée de côtés N pour une T.F. numérique). On suppose que le déplacement des particules dans chaque zone est constant c'est à dire que la vitesse du fluide est uniforme. Cette condition est le principal critère de choix pour la détermination des conditions expérimentales. Nous exposerons la méthode de la transformée de Fourier optique parce qu'elle est couramment utilisée dans les laboratoires. Elle permet d'obtenir des images de meilleure qualité que les images numériques. Nous décrirons ensuite la méthode de la transformée de Fourier numérique qui est basée sur les mêmes principes et que nous utiliserons car elle est plus facile à automatiser.

IV.1.a.2. Transformée de Fourier optique

La transformée de Fourier de la transparence $t(\vec{r})$ s'écrit :

$$V(\vec{\rho}) = \iint_{(\Omega)} t(\vec{r}) \exp(-2j\pi \vec{r} \cdot \vec{\rho}) d\vec{r} \quad (\text{F IV.3})$$

soit
$$V(\vec{\rho}) = \delta(\vec{\rho}) - e_1 S(\vec{\rho}) - e_2 S(\vec{\rho}) \exp(-2j\pi \Delta \vec{r} \cdot \vec{\rho}) \quad (\text{F IV.4})$$

où

$S(\vec{\rho})$ est la transformée de Fourier de la zone du film correspondant à un seul

éclairage. Elle est définie par :

$$S(\vec{\rho}) = \iint_{(\Omega)} s(\vec{r}) \exp(-2j\pi\vec{r} \cdot \vec{\rho}) d\vec{r} \quad (\text{F IV.5})$$

. $\vec{\rho}$ est un vecteur dans l'espace des fréquences spatiales. Ses composantes sont des fréquences.

. r est une longueur.

. $\delta(\vec{\rho})$ est une impulsion de Dirac.

Le module de la Transformée de Fourier s'écrit :

$$I(\vec{\rho}) = V(\vec{\rho}) V^*(\vec{\rho}) \quad (\text{F IV.6})$$

La transparence $t(\vec{r})$ étant réelle, le module $I(\vec{\rho})$ est symétrique par rapport à l'origine.

Si on suppose que les deux positions sont enregistrées avec le même coefficient caractéristique ($e = e_1 = e_2$) on obtient une image de franges dont la représentation est la suivante:

$$I(\vec{\rho}) = A \delta(\vec{\rho}) + 4e^2 \{1 + \cos(2\pi\Delta\vec{r} \cdot \vec{\rho})\} |S|^2 \quad (\text{F IV.7})$$

$$I(\vec{\rho}) = A \delta(\vec{\rho}) + 4e^2 |S|^2 \cos^2(\pi\Delta\vec{r} \cdot \vec{\rho}) \quad (\text{F IV.8})$$

(F IV.8) est la formulation mathématique des franges d'Young où :

. $A \delta(\vec{\rho})$ est le pic central des franges .

. $|S|^2$ le spectre de puissance de l'image $s(\vec{r})$ (modulé par $\cos^2(\pi\Delta\vec{r} \cdot \vec{\rho})$).

L'interfrange, f , a pour valeur :

$$f = \frac{\lambda}{|\Delta\vec{r}|} = \frac{\lambda}{g|U|\Delta t} \Rightarrow |U| = \frac{\lambda}{g f \Delta t} \quad (\text{F IV.9})$$

où U est la vitesse, supposée uniforme, des particules dans la zone (Ω) .

Les franges sont orthogonales au déplacement des particules.

Cette image de franges est généralement numérisée et analysée numériquement.

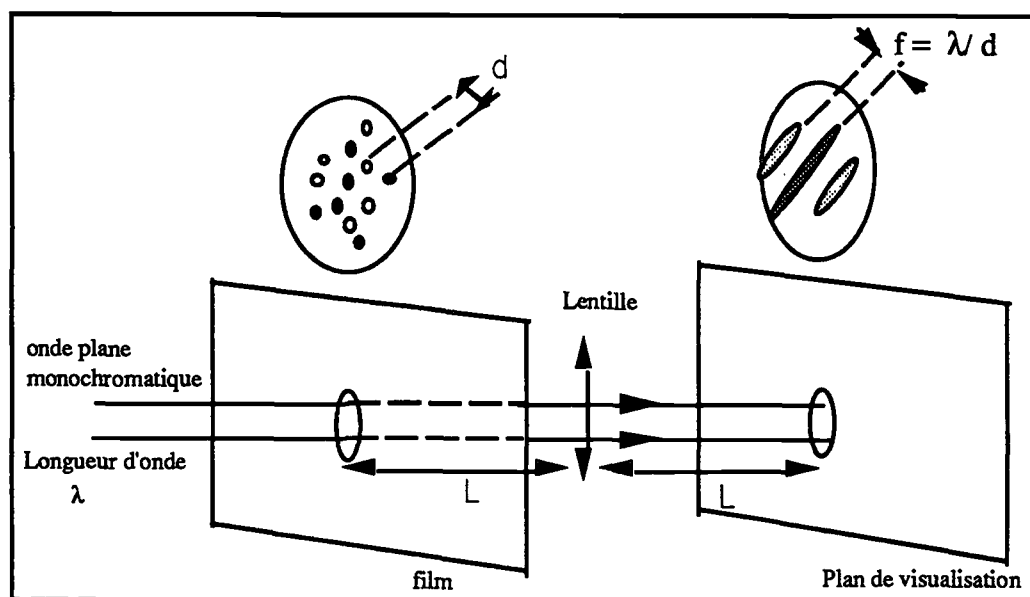


Fig. IV.1 : Obtention de franges d'interférences par montage optique, à partir d'un film en multi-exposition.

IV.1.a.3. Transformée de Fourier numérique

On effectue la Transformée de Fourier numérique d'une zone carrée (Ω) de côté N .

On notera $I(i,j)$ l'image numérique à l'instant t (valeur de son niveau de gris sur l'image) et $I(i+di, j+dj)$ à l'instant $(t+\Delta t)$. Les points $I(i,j)$ et $I(i+di, j+dj)$ de l'image sont éclairés (niveau de gris égal à 255, on note donc que $I(i,j) = I(i+di, j+dj)$) le reste est un fond noir (au niveau de gris 0).

L'image I est supposée idéale et sans bruit, on verra plus loin qu'il n'en est rien et quel traitement on applique pour éliminer ce bruit. Cette image se note :

$$f(x,y) = I(x,y) 1_{(\cup\{i,j\}) \cup (\cup\{i+di, j+dj\})}(x,y) \quad (\text{F IV.10})$$

où $(x,y) \in [0, N-1] \times [0, N-1]$ et $1_{(\)}$ la fonction support et \cup est le symbole union sur l'ensemble des particules présentes dans la zone transformée. On raisonnera sur l'image d'une particule constituée d'un seul pixel (i,j) , bien qu'elle soit généralement plus importante (5 pixels de diamètre en moyenne), le centre de l'image de la particule correspond à 1 pixel à $\pm 1/2$ pixel près. Le raisonnement est identique en prenant un voisinage de pixels $V(i,j)$ centré en (i,j) .

La transformée de Fourier de la zone (Ω) est :

$$F(u, v) = \sum_{x=0}^{N-1} \sum_{y=0}^{N-1} f(x,y) \exp\left(-\frac{2k\pi(xu + yv)}{N}\right) \quad (\text{où } k^2 = -1) \quad (\text{F IV.11})$$

d'après (F IV.10) on a :

$$F(u, v) = \sum_{x=0}^{N-1} \sum_{y=0}^{N-1} \left[I(x,y) 1_{(\cup\{i,j\}) \cup (\cup\{i+di, j+dj\})}(x,y) \right] \exp\left(-\frac{2k\pi(xu + yv)}{N}\right) \quad (\text{F IV.12})$$

Si nous développons l'équation (F IV.12) on obtient :

$$F(u, v) = \left\{ \sum_{x=0}^{N-1} \sum_{y=0}^{N-1} \left[I(x,y) 1_{(\cup\{i,j\})}(x,y) \right] \exp\left(-\frac{2k\pi(xu + yv)}{N}\right) \right\} + \left\{ \sum_{x=0}^{N-1} \sum_{y=0}^{N-1} \left[I(x,y) 1_{(\cup\{i+di, j+dj\})}(x,y) \right] \exp\left(-\frac{2k\pi(xu + yv)}{N}\right) \right\} \quad (\text{F IV.13})$$

$$\text{car : } 1_{(\cup\{i,j\}) \cup (\cup\{i+di, j+dj\})}(x,y) \exp\left(-\frac{2k\pi(xu + yv)}{N}\right) = 1_{(\cup\{i,j\})}(x,y) \exp\left(-\frac{2k\pi(xu + yv)}{N}\right) + 1_{(\cup\{i+di, j+dj\})}(x,y) \exp\left(-\frac{2k\pi(xu + yv)}{N}\right) \quad (\text{F IV.14})$$

Nous savons que $I(i,j) = I(i+di, j+dj)$ donc (F IV.13) devient :

$$F(u, v) = \left[\sum_{\cup(i,j)} I(i,j) \exp\left(-\frac{2k\pi(iu + jv)}{N}\right) \right] \left(1 + \exp\left(-\frac{2k\pi(udi + vdj)}{N}\right) \right) \quad (\text{F IV.15})$$

qui est la transformée de Fourier numérique de l'image numérisée et le carré du module s'écrit :

$$|F(u,v)|^2 = 2 |T.F.(I)(u, v)|^2 \left(1 + \cos\left(\frac{2\pi(udi + vdj)}{N}\right) \right) \quad (\text{F IV.16})$$

$$\text{soit } |F(u,v)|^2 = 4 |T.F.(I)(u, v)|^2 \cos^2\left(\frac{\pi(udi + vdj)}{N}\right) \quad (\text{F IV.17})$$

Nous visualisons un système de franges d'Young composé généralement de 3 franges. Les franges sont centrées sur la fenêtre $N \times N$:

. $|T.F.(I)(u,v)|^2$ représente le Halo de diffraction "modulé" par les franges

d'Young d'espacement $f = \frac{N}{d}$ où d est le déplacement des particules soit $\sqrt{(di^2 + dj^2)}$.

. L'orientation des franges est orthogonale à la direction du déplacement des particules dans la zone (Ω).

Si d est grand on obtient un ordre de diffraction supplémentaire, c'est à dire deux pics secondaires supplémentaires de chaque côté de la frange centrale (franges d'ordre deux).

IV.1.a.4. Caractéristiques expérimentales de la méthode

On raisonnera par la suite par rapport à des images numériques.

En fonction de l'écoulement étudié divers paramètres doivent être adaptés notamment ceux concernant les caractéristiques des particules et les paramètres du processus photographique. Nous allons mentionner les principaux :

⊙ **Sensibilité:** Les films photographiques doivent être très sensibles, avec une grande résolution et un fort contraste pour enregistrer correctement l'image diffusée par les particules.

⊙ **Temps d'exposition:** Le temps optimal d'exposition doit être voisin de $\frac{d_i}{g U_{max}}$ où d_i est le diamètre de l'image des particules sur le film. Dans ce cas, la forme de chaque image de particule sur le film est voisine du cercle ($\frac{\text{longueur}}{\text{largeur}} \leq 2$). En tout état de cause si le temps d'exposition est inférieur au temps optimal la forme est circulaire mais l'image moins intense, par contre s'il est supérieur la forme est allongée.

On voit l'importance du temps d'exposition : si l'image des particules est éloignée d'un cercle la Transformée de Fourier associée sera d'autant plus dégradée.

⊙ **Intervalle entre deux expositions:** Afin que les images des particules sur le film aux deux instants t et $(t + \Delta t)$ soient toujours contenues dans la petite zone (Ω) de côté N , l'intervalle de temps Δt entre deux expositions doit être de l'ordre de $\frac{0.5 N}{g U_{max}}$, pour que toute particule qui se trouve dans la zone (Ω) à l'instant t , y soit aussi à l'instant Δt .

Dans le cas optique comme dans le cas numérique le système de franges sera plus contrasté et les franges seront plus fines si le nombre d'expositions, espacées de Δt , est plus important (4 expositions par exemple).

⊙ **Dynamique de vitesse:** La dynamique de la vitesse est donnée par :

$$\Delta U = \frac{U_{\max} - U_{\min}}{U_{\min}} \quad (\text{F IV.18})$$

Dans la zone (Ω) U_{\max} doit être égale à $\frac{N}{2g\Delta t}$ (voir ⊙) et U_{\min} doit être égale

à $\frac{d_i}{g\Delta t}$ qui correspond au cas où, pendant l'intervalle de temps Δt , l'image de la particule se déplace d'une distance égale à son diamètre d_i . La vitesse minimale correspond au cas où la distance qui sépare deux images successives d'une particule est égale au diamètre de cette particule. On a alors d'après (F IV.18) :

$$\Delta U = \frac{N}{2d_i} - 1 \quad (\text{F IV.19})$$

La dynamique ΔU de la vitesse croît lorsque N croît ou d_i décroît. Or N est limité par la résolution spatiale. Il doit rester inférieur à la micro-échelle de la turbulence. La meilleure façon d'augmenter la dynamique ΔU est de diminuer d_i , c'est à dire d'utiliser des particules très petites. Mais les particules diffusent la lumière proportionnellement (non linéairement) à leur diamètre. On ne peut les prendre trop petites sous peine de ne plus avoir assez de lumière diffusée pour la prise de vue

Remarque : Si l'on réalise une Transformée de Fourier numérique de la zone (Ω), afin d'obtenir des franges d'interférence, aucune limitation théorique n'existe quant à la limite supérieure de la dynamique de la vitesse ΔU .

La dimension N tient aussi compte du fait que la vitesse doit être uniforme à l'intérieur de la surface d'interrogation de côté N , or l'effet du gradient de vitesse à l'intérieur de la zone (Ω) est d'élargir la distribution des franges (F IV.9 et Photo. IV.1.) et d'en diminuer l'amplitude ce qui rend les franges plus difficiles à détecter.

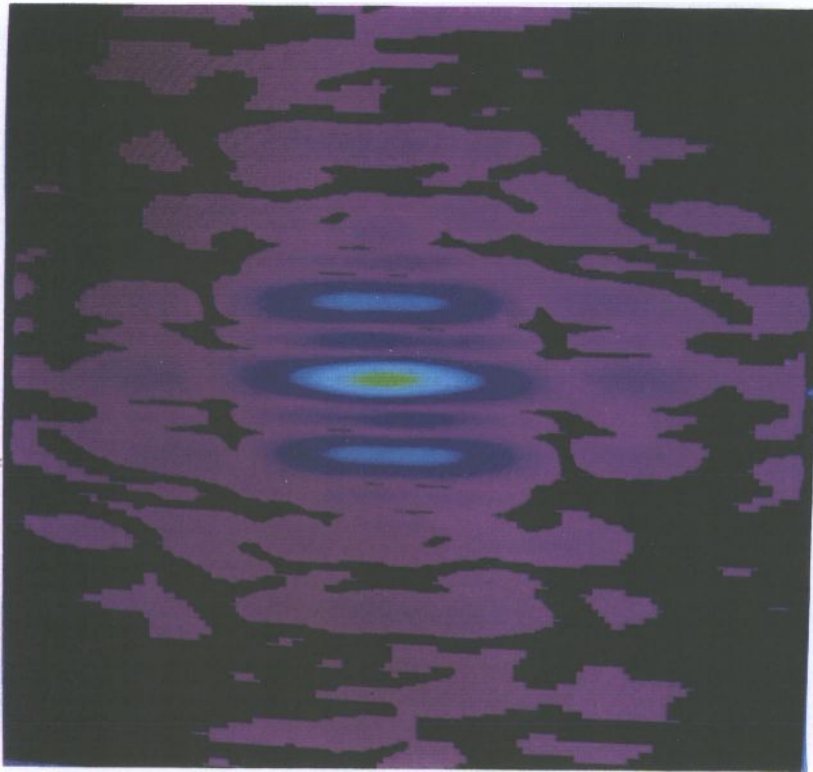


Photo. IV.1 : franges numériques.

⊙ **Densité diffusante:** Les particules diffusantes doivent être suffisamment nombreuses et larges pour fournir un signal correct mais leur concentration doit être telle que:

- . Les particules n'altèrent pas l'écoulement dynamiquement et optiquement.
- . Les particules doivent suivre correctement l'écoulement.
- . La transparence du fluide ne doit pas être modifiée et doit être uniforme.
- . La diffusion multiple doit être négligeable.

On peut définir la densité diffusante de la source par :

$$SD = \frac{C e d_i^2}{g^2} \quad (\text{Adrian, 1986}) \quad (\text{F IV.20})$$

où C est la concentration moyenne de particules dans l'écoulement , par unité de volume. Ce coefficient SD représente le nombre moyen de particules qui occupe le

volume spécifique de l'écoulement $\left[\frac{e d_i^2}{g^2} \right]$. C'est aussi une mesure du nombre de particules qui se recouvrent (overlapping),

Si $SD \gg 1$ on est dans le cas du L.S.V.

Si $SD \ll 1$ on est dans le cas du P.I.V.

Pour se trouver dans le cas d'application du P.I.V., la concentration moyenne de particules dans l'écoulement doit vérifier la relation :

$$C \ll \frac{1}{e \left(\frac{d_i}{g}\right)^2} \quad (\text{F IV.21})$$

En L.S.V., le nombre de particules est grand et les images des particules se recouvrent aléatoirement. On obtient en lumière cohérente un vrai "Speckle" (que l'on peut traduire par granularité). Par contre en P.I.V., le nombre de particules est faible, on obtient des images individuelles de particules discrètes et donc pas de Speckle. Dans ce cas, dû au faible ensemencement, certaines régions peuvent être vides de particules. On définit la densité de l'image comme étant le nombre moyen d'images de particules

effectives par surface d'interrogation S (égale à N^2), on a $N_i = \left[\frac{CS_e}{g^2} \right] . .$

D'après la *loi de Poisson*, la probabilité de trouver une image de particule dans une surface d'interrogation est voisine de N_i si $N_i \ll 1$. Dans ce cas pour moyenner sur le même nombre d'échantillons, il faudra augmenter le nombre de photographies d'un facteur $\frac{1}{N_i}$. Si N_i est grand, chaque surface contiendra au moins une image de particules.

La concentration doit aussi être suffisamment élevée pour ne pas avoir trop de "vides". Pour avoir au moins 4 images de particules par surface d'interrogation, on doit avoir la relation suivante:

$$C > \frac{4g^2}{eS} \quad (\text{F IV.22})$$

On limite ainsi l'amplitude des interférences secondaires dues à des bipoints composés d'images de particules différentes, par exemple lorsqu'une image de particule, à l'instant t , est dans la zone (Ω) et que l'image d'une seconde particule, à l'instant ($t + \Delta t$), y est aussi. Une frange, correspondant à une majorité de bipoints semblables est plus nette.

⊙ Erreur de perspective:

Le mouvement apparent des images des particules

sur le film est alors fonction de la projection des déplacements des particules dans le plan lumineux. Le mouvement perpendiculaire au plan lumineux peut produire un mouvement apparent (Sinha, 1988).

On a :

$$g = \frac{d_i}{d_o}$$

$$d_i = F(1 + g).$$

$$d_o = \frac{F(1 + g)}{g}$$

où F représente la distance focal de l'objectif.

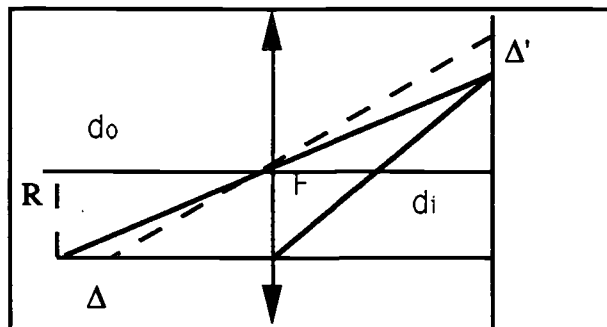


Fig. IV.2 : Erreur de perspective.

Le déplacement fictif Δ' induit sur le film par un déplacement orthogonal Δ est égal à :

$$\frac{\Delta'}{\Delta} = \frac{g R}{d_o} \Rightarrow \Delta' = \frac{g \Delta R}{d_o} = \frac{g^2 \Delta R}{F(1 + g)} \quad (\text{F IV.23})$$

(en optique ce rapport diminue si on augmente la distance focale F de l'objectif utilisé)

⊗ **Comportement individuel des particules:** Les particules utilisées doivent être neutres et suivre parfaitement l'écoulement, c'est à dire que la vitesse des particules solides doit correspondre à celle des particules fluides qu'elles remplacent.

Soient \vec{V} la vitesse des particules solides et \vec{U} la vitesse des particules fluides.

L'équation du mouvement (ou équation de **Basset, Boussinesq et Oseen**) pour les écoulements stationnaires (Maxey et Riley, 1982) d'une particule sphérique solide

dans un écoulement fluide turbulent s'écrit :

$$\begin{aligned} \frac{4\pi\rho_p a^3}{3} \frac{d\vec{V}}{dt_p} = & 6\pi\mu a (\vec{U} - \vec{V}) + \frac{4\pi\rho a^3}{3} \frac{d\vec{U}}{dt_f} + \frac{2\pi\rho a^3}{3} \frac{d(\vec{U} - \vec{V})}{dt_p} + \frac{4\pi(\rho_p - \rho) a^3}{3} \vec{g} \\ & + 6a^2 \sqrt{\pi\mu\rho} \int_{-\infty}^t \frac{1}{\sqrt{t-\tau}} \frac{d(\vec{U} - \vec{V})}{dt_p} d\tau \end{aligned} \quad (\text{F IV.24})$$

Le mouvement relatif de la particule par rapport à l'écoulement fluide, turbulent est supposé satisfaire l'hypothèse de Stokes. Le vecteur $(\vec{U} - \vec{V})$ doit être suffisamment petit, de telle sorte que le nombre de Reynolds (R_{ep}) relatif de la particule vérifie la relation suivante :

$$R_{ep} = \frac{|\vec{U} - \vec{V}| a}{\nu} < 0.5$$

où a est le diamètre de la particule et ν la viscosité cinématique.

Les seules forces considérées ici sont le poids, la poussée d'Archimède et la trainée de Stokes. Le premier terme du second membre représente la force de trainée de Stokes, il met en évidence la trainée de la particule pour une translation rectiligne dans l'écoulement. Le second terme résulte du gradient de pression statique dû à l'accélération du fluide. Le troisième terme qui comme les deux premiers fait partie de la force de trainée de la particule représente la force de résistance du fluide en écoulement potentiel à l'accélération de la particule. On a ensuite le terme tenant compte de la pesanteur et de poussée d'Archimède. Enfin le dernier terme ou "terme de Basset" constitue la mémoire de la particule avant l'instant t .

ⓐ **La vitesse limite de chute** d'une particule sphérique dans un fluide au repos s'écrit :

$$\vec{V}_l = \alpha' \vec{g} = \frac{2 a^2 (\rho_p - \rho)}{9 \mu} \vec{g}$$

où α' représente la constante de temps. Le nombre de Reynolds limite est : $Re_l = \frac{V_l a}{\nu}$. La vitesse limite de chute doit être faible devant la vitesse de l'écoulement.

ⓑ **Comportement fréquentiel des particules:** L'équation du mouvement d'une particule peut s'écrire sous la forme (Reeks et al. , 1984),

$$\frac{d\vec{V}}{dt} + \alpha\vec{V} = \alpha\vec{U} + \beta\frac{d\vec{U}}{dt} + \gamma \int_{-\infty}^{+\infty} f(t-\tau) \frac{d(\vec{U} - \vec{V})}{dt} d\tau \quad (\text{F IV.25})$$

$$\text{où } \alpha = \frac{36\mu}{4a^2(\rho + 2\rho_p)}, \quad \beta = \frac{3}{\left(1 + 2\frac{\rho_p}{\rho}\right)}, \quad \gamma = \frac{18\sqrt{\frac{\nu}{\pi}}}{2a\left(1 + 2\frac{\rho_p}{\rho}\right)}$$

$$\text{et } f(x) = \frac{1}{\sqrt{x}} \begin{cases} \text{si } x \geq 0 \\ \text{sinon} \end{cases}$$

Il est intéressant d'étudier la réponse harmonique de la particule. Pour ceci, effectuons la transformée de Fourier de l'équation (F IV.25). En notant $\omega = 2\pi\nu$, où ν est la fréquence, on obtient :

$$\vec{U}'(\nu) = \int_{-\infty}^{+\infty} \vec{U}(t) \exp(-2j\pi\nu t) dt \quad \text{et} \quad \vec{V}'(\nu) = \int_{-\infty}^{+\infty} \vec{V}(t) \exp(-2j\pi\nu t) dt$$

$$\text{d'où } -j\omega\vec{V}' + a\vec{V}' = a\vec{U}' - j\omega\beta\vec{U}' - j\omega\gamma(1+j) \sqrt{\frac{\pi}{2\omega(\vec{U}' - \vec{V}')}}$$

$$\text{Soit : } \frac{\vec{V}'}{\vec{U}'} = \left(1 + \frac{\omega(1-\beta)\left(\alpha + \gamma\sqrt{\pi\frac{\omega}{2}}\right)}{A} \right) + j \left(1 + \frac{\omega(\beta-1)\left(\alpha + \gamma\sqrt{\pi\frac{\omega}{2}}\right)}{A} \right) \quad (\text{F IV.26})$$

$$\text{avec : } A = (\alpha + \gamma\sqrt{\pi\omega/2})^2 + (\omega + \gamma\sqrt{\pi\omega/2})^2.$$

La connaissance de la réponse harmonique de la particule nous sert à vérifier le comportement de la particule par rapport aux différentes forces considérées (Tableau IV.1.). La fréquence correspond aux perturbations harmoniques rencontrées en écoulement turbulent. On vérifie ainsi le comportement des particules par rapport à ces perturbations.

