

T1739db

N° ORDRE 98-25

ANNEE : 1998

THESE

présentée devant

L'ECOLE CENTRALE DE LYON

ECOLE DOCTORALE : MECANIQUE

pour obtenir

le titre de DOCTEUR

Spécialité : MECANIQUE

par M. **Jean-Christophe AUGÉ**
Ingénieur ECL

**UTILISATION D'UN MODELE A HASARD PROPORTIONNEL POUR ESTIMER
LA FIABILITE DE COMPOSANTS MECANQUES**

**MODELISATION DE L'INFLUENCE DE L'ENVIRONNEMENT SUR LA FIABILITE
DE VERINS HYDRAULIQUES ET PNEUMATIQUES
APPLICATION AUX ESSAIS ACCELERES**

Soutenue le 19 juin 1998 devant la Commission d'Examen

Jury MM. LYONNET	ENISE / UMR 5513
GABRIEL	ESSTIN
MARÉ	INSA Toulouse
BOCQUET	Ecole Centrale de Paris
KAPSA	CNRS UMR 5513
LALLEMENT	CETIM
LIGERON	LIGERON S.A.
MATHIA	CNRS UMR 5513
ZAHOUANI	ENISE / UMR 5513

directeur de thèse
rapporteur
rapporteur

REMERCIEMENTS

Dans le cadre de ce travail je tiens tout d'abord à remercier M. Jacques LALLEMENT, du CETIM, pour le soutien technique et moral qu'il m'a apporté tout au long de mes travaux et M. Patrick LYONNET pour le soutien théorique et universitaire indispensable à tout travail de recherche. Je les remercie pour le temps qu'ils ont consacré tant à mon encadrement qu'à la correction de ce mémoire.

Je remercie sincèrement M. GABRIEL et M. MARÉ qui ont accepté d'être rapporteurs pour ma thèse et ont prêté attention aux travaux développés dans cette thèse.

Je remercie chaleureusement M. KAPSA, M. LIGERON, M. MATHIA et M. ZAHOUANI qui ont accepté, malgré toutes leurs activités, d'être membres du jury.

Je remercie aussi MM. WARTELLE et LECERF, respectivement chef de mon département et de mon service d'accueil pour m'avoir accueilli au sein de leur structure. Je remercie particulièrement M. LECERF pour le soutien technique et logistique qu'il m'a apporté tout au long de ces trois ans.

Je tiens également à remercier tous les membres du service "Actionneurs" pour l'aide qu'ils m'ont apporté pendant la durée de ma thèse et particulièrement M. GAUTIER, qui m'a aidé à concevoir et à réaliser les bancs d'essais, MM. CLOSSON et VANDEN ECKHOUDT, qui m'ont aidé pour le montage et le démontage de composants sur le bancs d'essais et pour le suivi des essais, et enfin M. VILLECROZE, qui m'a parfaitement secondé lors des derniers mois de mes travaux.

Je remercie M. GUILLARD (UNITOP) pour ses conseils lors de l'élaboration du plan d'expérience et son aide au suivi du groupe de travail.

Enfin, je tiens à remercier tous les industriels qui ont suivi et soutenu mes travaux ; M. ALLAIN (Joucomatic), M. ANSEAUME (Parker Pneumatique), M. BADOUREAUX (Parker "groupe motion and control), M. BOITARD (Compair Climax), M. BOUVERET (Arden Vérins), M. BRUNET (Rexroth Sigma), M. JEANDEL (Festo), M. LE ROUX (Legris SA), M. POREL (Hydro René Leduc), M. PRIVÉ (Bosch Techniques d'Automation SA), M. RIBOULET (Bosch Techniques d'Automation SA), M. STÉDILE (FP Hydraulique), qui ont fourni les composants testés, et tous les membres du groupe de travail CETIM/UNITOP "Fiabilité des Composants de Transmission Hydraulique et Pneumatique".

SOMMAIRE

Remerciements	2
Introduction	6
Chapitre un. Etat de l'art.	
1. Etat de l'art	9
1.1. Introduction	9
1.2. Généralités de fiabilité : aspects mathématiques	10
1.2.1. Définitions	10
1.2.2. Méthode Résistance-Contraintes	13
1.2.3. Lois de probabilités utilisées en fiabilité	13
1.2.4. Fiabilité des composants	17
1.2.5. Fiabilité des systèmes	18
1.2.6. Modes de défaillance	20
1.3. Méthodes de réduction des durées d'essais	21
1.3.1. Introduction	21
1.3.2. Plans d'expérience	22
1.3.3. Méthode "Up and Down"	23
1.3.4. Essais matriciels	24
1.3.5. Essais sous contrainte échelonnée	24
1.3.6. Essais sous sur-contrainte ("elephant tests")	25
1.3.7. Techniques bayésiennes	25
1.3.8. Conclusion	25
1.4. Essais accélérés et modèles de comportement	26
1.4.1. Introduction	26
1.4.2. Définitions	26
1.4.3. Principe et précautions	27
1.4.4. Modélisation du comportement et facteur d'accélération	28
1.4.5. Méthodologie d'essais accélérés	31
1.4.6. Conclusion	32
1.5. Conclusion	32
Chapitre deux. Développements théoriques.	
2. Développements théoriques	33
2.1. Introduction	33
2.2. Essais groupés, influence de l'ordre de défaillance, méthode du minimum	33
2.2.1. Définitions	33
2.2.2. Lois F_{Y_i}	34
2.2.3. Application aux problèmes industriels	37
2.3. Méthodes bayésiennes	38
2.3.1. Introduction	38
2.3.2. Présentation de l'approche bayésienne	39
2.3.3. Développement bayésien pour des lois conjuguées	43
2.3.4. Typologie des données.	50
2.3.5. Détermination de la distribution a priori.	50
2.3.6. Démarche inverse.	53
2.3.7. Exemple	55
2.3.8. Conclusion	55