Diamètre de la particule (μm)	Fréquence de la particule (Hz)	V'/U' module de la réponse harmonique	θ phase de la réponse harmonique (°)
5,0	500	1,00	0,45
	1000	0,99	0,86
	5000	0,98	3,45
	10000	0,96	5,73
	20000	0,90	8,62
10,0	500	0,99	1,60
	1000	0,96	2,88
	2000	0,97	4,90
	5000	0,90	8,60
	10000	0,83	11,40
15,0	250	0,99	1,77
	500	0,98	3,17
	1000	0,96	5,33
	2000	0,91	8,16
	5000	0,82	11,89
	10000	0,73	13,16
	20000	0,65	12,88
30000	0,61	12,12	

Tableau IV.1 : Réponse harmonique des particules d'iriodine, module et phase.

⑨ **Comportement collectif des particules:** L'ensemble des particules ne doit pas perturber dynamiquement l'écoulement. On définit ainsi les deux caractéristiques significatives de la modification de l'écoulement par les particules :

. La masse volumique apparente du fluideensemencé avec des particules :

$$\rho_a = \rho_p \frac{4}{3} \pi a^3 C \quad (\text{F IV.27})$$

. La viscosité apparente :

$$\mu_a = \mu_f \cdot \left(1 + \left(\frac{5}{2} \right) \left(\frac{4}{3} \right) \pi a^3 \right) C \quad (\text{F IV.28})$$

avec C la concentration moyenne de particules présentes dans l'écoulement (part/cm^3), μ_a et μ_f les viscosités apparente et dynamique des particules et du fluide.

La distance moyenne entre les particules sera : $\langle l \rangle = C^{-1/3} = \alpha'$ a Si le nombre α' est grand, l'écoulement sera perturbé par les particules.

⑩ **Effet de la diffusion multiple:** Les effets de la diffusion multiple seront négligés si sur le chemin parcouru par les photons incidents ou diffusés, la probabilité d'assister à une collision photon-particule est faible. Pour ceci le chemin parcouru doit être nettement plus petit que le libre parcours moyen pour l'ensemble des particules. Ce parcours moyen étant défini par :

$$l = \frac{1}{\sigma n} \quad (\text{F IV.29})$$

où σ est la section efficace totale moyennée sur toutes les particules de différents rayons:

$$\sigma = \frac{1}{n} \int_0^{+\infty} \sigma(R) n(R) dR \quad (\text{F IV.30})$$

et où n est la densité totale de particules :

$$n = \int_0^{+\infty} n(R) dR \quad (\text{F IV.31})$$

avec $n(a)$ la densité de particules dont le rayon est compris entre a et $a+da$ et $\sigma(R)$ la section efficace totale de diffusion pour une particule de rayon R .

En première approximation, si on pose $\sigma(a) = 2\pi \cdot a^2$, on obtient :

$$n \sigma = \int_0^{+\infty} 2\pi a^2 n(a) da = 2 \langle a^2 \rangle \pi \quad (\text{F IV.32})$$

Le libre parcours moyen est donc :

$$l = \frac{1}{2\pi \langle a^2 \rangle} \quad (\text{F IV.33})$$

IV.2. Méthode de détermination de la concentration par fluorescence induite par laser (L.I.F.)

Comme pour la méthode de P.I.V. l'éclairement est obtenu par tomographie laser. Considérons un écoulement marqué par une substance fluorescente (fluorescéine ou rhodamine par exemple) et éclairé par un plan lumineux monochromatique de longueur d'onde λ_i . Une partie de l'énergie lumineuse incidente est absorbée par les molécules de la substance, présentes sur le chemin optique. Elles réémettent une lumière fluorescente de longueur d'onde λ_f , supérieure à la longueur d'onde incidente λ_i , et qui dépend du spectre d'émission de la substance fluorescée diluée. Dans un volume élémentaire donné de fluide, l'intensité lumineuse fluorescée sera proportionnelle au nombre de molécules fluorescentes présentes dans ce volume. La mesure de l'intensité du rayonnement fluorescent à un instant donné fournira une mesure de la concentration du produit fluorescent présent à cet instant dans le volume considéré.

IV.2.a. Principe de mesure de concentration par fluorescence

Considérons l'écoulement fluide éclairé par un plan lumineux et soient :

- . I_0 l'intensité lumineuse du plan incident situé à la côte $z=0$.
- . $I_i(x,y,t)$ l'intensité lumineuse incidente en un point $(x,y,0)$ du plan de l'écoulement, à l'instant t .
- . ϵ_i le coefficient d'absorption de la substance fluorescente à la longueur d'onde λ_i .
- . $C(x,y,t)$ la concentration de la substance fluorescente en un point $(x,y,0)$ du plan de l'écoulement, à l'instant t .

L'intensité lumineuse (flux lumineux) dI_a absorbée par un élément dy de l'écoulement centré en $(x, y, 0)$ (Fig. IV.3.) est fournie par la *loi de Beer-Lambert* :

$$dI_a(x, y, 0, t) = -\epsilon_i(\lambda_i) I_i(x, y, t) \hat{C}(x, y, t) dy \quad (\text{F IV.34})$$

où $\hat{C}(x, y, t)$ est la concentration moyenne à l'intérieur de l'élément de mesure dy .

L'intensité lumineuse $I_i(x,y,t)$ du rayon incident éclairant le volume de mesure dy à un instant fixé dépend de la concentration de la substance fluorescente, en chacun

des points situés sur le trajet optique incident, et elle s'écrit :

$$I_i(x, y, t) = I_0 \exp\left(-\varepsilon_i(\lambda_i) \int_0^y \hat{C}(x, y', t) dy'\right) \quad (\text{F IV.35})$$

D'après (F IV.34) l'intensité absorbée par l'élément dy de l'écoulement est donc :

$$dI_a(x, y, t) = -\varepsilon_i(\lambda_i) I_0 \hat{C}(x, y, t) dy \exp\left(-\varepsilon_i(\lambda_i) \int_0^y \hat{C}(x, y', t) dy'\right) \quad (\text{F IV.36})$$

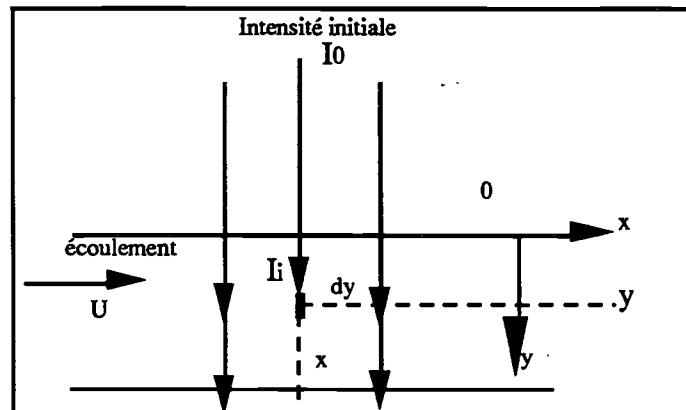


Fig. IV.3 : Intensité lumineuse absorbée par l'élément de mesure dy .

L'élément dy , centré en (x, y) , ayant absorbé à l'instant t l'intensité $dI_a(x, y, t)$, réémettra par fluorescence la quantité $dI_f(x, y, t)$ telle que, pour une bande passante de longueur d'onde de largeur $\delta\lambda_f$ on ait:

$$dI_f(x, y, t) = K(\lambda_f) |dI_a| \delta\lambda_f \quad (\text{F IV.37})$$

avec $K(\lambda_f)$ le spectre d'émission de la substance fluorescente.

L'introduction de (F IV.36) dans (F IV.37) nous donne alors :

$$dI_f(x, y, t) = K(\lambda_f) \varepsilon_i(\lambda_i) I_0 \hat{C}(x, y, t) dy \delta\lambda_f \exp\left(-\varepsilon_i(\lambda_i) \int_0^y \hat{C}(x, y', t) dy'\right) \quad (\text{F IV.38})$$

On voit que l'intensité lumineuse fluorescée en chaque point de l'écoulement dépend du chemin optique du rayon incident (Fig.IV.3) et que $dI_f(x, y, t)$ est une fonction du champ de concentration.

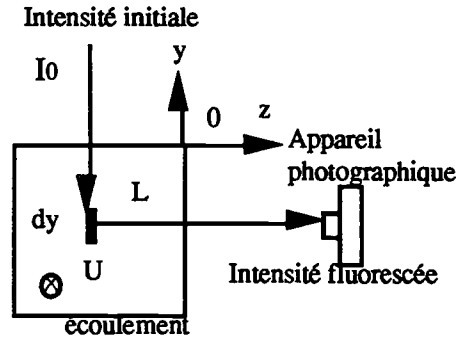


Fig. IV.4 : Intensité fluorescée le long du trajet L

La lumière fluorescée est enregistrée sur un film photographique à travers un objectif photographique. L'intensité lumineuse contenue dans un angle solide Ω (Fig. IV.4.) et reçue par le film est atténuée lors de la traversée de l'écoulement (selon la loi de Beer-Lambert), lors de la traversée de l'air et de l'objectif photographique. Son expression est :

$$dI_f(x, y, t) = dI_f(x, y, t) \left(\frac{\Omega}{4\pi} \right) \tau_0 \tau_i \exp \left(-\varepsilon_f(\lambda_f) \int_0^L \hat{C}(z, t) dz \right) \quad (\text{F IV.39})$$

qui d'après (F IV.38) devient :

$$dI_f(x, y, t) = I_0 \varepsilon_i(\lambda_i) \left(\frac{\Omega}{4\pi} \right) \tau_0 \tau_i \hat{C}(x, y, t) dy \delta\lambda_f \\ K(\lambda_f) \exp \left(-\varepsilon_i(\lambda_i) \int_0^y \hat{C}(x, y', t) dy' \right) \exp \left(-\varepsilon_f(\lambda_f) \int_0^L \hat{C}(z, t) dz \right) \quad (\text{F IV.40})$$

où τ_0 représente la transmissivité de l'objectif et τ_i est la transmissivité du milieu extérieur à l'écoulement (air) traversé par la lumière fluorescée. Ces transmissivités peuvent être supposées constantes. Si devant l'objectif photographique, on place un filtre passe-haut, idéal, de longueur de coupure λ_{f0} , l'intensité lumineuse impressionnant

le film sera $\int_{\lambda_{f0}}^{\infty} dI_f(x, y, t)$ soit d'après (F IV.39) :

$$\int_{\lambda_{f0}}^{\infty} dI_f(x, y, t) = I_0 \varepsilon_i(\lambda_i) \left(\frac{\Omega}{4\pi} \right) \tau_0 \tau_i \hat{C}(x, y, t) dy \\ \exp \left(-\varepsilon_i(\lambda_i) \int_0^y \hat{C}(x, y', t) dy' \right) \int_{\lambda_{f0}}^{\infty} K(\lambda_f) \exp \left(-\varepsilon_f(\lambda_f) \int_0^L \hat{C}(z, t) dz \right) d\lambda_f \quad (\text{F IV.41})$$

Pour de faibles concentrations, on peut supposer que :

$$\varepsilon_i(\lambda_i) \int_0^y \hat{C}(x, y', t) dy' \ll 1 \text{ et } \varepsilon_f(\lambda_f) \int_0^L \hat{C}(z, t) dz \ll 1$$

Soit : $\varepsilon_i(\lambda_i) \bar{C} \ll 1$ avec $\bar{C} = \frac{1}{y} \varepsilon_i(\lambda_i) \int_0^y \hat{C}(x, y', t) dy'$

et $\varepsilon_f(\lambda_f) L \bar{C} \ll 1$ avec $\bar{C} = \frac{1}{L} \int_0^L \hat{C}(z, t) dz$

On a alors :

$$\exp\left(-\varepsilon_i(\lambda_i) \int_0^y \hat{C}(x, y', t) dy'\right) \cong 1 \text{ et } \exp\left(-\varepsilon_f(\lambda_f) \int_0^L \hat{C}(z, t) dz\right) \cong 1$$

Ce qui donne d'après (F IV.41) :

$$\int_{\lambda_{f0}}^{\infty} K(\lambda_f) \exp\left(-\varepsilon_f(\lambda_f) \int_0^L \hat{C}(z, t) dz\right) d\lambda_f \cong \int_{\lambda_{f0}}^{\infty} K(\lambda_f) d\lambda_f \cong K_f' = \text{cste}$$

(F IV.42)

Dans ce cas, l'atténuation des rayons incidents et fluorescés peut être négligée et on obtient d'après (F IV.41) et (F IV.42) :

$$dI_r(x, y, t) = I_0 \varepsilon_i(\lambda_i) K_f' \left(\frac{\Omega}{4\pi}\right) \tau_0 \tau_i I_0 \hat{C}(x, y, t) dy$$

Soit $dI_r(x, y, t) = A \hat{C}(x, y, t) dy$ avec A constante. (F IV.43)

Donc seule la concentration locale $\hat{C}(x, y, t)$ affecte l'intensité fluorescée.

IV.2.b. Caractéristiques de la méthode

Quelques remarques peuvent être faites concernant cette technique expérimentale.

① L'atténuation du traceur doit être suffisamment faible pour que celle du flux lumineux excitateur incident et celle du flux lumineux fluorescé soient négligeables lors de la traversée de l'écoulement par ces rayons. Par exemple, pour la fluorescéine, l'atténuation du rayon incident ($\lambda_i = 488 \text{ nm}$) peut être négligée pour une concentration inférieure à 2.10^{-4} g/l (Gardin, 1989). De plus, pour la longueur d'onde de la lumière fluorescée λ_f , le coefficient d'absorption ε_f est beaucoup plus petit que celui de la lumière incidente ε_i (Fig. IV.5.). Pour de telles concentrations, l'atténuation de la

lumière fluorescée pourra aussi être négligée ainsi que le phénomène de réémission .

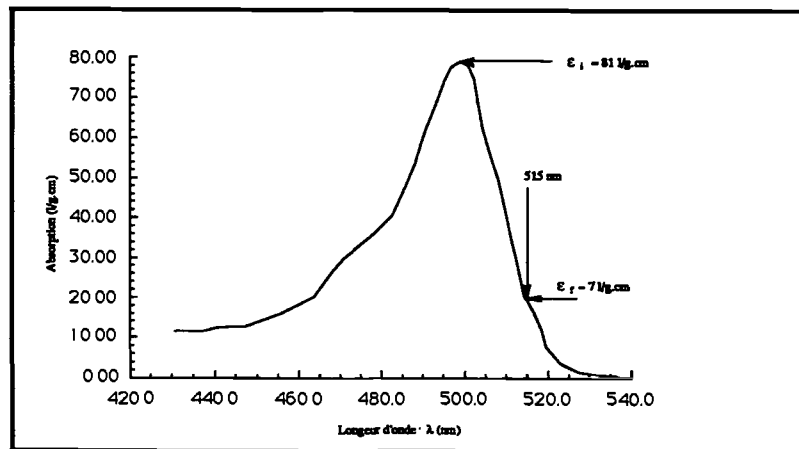


Fig. IV.5 : Spectre d'absorption ($C = 2 \cdot 10^{-4}$ g/l) de la fluorescéine (L.S.G.C. Nancy).

② Pour de faibles concentrations, l'intensité lumineuse fluorescée est proportionnelle à la concentration. La réponse est linéaire si moins de 5 % environ de la lumière incidente excitatrice est absorbée (Guilbaut, 1973). Lorsque la concentration augmente, il se produit un effet de saturation et au delà d'une certaine concentration critique, l'intensité lumineuse fluorescée décroît .

Pour la fluorescéine la limite de la linéarité se situe pour une concentration maximale de l'ordre de $4 \cdot 10^{-4}$ g/l (pour la rhodamine cette concentration maximale est 10 fois inférieure.) (Walker, 1987). Le maximum d'émission est atteint pour une longueur d'onde de 515 nm (Fig. IV.6).

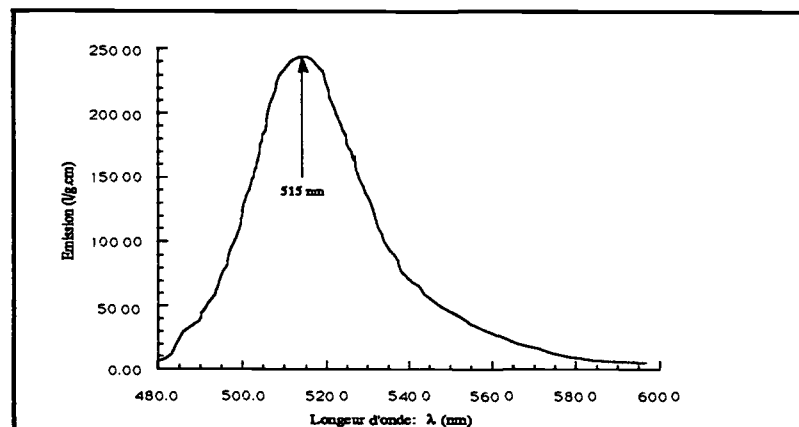


Fig. IV.6 : Spectre d'émission ($C = 2 \cdot 10^{-4}$ g/l) de la fluorescéine (L.S.G.C. Nancy).

③ La température et le PH de l'eau doivent être maintenus constants, leur variation affectant la constante K_f' . On note pour la fluorescéine une variation de

l'intensité fluorescée de l'ordre de 0.3% par °K pour une eau de PH de l'ordre de 9 (Walker, 1987).

⊕ La mesure de l'intensité lumineuse fluorescée est, en général, réalisée indirectement, par son enregistrement photographique sur un film argentique noir et blanc très sensible et par mesure de la densité optique de l'émulsion correspondante (ou caméra Vidicon, C.C.D. ...). Cela implique généralement un étalonnage. En effet divers processus non linéaires interviennent lors de l'enregistrement tels que :

- . La réponse non linéaire de l'émulsion photographique (courbe de Hurter-Driffield ou courbe de noircissement).

- . L'écart à la loi de réciprocité.

- . Les absorptions lumineuses entre le plan lumineux et le film (milieu fluorescent, verre des parois, air, objectif utilisé ...).

L'étalonnage consiste en l'enregistrement d'images tests de concentrations uniformes connues. Ceci est réalisé dans les conditions exactes des expériences. On enregistre (photographie du plan uniforme) la lumière fluorescée émise par un mélange de concentration connue. On effectue cette opération pour n concentrations variant d'une intensité lumineuse fluorescée minimale (nulle) à maximale (point de saturation). Sur chaque film sont enregistrés une réalisation expérimentale de l'écoulement et un étalonnage. Tout les films sont développés dans les mêmes conditions. Les mesures de la densité optique de ce film (ou le niveau de gris pour les images numérisées), relative aux images tests, permettent d'établir la relation directe entre la valeur de la concentration $C(x,y,t)$ et le niveau de gris correspondant Z du film (Fig. IV.7).

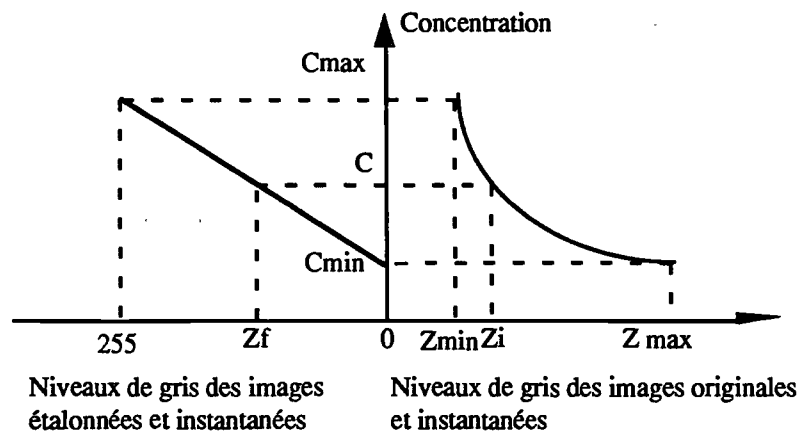


Fig. IV.7 : Correspondance des niveaux de gris de l'image initiale à l'image étalonnée.

Afin d'éviter les effets du phénomène de photo-décomposition, particulièrement sensible avec la fluorescéine (moins important pour la rhodamine), et augmentant avec la concentration et la puissance de la lumière excitatrice (Arcoumanis, 1990), l'enregistrement photographique, correspondant aux expériences relatives à chaque section de mesure et à leurs images tests, est réalisé dans le noir complet. Seul subsiste l'éclairement résiduel dû au rayon laser excitateur et l'expérience est réalisée le plus rapidement possible ($\cong 5$ mn pour un film de 250 vues). Des images tests relatives à différentes concentrations et effectuées au début et à la fin des expériences permettent de contrôler si la diminution par photo-décomposition de l'intensité lumineuse fluorescée est bien négligeable (dans nos conditions les variations seraient surtout dûes aux variations de température et de PH qui sont généralement négligeables puisque les séries de prise de vues sont très rapides).

IV.3. Détermination des corrélations vitesse-concentration : Application au cas d'un jet plan en présence d'une turbulence quasi-isotrope.

L'objectif de ce travail est de valider la méthode de mesure des corrélations vitesse-concentration. Nous avons donc testé la méthode à travers l'étude d'un jet plan évoluant en présence d'une turbulence homogène quasi-isotrope. Ce type d'écoulement a été choisi pour deux raisons. La première parce que c'est un des écoulements que nous connaissons bien (Schetz, 1980; Rajaratnam, 1976) tant du point de vue de la concentration que de la vitesse. La seconde est la possibilité de comparer nos résultats à ceux obtenus par des méthodes de conductimétrie pour la concentration, au sein du laboratoire (Lièvre et Gence, 1989) dans le même montage expérimental. Les mesures des corrélations vitesse-concentration en un point sont à notre connaissance encore rares dans le cas d'un transfert de masse (Gad-el-Hack, 1978). Après avoir présenté le montage expérimental nous reprendrons, dans le cadre de l'expérience, toutes les grandeurs caractéristiques développées théoriquement dans les paragraphes précédents. Nous calculerons les erreurs sur les grandeurs statistiques turbulentes.

IV.3.a. Montage expérimental

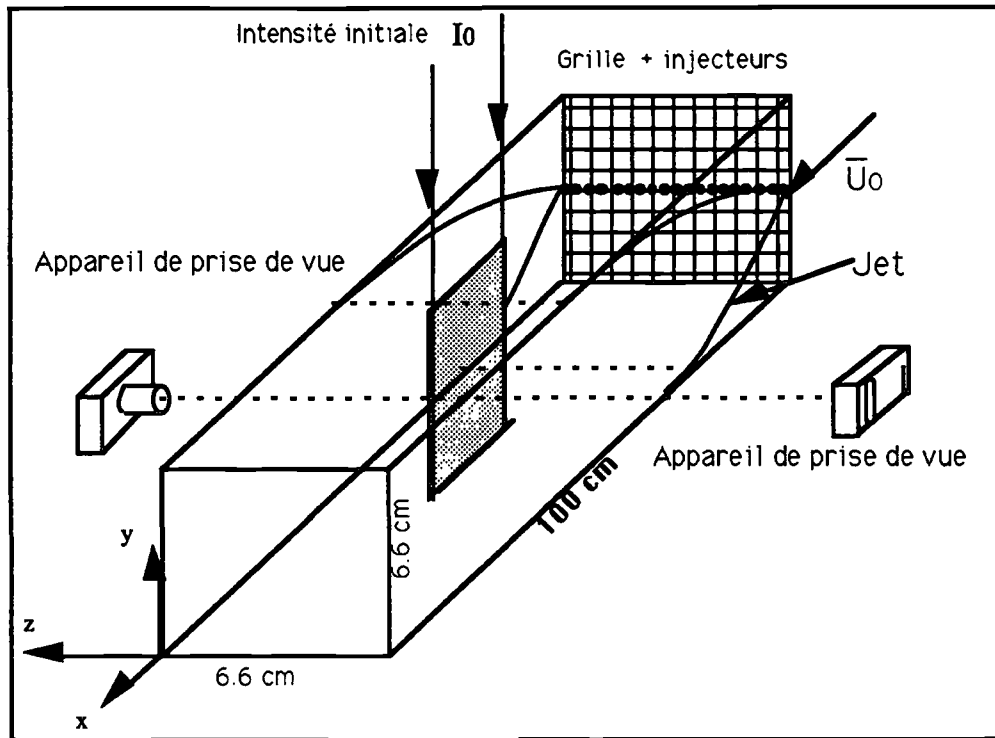


Fig. IV.8 : Montage expérimental

Les expériences ont été réalisées dans un canal à eau de 6.6 x 6.6 centimètres de côtés et 100 centimètres de long. Une grille de maille M égale à 8 mm est placée à l'entrée du canal. Aux noeuds et entre deux noeuds de la ligne centrale de la grille sont montés des injecteurs de 0.7 millimètres de diamètre (intérieur). De l'eau marquée par un mélange de fluorescéine et de particules d'iriodine, le tout étant préalablement homogénéisé, est injectée afin de créer un jet plan (Fig. IV.8.). La vitesse maximale U_{\max} de l'eau dans le canal est d'environ 0.5 m/s. Le pic d'absorption de la fluorescéine est situé au voisinage de λ_i égal à 488 nm (Fig. IV.5., $\lambda_{i\max} = 490$ nm) et réémet à la longueur d'onde $\lambda_f = 514.5$ nm (Fig. IV.5.). La concentration maximale utilisée à la sortie du jet est de l'ordre de $5 \cdot 10^{-5}$ g/l.