2.4. Loi de comportement, modèle de Cox	55
2.4.1. Présentation du modèle de Cox	55
2.4.2. Algorithme de résolution.	59
2.4.3. Extension du modèle de Cox	61
2.4.4. Validation du modèle de Cox	65
2.4.5. Prolongement de la méthode	70
2.4.6. Conclusion	72
2.5. Analyse de données, classification	72
2.5.1. Introduction	72
2.5.2. Représentation	72
2.5.3. Classification	77
2.5.4. Reconstitution, prévision	79
2.5.5. Exemple d'application à la fiabilité de composants	80
2.5.6. Conclusion	82
2.6. Conclusion	83
Chapitre trois. Méthodologie développée.	
3. Méthodologie développée	84
3.1. Introduction	84
3.2. Analyse du système	84
3.2.1. Connaissance géométrique du système	85
3.2.2. Connaissance fonctionnelle du système	85
3.2.3. Connaissance des modes de défaillance du système	85
3.2.4. Analyse du système; cas pratique.	86
3.3. Recensement des facteurs influents (traitement d'experts)	86
3.3.1. Facteurs contrôlables	86
3.3.2. Facteurs non contrôlables	87
3.3.3. Cas pratique	87
3.4. Plan d'expérience	87
3.4.1. Généralités	87
3.4.2. Cas pratique	88
3.5. Réalisation des essais	90
3.6. Expertise des composants	90
3.7. Exploitation des résultats d'essais et validation du modèle	90
3.8. Conclusion	91
Chapitre quatre. Essais.	
4. Essais	93
4.1. Introduction	93
4.2. Essais hydrauliques	96
4.2.1. Conception et mise en œuvre des bancs d'essais	96
4.2.2. Suivi des essais et mesures intermédiaires	99
4.2.3. Expertise des composants testés	104
4.2.4. Récapitulatif de la mise en œuvre des bancs hydrauliques	104
4.3. Essais pneumatiques	105
4.3.1. Conception et mise en œuvre des bancs d'essais	105
4.3.2. Suivi des essais et mesures intermédiaires	109
4.3.3. Expertise des composants testés	112
4.3.4. Récapitulatif de la mise en œuvre des bancs pneumatiques	113
4.4. Conclusion	113

Chapitre cinq. Résultats et simulation.

5. Résultats et simulation	114
5.1. Introduction	114
5.2. Analyse des essais réels de composants hydrauliques	114
5.2.1. Vérins hydrauliques	115
5.2.2. Distributeurs hydrauliques	116
5.2.3. Autres composants hydrauliques	121
5.2.4. Fiabilité des vérins hydrauliques; résultats partiels	122
5.3. Analyse des essais réels de composants pneumatiques	123
5.3.1. Vérins pneumatiques	123
5.3.2. Distributeurs pneumatiques	125
5.3.3. Autres composants pneumatiques	126
5.3.4. Fiabilité des vérins pneumatiques; résultats partiels	127
5.4. Simulation et illustration de la méthode	129
5.4.1. Détermination des coefficients d'accélération entre essais	131
5.4.2. Détermination de la loi de fiabilité des vérins pneumatiques testés	131
5.5. Conclusion	133
Conclusion	134
Références bibliographiques	136
Bibliographie	143
Liste des figures	146
Liste des tables	149
Annexes	A-1
Annexe 1 : Rappels ; Lois de probabilités utilisées en fiabilité	A-1
1. Lois continues	A-1
2. Lois discrètes	A-14
Annexe 2 : Méthodes non paramétriques de détermination de lois de fiabilité.	A-17
1. Méthode de WAYNES et NELSON	A-17
2. Méthode de Johnson ou des rangs médians	A-17
3. Méthode de l'actuariat ou "life table"	A-18
4. Estimateur de KAPLAN-MEIER ou "Product limit"	A-18
5. Calculs communs à toutes les méthodes	A-19
6. Formule de GREENWOOD	A-19
Annexe 3 : Exemple.	A-20
1. Enoncé du problème.	A-20
2. Données complètes	A-21
3. Données incomplètes	A-23
Annexe 4 Programme de traitement de données par la méthode de Cox	A-25
1. Démarche	A-25
2. Capacités du programme	A-26
Annexe 5 : AMDE des vérins et distributeurs hydrauliques et pneumatiques.	A-29
1. Vérins hydrauliques	A-30
2. Distributeurs hydrauliques	A-33
3. Vérins pneumatiques	A-34
4. Distributeurs pneumatiques	A-36
Annexe 6 : Plans d'expériences pour les vérins hydrauliques et pneumatiques.	A-37
1. Vérins hydrauliques	A-37
2. Vérins pneumatiques	A-43
Annexe 7 : mesures de fuites des composants hydrauliques et pneumatiques	A-50

INTRODUCTION

Dans un monde en perpétuelle évolution technologique, dans une industrie de plus en plus performante et fiable, les constructeurs se trouvent confrontés à de nombreux problèmes. En effet, les normes internationales (ISO 4413 notamment) imposent dorénavant à tout constructeur d'indiquer clairement la durée de vie de ses composants ; cependant, aucune obligation n'est faite quant aux moyens d'obtention de ces données ni à l'indication des conditions de fonctionnement ou de calculs. Les exigences des fournisseurs aussi bien que les valeurs aberrantes avancées par certains fabricants ont conduit les industriels à s'interroger sur les moyens de rationaliser et d'accélérer la détermination de la fiabilité de leur composants. Une première partie de la réponse réside en un effort de normalisation et de reconnaissance biunivoque des essais. Une seconde partie s'appuie sur la recherche et la description de modèles théoriques et de méthodologie de mise en œuvre d'essais et par la détermination de durées de vie ou de fiabilité. Ainsi, de telles démarches permettent aux fabricants et aux utilisateurs de discuter sur des bases robustes et "universelles".

Mais, comment estimer ou garantir la fiabilité à partir d'un essai en temps réduit, notamment pour des composants mécaniques à très longue durée de vie ? Un des enjeux de ce travail est de trouver et de décrire des concepts et théories satisfaisant des contraintes multiples ; en particulier, on citera l'adaptabilité aux milieux industriels, la robustesse de la méthode et son universalité. Ceci devrait permettre la détermination de paramètres conventionnels de fiabilité à partir de données d'essais mais aussi d'avis d'experts et de retour d'expérience.

Notre travail a ainsi consisté en deux tâches essentielles :

- recensement et transferts d'outils aux industriels,
- développement de nouveaux outils pointus aptes à répondre aux besoins des industriels.

Cette démarche nécessite l'identification des problèmes pratiques. En effet, l'estimation des paramètres de fiabilité de composants mécaniques tels vérins et distributeurs hydrauliques ou pneumatiques soulève de nombreuses questions tant d'un point de vue fiabilité que d'un point de vue mécanique des composants. Ces composants possèdent des durées de vie élevées et des essais de caractérisation se révèlent être coûteux en matériel et en temps (certains essais d'endurance pouvant durer des années...). Aussi, nous avons exploré la possibilité de mener des essais "accélérés" sur des composants; cette démarche soulève de nombreux problèmes parmi lesquels on peut noter :

- fiabilité prévisionnelle,
- fiabilité des composants et des systèmes,
- définition du composant,
- mode des défaillance du composant,
- essais accélérés de fiabilité.

Problématique de la fiabilité prévisionnelle :

La plupart des PME-PMI françaises étant peu au fait des calculs et des estimations de paramètres de fiabilité, leur premier problème réside dans la prévision de la fiabilité de leurs composants. Dans une majorité de cas, l'homologation d'un produit se fait par des tests grossiers et peu exploités, les valeurs brutes obtenues étant alors comparées à celles obtenues

pour des essais précédents. La sévérisation d'essais est bien souvent pratiquée mais plutôt de manière comparative et pour répondre à des exigences de marché bien particulières comme la tenue aux froids glaciaux (-25°C) demandée par la SNCF pour les composants du TGV.

Problématique de la fiabilité des composants et des systèmes :

Dans le cadre de l'estimation de paramètres de fiabilité, les industriels se heurtent également au problème de détermination de la fiabilité de systèmes complexes à partir de connaissances sur les différents composants constituant le système ou alors directement par des tests d'endurance sur les systèmes. L'absence de données peut se révéler très préjudiciable tout comme une mauvaise définition du système et des relations entre composants.

Problématique de la définition du composant :

De paire avec ce problème, l'appréhension de la fiabilité de "composants pneumatiques et hydrauliques" implique une distinction rigoureuse entre le composant au sens fiabiliste et le composant au sens industriel en tant qu'élément simple constituant d'une machine complexe. La définition du composant pourra ainsi dépendre du point de vue de l'utilisateur. Il convient donc de bien connaître le "composant" étudié ; une stratégie de type AMDEC (Analyse des Modes de Défaillance, de leurs Effets et de leur Criticité) pourra, par exemple, être mise en place afin de simplifier un système complexe et de se ramener à l'étude d'un ou plusieurs composants simples.

Problématique des modes de défaillance du composant :

L'étude des modes de défaillance d'un système pourra, elle aussi simplifier le problème. En effet, dans le cas d'un système série pour lequel les modes de défaillances sont indépendants, l'étude du système complexe peut être effectuée à partir de l'étude des composants simples. Dans le cas de modes de défaillances non indépendants, une démarche de type risques concomitants [CHE92] pourra également permettre de simplifier le problème en le ramenant à l'étude d'un système série. L'étude des modes de défaillances peut être effectuée par diverses méthodes comme des AMDEC, des données de retour d'expérience ou encore des avis d'experts...

Problématique des essais accélérés de fiabilité :

La méthode des essais accélérés, bien que connue depuis de nombreuses années en électronique, n'est pour l'instant que peu utilisée en mécanique. En effet, de nombreux problèmes se posent quant à la réalisation de tels essais mécaniques :

- coût des "composants",
- durée de vie des composants élevée,
- méconnaissance des lois de dégradation,
- méconnaissance des lois de comportement en fonction de l'environnement.

C'est dans une démarche d'application d'essais accélérés à des systèmes mécaniques complexes et inconnus que se situe notre travail de recherche.

L'accélération d'essais se fait toujours par rapport à des conditions "normales" qui peuvent être des conditions de référence (recommandations, cahiers des charges...) ou encore des

conditions d'utilisation (laboratoire, environnement spécifique...). Le postulat principal pour des essais accélérés est que la sévérisation induit des modes de défaillance identiques à ceux observés dans les conditions "normales" [SCH69, ROT81, NEL90].