Les particules d'iriodine et la fluorescéine n'interagissent pas entre elles. Elles sont donc mélangées ensemble dans un bassin de 100 l, situé à 1.5 m au dessus du canal. Le plan lumineux est réalisé à l'aide d'un laser continu à argon ionisé, dont seule la raie bleue d'une puissance de 1,5 W correspondant à une longueur d'onde $\lambda_i = 488$ nm est utilisée, associé à une lentille cylindrique et une lentille sphérique (Chap I). L'épaisseur du plan est d'environ 1 mm. La photographie IV.2. montre une image instantanée de l'écoulement avec les particules d'iriodine et la fluorescéine.

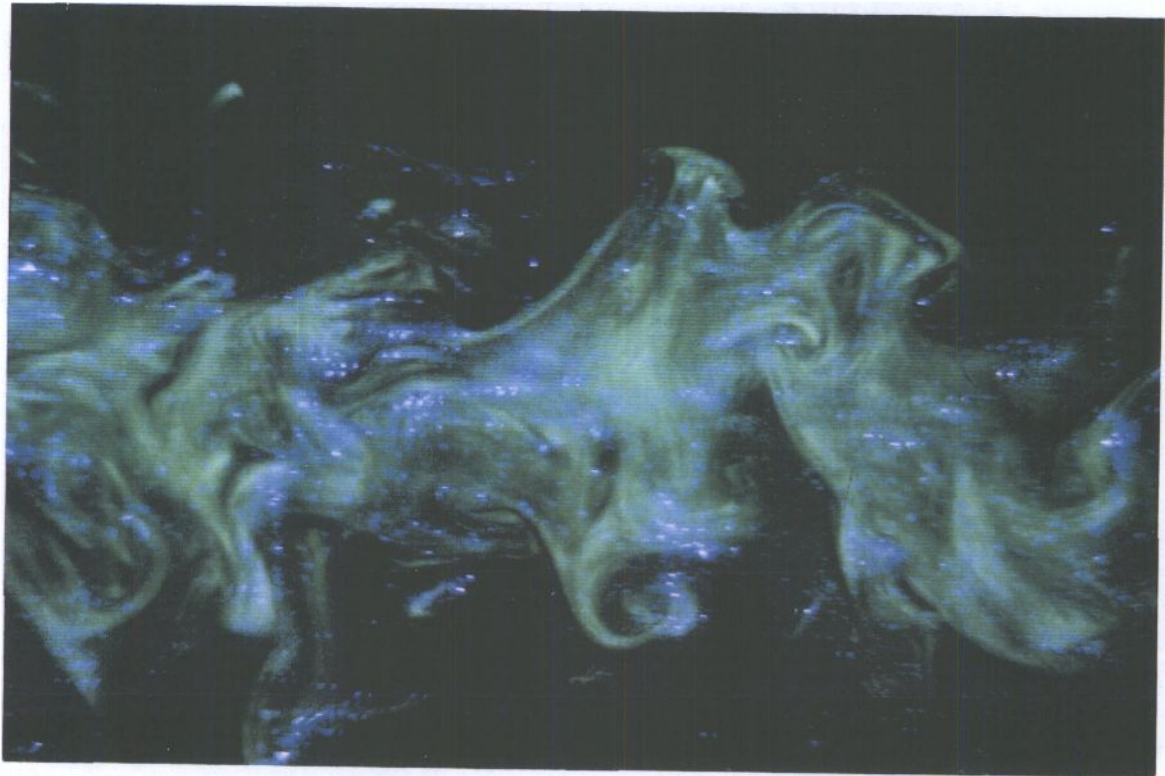


Photo. IV.2 : *Jet en présence de fluorescéine et de particules d'iriodine.*

Un chopper électromécanique est placé en sortie du laser afin d'obtenir un éclairage discontinu de fréquence variable f . L'intervalle de temps entre deux éclairagements est fixé à $1/1000$ s. Cela nous permet d'avoir un bon compromis entre la taille de l'image d'une particule et son déplacement.

Les particules utilisées sont de l'iriodine 110b dont les caractéristiques physiques et dynamiques sont les suivantes :

- . diamètre $d_p = 2. a \leq 15 \mu\text{m}$.
- . masse volumique $\rho_p = 3\text{g/cm}^3$
- . concentration moyenne dans l'écoulement $\langle C \rangle \cong 1,2 \cdot 10^9 \text{ part/m}^3$
- . vitesse limite de chute $V_1 \cong 2,45 \cdot 10^{-4} \text{ m/s}$.
- . temps caractéristique $\alpha' \cong 25 \cdot 10^{-6} \text{ s}$
- . nombre de Reynolds limite $Re_L \cong 1,84 \cdot 10^{-5}$
- . masse volumique apparente $\rho_a \cong 0.053 \text{ kg/m}^3$

- viscosité apparente $\mu_a / \mu_f \cong 1$
- distance moyenne entre les particules $\langle l \rangle \cong 1,72 \cdot 10^{-5} \text{ m}$,
soit $\alpha' = \frac{\langle l \rangle}{a} \cong 133$
- réponse harmonique de la particule (Tableau IV.1.)

On peut donc supposer que les particules suivent correctement l'écoulement jusqu'à environ 5KHz. En effet un écoulement turbulent dans l'eau comporte peu de structures dont la fréquence dans le spectre dépasse les 10 KHz.

Le matériel photographique utilisé pour la prise de vue est le suivant :

Ⓢ pour l'enregistrement des images de particules :

- un appareil photographique Nikon F2 (magasin de 250 vues) couplé à un moteur. L'appareil est muni d'un soufflet macro et d'un objectif de 85 mm. L'objectif est ouvert au diaphragme 2 et le grandissement photographique utilisé est : $g = 50/85 = 0.588$.

- des films Kodak TRIX-400 ISO de résolution environ 80 l/mm.

- un filtre passe-bas Kodak Wratten n° 12 (Fig. IV.9).

- la prise de vue est fixée à 1/250 s, ce qui permet d'obtenir en multi-exposition des multipoints (3 au minimum.) (Photo. IV.3.)

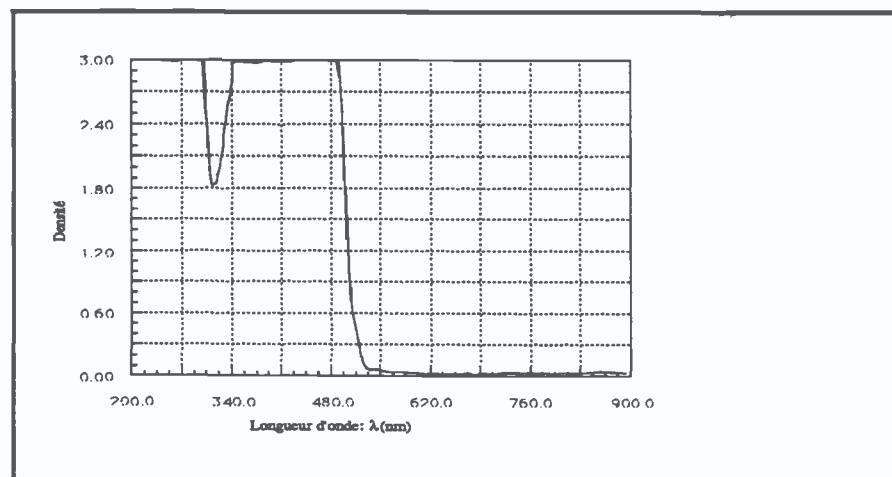


Fig. IV.9. : Absorption du filtre Kodak Wratten n° 12



Photo. IV. 3 : *Image filtrée de particules en multi-exposition.*

© pour l'enregistrement de la concentration :

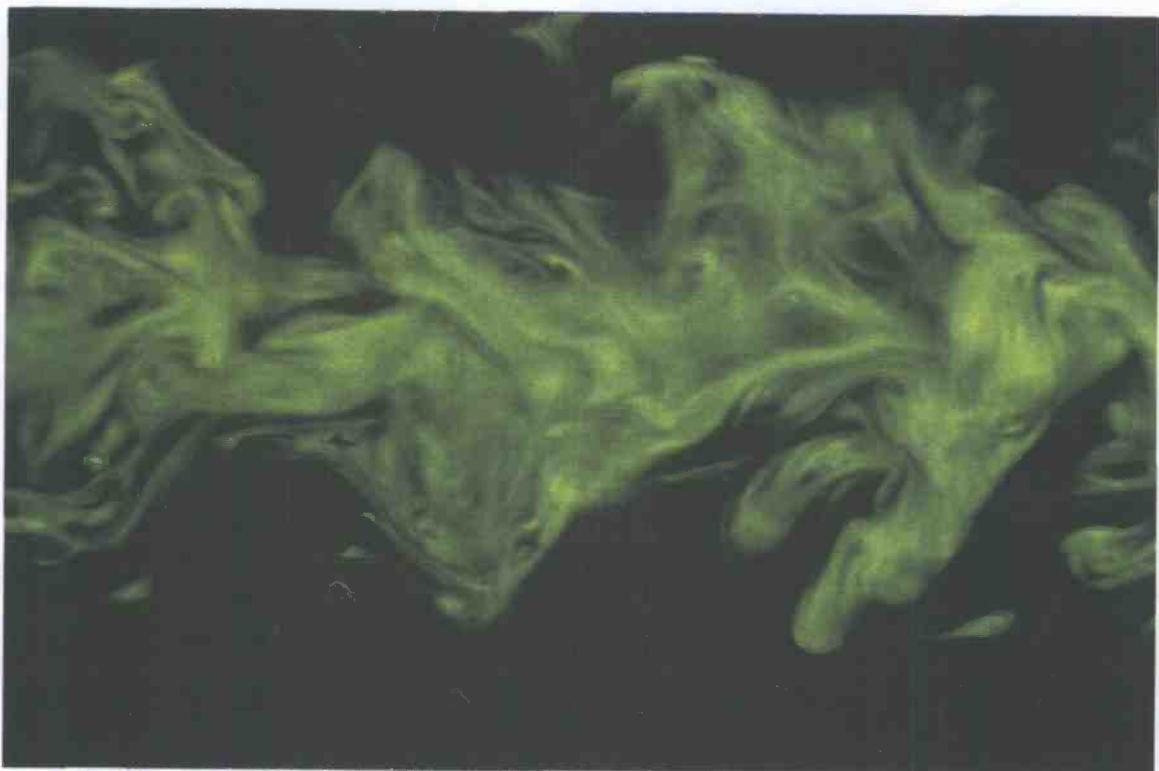


Photo. IV. 4 : *Image filtrée instantanée de la fluorescéine.*

. un Nikon F2 (magasin de 250 vues) couplé à un moteur. L'appareil est muni d'un objectif 135 mm ouvert au diaphragme 2.8.

. des films Kodak TRIX-400 ISO poussés à 1600 ISO et de résolution d'environ 80 l/mm.

. un filtre passe-haut Kodak Wratten n° 32 qui ne laisse passer que la lumière réémise par la fluorescéine(Fig. IV.10).

. la prise de vue est fixée à 1/1000 s . Cela correspond à un seul éclaircissement (Photo. IV.4).

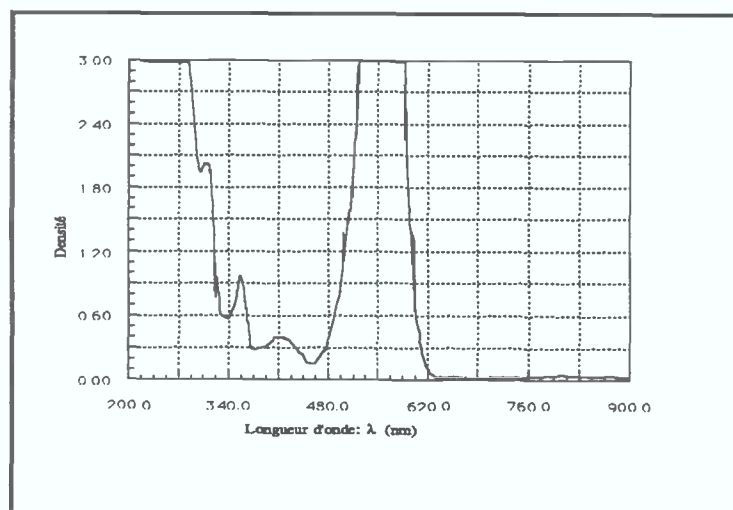


Fig. IV.10 : Absorption du Filtre Kodak Wratten N° 32

Les 2 appareils sont disposés de part et d'autre du canal (Fig. IV.8.). Ils sont synchronisés à l'aide d'un intervallo-mètre. Les deux prises de vue sont donc simultanées tant pour la mesure de concentration que pour la mesure de la vitesse des particules. L'image de concentration correspond en fait à la première exposition sur l'image des particules.

A l'aide d'une grille test disposée dans le canal nous avons vérifié qu'il n'y avait aucune déformation géométrique due aux appareils de prise de vue. Par contre la déformation des visualisations (et par conséquent des positions des particules et des localisations des points de mesure de la concentration) due au changement d'indice est

prise en compte. On corrige cet effet en tenant compte des changements d'échelles déterminés à partir de la prise de vue de la grille test.

Nous vérifions de plus le comportement de la fluorescéine en tenant compte des grandeurs physiques suivantes :

soient y (= 3,3 cm) et L (= 3,3 cm) les distances parcourues par les rayons incidents et réémis, de longueurs d'onde λ_i (= 488 nm) et λ_f (= 514,5 nm) et soit $C = 2 \cdot 10^{-5}$ g/l la concentration maximale à l'intérieur de l'écoulement.

Les coefficients d'absorptions de la lumière incidente et de la lumière fluorescée sont :

$$\varepsilon_i(\lambda_i) = 81 \text{ l/g.cm}$$

$$\varepsilon_f(\lambda_f) = 7 \text{ l/g.cm}$$

on en déduit la valeur des exponentielles relatives à la loi d'intensité enregistrée :

$$\varepsilon_i \cdot y \cdot \overline{C} = 5,346 \cdot 10^{-2}$$

$$\varepsilon_f \cdot L \cdot \overline{C}' = 4,62 \cdot 10^{-3}$$

$$\Rightarrow \begin{aligned} e^{-\varepsilon_i \cdot y \cdot \overline{C}} &= 0,948 \\ e^{-\varepsilon_f \cdot L \cdot \overline{C}'} &= 0,989 \end{aligned}$$

La loi d'intensité lumineuse enregistrée est proportionnelle à la concentration moyenne de la fluorescéine à l'intérieur du volume élémentaire mesuré.

IV.3.b. Caractéristiques expérimentales

IV.3.b.1 Détermination de la concentration

Chaque photographie relative à l'enregistrement de la lumière fluorescée est prise en simple exposition de façon à n'enregistrer qu'un seul éclairage du plan de l'écoulement. Le filtre passe-haut utilisé permet de filtrer la lumière diffusée par les particules d'iriodine ainsi que la lumière parasite due aux réflexions. Les expériences étant réalisées dans le noir, seule la lumière fluorescée impressionne le film (Photo. IV.4.).

Afin de limiter au maximum les aberrations lumineuses de l'objectif

photographique, seule la partie centrale est utilisée. L'image de l'écoulement représente environ un tiers de l'image totale. Aucune correction géométrique n'est à appliquer ce qui a été vérifié à l'aide d'une grille test. Aucun traitement n'est appliqué aux images de concentration pour ne pas fausser la valeur des niveaux de gris. Tous les films, des images tests et des expériences, sont développés dans les mêmes conditions puis numérisés (images de 512x512x8 bits).

Nous déterminons la résolution spatiale δl_c (distance entre deux pixels), en tenant compte du rapport entre le repère physique et son image sur les images de concentration. Elle a pour valeur 0.029 millimètres. La dynamique des mesures de concentration est déterminée en fonction des valeurs maximale et minimale de concentration sur les images tests, soit $C_{\max} \cong 10^{-4}$ g/l et $C_{\min} \cong 5 \cdot 10^{-6}$ g/l, ce qui nous permet de déterminer la dynamique de la concentration ΔC qui a pour valeur $19 \left(\frac{C_{\max} - C_{\min}}{C_{\min}} \right)$.

Si Z représente la valeur du niveau de gris d'un pixel relatif à un point de l'image numérisée (valeur de Z entre 0 et 255), l'erreur produite est environ de 1 niveau de gris. La précision de la mesure ΔZ a donc pour valeur $\frac{1}{(Z_{\max} - Z_{\min})}$, or $(Z_{\max} - Z_{\min})$ vaut 100 niveaux de gris soit pour ΔZ une valeur d'environ 1%.

La mise en correspondance entre le niveau de gris Z des images tests et la valeur de la concentration C correspondante permet d'établir la courbe d'étalonnage $C = f(Z)$. Pour chaque expérience, toutes les images sont étalonnées selon le principe défini au paragraphe IV.2.b. et la courbe présentée Fig. IV.7. . Lors de l'étalonnage chaque niveau de gris $Z(i, j)$ d'un pixel (i, j) de l'image numérisée est remplacé par une valeur de concentration $C(i, j)$ déterminée à partir de la courbe d'étalonnage (Fig. IV.11.). Ainsi, chaque image étalonnée représente le champ bidimensionnel de concentration instantané $C(i, j, t)$ (Photo. IV.5.).

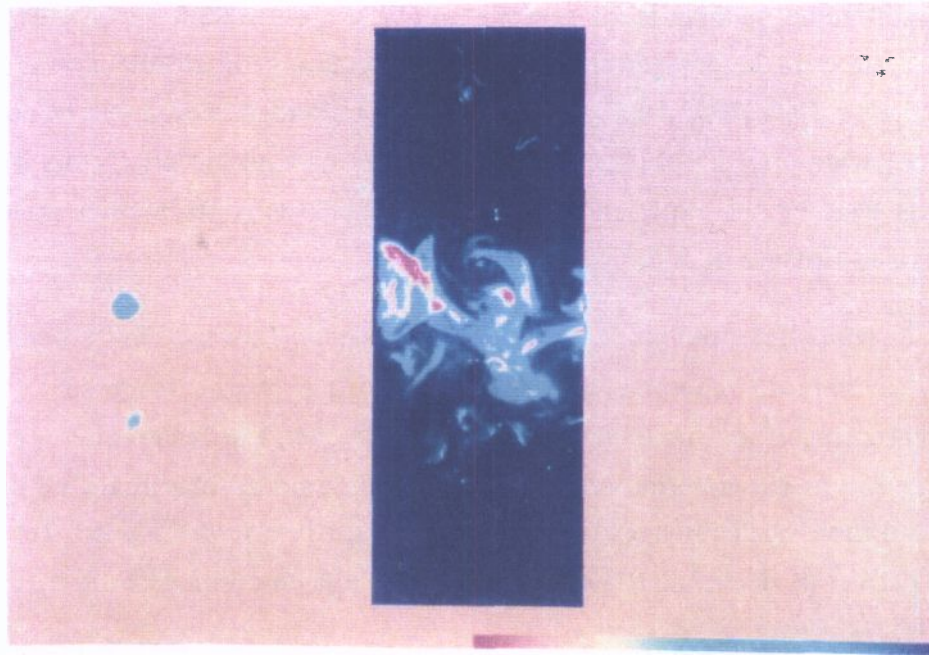


Photo. IV.5 : *Image instantanée de concentration $X/M = 30$*

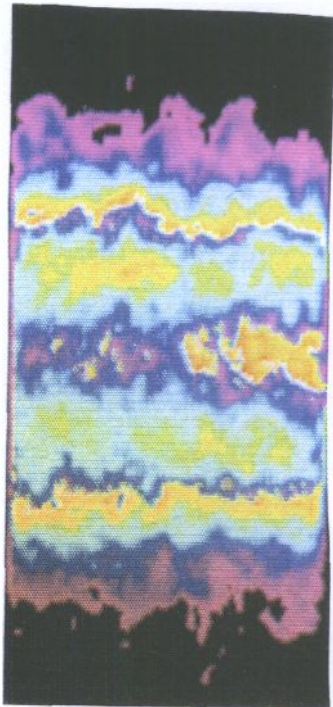


Photo. IV.6 : *Image de l'écart-type de concentration ($x/M = 30$).*

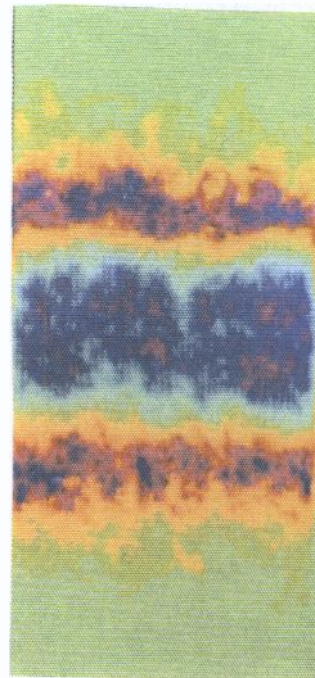


Photo. IV.7 : *Image du coefficient de dissymétrie de la concentration $X/M=30$.*

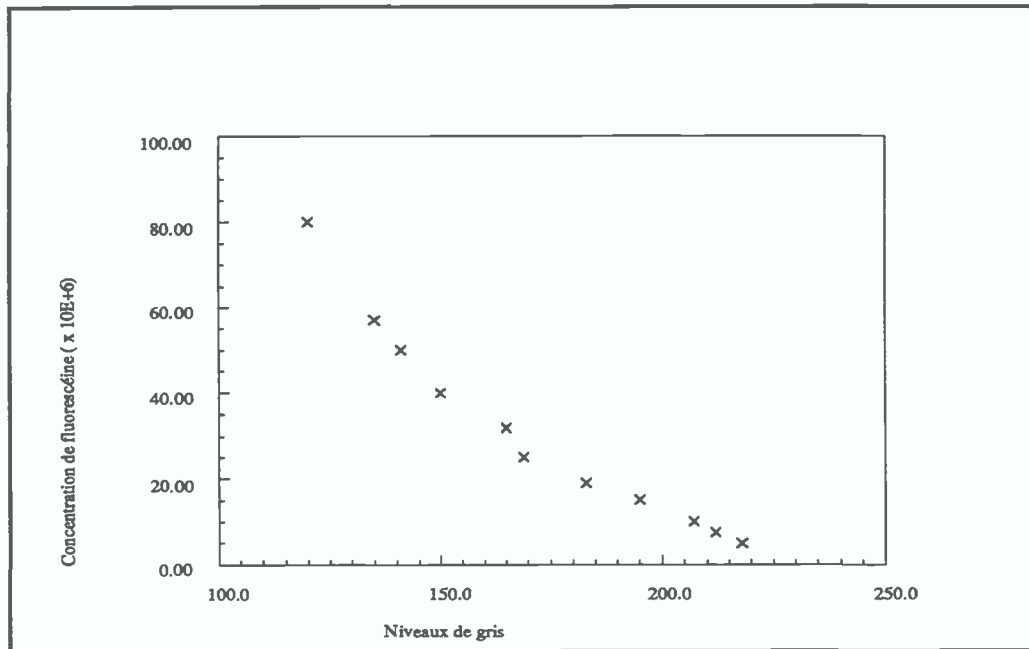


Fig. IV.11 : Courbe d'étalonnage.

La concentration moyenne (obtenue à partir de 200 échantillons au minimum) en chaque pixel (i,j) relatif à un point (x,y) de l'écoulement sera déterminée en sommant les N valeurs obtenues à partir des N images réalisées soit :

$$\langle C(i,j) \rangle = \frac{1}{N} \cdot \sum_{k=0}^{N-1} C_k(i,j,t_k) \quad (\text{Fig. IV.18. et Photo. IV.5.})$$

On retranche cette image moyenne à chaque image instantanée ce qui permet d'obtenir le champ des fluctuations instantanées de la concentration :

$$c_k(i,j,t_k) = C_k(i,j,t_k) - \langle C(i,j) \rangle$$

La mise en correspondance de tous les fichiers de fluctuations de concentration avec ceux relatifs aux fluctuations de vitesse permettra de déterminer les corrélations de concentration-vitesse.

Il est aussi possible de déterminer les caractéristiques statistiques turbulentes relatives à la concentration de l'écoulement :

. La variance : $\langle c^2(i,j) \rangle = \frac{1}{N-1} \cdot \sum_{k=0}^{N-1} c_k^2(i,j,t_k)$

. L'écart-type : $\sigma(i,j) = \sqrt{\langle c_k^2(i,j) \rangle}$ (Fig. IV.19. et Photo. IV.6)

. Le coefficient de dissymétrie : $\langle c^3(i,j) \rangle = \frac{1}{\sigma^3} \cdot \frac{1}{N} \cdot \sum_{k=0}^{N-1} c_k^3(i,j,t_k)$
(Photo. IV.7)

. Les corrélations spatiales :

$$\langle c(i,j) c(i + \Delta i, j + \Delta j) \rangle = \frac{1}{N} \sum_{k=0}^{N-1} c_k(i,j,t_k) c_k(i + \Delta i, j + \Delta j, t_k)$$

(les corrélations spatiales sont déterminées avec 600 images, figure IV.20)

. L'intermittence :

$\gamma_s(i,j)$ représente le nombre de fois où la concentration est supérieure à un seuil S de concentration au point (i,j), divisé par le nombre total d'images (Fig. IV.17)

IV.3.b.2. détermination de la vitesse

Afin de ne pas perturber dynamiquement et optiquement l'écoulement, la concentration moyenne de particules présentes dans le jet est très faible ($\langle C \rangle \cong 1,2 \cdot 10^9$ part/cm³). L'intensité lumineuse diffusée par les particules doit être suffisamment faible pour avoir un effet négligeable sur l'intensité fluorescée. Le coefficient de source diffusante SD étant égal à 0.07, nous sommes donc dans les conditions du P.I.V. . Il serait possible de déterminer les vitesses en isolant chaque image de particule et chaque trajectoire, puisque dans ces conditions nous n'avons presque aucun recouvrement. Nous avons choisi la technique de dépouillement par transformée de Fourier permettant une automatisation complète et l'obtention de résultats de manière plus rapide, ceci au risque d'obtenir quelques zones vides de particules, dû au faible ensemencement et à la forte intermittence de l'écoulement.