La difficulté provient ensuite de la modélisation mathématique de l'influence de l'environnement sur le comportement du composant ou du système, modélisation indispensable si l'on veut interpréter un essai accéléré et surtout prédire des durées de vie dans d'autres conditions à partir d'un essai sévéré. Quelques modèles sont rencontrés dans la littérature parmi lesquels on citera la loi d'Arrhénius [LEF94], la loi des puissances inverses [NEL90] ou encore les modèles hydrauliques de l'armée américaine [RAZ86]... Pourtant ces modèles se révèlent être très spécifiques et peu applicables dans des cas plus généraux, quand bien même ils ne sont pas erronés ou non vérifiés. C'est donc principalement dans cet axe que nous avons orienté notre recherche, par le recensement et l'étude critique de modèles existants et l'élaboration de nouveaux outils généraux utilisables dans tous les domaines... Les modèles développés par Cox [COX72] ont notamment retenu toute notre attention.

Nous nous attacherons, tout au long de ce mémoire, à mettre en valeur à la fois notre démarche de recherche théorique et notre démarche didactique vis à vis des milieux extérieurs, en particulier les industriels utilisateurs.

Notre travail constitue un lien entre la recherche fondamentale et la recherche appliquée pratiquée dans l'industrie car il propose des utilisations nouvelles de méthodes avancées pour des cas pratiques. Par ailleurs, des problèmes mécaniques importants ont été mis à jour et illustrés par les campagnes d'essais mises en œuvre.

Nous rappellerons, dans un premier temps, l'état de l'art en matière de réduction de temps d'essais ou d'accélération d'essais et les limites qui apparaissent quant à la détermination de la fiabilité de composants mécaniques et plus particulièrement hydrauliques ou pneumatiques.

Dans un deuxième temps, nous décrirons les méthodes théoriques que nous avons mises en œuvre et parfois modifiées pour répondre aux problèmes de détermination de la fiabilité pour des composants à durée de vie élevée.

Nous détaillerons ensuite une méthodologie de détermination de modèle de comportement de composant en fonction de l'environnement. Cette méthodologie sera applicable aux composants hydrauliques et pneumatiques mais restera valable pour tous les composants mécaniques et même des composants électroniques.

Enfin, nous présenterons les essais que nous avons réalisés et nous en exploiterons les résultats à l'aide des méthodes décrites précédemment.

1. ETAT DE L'ART

1.1. Introduction

L'évolution actuelle des technologies et des techniques de production, ainsi que l'augmentation de la concurrence, ont conduit les industriels à réaliser d'importants progrès dans le domaine de la qualité de leurs produits, c'est-à-dire leur aptitude à satisfaire les besoins de l'utilisateur.

C'est dans cette démarche d'amélioration de la qualité que se place la fiabilité. En effet, celle-ci mesure l'évolution des capacités d'un produit en fonction du temps de fonctionnement, en tenant éventuellement compte des temps de dysfonctionnement des produits.

De plus, une connaissance précise et exacte de la fiabilité d'un produit permet de mettre en place, quand cela s'avère nécessaire, des procédures de maintenance préventive qui diminuent sensiblement les coûts en diminuant le nombre de pannes des matériels; une maintenance préventive convenablement réalisée peut permettre d'éviter les ruptures critiques et les accidents...

Il convient donc par une exploitation des données relatives au comportement du système, de prendre les mesures nécessaires pour en assurer une meilleure efficacité : modifications au niveau de la conception, de la fabrication, des conditions d'utilisation ou du soutien logistique [LIG92a, LIG92b].

Ainsi, des études ont été menées pour évaluer le plus précisément possible la fiabilité d'un système. C'est notamment le cas dans le domaine des composants électroniques, où les taux de défaillances sont constants, les données de retour d'expérience précises et nombreuses; il existe ainsi, pour les composants électroniques, des bases de données de fiabilité relativement exactes. Ces données peuvent également permettre de prévoir la fiabilité de composants nouveaux au niveau de la planche à dessin.

Les travaux s'avèrent cependant moins avancés dans le domaine des composants mécaniques car les fiabilistes se heurtent à de nombreux problèmes tels que des populations d'échantillons moins nombreuses, des taux de défaillances non constants, des essais longs et coûteux de mise en oeuvre compliquée... En conséquence, les industriels cherchent de plus en plus à mettre au point des techniques de fiabilité les moins onéreuses possibles. C'est ainsi que les recherches se sont naturellement portées vers l'accélération des essais. Ces essais dans des conditions extrêmes permettent de déduire le comportement d'un composant dans des conditions déterminées à partir d'un essai dans des conditions sévérées.

Ce chapitre regroupe les travaux de bibliographie que nous avons effectué au cours de notre doctorat. Le contenu est issu d'ouvrages et d'articles qui nous ont semblé important pour la compréhension de notre problème et de notre démarche. Nous présenterons ici des rappels de fiabilité, un éventail des techniques de réduction d'essais et enfin une introduction aux essais accélérés qui montreront l'utilité de notre démarche et illustreront son originalité.

1.2. Généralités de fiabilité : aspects mathématiques

1.2.1. Définitions

a. Fiabilité

La fiabilité d'une entité est son aptitude à accomplir une fonction requise, dans des conditions données, pendant un intervalle de temps donné, sachant qu'elle était en état d'accomplir cette fonction au début de l'intervalle de temps donné. En pratique, la fiabilité se traduit souvent comme l'aptitude d'une entité à avoir une faible fréquence de défaillance [CET89].

La fiabilité d'un groupe d'éléments à un instant t est donc la probabilité de fonctionnement sans défaillance pendant la période $[0,t]$, donc la probabilité que l'instant de première défaillance T soit supérieur à t :

$$R(t) = p(T > t)$$

Elle se calcule aisément :

$$R(t) = \frac{\text{Nombre d'éléments en vie à l'instant } t}{\text{Nombre d'éléments en essai}}$$

On définit, par complémentarité, la fonction cumulée de défaillance $F(t)$,

$$F(t) = 1 - R(t)$$

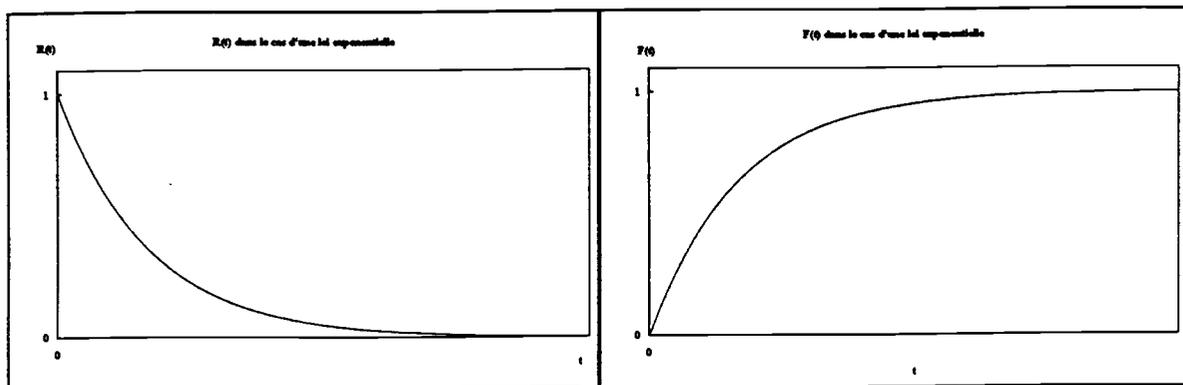


Figure 1 : fonction cumulée de fiabilité - Figure 2 : fonction cumulée de défaillance

On définit ensuite $f(t)$, la probabilité de défaillance d'un élément à l'instant t . C'est la dérivée de la fonction $F(t)$:

$$f(t) = \frac{dF(t)}{dt} = -\frac{dR(t)}{dt}$$

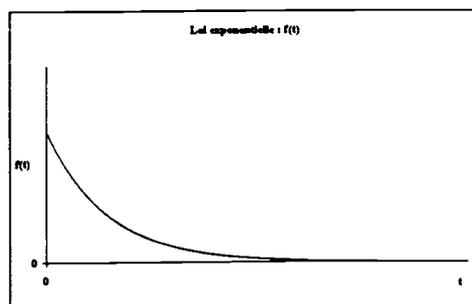


Figure 3 : fonction de défaillance $f(t)$

b. Défaillance

C'est la cessation d'une aptitude à accomplir une fonction requise, c'est le passage de l'état de fonctionnement à l'état de panne. On distinguera sa cause (circonstances ayant entraîné la défaillance), son mécanisme (processus ayant entraîné la défaillance) et son taux $\lambda(t)$ qui représente la proportion de dispositifs qui, ayant vécu un temps t , ne sont plus en vie à $t + dt$.

Le taux de défaillance s'exprime de la façon suivante :

$$\lambda(t) = \left(\frac{\text{Nbre de défaillants au cours de } dt}{\text{Nbre d'éléments en essai à } t} \right) \times \left(\frac{1}{dt} \right)$$

On peut alors exprimer ce taux de défaillance en fonction des fonctions cumulées de défaillance et de fiabilité,

$$\lambda(t) \cdot dt = \frac{F(t + dt) - F(t)}{R(t)} = \frac{dF(t)}{1 - F(t)}$$

La courbe représentative de l'évolution du taux de défaillance en fonction du temps est appelée **Courbe en baignoire** (voir figure 4).

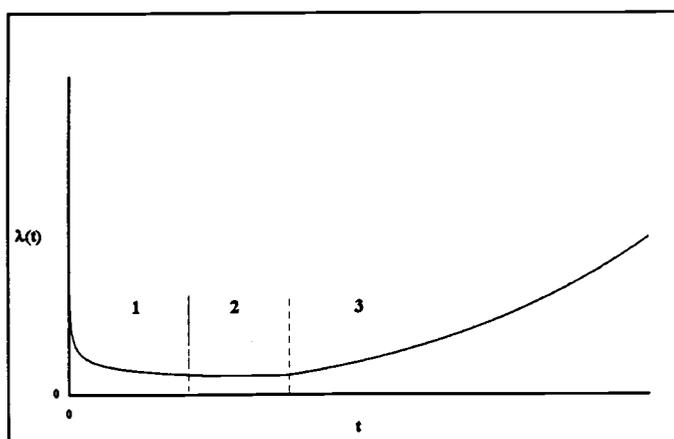


Figure 4 : courbe d'évolution du taux de défaillance en fonction du temps

La vie d'un composant peut donc être divisée en trois périodes :

- 1 : période de jeunesse, défaillances précoces
- 2 : période de vie utile, taux de défaillance sensiblement constant
- 3 : période de vieillesse, défaillances d'usure

c. Temps moyen de fonctionnement entre défaillances (MTBF)

C'est le temps moyen qui s'écoule entre deux défaillances consécutives.

$$MTBF = \left(\frac{\text{Temps total de fonctionnement pour l'ensemble des produits}}{\text{Nombre total de défaillants}} \right)$$

On utilise aussi l'indicateur MUT (moyenne des temps de bon fonctionnement), (voir figure 5) [LYO97a].