Chaque photographie est prise en multi-exposition (3 minimum, 4 maximum), le filtre passe-bas utilisé permet d'augmenter la visibilité des particules sur le film en atténuant seulement la lumière fluorescée (Photo. IV.3).

Le dépouillement des films et l'extraction de l'information peuvent s'effectuer de manière optique, opto-numérique ou numérique, c'est cette dernière méthode que nous avons choisi car plus facile à automatiser.

Remarque : on peut utiliser l'autocorrélation numérique (Fig. IV.12), mais les temps de calcul sont alors plus importants.

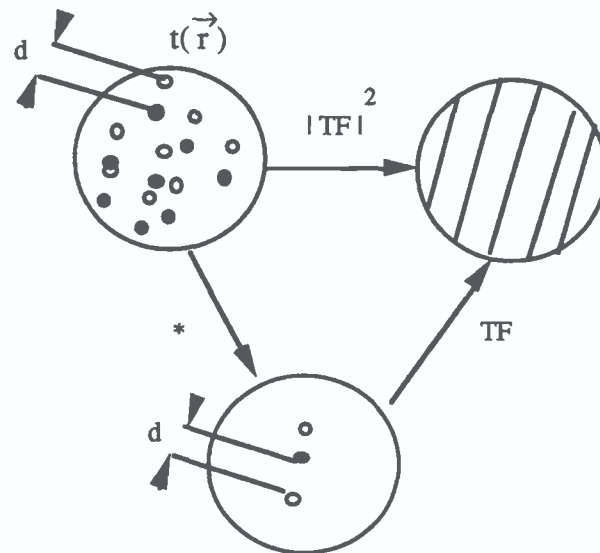


Fig. IV.12 : Détermination de la direction et du module de la vitesse par transformée de Fourier ($|T.F.|^2$) ou autocorrélation (*)

Le dépouillement complet des images peut se décomposer en trois étapes :

- Ⓐ Le traitement des images : contraste, bruit ...
- Ⓑ La transformée de Fourier rapide : transformation de l'image.
- Ⓒ L'analyse : extraction des résultats.

a. Traitement des images

Les films photographiques sont numérisés sur 8 bits par pixel dans un format 512x512 pixel (Chap. II). Plusieurs types de traitements sont nécessaires à cause d'une perte d'information dû à l'échantillonnage réalisé lors de la numérisation, au bruitage introduit tout au long des chaînes expérimentale et numérique.

Le but va être d'obtenir des images avec le minimum de bruit, un fond noir (niveau de gris égal à 0), des images de particules le plus contrastées possible et de niveau de gris maximum. On applique alors successivement 4 types de traitement :

- . inversion des images : de négatives à positives (images de particules noires devenant blanches : niveau de gris 0 à 255.)

- . modification d'histogramme par linéarisation (ou extension

logarithmique) pour améliorer le contraste global de l'image.

. Amélioration des images de particules par convolution et soustraction d'images itérées d'ordre deux.

. Seuillage concluant l'opération précédente par soustraction, de l'image obtenue à l'étape 2, à l'image obtenue à l'étape 3.

inversion de l'effet du négatif : le film numérisé est un négatif. Les images des particules apparaissent donc en noir, le fond apparaît en blanc. On applique à l'histogramme de l'image une simple symétrie par rapport à la valeur centrale de [0,255] : 127. Le niveau 255 devient 0 , 254 devient 1 ... , 0 devient 255; par une relation linéaire ($Z_i = a.x + b$).

Traitement global : on applique une linéarisation entre le niveau minimum de l'image et le niveau maximum. Cela a pour effet d'étendre l'écart entre les niveaux de gris de l'image, donc d'améliorer le contraste des objets.

Traitement local et adaptatif : Afin de rehausser le contraste des images de particules par rapport au fond de l'image, on applique l'opération de convolution itérée exposée au chapitre II. Pour cela on choisit les coefficients de la fenêtre de convolution par rapport à l'image des particules. L'image des particules n'excède pas 5 pixels de diamètre pour une particule de 10 μm . Lors de la numérisation, deux cas extrêmes peuvent se produire :

. le centre de l'image photographique de la particule correspond à un pixel. La numérisation donne ainsi la meilleure image numérique possible de la particule. La symétrie de forme et de niveau de gris est conservée au sens de la trame (une sphère ne pouvant être représentée sans dégradation sur une trame carrée ou hexagonale).

. le centre de l'image photographique de la particule correspond au milieu de la distance entre deux pixels. Le centre de l'image de la particule n'apparaît plus à l'image.

Ces deux cas et tous les cas intermédiaires apparaissent de manière aléatoire sur l'image numérique. On applique alors une fenêtre de convolution dont la forme se rapproche au mieux de celle de l'image idéale d'une particule type. On choisit donc une fenêtre de taille 5x5. Les coefficients sont choisis de manière à ce que, l'opération de convolution étant appliquée au centre de l'image de la particule, le résultat soit une

image de niveau de gris le plus uniforme possible. Pour cela si on représente une image de particule, prise dans des conditions expérimentales idéales, par :

$$\begin{bmatrix} 1 & 2 & 3 & 2 & 1 \\ 2 & 3 & 4 & 3 & 2 \\ 3 & 4 & 5 & 4 & 3 \\ 2 & 3 & 4 & 3 & 2 \\ 1 & 2 & 3 & 2 & 1 \end{bmatrix}$$

Alors la fenêtre complémentaire prise pour opérateur de convolution sera :

$$\begin{bmatrix} 5 & 4 & 3 & 4 & 5 \\ 4 & 3 & 2 & 3 & 4 \\ 3 & 2 & 1 & 2 & 3 \\ 4 & 3 & 2 & 3 & 4 \\ 5 & 4 & 3 & 4 & 5 \end{bmatrix}$$

Ce type d'opération a l'avantage de lisser toute l'image et de rehausser l'image des particules lorsque l'on soustrait l'image convoluée à l'image originale. Lorsque cette opération est réalisée en deux itérations nous obtenons des résultats satisfaisants.

Ce type d'opération dépend de la prise de vue et de la numérisation . D'une part, le grossissement choisi influe sur la taille de la fenêtre de convolution. D'autre part, les conditions d'éclairage au long de la chaîne influe sur les niveaux de gris constituant une image idéale de particules. Suivant les films obtenus le traitement varie et la technique utilisée ici n'est pas générale (Photo.IV.8.a et b).

Seuillage : La dernière opération consiste en la soustraction de l'image résultat de l'étape précédente à l'image obtenue après l'étape de linéarisation (Photo.IV.8.c et d).

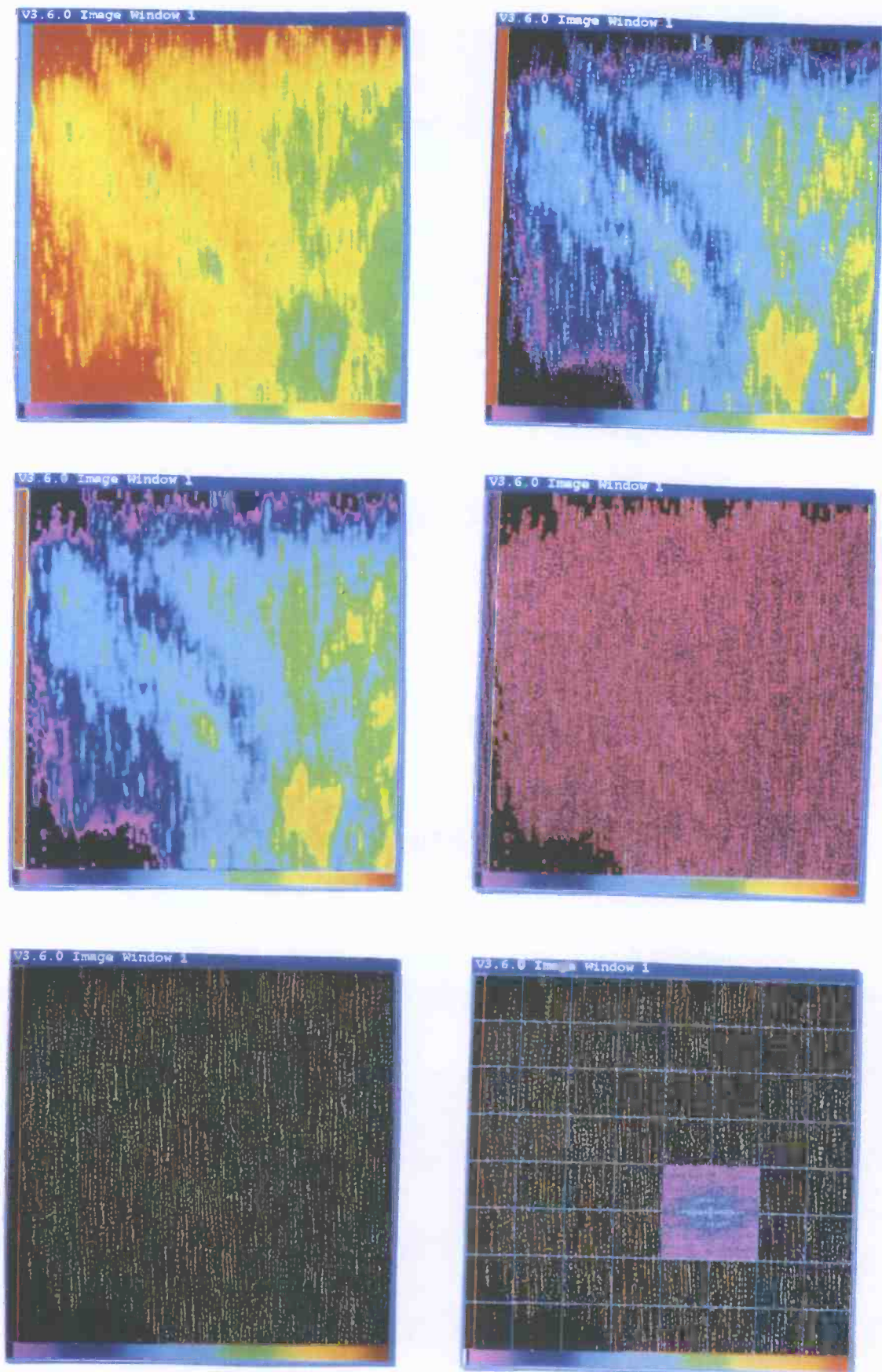


Photo.IV.8 : *a)originale de particules, b) linearisation, c)convolution, d) soustraction (b-c), e) linéarisation., f)T.F.*

b. La transformée de Fourier rapide

L'image numérisée et traitée est divisée en zones adjacentes carrées de largeur N' , ceci en superposant de manière fictive une grille de mailles carrées de côté N' sur l'image. La valeur de N' dépend du grossissement lors de la numérisation et influe sur la précision des résultats. La dimension de ces zones correspond à la résolution spatiale de cette technique de mesure de vitesse. Dans notre cas nous avons une résolution spatiale de $S = 1,88 \times 1,88 \text{ mm}^2$ (la distance entre deux pixels correspond à $58.8 \mu\text{m}$) pour N' égal à 32 pixels.

La transformée de Fourier est effectuée sur des zones contenant environ 4 multipoints et on obtient en général un réseau de 3 franges. Dans le meilleur des cas on a 5 franges. La frange principale est centrée par rapport au centre de la zone et le réseau est symétrique par rapport au centre de la zone. L'orientation des franges est orthogonale à la direction du déplacement des images de particules, elle nous indiquera la direction de la vitesse, l'interfrange nous indiquera le module de la vitesse.

Remarque : A l'image de dimension $N' \times N'$ est ajoutée 3 images de même taille dont tous les pixels ont 0 pour valeur des niveaux de gris (Fig. IV.13.). Cela a pour effet d'améliorer le signal de l'image initiale et pour inconvénient d'augmenter les temps de calculs ($\times O(2) \cdot \text{Log}(2)$).

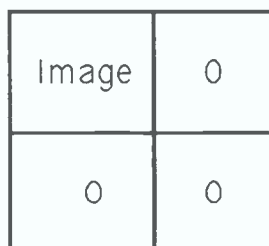


Fig. IV.13 : zéros rajoutés à la zone $N \times N$.

c. L'analyse

Il s'agit de déterminer la direction et le module du vecteur vitesse à partir des franges obtenues précédemment dans une zone de dimension 64×64 .

L'orientation θ_{\max} des franges est déterminée en centrant une fenêtre de dimensions $N \times 6$ (Fig. IV.14.). Une rotation d'angle θ est appliquée à la fenêtre et on somme toutes les valeurs des niveaux de gris de tous les pixels constituant l'intersection de l'image et de la fenêtre. Une somme $S(\theta)$ est ainsi définie pour laquelle on détermine le maximum réalisé par l'angle θ_{\max} . L'orientation des franges est alors $(\theta_{\max} + 90^\circ)$.

La précision d'une telle méthode dépend de la dimension de la fenêtre $N \times N$. L'erreur de détermination de l'angle θ est un problème d'échantillonnage. Elle dépend de la représentation de la rotation de la fenêtre intersectante. La rotation dispose de $4(N-1)$ (somme des points de tous les côtés) degrés de position régulièrement disposés. Donc pour 360° on dispose de $4(N-1)$ positions de rotations soit $(90/(N-1))$. L'orientation des franges est déterminée à plus ou moins $0.5 (90/(N-1))$ degré près soit $[100 \cdot (90/(N-1))]/180$ % d'erreur. Dans notre cas, pour $N = 64$, la précision est de l'ordre de 1% (Photo. IV.9)

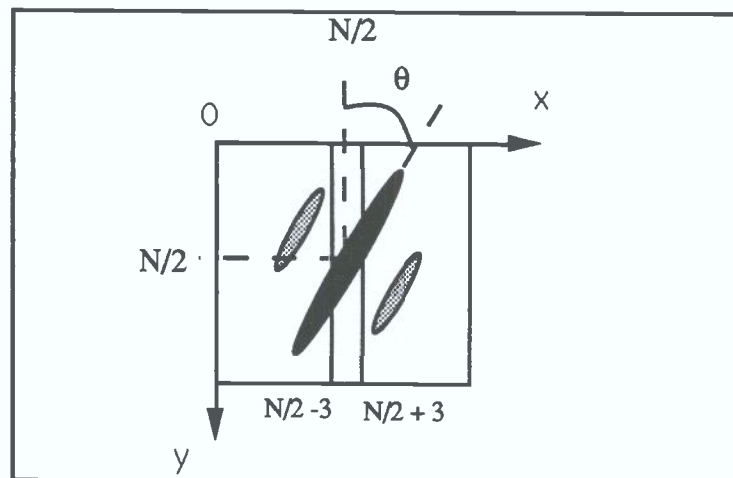


Fig. IV.14 : Détermination de l'orientation des franges.

Un profil centré sur la fenêtre $N \times N$ dans la direction $(90^\circ + \theta_{\max})$ nous permet de déterminer la position des pics secondaires des franges distants de la valeur d . La distance moyenne entre deux particules sur une zone (Ω) est notée $\delta R'$. Cette distance est déterminée simplement par $\delta R' = N/d$ comme nous l'avons vu plus haut (IV.2.a.2). Pour une image de dimension quelconque $N \times N$ la détermination est toujours à plus ou moins un demi intervalle entre deux pixels. Dans le cas d'une fenêtre 64×64 , la valeur de l'interfrange se situe entre 12 $(N/2 - 4)/2$ et 28 $((N - 4)/2)$ pixels, l'erreur est alors comprise entre 1.7% (soit $100 \cdot 0,5 / [(N - 4)/2]$) et 4% (soit $100 \cdot 0,5 / [(N/2 - 4)/2]$).

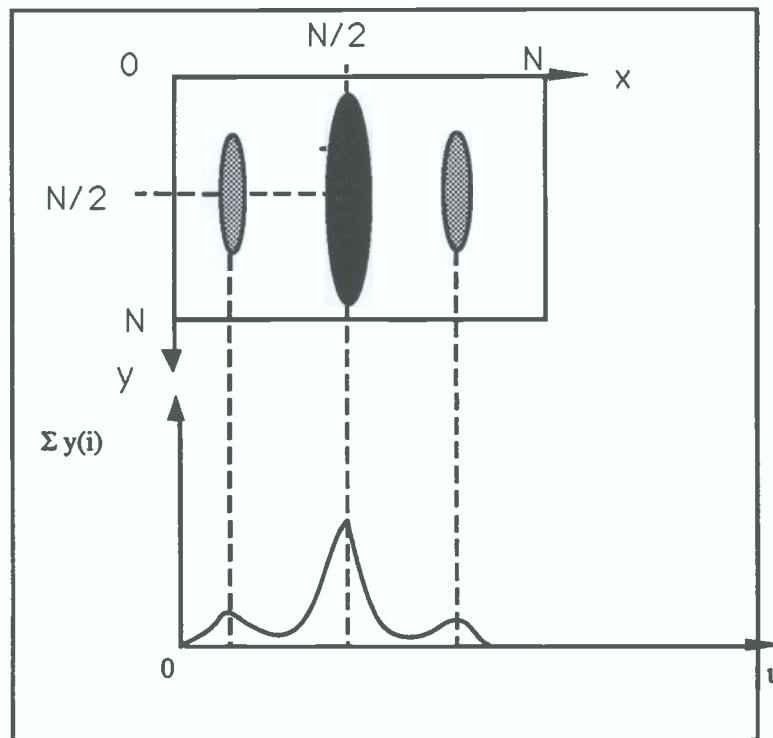


Fig. IV.15 : Détermination de l'interfrange.

Le sens de la vitesse n'est pas déterminé. Pour l'obtenir il suffit, lors de la prise de vue de faire subir aux particules un déplacement (Adrian, 1986), global et fictif, supérieur au déplacement maximum des particules. Dans l'écoulement considéré ici, le sens de la vitesse est toujours le même ce qui nous a dispensé d'effectuer cet artifice expérimental.

La vitesse ainsi déterminée est attribuée au centre de la zone et elle est considérée comme la vitesse instantanée de l'écoulement au point central de la zone. Chaque image fournit ainsi, au centre de toutes les zones, une carte de projection de la vitesse instantanée dans un plan. On connaît les composantes $U(i, j, t)$ et $V(i, j, t)$ selon deux axes orthogonaux (Photo. IV.10)

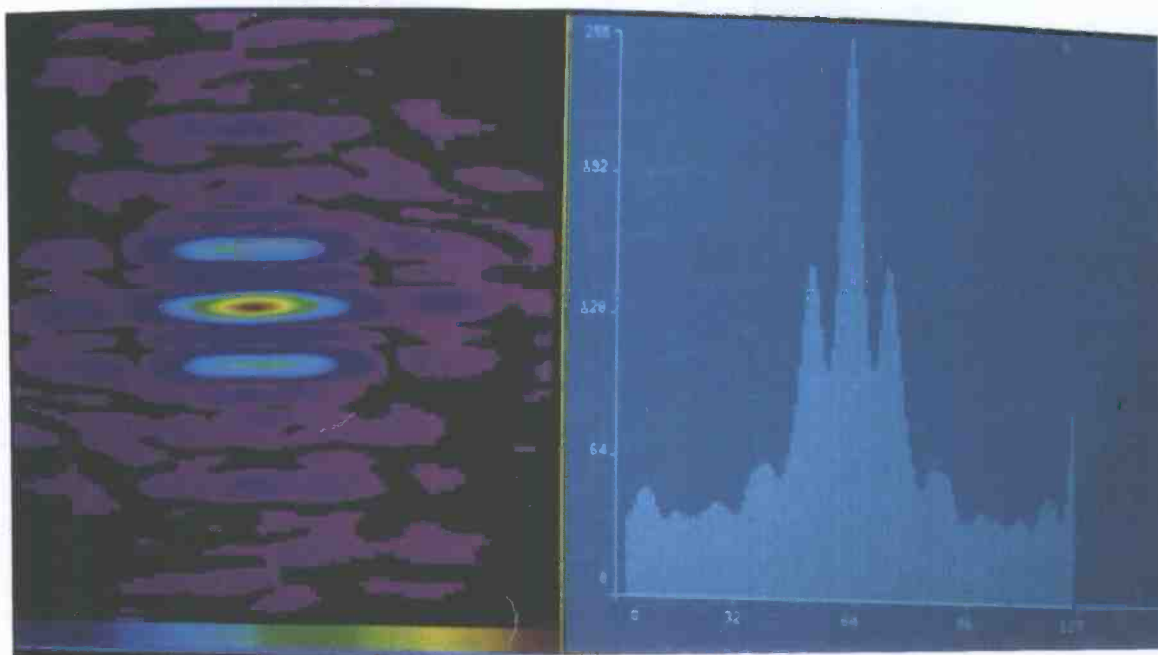


Photo. IV.9 : *Détermination des pics secondaires des franges d'interférences*

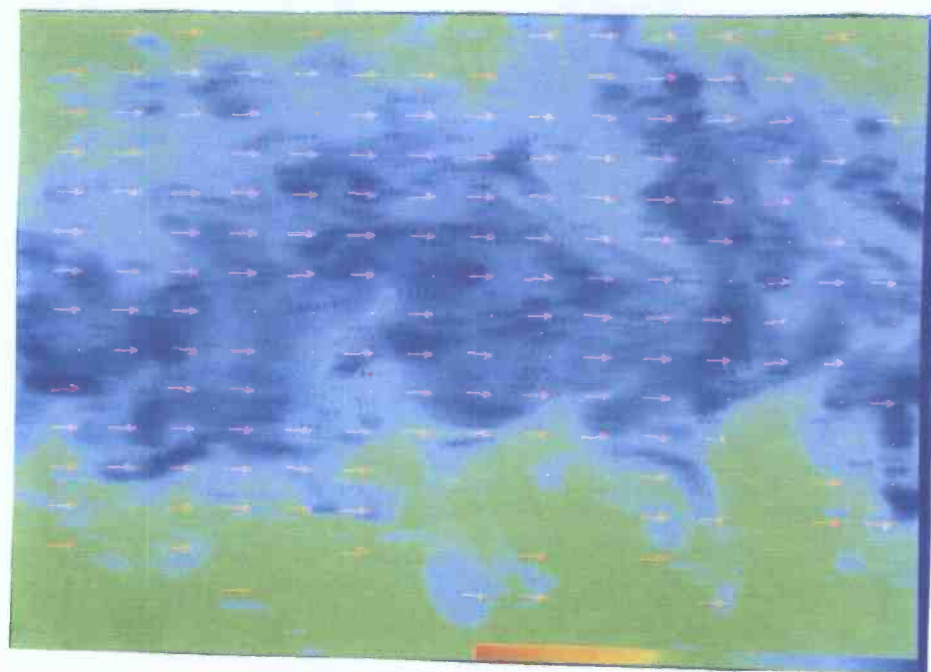


Photo. IV.10 : *Superposition des vecteurs vitesse à une image de l'écoulement instantané.*

Les grandeurs expérimentales et numériques de la méthode sont comme nous l'avons vu ci-dessus fonction des conditions expérimentales et aussi de numérisation choisie. Pour obtenir une meilleure résolution, donc une meilleure précision lors de la détermination des vecteurs vitesse instantanée, on numérise une image photographique des particules en deux zones. On utilise une table à digitaliser munie de vis micrométriques. Cela permet de se caler sur le repère image pour la numérisation de la première zone et de réaliser la numérisation de la seconde zone en effectuant une translation du film de manière très précise. On peut ainsi utiliser une grille de dépouillement de côté $N' = 64$ en gardant l'uniformité du déplacement des particules dans la zone. Les grandeurs expérimentales sont les suivantes :

- . distance entre deux pixels $\delta l_U = 29.4 \mu\text{m}$
- . diamètre d'une particule $d_i = 5$ pixels (soit 4 intervalles entre deux pixels) $\cong 0.12 \text{ mm}$
- . grille carrée, superposée à l'image, de largeur $N' = 64$ pixels (63 intervalles) $\cong 1.88 \text{ mm}$. Cela correspond à la résolution spatiale de la méthode.
- . Dynamique de la vitesse $\Delta U \cong 2$ soit $U_{\text{max}} \cong 3 \cdot U_{\text{min}}$.
- . Précision de l'ordre de 5.5% (précision numérique).
- . Le grandissement physique global est $G = 24,4$. Dans l'écoulement l'erreur relative de la vitesse s'écrit :

$$\Delta R = U \Delta t = G \Delta R'$$

d'où

$$U = G \frac{\Delta R'}{\Delta t} = \frac{G \cdot 32}{\Delta t \cdot d} \Rightarrow \frac{\Delta U}{U} = \frac{\Delta d}{d} \leq \frac{1}{d}$$

soit $\frac{\Delta U}{U} \leq 5.5 \%$.