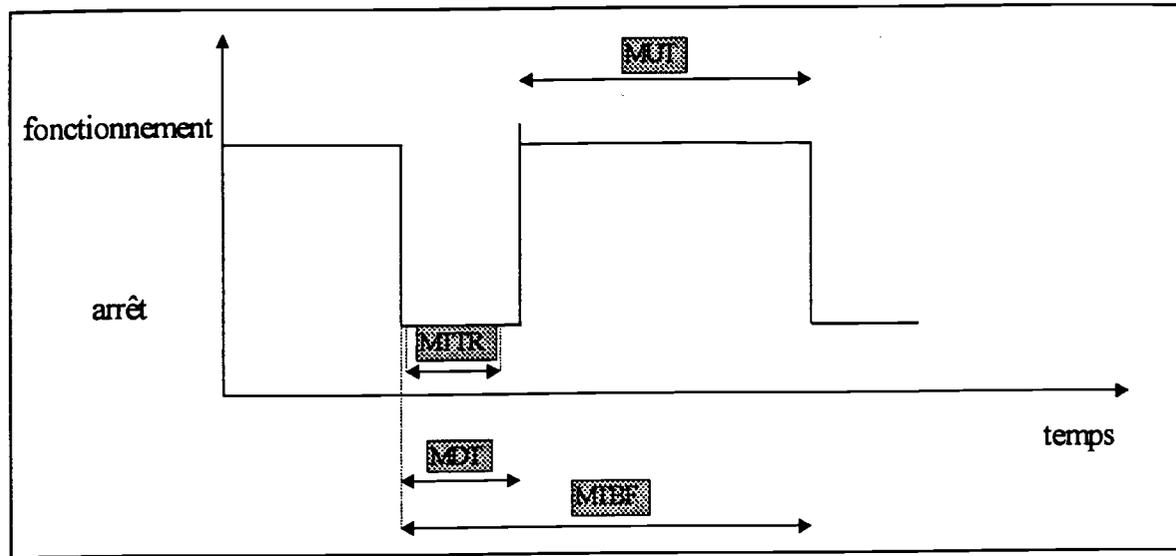


Figure 5 : définition de temps liés à la fiabilité et à la disponibilité d'un composant

- MUT : Mean Up Time (Moyenne des Temps de Fonctionnement)
- MDT : Mean Down Time (Moyenne des Temps d'Arrêt)
- MTBF : Mean Time Between Failure (Temps Moyen entre Défaillances)
- MTTR : Mean Time To Repair (Moyenne des Temps de Réparation)

Si $MTTR \ll MTBF$, alors on peut utiliser l'approximation $MUT = MTBF$:

$$MUT = \int_{-\infty}^{+\infty} R(t) \cdot dt$$

d. censure

Les données disponibles sont de quatre types :

- données complètes ou temps de défaillance. C'est le cas le plus informatif, on connaît les instants de défaillance de chaque panne observée,
- données censurées à droite. On décide d'arrêter l'observation à la date t_d . A cette date, le "composant" n'a pas eu de défaillance. La date t_d sera une donnée censurée à droite ou tronquée à droite, on a seulement l'information $t_d < t$,
- données censurées à gauche. On décide d'observer l'état du "composant" à partir de la date t_g . On constate que le "composant" a été défaillant mais on ne sait pas à quelle date t a eu lieu cette défaillance. On a seulement l'information $t < t_g$,
- données censurées par intervalle. Le "composant" a eu une défaillance entre deux dates t_g et t_d connues. Il s'agit de données censurées par intervalle, on a seulement l'information $t_d < t < t_g$,

Une donnée "censurée" est une donnée pour laquelle on ne connaît pas la date exacte de défaillance. Leur traitement est une des préoccupations majeures des mathématiciens et des fiabilistes.

1.2.2. Méthode Résistance-Contraintes

Dans cette méthode, on considère les contraintes appliquées au composant ainsi que la résistance du composant à ces contraintes comme des variables aléatoires [LIG, LIT80a].

On représente sur un graphique leurs distributions respectives.

La probabilité de défaillance du composant est égale à la probabilité de voir les contraintes appliquées dépasser la résistance du composant (voir figure 6, zone hachurée).

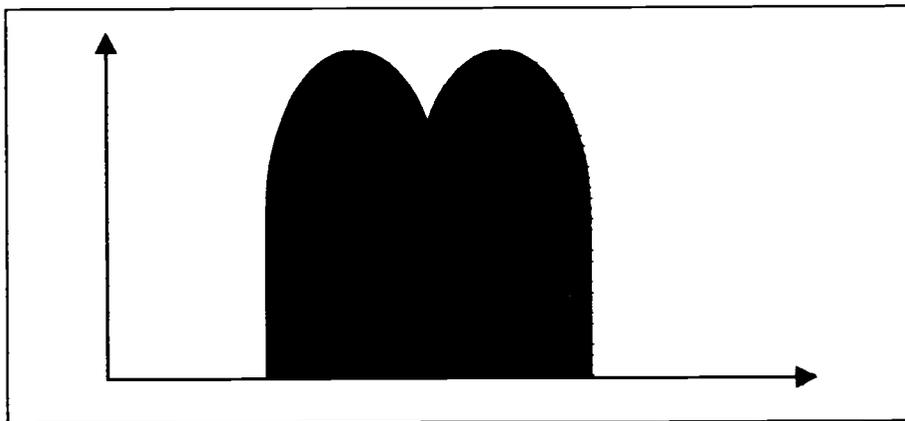


Figure 6 : illustration de la méthode Résistance-Contraintes

Résistance
Contraintes

1.2.3. Lois de probabilités utilisées en fiabilité

Les lois décrites ci-après sont les lois les plus utilisées en fiabilité. Pour plus de détails à leur sujet, on pourra se reporter à l'annexe 1 [NEL90,HAM96]. La figure 7 rappelle les formes respectives des distributions de défaillances $f(t)$ pour chaque loi citée.

a. Loi Normale ou loi de Laplace-Gauss.

La loi Normale est la loi la plus répandue parmi les lois de probabilité car elle s'applique à de nombreux phénomènes, notamment en physique et en économie (erreurs de mesure) et car elle est la forme limite de nombreuses distributions discrètes (en particulier, celle de la loi Binomiale).

C'est une loi continue et symétrique dépendant de deux paramètres qui représente bien la fin de vie des dispositifs subissant un phénomène de vieillissement : usure, fatigue et corrosion.

La loi Normale $N(0,1)$ est appelée loi Normale centrée réduite et peut être trouvée dans des tables de référence.

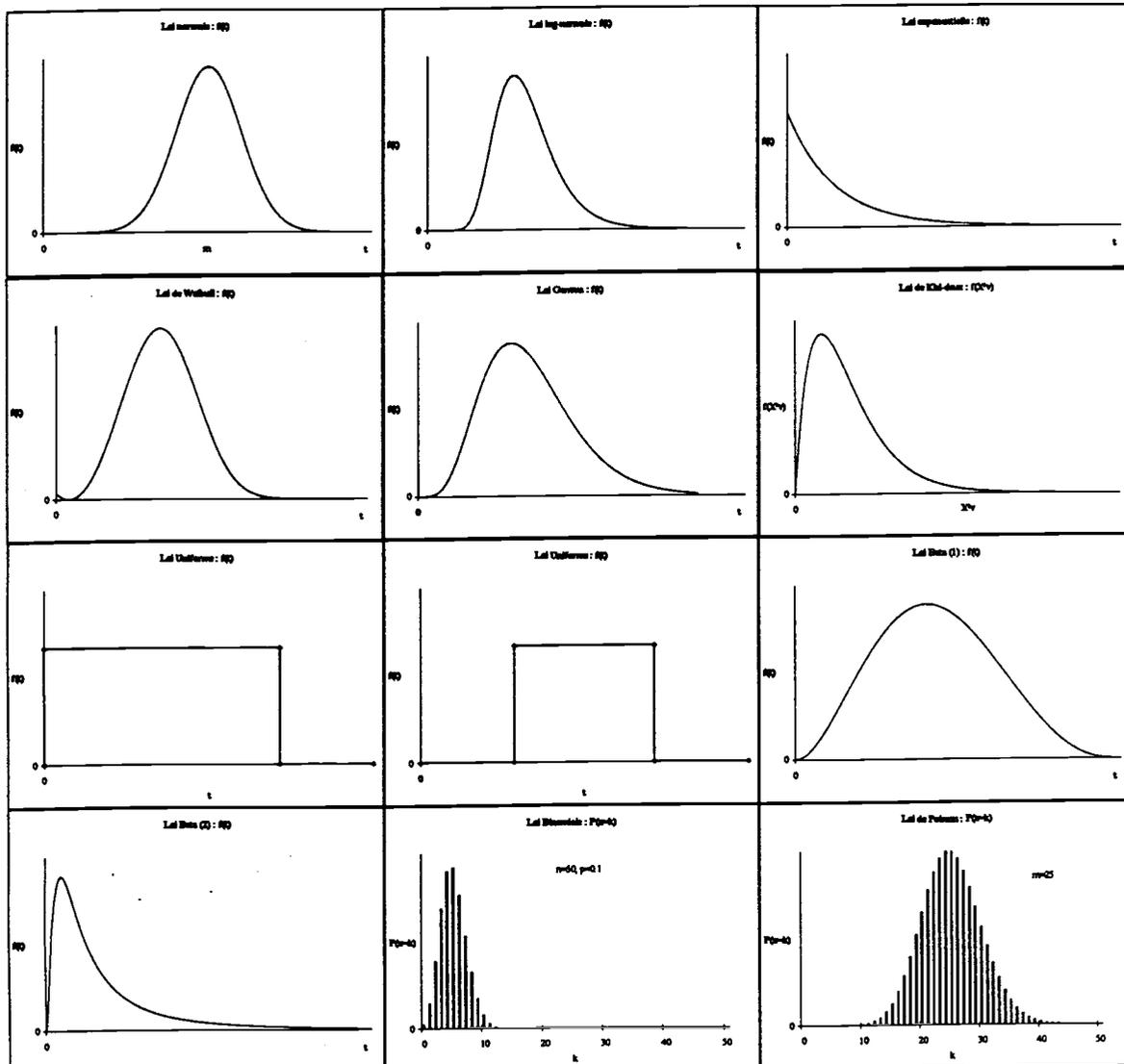


Figure 7 : rappel des distributions $f(t)$ pour les lois de fiabilité usuelles

b. Loi Log-Normale ou loi de Galton ou loi de Gibrat.