- . Effet de perspective, $\frac{\Delta'}{\Delta} \cong 2.5 \%$

Possédant le même nombre d'images que pour la concentration, on peut déterminer la vitesse moyenne pour environ 200 échantillons. La moyenne est calculée pour les 2 composantes de la vitesse, soit :

$$\langle U(i,j) \rangle = \frac{1}{N} \sum_{k=0}^{N-1} U_k(i,j,t_k). \quad (\text{Fig. IV.21})$$

$$\langle V(i,j) \rangle = \frac{1}{N-1} \sum_{k=0}^{N-1} V_k(i,j,t_k).$$

En retranchant les moyennes des vitesses instantanées, on obtient autant d'images de fluctuations que d'images instantanées :

$$u_k(i,j,t_k) = U_k(i,j,t_k) - \langle U(i,j) \rangle$$

$$v_k(i,j,t_k) = V_k(i,j,t_k) - \langle V(i,j) \rangle$$

On pourra ainsi déterminer les caractéristiques statistiques du champ de vitesse, notamment la variance et l'écart-type :

$$\text{Variance : } \langle u^2(i,j) \rangle = \frac{1}{N-1} \cdot \sum_{k=0}^{N-1} u_k^2(i,j,t_k) \quad \text{et} \quad \langle v^2(i,j) \rangle = \frac{1}{N-1} \cdot \sum_{k=0}^{N-1} v_k^2(i,j,t_k) \quad (\text{Fig. IV.22})$$

$$\text{L'écart-type : } \sigma_u(i,j) = \sqrt{\langle u^2(i,j) \rangle} \quad \text{et} \quad \sigma_v(i,j) = \sqrt{\langle v^2(i,j) \rangle}.$$

$$\text{Les tensions de Reynolds : } \langle u(i,j) \cdot v(i,j) \rangle = \frac{1}{N} \cdot \sum_{k=0}^{N-1} u_k(i,j,t_k) v_k(i,j,t_k)$$

(Fig. IV.23)

IV.3.b.3 Statistiques

Pour chaque expérience, deux cents images, au minimum, ont été réalisées. Il est ainsi possible de déterminer, entre autre, une estimation non biaisée $\langle U(X,Y) \rangle$ et $\sigma^2(X,Y)$ de la moyenne et de la variance de la distribution de concentration (Manoukian, 1989).

Nous allons maintenant déterminer les erreurs statistiques liées au nombre de réalisations de prise de vues pour un même profil expérimental. Si on considère la distribution $U(X,Y,t)$ gaussienne, les intervalles de confiance qui contiendront la moyenne et la variance pour $100 \cdot (1 - 2 \cdot \alpha) \%$ des valeurs possibles de $\langle U(X,Y) \rangle$ et $\sigma^2(X,Y)$ sont :

$$\left(\langle U(X,Y) \rangle - \frac{t_\alpha \cdot \sigma}{\sqrt{N}}, \langle U(X,Y) \rangle + \frac{t_\alpha \cdot \sigma}{\sqrt{N}} \right) \quad \text{et} \quad \left(\frac{(N-1) \cdot \sigma^2}{\chi_{\alpha}^2}, \frac{(N-1) \cdot \sigma^2}{\chi_{\alpha-1}^2} \right)$$

avec t_α et χ_{α}^2 la loi de Student et la distribution de χ^2 à $(N-1)$ degrés de liberté.

Le choix de α dépend de l'expérimentateur. Pour un intervalle de confiance donné, plus α est petit et plus le nombre d'échantillons N est grand.

Donnons quelques résultats numériques permettant de mieux appréhender

l'importance du nombre d'échantillons nécessaires au calcul des moyennes et variances d'ensemble :

La largeur de l'intervalle de confiance en fonction du nombre d'échantillons N et du pourcentage $100.(1 - 2.\alpha)$ % pour que la valeur moyenne se trouve à l'intérieur de l'intervalle de confiance ci-dessus $\langle U(X,Y) \rangle \pm \frac{t_\alpha}{\sqrt{N}.\sigma^2}$:

%	α	N	t_α/\sqrt{N}
90	0.05	60	0.216
90	0.05	120	0.151
90	0.05	200	0.116
95	0.025	60	0.258
95	0.025	120	0.181
95	0.025	200	0.139
99	0.005	60	0.343
99	0.005	120	0.239
99	0.005	200	0.182

Tableau IV.2 : Erreur produite sur la moyenne pour N échantillons en supposant $U(X,Y,t)$ gaussienne.

Pour la variance si σ^2 est le milieu de l'intervalle de confiance, Il est logique de choisir N tel que la moitié de l'intervalle de confiance soit une fraction β du milieu σ^2 . La valeur minimale de N qui assure que l'intervalle de confiance, pour σ^2 à $100.(1 - 2.\alpha)$ %, possède la précision choisie β est égale à $N = \frac{3}{2} + u_\alpha^2 \left\{ \frac{1}{\beta^2} + \frac{1}{\beta} \cdot \sqrt{\frac{1}{\beta^2} - 1} - \frac{1}{2} \right\}$ où u_α est la *distribution normale* :

%	α	β	N
90	0.05	0.25	86
90	0.05	0.05	2164
95	0.025	0.25	120
95	0.025	0.05	3071
99	0.005	0.25	200
99	0.005	0.05	5300

Tableau IV.3 : Nombre d'échantillons nécessaires pour que σ^2 possède une précision β d'être à $100(1-2\alpha)\%$.

On peut remarquer que pour 200 échantillons, une plus grande précision est obtenue sur la valeur moyenne que sur la variance.

IV.3.c. Détermination des corrélations vitesse-concentration

Nous possédons des fichiers de vitesses et de concentrations instantanées correspondant aux mêmes instants t et aux mêmes points (x,y) de l'écoulement. Leur mise en correspondance permet de déterminer les produits $u_i.c_i$ et $v_i.c_i$ pour chaque couple d'images associées. On peut ainsi déterminer les moyennes d'ensemble, sur $N = 200$ échantillons, des corrélations vitesse-concentration soit :

$$\langle u(i,j).c(i,j) \rangle = \frac{1}{N} \cdot \sum_{k=0}^{N-1} u_k(i,j,t_k).c_k(i,j,t_k)$$

$$\langle v(i,j).c(i,j) \rangle = \frac{1}{N} \cdot \sum_{k=0}^{N-1} v_k(i,j,t_k).c_k(i,j,t_k)$$

(Fig. IV.24)

L'erreur relative de la mesure sur les corrélations sera inférieure à 14 %.

IV.3.d. Equations décrivant l'écoulement

Le fluide est supposé isovolume et l'écoulement permanent. On applique les hypothèses de couche limite aux équations de Navier-Stokes et la décomposition de Reynolds relative aux écoulements turbulents. C'est à dire la décomposition du champ de concentration en un champ moyen et en un champ fluctuant (turbulent).

$$C = \langle C \rangle + c \quad (\text{F IV.45})$$

de même on a :

$$U_i = \langle U_i \rangle + u_i$$

pour le champ de vitesse.

Trois équations régissent ce type d'écoulement :

. Equation de continuité :

$$\frac{\partial \langle U \rangle}{\partial x} + \frac{\partial \langle V \rangle}{\partial y} = 0 \quad (\text{F IV.46})$$

. Equation de quantité de mouvement :

$$\langle U \rangle \frac{\partial \langle U \rangle}{\partial x} + \langle V \rangle \frac{\partial \langle U \rangle}{\partial y} = - \frac{1}{\rho} \frac{\partial \langle P \rangle}{\partial x} - \frac{\partial \langle u v \rangle}{\partial y} \quad (\text{F IV.47})$$

. Equation de masse (pour la fluorescéine) :

$$\langle U \rangle \frac{\partial \langle C \rangle}{\partial x} + \langle V \rangle \frac{\partial \langle C \rangle}{\partial y} = - \frac{\partial \langle c v \rangle}{\partial y} \quad (\text{F IV.48})$$

L'équation (F IV.48) est déduite de l'équation de Fick : $\frac{dC}{dt} = D \cdot \Delta C$; où D est le coefficient de diffusion massique. Elle gouverne les phénomènes liés aux transports de masse. Les termes du second ordre étant négligés, on obtient alors l'équation (F IV.48).

Nous allons valider notre méthode en comparant nos résultats aux mesures obtenues, dans le même écoulement, par les méthodes classiques.

L'établissement des équations de l'écoulement permet de déduire analytiquement quelques résultats (F IV.48.) que l'on peut confronter avec les résultats des mesures. On vérifie par exemple le comportement Gaussien du champ de concentration moyen dans un profil transversal de l'écoulement, soit :

$$\langle C(y,t) \rangle = \langle C_{\max}(t) \rangle \exp\left[-\frac{y^2}{\delta^2_{0.5}} \ln(2)\right] \quad (\text{F IV.48})$$

où $\delta_{0.5}$ représente la valeur de y où $\langle C(y,t) \rangle = (1/2) \langle C_{\max}(t) \rangle$ (Townsend, (1980)). Ceci est démontré pour des profils $(y/\delta_{0.5})$ qui sont très proches ou très lointains de la source d'émission. Mais l'établissement de ces lois de comportement ne sont valables que pour certaines hypothèses portant sur le comportement des champs de concentration ou de vitesse. L'écoulement que nous considérons n'est pas simple ce qui ne nous permet pas d'utiliser ce type de confrontation.

IV.4. Résultats expérimentaux

Nous avons vu quelles sont les caractéristiques expérimentales et quelles sont les caractéristiques de mesures. Pour la concentration le nombre de réalisations correspond au nombre de prise de vues tandis que pour la vitesse il est de l'ordre du tiers du nombre de prise de vues (Fig. IV.16.). Le faible nombre de réalisations pour la vitesse peut s'expliquer par l'intermittence de l'écoulement plus important sur les frontières ainsi que par une répartition très inhomogène des particules. La conjugaison des deux phénomènes entraîne une impossibilité de détermination sur les vitesses par manque de particules dans les zones d'investigation. Le problème inverse se pose au

niveau de l'axe de l'écoulement où la concentration est trop importante, surtout pour $X/M = 30$, les particules étant agglomérées on ne peut déterminer la vitesse.

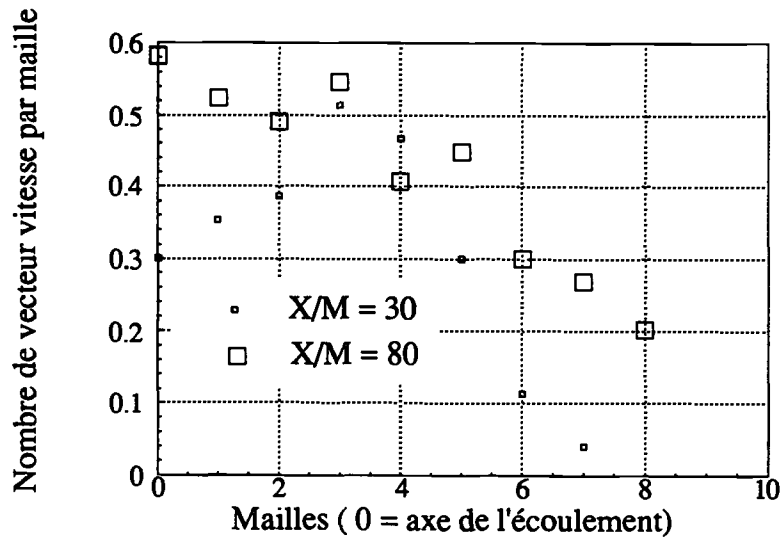


Fig. IV.16 : Nombre de vecteurs vitesse détectés par maille pour 600 images dans les sections $X/M = 30, 80$.

La figure IV.17. représente l'évolution du coefficient d'intermittence $\gamma(i)$ ainsi que la normalisation par son maximum dans les différentes mailles de mesures. La comparaison avec le nombre de vecteurs vitesse en chaque maille montre la corrélation existant entre ces deux caractéristiques.

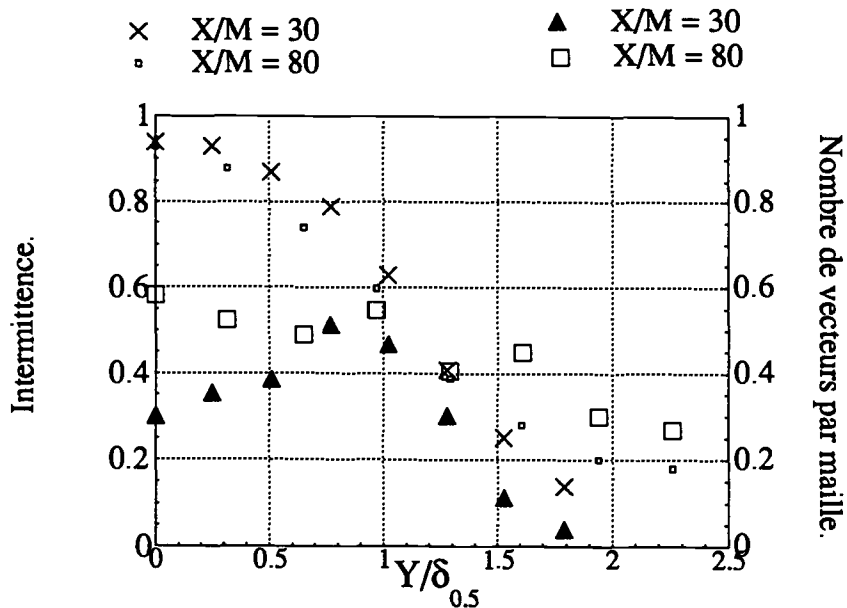


Fig. IV.17.: Comparaison de l'intermittence avec le nombre de vecteurs vitesse détecté pour le profil de les sections $X/M = 30, 80$.

La vitesse moyenne dans le canal est de l'ordre de 0.5 m/s, le nombre de Reynolds construit avec la largeur de la maille de la grille est donc de l'ordre de 4000. Le diamètre des injecteurs étant petit, il a été nécessaire d'injecter le mélange fluorescent à une vitesse supérieure à 0.5 m/s. En effet afin d'obtenir une intensité suffisante dans des sections assez éloignées ($X/M = 80$) le débit initial de fluorescéine doit être suffisamment important.

Les mesures de concentrations sont présentées dans différentes sections transversales adimensionnalisées et se trouvent à des distances des injecteurs égales à $X/M = 30, 50$ et 80 . Les valeurs de la concentration moyenne sont adimensionnalisées par la valeur maximale. Par contre celles de l'écart-type sont adimensionnalisées par l'écart-type sur l'axe. Ces valeurs sont représentées en fonction de l'ordonnée adimensionnelle $y/\delta_{0.5}$.

La figure IV.18 représente l'évolution des concentrations moyennes dans les différentes sections. Les profils se superposent bien. La comparaison de nos résultats avec ceux de Lièvre et Gence dans le cas d'un écoulement homogène et quasi-isotrope, dans les mêmes conditions expérimentales mais avec une vitesse d'injection égale à celle de l'écoulement moyen extérieur, pour la section $X/M = 50$ est satisfaisante. Seule la section $X/M = 50$ est représentée pour des raisons de lisibilité.

Les profils des écarts-type de concentration dans les différentes sections sont représentés sur la figure IV.19.. On peut noter la différence de forme des courbes. Le profil dans la section $X/M = 30$ est caractéristique du profil de l'écart-type d'un jet turbulent. La comparaison avec les résultats obtenus par Shaughnessy (1987) dans la zone établie d'un jet axisymétrique confirme cette affirmation. L'aplatissement de la forme du profil de l'écart-type dans la section $X/M = 80$ est par contre caractéristique d'une turbulence homogène, ce qui est bien vérifié lorsque l'on compare ces résultats avec ceux obtenus par Lièvre et Gence.

Du fait d'une injection avec une vitesse plus importante que celle de l'écoulement du canal, notre écoulement possède initialement les caractéristiques d'un jet évoluant vers une turbulence homogène quasi-isotrope. Nos résultats obtenus dans la section $X/M = 50$ montre que cette section est intermédiaire entre ces deux écoulements. De plus sur la figure IV.18., on peut noter que la concentration moyenne pour la section $X/M = 30$ est plus importante à la frontière de l'écoulement et la forme du profil correspond au profil d'un jet.

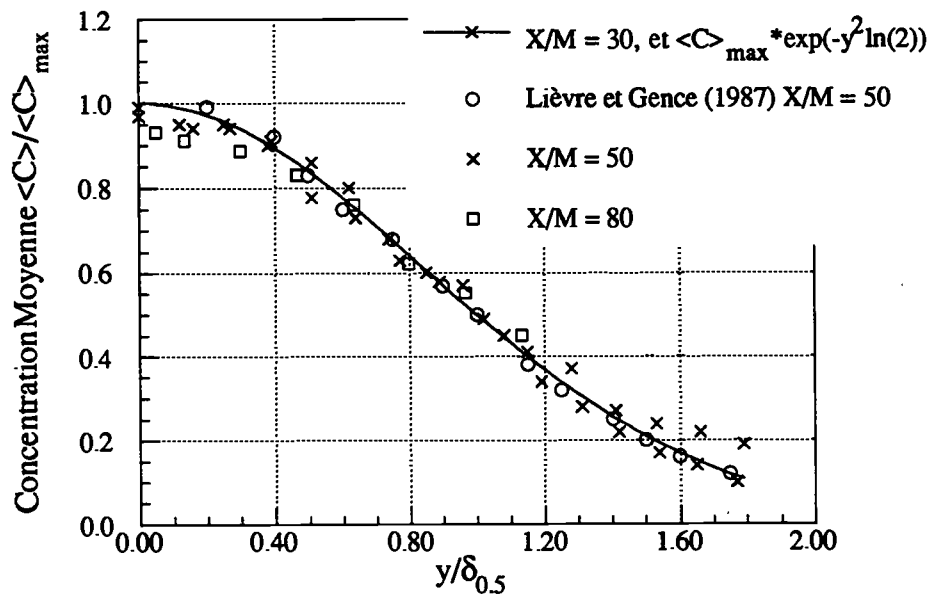


Fig. IV. 18 : Profils transversaux pour la concentration moyenne.

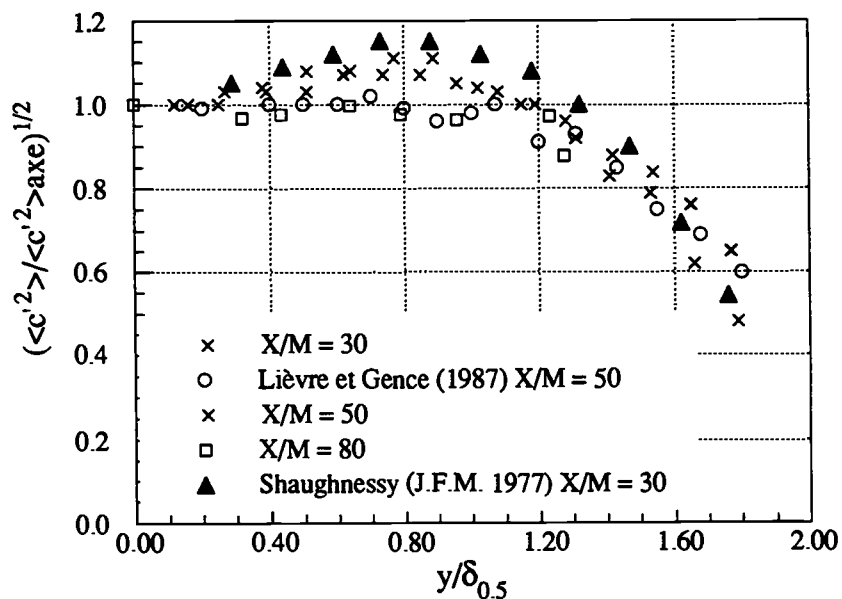


Fig. IV. 19 : Ecart-type de la concentration. Profils transversaux à $X/M = 30, 50, 80$.

La figure IV.20 représente l'évolution du coefficient de corrélation spatial dans les sections $X/M = 30, 50$ et 80 . Ce coefficient est défini par $\langle c'(x, 0) c'(x, y) \rangle / \langle c'(x, 0) \rangle^2$. La courbe représentée en pointillés correspond à une courbe moyenne. On

peut ainsi déterminer l'aire sous cette courbe. La valeur obtenue est de l'ordre de $0.5 \delta_{0.5}$. C'est à dire pour $\delta_{0.5}$ qui est de l'ordre de 1,5 cm on obtient une valeur de 7,5 mm. Cette valeur est du même ordre de grandeur que la valeur de la dimension de la maille de la grille qui est égale à 8 mm. On retrouve bien dans chaque section transversale de l'écoulement homogène quasi-isotrope l'échelle intégrale transversale qui n'évolue que très peu dans cet écoulement confiné.

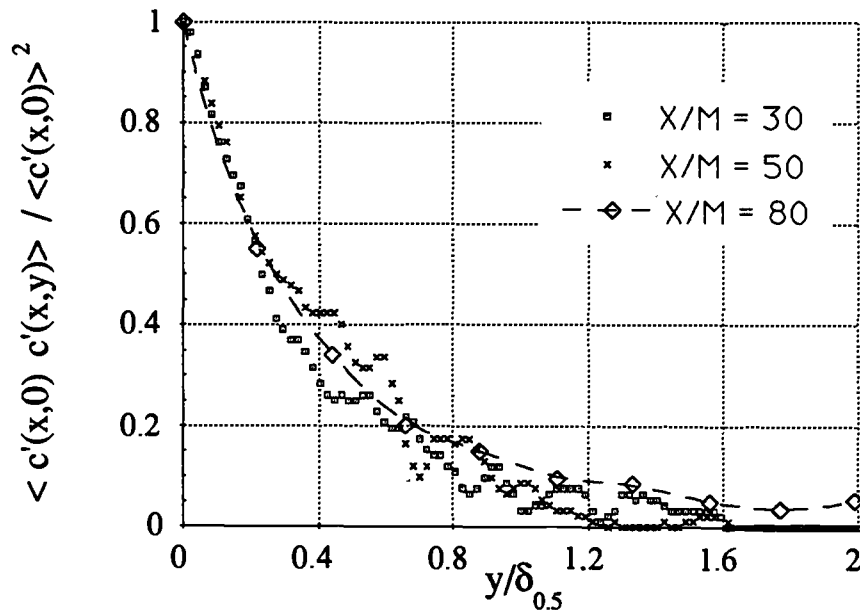


Fig. IV.20 : Corrélation spatiale pour les sections $X/M = 30, 50, 80$.

La figure IV.21 représente le profil transversal de vitesse moyenne adimensionnalisé en fonction de la distance $y/\delta_{0.5}$ pour les sections $X/M = 30$ et 80 . La vitesse moyenne dans la section $X/M = 30$ est constante, le jet évolue à une vitesse moyenne uniforme. Par contre dans la section $X/M = 80$, on note une décroissance près des parois. Cela peut s'expliquer par le fait que dans cette section les couches limites développées par les parois du canal deviennent importantes et influent donc sur le profil.

La variance de la composante longitudinale de la vitesse dans les sections $X/M = 30$ et $X/M = 80$ est représentée sur la figure IV.22. Les résultats expérimentaux obtenus dans la section $X/M = 30$ sont comparés à ceux de Bradbury (1967) dans la zone établie d'un jet plan turbulent. On peut noter une bonne similitude entre ces deux profils. On remarque sur la frontière de l'écoulement une différence de comportement des deux courbes. Alors que le profil obtenu par Bradbury décroît régulièrement jusqu'à une valeur sensiblement nulle, notre profil a tendance à s'aplatir. Cette dernière constatation s'explique par la différence de nature des techniques expérimentales

utilisées. Contrairement à la sonde à fils chauds (ponctuelle et eulérienne) fixe dans l'écoulement, la technique de P.I.V. fondamentalement Lagrangienne ne permet de déterminer les vitesses que pour le fluide initialement marqué, c'est à dire dans notre cas le jet. Ce type de mesure est à comparer avec les mesures conditionnelles effectuées avec un fil chaud. Il semble cohérent que les résultats obtenus à l'aide du P.I.V. soient supérieurs à ceux obtenus par le fil chaud dans les zones à forte intermittence. Dans la section $X/M = 80$ la turbulence est quasi-uniforme et beaucoup plus faible, de l'ordre de 1% au centre du canal. L'effet de la couche limite explique l'augmentation de la variance sur la frontière.

Remarque : on note que l'écoulement est légèrement dissymétrique.

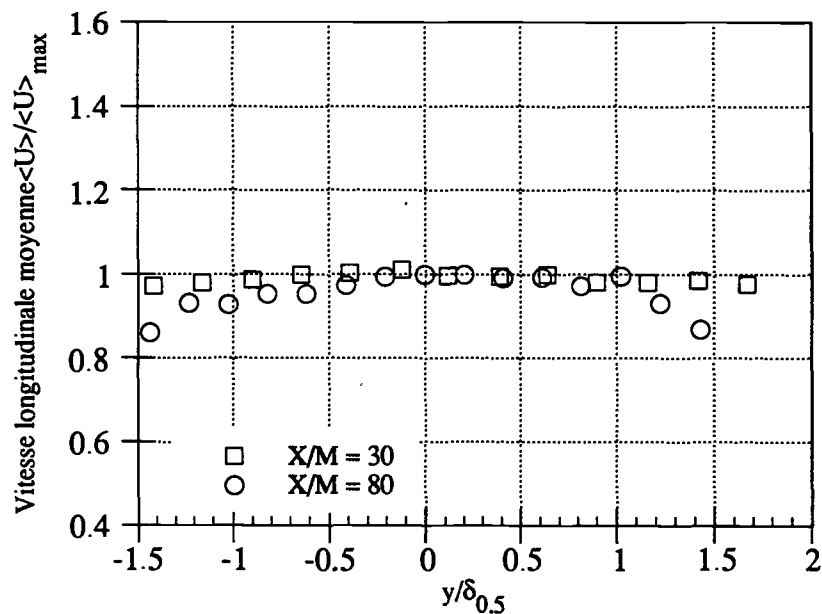


Fig. IV. 21 : Vitesse moyenne dans l'écoulement.

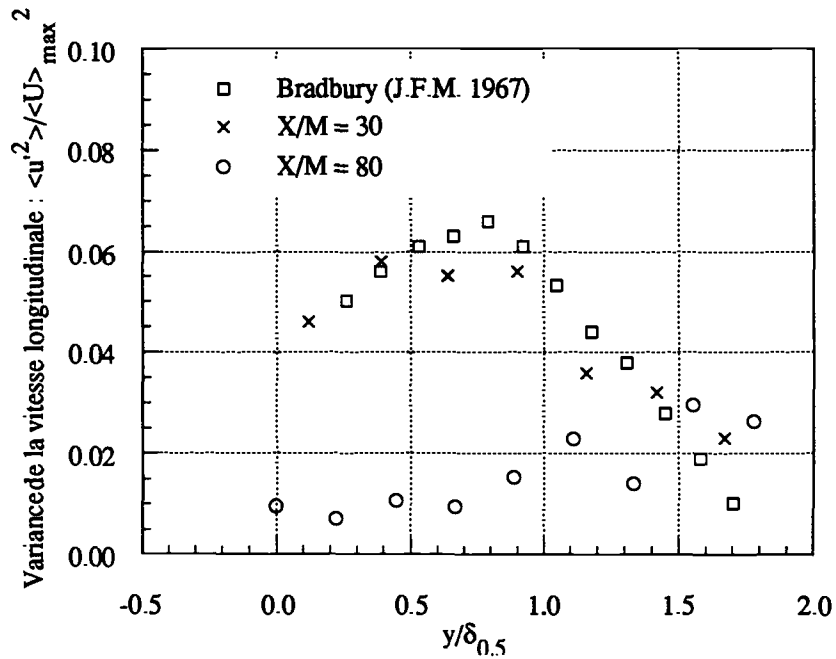


Fig. IV. 22 : Variance de la composante longitudinale de la vitesse.

Sur la figure IV.23 représentant les profils des tensions de Reynolds on constate les mêmes caractéristiques que la variance de la composante longitudinale de la vitesse. Dans la section $X/M = 30$ le maximum de la tension de Reynolds est de l'ordre de 5 % alors qu'elle s'annule dans la section $X/M = 80$ confirmant la nature de l'écoulement.

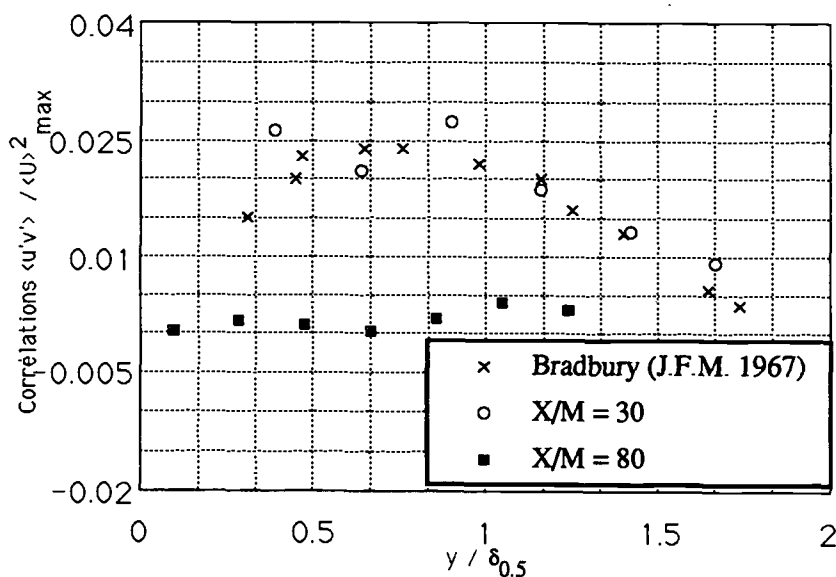


Fig. IV.23 : Corrélations entre les composantes longitudinale et transversale de la vitesse.

Finalement les profils de corrélations vitesse-concentration normalisés par les valeurs maximales de la vitesse moyenne et de la concentration moyenne sont représentés pour les deux sections $X/M = 30$ et $X/M = 80$ sur la figure IV.24. Les résultats correspondent à ce que l'on pouvait espérer obtenir. En effet dans la section $X/M = 30$ correspondant à un jet turbulent si l'on fait l'hypothèse de diffusivité turbulente soit:

$$\langle c' v' \rangle = - D_T \frac{\partial \langle C \rangle}{\partial y}$$

on obtient la même forme de profil. Par contre pour la section $X/M = 80$ le profil obtenu est globalement de la même forme mais de faible amplitude. Comme nous l'avons signalé plus haut on note une certaine dissymétrie de l'écoulement.

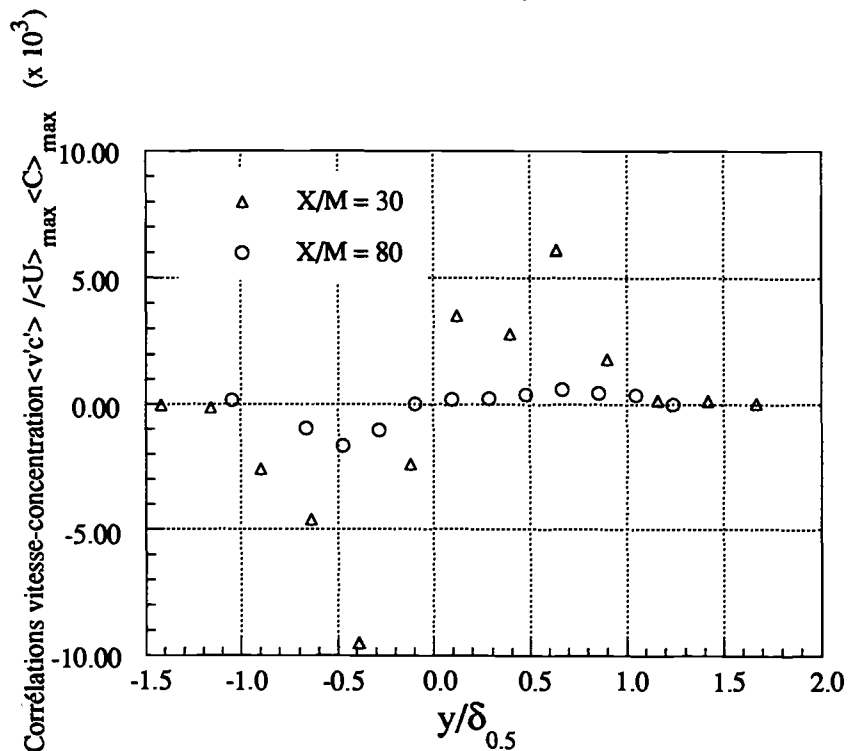


Fig. IV.24 : *Corrélations vitesse transversale-concentration.*

A notre connaissance peu de mesures des corrélations vitesse-concentration ont été effectuées si on excepte des mesures de corrélation vitesse-température (Browne et al., 1984). On notera les résultats obtenus par Gad-el-ack et Morton (1979) dans le cas d'un jet et dont les mesures sont obtenues en couplant l'anémométrie laser Doppler et la mesure de la lumière diffusée par les particules (Diffusion de Mie). Les résultats qu'ils ont obtenus concernant les corrélations vitesse-concentration présentant une grande dispersion sont difficilement exploitables. De même il est difficile de comparer nos résultats avec ceux de Browne et al. (1984) car leurs mesures sont réalisées pour un profil dont la distance à l'origine est adimensionnée par le diamètre

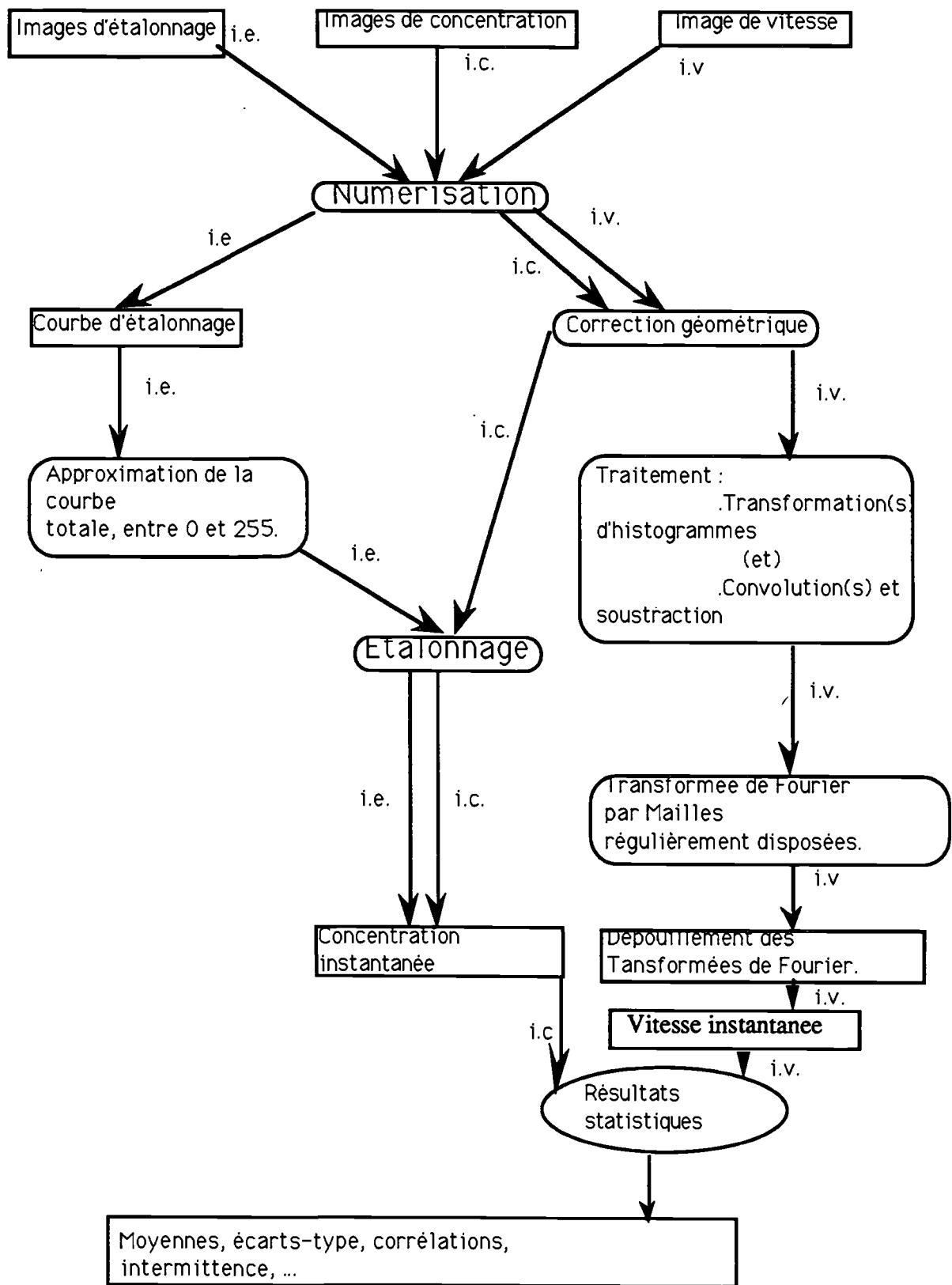
de l'injecteur et les sections présentées sont inférieures à $X/d = 40$. Pour notre écoulement, étant donné le diamètre d de nos injecteurs le profil $X/M = 30$ correspond à $X/d = 342$ ce qui est nettement plus loin par rapport à l'origine de l'injection que les mesures qu'ils présentent.

IV.5. CONCLUSION

Dans ce chapitre nous avons décrit une nouvelle méthode de mesure associant les visualisations et l'analyse d'images et permettant la détermination des corrélations vitesse-concentration. Chaque étape de mise au point est importante. Le traitement et l'analyse d'images sont mis au service de l'expérimentateur qualitativement et quantitativement. L'utilisation automatisée de l'analyse d'images permet d'atténuer le problème important que pose le nombre de clichés à dépouiller. L'importance du nombre d'images qu'il est nécessaire de traiter puis d'analyser rend la méthode assez lourde d'emploi. On peut visualiser sur l'algorithme qui suit le nombre conséquent de manipulations qu'il est nécessaire d'effectuer pour corréler deux images simultanées de vitesse et de concentration. L'expérience est de plus délicate à mettre au point puisque le comportement de deux produits étrangers à l'écoulement doit être contrôlé.

Les résultats qui ont été présentés sont assez significatifs du bon comportement de la méthode. L'analyse séparée des mesures de vitesse et de concentration est conforme à la nature de l'écoulement. Les mesures des corrélations vitesse-concentration sont satisfaisantes.

La mise au point de cette méthode est donc positive et les résultats obtenus sont très encourageants.



Étapes informatiques liées au dépouillement des clichés.

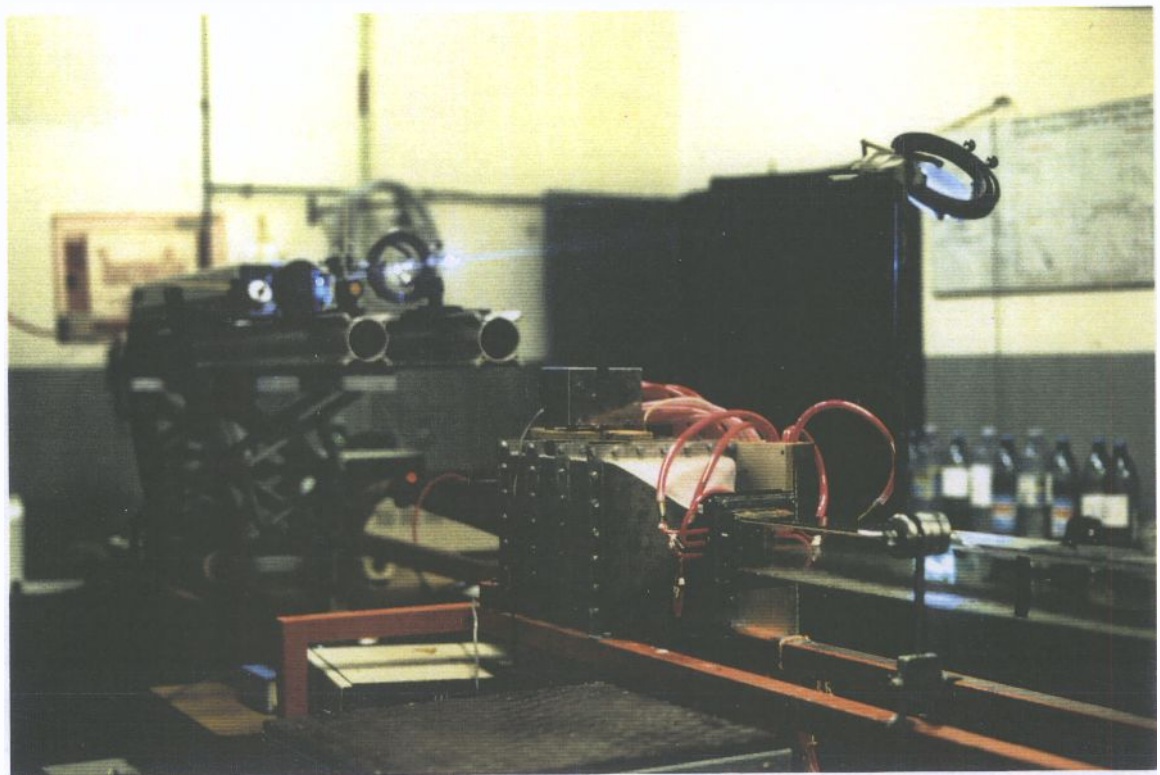


Photo. IV.11 : *Expérience.*

**CONCLUSIONS
ET
PERSPECTIVES**

Ce travail a été essentiellement expérimental et numérique. Une part assez petite est consacrée à l'analyse à la fin des chapitres III et IV. L'originalité des deux méthodes a demandé un travail assez important de développement, de mises au point et de validation. L'objectif fixé au départ est donc atteint dans ce sens.

L'objectif futur est bien sûr de fournir des données expérimentales originales pour améliorer nos connaissances analytiques et théoriques en mécanique des fluides. En ce sens ce travail n'est pas fini et demande des applications concrètes qui je l'espère seront effectuées.

Ce travail nous a permis de fournir une large contribution du traitement et de l'analyse d'images à la mécanique des fluides. Nous avons développé pour ce faire principalement deux outils.

Le premier concerne un algorithme de reconstruction tridimensionnel de formes. La méthode que nous avons développée sert à exploiter des données obtenues par tomographie laser. Par une analyse harmonique de contours plans elle tient compte des difficultés expérimentales rencontrées. Le traitement et l'analyse d'images sont présents à

deux niveaux, le premier est la détection de contours plans à partir des prises de vues et le second l'analyse de ces contours. Deux cas ont servi de test : la dispersion de nuages de gaz denses et l'évolution de structures cohérentes dans une couche limite. Dans le premier cas aucune expérience n'a été faite en vue de la reconstruction tridimensionnelle. Nous avons utilisé des contours obtenus dans un même plan, à différents instants successifs. La reconstitution, à partir de tels contours, nous a permis de vérifier le bon comportement de la méthode par rapport à la complexité morphologique dans le cas de phénomènes de rejets. Par contre le second cas nous a permis de vérifier le comportement de la méthode par rapport à la complexité morphologique dans le cas de structures cohérentes mais aussi par rapport aux problèmes d'échantillonnage, dûs à ce type d'expériences par utilisation de miroirs tournants. L'utilisation courante d'une telle méthode demande, comme toute technique, d'être murie afin d'en affiner les principes. Les résultats actuels sont encourageants et la mise en place d'expériences ayant pour objectif la reconstruction tridimensionnelle nous permettra d'apporter une contribution quant à l'observation des structures dans différents écoulements. La comparaison avec des résultats numériques peut être envisagée.

Le second travail que nous avons fourni est la mise au point d'une méthode de détermination simultanée des champs de vitesse par image de particules et de concentration par fluorescence induite. La contribution du traitement et de l'analyse d'images est ici de permettre une automatisation importante du dépouillement des clichés. L'objectif de mise au point et de validation de la méthode a été respecté. L'expérience qui a servi à valider la technique est concluante quant aux résultats de mesures. Deux points restent donc à mettre en place : la détermination du sens des vecteurs vitesses et l'utilisation dans l'air. Le premier point est un problème de technique expérimentale. Il peut être résolu par utilisation d'un miroir vibrant ou d'une caméra rapide (Chap. I). Le second point est un problème de moyens expérimentaux, c'est à dire la possibilité d'utiliser un laser plus puissant. L'utilisation future de cette méthode dans des écoulements plus complexes tels que les phénomènes de dispersion permettra d'en affiner les différentes étapes et contribuera à déterminer une information rarement mesurée dans de tels écoulements : les corrélations vitesse-concentration.

La contribution de cet outil que représente le traitement et l'analyse d'images est non négligeable dans la recherche du comportement des écoulements fluides. Nous avons essayé tout au long de cette étude d'y apporter notre part.

Avec l'évolution des techniques , rêvons un peu, l'inspection tridimensionnelle des écoulements deviendra courante et ouvrira d'autres voies, et en particulier la possibilité de mettre au point une méthode similaire par le biais de l'holographie.

L'image est un outil, à appliquer et à développer. Elle apporte sa contribution aux analyses et aux synthèses nombreuses qui attendent encore les mécaniciens des fluides.

REFERENCES BIBLIOGRAPHIQUES

Références Bibliographiques :

ADAMCZYK, A.A. et RIMAI, L., "Reconstruction of a 3-dimensional flow field from orthogonal views of seed track video images", *Experiments in fluids* 6, pp.380-386, 1988.

ADRIAN, R.J., "Image shifting technique to resolve directional ambiguity in double-pulsed velocimetry", *Applied Optics*, Vol. 25, p 3855, Nov. 1986.

ADRIAN, R.J., "Double exposure, multiple-field particle image velocimetry for turbulent probability density", *Optics and Lasers in Engineering* 9, pp. 211-228, 1988.

ADRIAN, R.J., "Image shifting technique to resolve directional ambiguity in double-pulsed velocimetry," *Applied Optics*, Vol. 25, p3855, Nov. 1 1986.

ADRIAN, R.J., "Multi-point optical measurements of simultaneous vectors in unsteady flow-A Review," *Int. J.Heat Fluid Flow*, 7, pp 127-145, 1986.

AGUI, J. et JIMENEZ, J., "On the performance of particle tracking," *J.F.M.*, Vol. 185, pp 447-468, 1987.

ARCOUMANIS, C., Mc GUIRK, J.J. et PALMA, J.M.L.M., "On the use of fluorescent dyes for concentration measurements in water flows", *Experiments in Fluids* 10, 1990.

AYRAULT, M. et MEJEAN, P., "Etude comparative en soufflerie de la dispersion d'un rejet instantané de gaz passif et de gaz plus lourd que l'air," *IV^e Colloque national de visualisation et traitement d'images en Mécanique des Fluides*, pp. 55-61, Mai-Juin 1990.

BALINT, J.L., "Application d'une méthode de visualisation laser et de traitement d'images à l'étude de la dispersion dans des écoulements turbulents," *Thèse de 3^o cycle*, 1982, Ecole Centrale de Lyon.

BJAOUI, A., "Image et information," *Masson*, 1981.

BORLETEAU, J.P., "Tree-dimensional motions visualised in a mixing layer between two parallel plane streams," V.K.I.

BORLETEAU, J.P., "Concentration measurements with digital image processing," 10th ICIAS'F Meeting, ST Louis, 1983.

BOISSONAT, J.D., "Shape reconstruction from planar cross-section", Rapport de recherche, INRA 07/86.

BRADBURY, L.J.S., "Turbulent Wake of a Normal Flat Plate", J.F.M., pp 473-497, Oct. 1976

BROWNE, L.W.B., ANTONIA, R.A. et CHAMBERS, A.J., "The interaction region of a turbulent plane jet", J. Fluid Mech., vol 149, pp 355-373, 1984.

BUCH, J.M. et TOKARSKI, J.M.J., "Production of multiple beam fringes from photographic scatters," Optica Acta 15, pp 101-111, 1968.

CASTLEMAN, K.R., "Digital image processing", Prentice Hall Inc., 1977.

CLAY, W.G., HERMAN, J. et SLATTERY, R.E., "Statistical properties of the turbulent wake behind hypervelocity spheres", Phys. of Fluids, Vol. 8 (9), pp. 1792-1801, Oct. 1985.

COOLEY, J.W. et TUCKEY, J.W., "An algorithm for the machine calculation of complex Fourier series", Math. Computation, Vol. 19, pp. 297-301, 1965.

COSTER, M. et CHERMANT, J.L., "Précis d'analyse d'images", Edition du C.N.R.S., 1985.

DAPUR, J.N., SAHOO, D.K. et WONG, A.K.C., "A new method for gray-level Picture thresholding using the Entropy of the histogram", Computer vision, Graphics and Image Processing, Vol. 29, pp. 273-285, 1985.

DERON, R., "Analyse de la turbulence par corrélation spatiale numérique d'images strioscopiques", IV^e Colloque national de visualisation et traitement d'images

en Mécanique des fluides, pp. 165-172, Mai-Juin 1990.

DIMOTAKIS, I., "Particle streak velocity field measurements in a two-dimensional mixing layer", *Phys. of Fluids*, Vol. 24 (6), pp. 995-999, 1981.

DIMOTAKIS, P.E., DEBUSSY, F.D. et KOOCHEFAHANI, M.M., "Particle streak velocity field measurements in a two-dimensional mixing layer," *Phys. of Fluids*, 2, pp 995-999, 1981.

DURST, F., MELING, A. et WHITELOW, J.H., "Principles and Practice of laser-Doppler Anemometry", Academic Press, London, 1976.

EKOULE, A., PEYRIN, F. et ODET, C., "Description d'une procédure de triangulation entièrement automatique, " *Cognitiva* 87, (Mars 87)

FOLEY, J.D., VAN DAM, A., FEINER, S.K. et HUGHES, J.F., "Computer graphics: Principles and Practice", Addison-Wesley, 1990.

FRANCON, M., " Granularité laser : Speckle, application en optique", Masson, 1978

FUCHS, H., KEDEM, Z.M. et USELTON, S.P., " Optimal surface reconstruction from planar contours", *Graphics and image processing* 693_70, Vol 20, N°1, oct.1977.

GAD-EL-HAK, M. et MORTON, J.B., "Experiments on the diffusion of smoke in isotropic turbulent flow", *AIAA Journal*, Vol. 17, N° 6, Article n° 78-1163, pp. 558-562, Dec. 1978.

GARDIN, P., "Approche du problème de ventilation générale par simulation hydraulique", Thèse de Docteur de L'I.N.P.L., Institut National Polytechnique de Lorraine, Juin 1986.

GAUTHIER, V. et RIETHMULLER, M.L., "Application of P.I.D.V. to complex flows : Velocity field measurements in the front of a heavy gas cloud," Technical note 166, V.K.I., Mars 1988.

GEILER, C., SCHON, J.P., STANILAS, M. et ROYER, H., "Dépouillement automatique d'hogrammes de micro-particules, application à la granulométrie et à la vélocimétrie", Colloque national de visualisation et traitement d'images en Mécanique des fluides, pp. 107-117, Lille, Juin 1990.

GIARDINA, C.R. et KHUL, F.P., "Elliptic Fourier features of a closed contour", Computer graphics and image processing, Vol 18, pp. 236-258, 1983.

GONZALES, C. et WINTZ, P., " Digital image processing", Addison-Wesley Publishing Company, 1977.

GRAHAM, R.L. "An efficient algorithm for determining the convex hull of a finite planar set", Information processing letters 1, pp 132-133, 1972.

GUILBAULT, G., "Practical fluorescence: theory, methods and techniques", Marcel Dekker Inc., New-york, 1973.

HANSON, R.K. et SEITZMAN, J.M., "Planar fluorescence imaging in gases," Ch. 15, pp 219-232, Handbook of Flow Visualization, Yang 1989.

HESSELINK, L., "Digital Image Processing in flow visualization, " Ann. Rev. Fluid Mech., 1988, 20, PP. 421-85.

HILLER, B. et HANSON, R.K., "Laser induced fluorescence experiments in gas flows," Exp. in Fluids, 10, pp 1-11, 1990.

HORN, B.K.P., "Understanding image intensities," Artificial Intelligence, 8, pp 201-231, 1977.

HUNTLEY, J.M., "Speckle photography fringe analysis by the Walsh transform," Applied Optics, Vol. 25, N°3, 1 Feb. 1986.

IMAICHI, K. et OHMI, K., "Numerical processing of flow visualisation pictures : measurements of two-dimensional vortex flow," J.F.M., 129, pp 283-311,

1983.

JIAN, L. et SCHIMTT, F., "Water current determination by picture processing," Proc. ICASSP 82, Paris, pp 830-833, IEEE, 1982.

JIMENEZ, J., COGOLLOS, M. et BERNAL, L.P., "A perspective view of the plane mixing layer", J.F.M., 1985, vol 152, pp. 125-143.

KAK, A.C. et ROSENFELD, A ., "Digital picture processing", 2° éd., T1&2, Academic Press, 1982.

KASAGI, N. et NISHINO, K.,"Probing turbulence with three-dimensional tracking velocimetry", Engineering Turbulence Modelling and Experiments, pp. 299-314, Elsevier Science Publishing Co., 1990.

KEPPEL, E., "Approximating complex surfaces by triangulations of contour lines", IBM journal of research and developpment, Vol 19, 1975.

KITTLER, J. et ILLINGWORTH, J., "Minimum error thresholding", Pattern recognition, Vol. 19 (1), pp. 44-47, 1986.

KOHLER, R., "A segmentation system based on thresholding", Computer vision, Graphics and Image Processing 15, pp 319-338, 1981.

KUNT, M., "Traitement numérique des signaux", DUNOD 1981.

LABOURE, M.J., ZBOUDJ, R., JOURLIN, M., KAABI, L., PINOLI,J.C., RAMON, S., "Automated image thresholding and applications", U.F.R. Saint-Etienne, 1986.

LADAHRI, F., GAGNARD, M. et MOREL, R., "Visualisation des structures turbulentes dans une couche limite ", Congrès A.U.M., Paris 1991.

LANDRETH, C.C., "Measurements of 2-D complex flows using pulsed laser velocimetry with directional resolution," M.S. Thesis, Department of theoretical and applied Mechanics, U. Illinois at Urbana-Champaign, 1986.

LANDRETH, C.C., ADRIAN, R.J. et YAO, C.S., "Double pulsed particle image velocimeter with directional resolution for complex flow," *Exp. in Fluids*, 6, pp 119-128, 1988.

LAUG, M., "Traitement optique du signal et des images", *Sup.Aero.*, Cepadues Editions, 1980.

LESIEUR, M. et METAIS, O., "Turbulence and coherent structures", Kluwer Academic Publishers, 1989.

LIEPMANN, A.N. et ROSHKO, A., "Elements of gasdynamics", J. Wiley 1957.

LIEVRE, J. et GENGE, J.N., "On an attempt to measure the decay of concentration fluctuation in quasi-isotropic grid turbulence by use of the fluorescence of the solution", France-USA workshop, Rouen, 1987.

LIU, J.B., PAN, Q., LIU, C.S. et SHI, F.R., "Principles of flow field diagnostics by laser induced biacetyl phosphorescence," *Exp. in Fluids*, 8, Vol. 6, pp 505-513, 1988.

LIU, J.B., LIU, C.S. et SHI, F.R., "Simultaneous measurements of temperature, density and velocity in gas flows by modulated photoluminescence," *Exp. in Fluids*, 8, pp 199-208, 1989.

LOURENCO, L., "Particle image velocimetry: outline", Lecture notes in Engineering 45, pp. 127-200, M. GAD-EL-HAK (Editor), 1989.

LOURENCO, L., "it's possible to obtain a gas concentration field using digital processing of images acquired by means of a laser sheet techniques," Thèse Annexe, Université Libre de Bruxelles, 1982.

LOURENCO, L. et KROTHAPALLI, A., "The role of photographic parameters in laser speckle or particle image displacement velocimetry," *Exp. in Fluids*, 5, pp 29-32, 1987.

LOURENCO, L. et KROTHAPALLI, A., BUCHLIN, J.M. et RIETHMULLER, M.L., "Non intrusive experimental technique for the measurement of unsteady velocity fields," A.I.A.A. J 24, pp 1715-1717, 1986.

LOWITZ, G.E., "Principes de traitement digital des images numérisées: Applications", Cours de D.E.A. d'informatique, Université de Saint-Etienne, 1986.

MANOUKIAN, E.B., "Guide de statistique appliquée", Herman 1986.

MARION, A., "Intoduction aux techniques de traitement d'images", Eyrolles 1987.

MATHERON, G., "Random sets and integral geometry", Wiley ed., New-York, 1975.

MAXLEY, M.R. et RILEY, J.J., "Equations of motion for a small rigid sphere in a nonuniform flow", Phys. Fluids 26 (4), April 1983.

MERZKIRCH, W., "Flow visualization", Academic Press, 1974.

MEYNART, R., "Mesure de champs de vitesse d'écoulements fluides par analyse de suites d'images obtenues par diffusion d'un feuillet lumineux", Thèse de Docteur en Sciences Appliquées, Université Libre de Bruxelles, Octobre 1983.

MEYNART, R., "Speckle velocimetry study of vortex pairing in a low-Re unexcited jet," Phys. of Fluids 26, pp 2074-2079, 1983.

MEYNART, R. et LOURENCO, L.M., "Laser speckle velocimetry in fluids dynamics applications. In : flow visualization and digital image processing," Lectures series 1984-03, V.K.I.

MITCHELL, O.R. et GROGAN, T.A., "Global and partial shapes discrimination for computer vision, " Optical engineering, Vol. 23, sept-oct., N°5, pp. 484-491.

PAONE, N. , RIETHMULLER, M.L. et VAN DEN BRAEMBUSSCHE, R.A., "Experimental investigation of the flow in the vaneless

diffuser of a centrifugal pump by particle image displacement velocimetry", Experiments in fluids, n° 7, pp 371-378, 1989.

PERSOON, E. et FU, K.S., "Shape discrimination using Fourier Descriptors", IEEE trans. on pattern analysis and machine intelligence, Vol Pami 8, N°3, May 86.

PERSOON, E. et FU, K.S., "Sequential decision procedures with specified error probabilities and their applications, " Tech.rep. TREE, pp. 74-30, school of Electrical Engineering, Purdue University West Lafayette, In, 1974.

PHILBRICK, O., "Shape description with the medial axis Transformation," Pictorial Pattern Recognition, G.C. CHENG ed., Thompson, 1968.

PRANDTL, L. et TIETJENS, O., "Applied hydro. and aerodynamics," Dover, 1934.

PRICE, W.L., "Graphs and networks, an introduction, " Butterworth and co., 1971.

RAJARATNAM, M., "Turbulent Jets", Vol. 5, Developments in Water Science, Publisching Co., Amsterdam, 1976.

REEKS, M.W. et Mc KEE, S., "The dispersive effects of Basset history forces on particle motion in a turbulent flow", Phys. Fluids 27 (7), July 1984.

ROSENFELD, A. et KAK, A.C., "Digital pictures processing", Academic Press, New-York, 1976.

ROYER, H., "Holographie de particules micrométriques pour la vélocimétrie dans des écoulements gazeux", Colloque national de visualisation et traitement d'images en Mécanique des fluides, pp. 31-36, Lille, Juin 1990.

RUBIO, M. et MOREAU, J.M., "Paramètres de forme", Rapport de stage de D.E.A, Juin 1986.

SCHETZ, J.A., "Injection and mixing in turbulent flow", Vol. 68, Progress in

Astronautics and Aeronautics, Martin Summerfield Editor, 1980.

SERRAT, J., "Image analysis and mathematical morphology", Academic Press, 1982.

SHAUGNESSY, E.J. et MORTON, J.B. "Laser light-scattering measurements of particles concentration in a turbulent jet", J.F.M., Vol. 80 (1), pp. 129-148, 1987.

SHEU, Y-H.E., CHANG, T.P.K., TATTERSON, G.B. et DICKEY, D.S., "A three-dimensional measurement technique for turbulent flows", Chem. ENG. Commu., Vol 17, pp. 67-83, 1982.

SIMOENS, S. et AYRAULT, M., "Determination of the Velocity-Concentration Correlations by Digital Image Processing," ERCOFTAC, International Workshop on Chemical Reactions in Turbulent Liquids, April 15-16, 1991 (Publication Cambridge University Press).

SIMOENS, S. et AYRAULT, M., "Determination of Velocity-Concentration Correlations by Particle Image Velocimetry and Laser Induced fluorescence Imaging," Congrès Euromech 279, DELFT, 2-5 Juillet 1991.

SIMPKINS, P.G. et DUDDERAR, T.D., "Lasers speckle measurement of transient Bénard convection," J.F.M., 89, pp 665-671, 1978.

SINHA, S.K., "Improving the accuracy and resolution of particle image or laser speckle velocimetry", Exp. in Fluids 6, pp. 67-68, 1988.

STILP, A., " Der freiflugkanal der Ernst-Mach-Instituts" , Z. Flugwiss 16, pp 12-16, 1968.

TAYLOR, L.S., "Analysis of turbulence by shadowgraph", A.I.A.A. J. 8, pp. 1284-1287, 1970.

TENNEKES, H. et LUMLEY, J.L., "A first course in turbulence", MIT

Press, Cambridge, Mass., 1972.

TESAMI, F.E. et VICKER Jr., J.J., Note : "Automatic inspection of machine ... cross-sections using Fourier Descriptors." *Computer vision, graphics and image processing*, Vol 29, pp216-246, 1985.

TOWNSEND, A.A., "Structure of turbulent shear flow," 2° Ed., Cambridge University Press., 1980.

TRIVEDI, H.P., "A computational theory of stereo vision," *IEEE*, pp 277-282, 1985.

TSAI, W.H., "Moment preserving thresholding: A new approach", *Computer vision, Graphics and Image Processing*, Vol. 29, pp. 377-393, 1985.

UBEROI, M.S. et KOVASNAY, L.S.G., "Analysis of turbulent density fluctuations by the shadow method", *J. Appl. Phys.* 26, pp. 19-24, 1955.

UTAMI, T. et UENO, T., "Visualisation and picture processing of turbulent flow," *Exp. in Fluids*, 2, pp 25-32, 1984.

UTAMI, T. et UENO, T., "Experimental study of the coherent structure of turbulent open channel flow using visualisation and picture processing," *J.F.M.*, 174, pp 339-440, 1987.

WALKER, D.A., "A fluorescence technique for measurement of concentration in mixing liquids", *J. Phys. E. : Sci. Instrument* 20, pp. 217-224, 1987.

WALLACE, T. et WINTZ, P.A., "An efficient three-dimensional aircraft recognition using normalised Fourier descriptors", *Computer Graphics and Image Processing*, Vol 13, pp. 99-126, 1980.

WANG, S. et HARALICK, R.M., "Automated multithreshold selection", *Computer Vision, Graphics and Image Processing*, Vol 25, pp. 46-67, 1985.

WILLERT, C.E. et GHARIB, M., "Digital Particle Image velocimetry", *Exp. in fluids* 10, pp 181-193, 1991.

WOODHAM, R.J., "Analysing images of curved surfaces," *Artificial Intelligence*, 17, pp 117-140, 1981.

WU, K. et HESSELINK, L., "Application of depth cueing to computer display of reconstructed three-dimensional data", *Proc. IEEE*, 1987.

YANG, W.-J., "Handbook of flow visualization", University of Michigan, Ann Arbor, 1990.

YODA, M. et HESSELINK, L., "A three-dimensional visualisation technique applied to flow around a delta wing", *Experiments in fluids* 10, pp.102-108, 1990

ZHANG, Y.M., "Optical measurements of velocity and acceleration with color coding," *Optics and Lasers*, 18, pp 225-258, 1986.

ZEBOUDJ, R., "Filtrage, seuillage automatique, contraste et contours: du prétraitement à l'analyse d'image", Thèse de Docteur en Informatique, U.F.R. de Saint-Etienne, 1988.

Annexes

Annexe 1

Analyse Harmonique Barycentre-Ellipses-Erreur de Reconstruction Vérification du bon comportement de l'interpolation linéaire fréquentielle

Analyse Harmonique

Soit un contour quelconque (C_k) dans le plan $\left\{0, \vec{x}, \vec{y}\right\}$. Il est décrit par la suite de points P_k de coordonnées (x_k, y_k) , l'indice k variant de $-\frac{N}{2}$ à $\frac{N}{2} - 1$, où N est un entier égal à 2^n (n entier). En formulation complexe (C_k) est décrit par $z_k = x_k + jy_k$.

La transformée de Fourier discrète de ce contour et la transformée de Fourier inverse sont définies par :

$$F(u) = \sum_{k=-\frac{N}{2}}^{\frac{N}{2}-1} z_k \exp\left(\frac{-2\pi j}{N} ku\right)$$
$$= X(u) + j Y(u) \quad \text{où} \quad u \in \left\{-\frac{N}{2}, \dots, \frac{N}{2} - 1\right\}$$

$$\tilde{F}(k) = \frac{1}{N} \sum_{l=-\frac{N}{2}}^{\frac{N}{2}-1} F(l) \exp\left(\frac{2\pi j}{N} lk\right)$$
$$= \tilde{X}(k) + j \tilde{Y}(k) \quad \text{où} \quad k \in \left\{-\frac{N}{2}, \dots, \frac{N}{2} - 1\right\}$$

L'harmonique d'ordre p est obtenue en ne conservant que les fréquences $0, p$ et $-p$, soit :

$$F(u) = 0 \quad \forall u \in \left\{-\frac{N}{2}, \dots, \frac{N}{2} - 1\right\} \setminus \{0, p, -p\}$$

et on reconstruit la courbe (C_k) par transformée de Fourier inverse.

Suivant les harmoniques conservées on obtient quelques résultats caractéristiques.

Barycentre

En particulier pour $p = 0$ on obtient le barycentre de (C_k) :

$$\begin{aligned} & \forall p \neq 0 & F(p) = 0 \\ \text{donc} & \forall k \in \left\{ \frac{-N}{2}, \dots, \frac{N}{2} - 1 \right\} & \tilde{F}(k) = \frac{1}{N} F(0) \end{aligned}$$

$$\text{soit} \quad \tilde{F}(k) = \frac{1}{N} \sum_{l=-\frac{N}{2}}^{\frac{N}{2}-1} (x_l + j y_l)$$

$$\text{qui représente le barycentre du contour : } \left(\frac{1}{N} \sum_{k=-\frac{N}{2}}^{\frac{N}{2}-1} x_k, \frac{1}{N} \sum_{k=-\frac{N}{2}}^{\frac{N}{2}-1} y_k \right).$$

Ellipse d'ordre p

De même pour une harmonique quelconque p on obtient une ellipse d'ordre p , représentative du contour (C_k) :

$$F(u) = 0 \quad \forall u \in \left\{ \frac{-N}{2}, \dots, \frac{N}{2} - 1 \right\} \setminus \{0, p, -p\}$$

$$\text{d'où} \quad \tilde{F}(k) = \frac{1}{N} F(0) + \frac{1}{N} \left(F(p) \exp\left(\frac{2\pi j}{N} pk\right) + F(-p) \exp\left(\frac{-2\pi j}{N} pk\right) \right)$$

Posons

$$A(k) = \tilde{X}(k) - \frac{1}{N} \sum_{\ell=-\frac{N}{2}}^{\frac{N}{2}-1} (x_{\ell})$$

$$B(k) = \tilde{Y}(k) - \frac{1}{N} \sum_{\ell=-\frac{N}{2}}^{\frac{N}{2}-1} (y_{\ell})$$

On a alors :

$$\begin{aligned} A(k) + j B(k) &= [X(p) + j Y(p)] \left[\cos\left(\frac{2p}{N} pk\right) + j \sin\left(\frac{2p}{N} pk\right) \right] \\ &\quad + [X(-p) + j Y(-p)] \left[\cos\left(\frac{2p}{N} pk\right) - j \sin\left(\frac{2p}{N} pk\right) \right] \end{aligned}$$

Soit

$$\begin{aligned} A(k) + j B(k) &= \left[[X(p) + X(-p)] \cos\left(\frac{2p}{N} pk\right) + [Y(-p) - Y(p)] \sin\left(\frac{2p}{N} pk\right) \right] \\ &\quad + j \left[[X(p) - X(-p)] \sin\left(\frac{2p}{N} pk\right) + [Y(p) + Y(-p)] \cos\left(\frac{2p}{N} pk\right) \right] \end{aligned}$$

Posons

$$a = [X(p) + X(-p)]$$

$$b = [Y(-p) - Y(p)]$$

$$c = [X(p) - X(-p)]$$

$$d = [Y(p) + Y(-p)]$$

on obtient, alors:

$$\begin{aligned} A(k) + j B(k) &= \left[a \cos\left(\frac{2p}{N} pk\right) + b \sin\left(\frac{2p}{N} pk\right) \right] \\ &\quad + j \left[c \sin\left(\frac{2p}{N} pk\right) + d \cos\left(\frac{2p}{N} pk\right) \right] \end{aligned}$$

Soit

$$A(k) = \left[a \cos\left(\frac{2p}{N} pk\right) + b \sin\left(\frac{2p}{N} pk\right) \right]$$

et
$$B(k) = \left[c \sin \left(\frac{2p}{N} pk \right) + d \cos \left(\frac{2p}{N} pk \right) \right]$$

Après développement de A^2 , B^2 et AB et élimination de u entre ces 3 termes, on obtient l'équation suivante :

$$\frac{(d^2 + c^2) A^2 + (a^2 + b^2) B^2 - 2(ac + bd) AB}{(ad - bc)^2} = 1$$

qui est l'équation d'une ellipse de centre $\left(\frac{1}{N} \sum_{k=-\frac{N}{2}}^{\frac{N-1}{2}} x_k, \frac{1}{N} \sum_{k=-\frac{N}{2}}^{\frac{N-1}{2}} y_k \right)$ (Fig. III.1.).

Erreur de reconstruction

On définit une erreur de reconstruction par la distance euclidienne entre le contour original et le contour reconstitué d'ordre p , soit :

$$E(p) = \frac{1}{N} \sum_{k=-\frac{N}{2}}^{\frac{N-1}{2}} \sqrt{(x_k - \tilde{X}_k)^2 + (y_k - \tilde{Y}_k)^2}$$

où N représente la dimension en pixels suivant (ox, oy) pour les images que nous utilisons.

On utilisera en fait $\frac{E(p)}{E(1)}$, cela permet de fixer un seuil. On a en effet :

$$0 \leq \frac{E(p)}{E(1)} \leq 1$$

puisque : $\forall p \quad E(p) \leq E(1)$

Il existe d'autres définitions d'une erreur de reconstruction, en particulier celle basée sur les coefficients de Fourier.

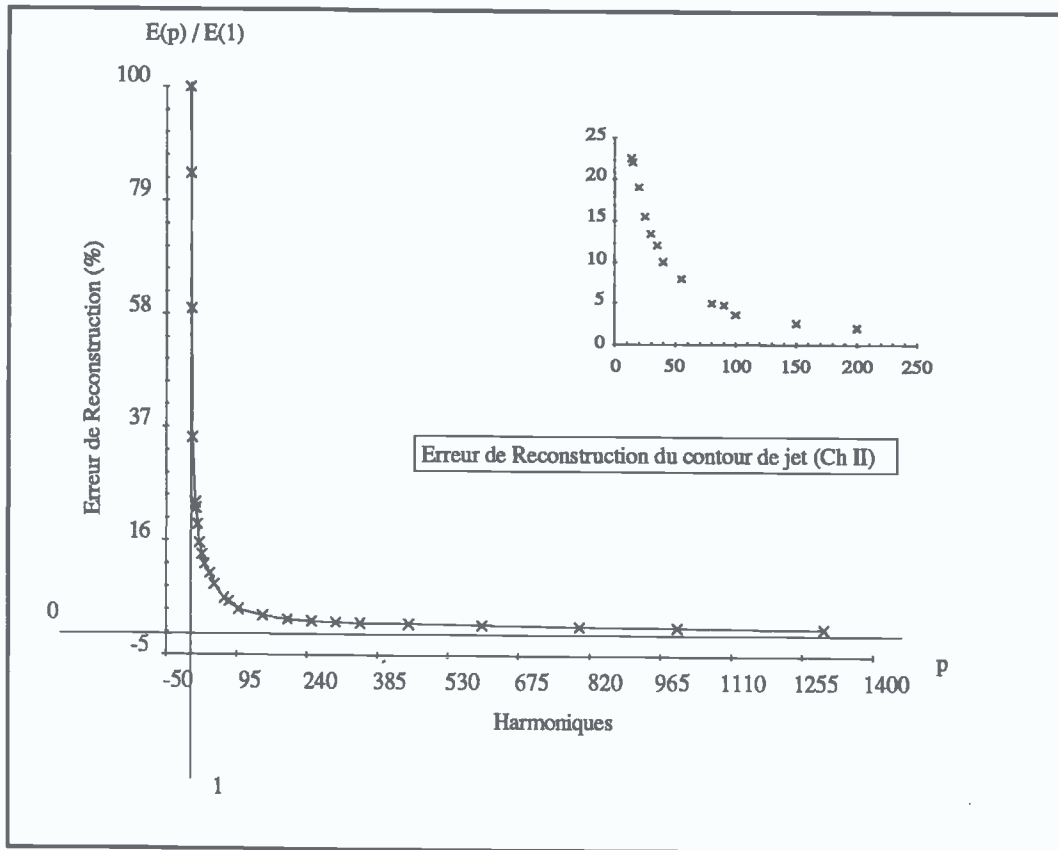


Fig. A.1.1. : Erreur de reconstitution relative au contour du jet de la photo. A.1.

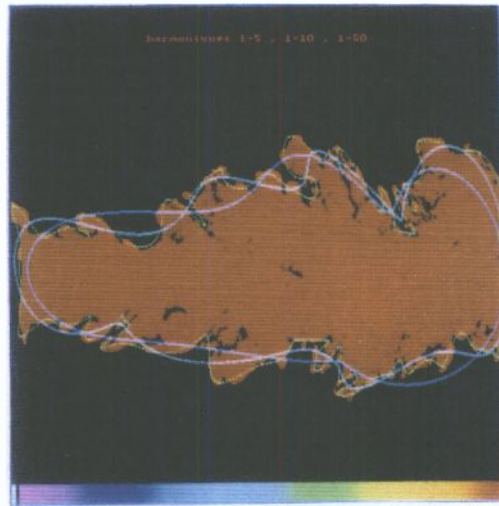


Photo. A.1 : Image de jet avec contours reconstitués.

Vérification du bon comportement de l'interpolation linéaire fréquentielle

On présente simplement ici deux Figures (A.1.2 pour des contours dans le cas des gaz lourds et A.1.3. pour des contours obtenus dans le cas des structures cohérentes). Soient trois contours quelconques successifs. Par l'interpolation linéaire fréquentielle, λ_i égal à 0.5, en prenant les premier et troisième contours, on obtient un contour intermédiaire que l'on doit comparer avec le second contour. On s'aperçoit (une mesure de distance le vérifie) que les deux contours mis en correspondance sont très proches l'un de l'autre. Les résultats obtenus dans les deux cas nous permettent donc de penser que ce type d'interpolation donne de bons résultats.

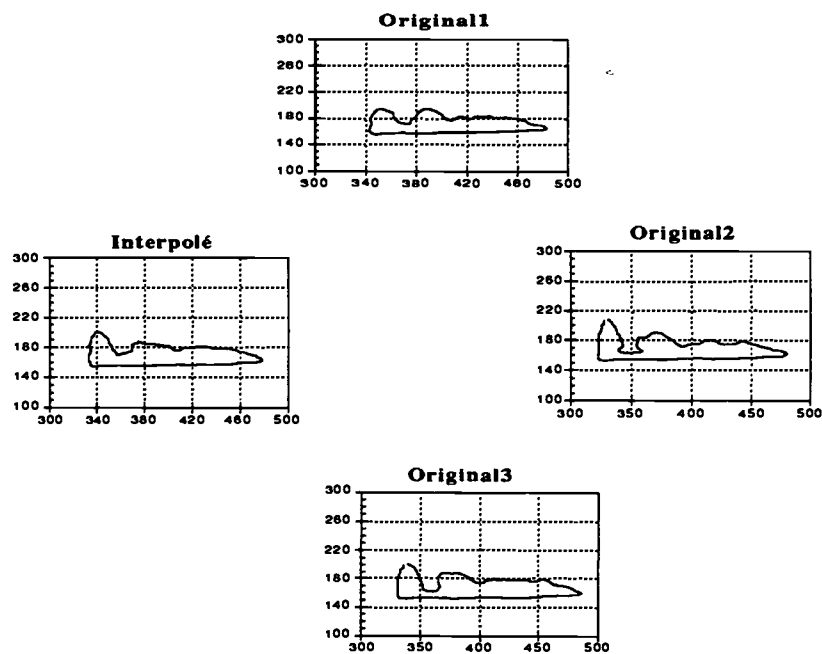


Fig. A.1.2 : *Cas des gaz lourds. La méthode permet une bonne interpolation.*

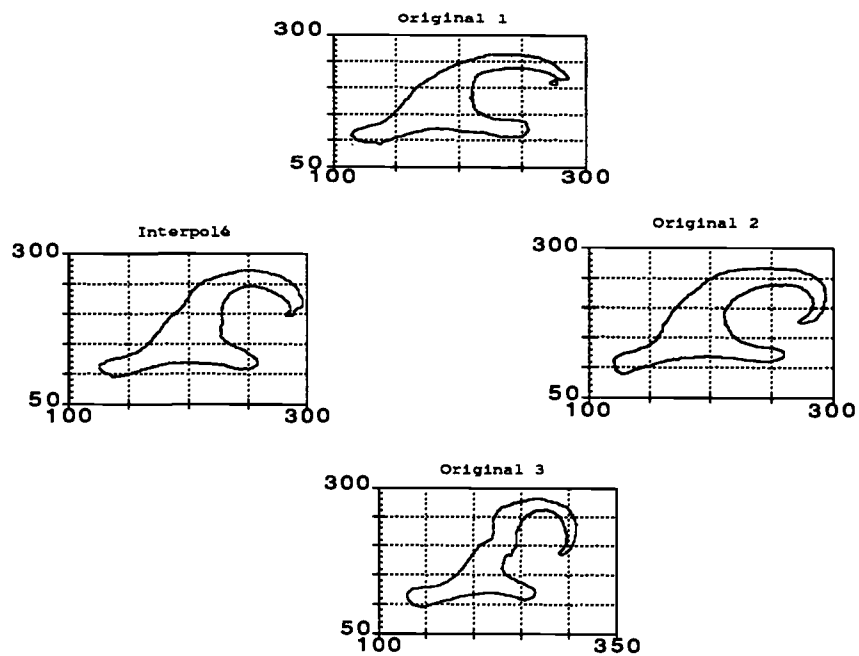








Fig. A.1.2 : *Cas des structures cohérentes. Le contour interpolé est proche du contour original.*

Annexe 2


Algorithme détaillé de la méthode de reconstruction tridimensionnelle.

Pour T plans : détection de tous les contours

{Pour 2 plans consécutifs

```
{
   calcul de la complexité, C, de tous les contours détectés (par E(p) , Annexe)
  {
    Si  $C \geq \text{Seuil1}$  Calcul des ellipses (P. IV.1.)
    Si non Calcul des contours reconstitués d'ordre deux ( Définitions générales)
  }
   Etablir quels sont les contours à relier ensemble
   Calculs des aires des intersections, A, (D. IV.8.) et construction des liaisons.
  {
    Si  $A \geq \text{Seuil2}$  {
      Calcul de la distance, d1, morphologique (D. IV.5.)
      Si  $d1 \geq \text{Seuil3}$  {
        Création d'un plan intermédiaire.
        Interpolation simple (D. IV.5.) ou multiples
          (IV.3.C.1.a)
          Liaisons
          
      }
      Sinon Liaisons directes 
    }
    Si  $0 \leq A \leq \text{Seuil2}$  {
      Création d'un plan intermédiaire
      Interpolations simple ou multiple
      ou
      liaison par segment (Fig. IV.2.)
      
    }
  }
}
```

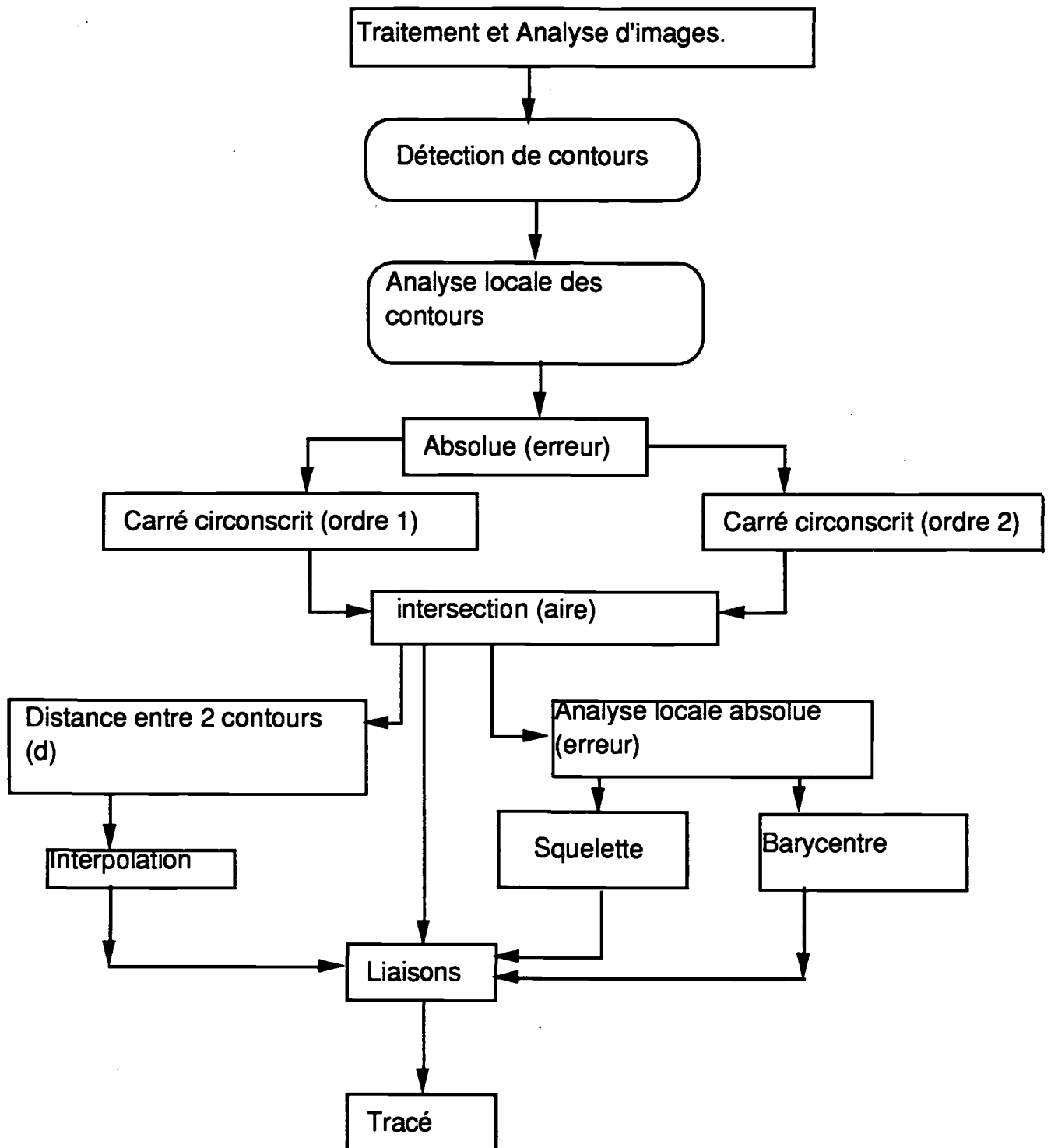
```

Si A = 0 {
    Création d'un plan intermédiaire
    Calcul de la distance, d2, du contour original à sa reconstitution
        d'ordre deux (D. IV. 4.)
    Si d2 ≥ Seuil4 Calcul du squelette (D. IV.6.)
    Sinon          Calcul du barycentre (P. IV.2.)
    Liaisons 
}
}
}
}

```

∅ Tracé par Z-Buffer

Algorithme général de la méthode.



Annexe 3

METHODES ASSOCIEES A L'INDICE DE REFRACTION

La nécessité d'étudier des écoulements compressibles a poussé les expérimentateurs à développer des méthodes basées sur une des caractéristiques principale de tels écoulements : la variation de la masse volumique ρ . Une telle variation est généralement due soit à des variations de température soit à des variations de pression.

Les méthodes optiques globales permettant la visualisation des variations de masse volumique sont basées sur le fait que la vitesse de la lumière varie avec la densité du fluide qu'elle traverse. La vitesse c dans le fluide est reliée à la vitesse c_0 dans le vide par l'indice de réfraction :
$$n = \frac{c_0}{c}$$

Pour un fluide donné et une longueur d'onde donnée, l'indice de réfraction n est fonction de la masse volumique ρ soit $n(\rho)$. La vitesse de la lumière dans les gaz est légèrement inférieure à celle dans le vide, l'indice de réfraction est ainsi proche de 1.

La loi de Gladstone-Dale qui relie ces deux grandeurs (Merzkirch, 1974) nous donne pour un seul composant fluide dans l'écoulement :

$$n-1 = K\rho \quad (\text{F I.1})$$

où K est la constante de Gladstone-Dale.

Remarque : Cette loi est une linéarisation de la relation de LORENTZ pour un milieu homogène transparent :

$$\frac{1}{\rho} \frac{n^2-1}{n^2+1} = \text{cste}$$

La lumière traversant un milieu où l'indice de réfraction varie est retardée différemment aux différents points du milieu. En effet, selon le principe de Fermat "le chemin pris par un rayon lumineux entre deux points est celui qui nécessite le temps le plus court", se traduit par deux effets :

1. Les fronts d'ondes sont déformés, la courbure étant proportionnelle au gradient de l'indice de réfraction.
2. Les différents rayons lumineux sont déphasés dûs à la différence de chemin optique.

L'ombroscopie et le "schlieren" utilisent le premier effet, par :

1. mesure du déplacement $\overline{QQ^*}$ des rayons lumineux pour l'ombroscopie.
2. mesure de la déviation angulaire ε des rayons lumineux pour le Schlieren

(Fig A.3.1).

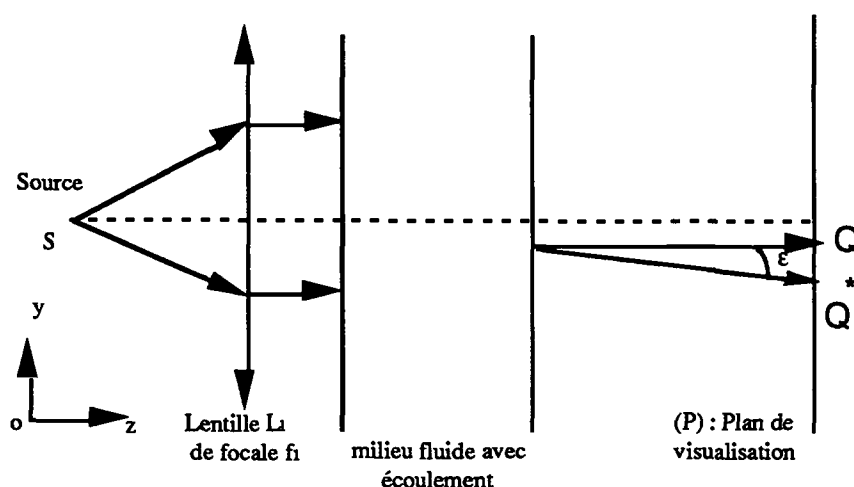


Fig. A.3.1: Exemple de montage optique d'ombroscopie. Obtention des figures ombroscopiques sur le plan de visualisation P.

Par contre l'interférométrie est basée sur le déphasage entre les différents rayons optiques.

La déviation finale d'un rayon lumineux est toujours l'effet intégré de toutes les variations d'indice rencontrées. Ce sont des méthodes intégrales. Nous nous limitons ici aux principes des méthodes car une grande variété de techniques du même type existent.

A.3.a. L'ombroscopie

On situe ses débuts en 1883 (Dvorack).

Le but de l'ombroscopie est de visualiser la déviation des rayons lumineux après

traversée du milieu fluide.

Une onde plane monochromatique, provenant d'une source ponctuelle et traversant un milieu fluide est visualisée sur un écran situé en aval. Sur l'écran, on observe des zones brillantes et sombres correspondant aux zones où les rayons lumineux convergent ou divergent. L'ombroscopie met en évidence les déviations relatives des rayons lumineux dans les deux directions x et y (Fig. A.3.2 a, b).

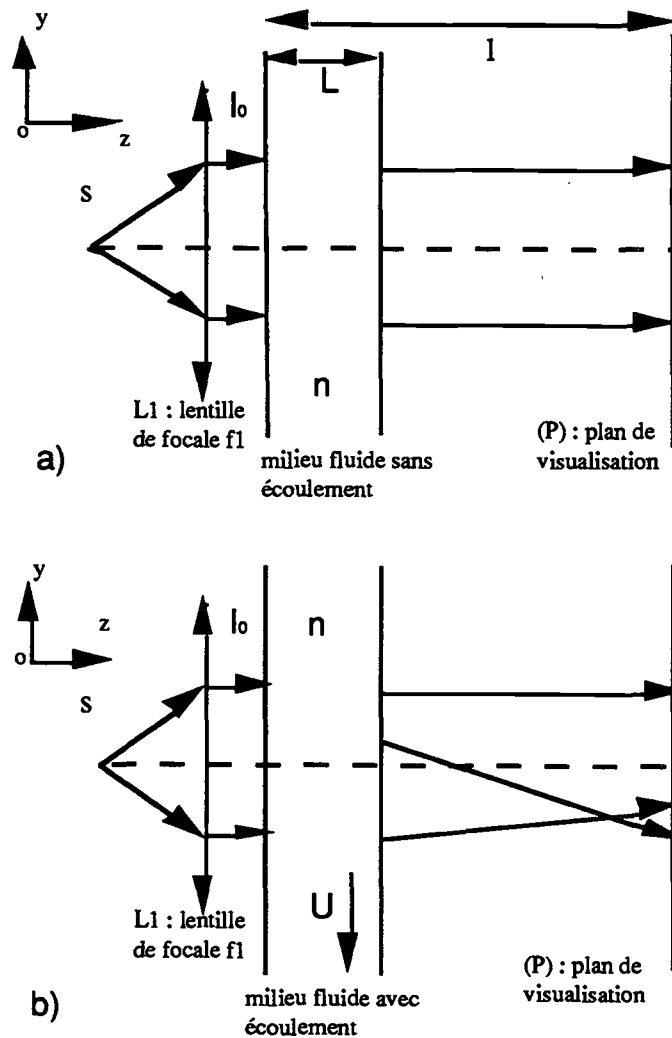


Fig. A.3.2. : Schémas d'un montage optique pour obtenir des images ombroscopiques d'un écoulement., a : Milieu fluide sans perturbation (sans écoulement), b : Milieu fluide perturbé (avec écoulement).

Le contraste de l'image obtenue peut s'écrire sous la forme :

$$c = \frac{I_0 - I^*}{I^*} \cong k \int_0^L \Delta n \, dz$$

où I^* représente l'intensité lumineuse de l'image sur l'écran et Δn le laplacien de l'indice de réfraction (Merzkirch, 1976).

Cette méthode est essentiellement destinée à des analyses qualitatives plus qu'à des mesures quantitatives. Elle fut néanmoins utilisée pour l'étude d'écoulements turbulents (Uberoi et Kovasny, 1955 ; Taylor, 1970) ou d'écoulements perturbés par ondes de chocs (Stilp, 1968) (Fig. A.3.3).

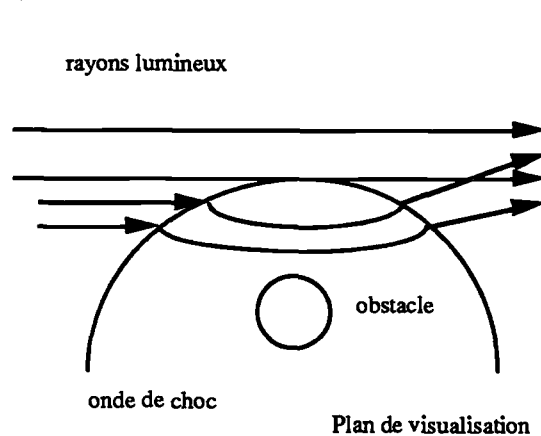


Fig. A.3.3. : Montage d'ombroscopie appliquée à une onde de choc.

A.3.b. La strioscopie ou "schlieren"

Développée et utilisée par Foucault en 1859 cette méthode fut appliquée à la mécanique des fluides en 1864 par Toeppler.

L'idée de base de la strioscopie est de "bloquer" avant l'écran d'observation une partie des rayons lumineux déviés par l'écoulement fluide d'indice de réfraction variable. Les parties de l'écoulement traversées par ces rayons apparaissent ainsi plus sombres.

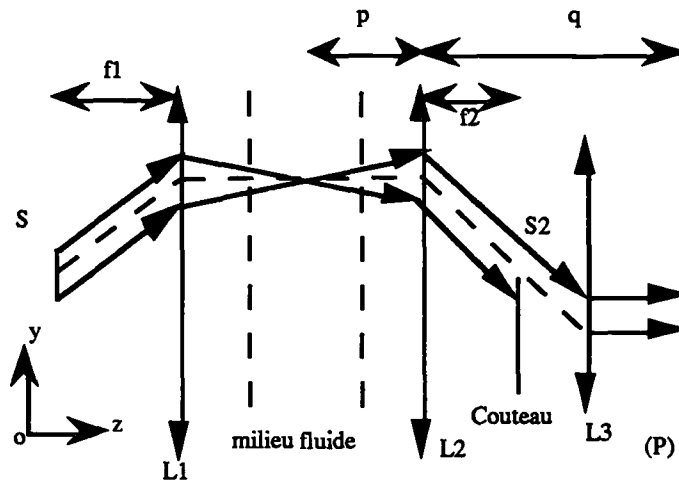


Fig A.3.4. : Montage de Strioscopie avec couteau.

La figure A.3.4. représente le schéma optique d'un montage strioscopique. La source monochromatique de section rectangulaire est placée au foyer objet d'une lentille L_1 . L'onde plane, après la traversée du milieu fluide, est focalisée par une seconde lentille L_2 . L'écran (P) est placé dans le plan conjugué de la section test (i.e. $\frac{1}{p} + \frac{1}{q} = \frac{1}{f_2}$) ceci afin que les effets d'ombroscopie ne se superposent pas à ceux de la strioscopie (en général on utilise une lentille supplémentaire L_3 à la place de (P) pour améliorer l'image sur (P) qu'on place en aval du montage). S'il n'y a pas de perturbation, l'image de la source se forme dans le plan focal S_2 de la lentille L_2 . Tous les "pincesaux" lumineux issus de la source se superposent dans l'image S_2 . Plaçons en S_2 une "lame de couteau" opaque bloquant une partie de la lumière. Tous les rayons lumineux sont également affectés et l'image obtenue sur l'écran est uniformément atténuée.

Considérons maintenant un milieu fluide d'indice de réfraction variable, les pincesaux lumineux seront déviés différemment d'un certain angle de déflexion ϵ_i de telle sorte que le déplacement dans le plan focal de L_2 sera égal à :

$$\Delta h_i = \epsilon_i f_2$$

Tous les pincesaux ne se superposent plus en S_2 et seront donc inégalement partiellement bloqués par la lame de couteau. Sur l'écran l'image apparaîtra plus ou moins sombre ou brillante. Le contraste c de l'image peut s'écrire sous la forme, dans le cas d'un écoulement plan :

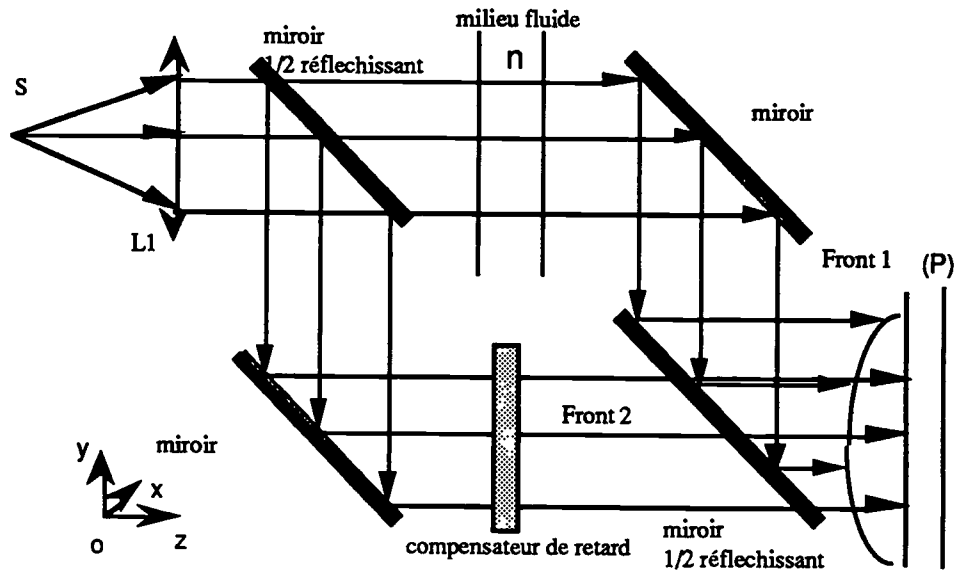


Fig A.3.5 : Montage interférométrique.

Un faisceau lumineux plan, parallèle, monochromatique de longueur d'onde λ est divisé en 2 parties par réflexion et transmission. Les 2 faisceaux obtenus sont cohérents. L'un des faisceaux traverse le milieu fluide, d'indice de réfraction variable et l'autre, le milieu de référence. Après réunion, ces deux faisceaux étant déphasés interfèrent et forment des franges d'interférence visualisées sur l'écran (P). Le décalage des franges ainsi que l'interfrange sont proportionnels aux variations d'indice de réfraction donc de la masse volumique.

Par exemple, la translation des franges N s'écrit sous la forme :

$$N = \frac{1}{\lambda} \int_0^L (n - n_1) dx = \frac{k}{\lambda} \int_0^L (\rho - \rho_1) dx$$

On trouvera dans Yang (1990) les techniques de dépouillement adaptées à ce type d'information.

Les techniques interférométriques, très précises, jusqu'à une fraction de la longueur d'onde, nécessitent des réglages très précis et des précautions antivibratoires très grandes. L'utilisation récentes de lasers pulsés ou de lasers YAG permettant de s'affranchir des problèmes de vibrations a favorisé le nouveau développement de cette technique.

$$c = \frac{f_2 \varepsilon}{h_1} \int_0^L \frac{\partial n}{\partial y} dz$$

Ainsi un montage de strioscopie fournit une image caractéristique d'indice de réfraction perpendiculaire à la lame de couteau.

De nombreux montages sont possibles (Merzkirch, 1974 ; Yang, 1989), on notera en particulier les montages utilisant un double prisme de Wollaston (Deron, 1990), certains utilisant la notion de couleur. Comme pour l'ombroscopie ces méthodes sont surtout utilisées qualitativement, pour mieux apprécier les mesures de vitesse, de pression ... à effectuer. On utilise ce type de méthodes dans les mêmes écoulements que pour l'ombroscopie : écoulements soumis à des ondes de chocs ou turbulents. Des mesures statistiques sur des écoulements turbulents (Deron, 1990 ; Clay et al., 1985) sont néanmoins réalisées depuis une vingtaine d'années.

La méthode est très sensible à la qualité des appareils de prises de vue. On effectuera au préalable un étalonnage de l'intensité reçue sur le même support d'enregistrement que celui de l'expérience (Chapitre III). Elle est aussi fortement dépendante de la qualité des optiques du montage expérimental en raison des phénomènes d'astigmatisme et autres aberrations. On trouvera dans Liepmann et Roshko (1975) les principales limites de la méthode.

A.3.c. Interférométrie

Cette méthode, dans sa forme actuelle, a été utilisée pour l'étude de la dynamique des gaz par Zenhder en 1891 et Mach en 1892.

Elle est basée sur les principes d'interférence et permet de visualiser et de mesurer directement les variations de l'indice de réfraction. La figure A.3.5 représente le schéma classique d'un interféromètre de MACH-ZENHDER.

AUTORISATION DE SOUTENANCE

Vu les dispositions de l'arrêté du 5 Juillet 1984, modifié par l'arrêté du 21 Mars 1988 et l'arrêté du 23 Novembre 1988,

Vu la demande du Directeur de Thèse

Mr R. MOREL Professeur - INSA DE LYON - 69621 VILLEURBANNE
Cedex,

et les rapports de

Mr P. HEBRARD Docteur - Mécanique et Energétique des Systèmes -
ONERA-CERT - 31055 TOULOUSE Cedex,

Mr M. RIETHMULLER Professeur - Institut VON KARMAN DE
BRUXELLES - 1640 RHODE SAINT GENESE (BELGIQUE),

Monsieur **SIMOENS Serge**

est autorisé à soutenir une thèse pour l'obtention
du titre de DOCTEUR

Spécialité : MECANIQUE

Fait à Ecully, le 14 avril 1992

P/Le Directeur de l'E.C.L.
Le Directeur
de l'Administration de la
Recherche



F. LEBOEUF