Une variable aléatoire continue, positive T est distribuée suivant une loi Log-Normale, si son logarithme népérien est distribué suivant une loi Normale.

Cette loi est souvent représentative de la distribution de la mortalité ou de la durée de réparation des matériels.

La distribution Log-Normale est un modèle fréquemment utilisé en fiabilité, car elle concerne des variables aléatoires positives, et le paramètre de forme s lui permet des représentations variées : en particulier, elle s'applique lorsque les observations faites sont les conséquences d'un effet multiplicatif de différentes causes indépendantes et aléatoires.

c. *Loi Exponentielle.*

C'est une loi qui ne dépend que d'un seul paramètre (le taux de défaillance λ) ; elle s'applique d'une manière générale aux matériels qui subissent des défaillances brutales, ou à des systèmes complexes composés de plusieurs éléments dont les lois de fiabilité élémentaires sont différentes.

La loi Exponentielle est associée au processus Poissonien qui est un processus qui génère des événements dont les temps d'occurrences sont indépendants et distribués identiquement. Appliquée à un matériel, elle correspond à la période pendant laquelle le taux de défaillance est constant avec le temps, c'est à dire la période pendant laquelle la probabilité de défaillance est la même à tout instant, d'où l'inutilité d'effectuer toute action préventive.

d. *Loi de Weibull.*

C'est une loi très souple, représentative d'une très grande variété de phénomènes aléatoires, qui est souvent utilisée dans le domaine de la fiabilité des matériels mécaniques.

La loi de Weibull est une loi représentative des trois phases de la durée de vie d'un matériel: jeunesse, maturité, vieillesse. Cependant, faute de statistiques réduites suffisantes, l'inférence basée sur un modèle général de Weibull implique toujours une perte d'information.

e. *Loi Gamma.*

Elle représente la loi de probabilité d'occurrence de β événements dans un processus poissonien.

La loi Gamma est souvent utilisée pour modéliser les temps de défaillance d'un matériel et peut, par conséquent, être employée comme distribution a priori dans l'analyse de la fiabilité bayésienne. Elle est conjuguée avec la loi Exponentielle, ce qui facilite singulièrement leur intégration.

Comme la loi de Weibull, la loi Gamma peut représenter toutes les phases de la vie d'un matériel, mais elle est cependant plus simple car elle est décrite par deux paramètres au lieu de trois pour la loi de Weibull.

La loi Gamma peut représenter une grande variété de distribution et est un modèle naturel d'échantillonnage exponentiel.

Elle s'applique particulièrement :

- à la théorie des files d'attente, utilisée pour le comptage de l'arrivée d'un nombre aléatoire N d'événements, lorsque le taux d'occurrence espéré reste constant et qu'un seul événement puisse survenir pendant un intervalle de temps dt : exemple, le nombre de matériels défectueux réalisé par une usine de production,
- aux tests de durée de vie des matériels.

f. *Loi du Khi-deux notée χ^2 ou loi de Pearson.*

La loi du Khi-deux est un cas particulier de la loi Gamma. Elle fait partie des principales lois élémentaires utilisées pour les tests statistiques (avec la loi de Student et la loi de Fisher-Snedecor) et pour définir l'intervalle de confiance.

g. *Loi uniforme*

La loi uniforme est fréquemment utilisée en statistique bayésienne, en particulier pour déterminer les lois de probabilité a priori dans le cas de l'ignorance totale, dans l'intervalle $[0, a]$ (elle est alors dite non-informative), ou dans l'intervalle $[a, b]$ précisant ainsi la connaissance de l'expert (elle est alors informative).

h. *La loi Bêta.*

C'est une loi très générale dont la distribution peut présenter des formes symétriques ou asymétriques très diverses.

i. Loi Bêta de type 1 ou de première espèce.

C'est la loi d'une variable aléatoire T prenant ses valeurs t sur l'intervalle $[0, 1]$ et dépendant de deux paramètres, n et p (paramètres de forme).

Cette loi représente la probabilité pour qu'un matériel survive au moins jusqu'à un temps t , quand n matériels sont testés simultanément, d'où son intérêt dans l'évaluation de la durée des essais de fiabilité.

Cette loi de probabilité est souvent utilisée en statistique bayésienne (survie d'un matériel) comme distribution a priori de la probabilité d'un événement qui suit une distribution binomiale. Les deux lois étant conjuguées naturelles, le calcul de la distribution a posteriori est alors simplifié (voir chapitre deux).

ii. Loi Bêta de type 2 ou de deuxième espèce.

Si T suit une loi Bêta de type 1 (n, p), alors par définition, $Y = \frac{T}{1-T}$ suit une loi Bêta de type 2.

i. *Loi Binomiale.*

La loi Binomiale s'applique pour décrire un phénomène ayant des occurrences s'excluant mutuellement (état défaillant ou en fonctionnement pour un matériel). Elle exprime la probabilité de voir k fois la réalisation d'une des occurrences au cours de n essais, en fonction

de la probabilité p de réalisation de cette occurrence. Cette distribution est utilisée en fiabilité pour déterminer la probabilité de défaillance à la sollicitation des matériels.

Elle ne peut être employée au contrôle qualité que si le nombre de tirages n est faible comparé au nombre d'individus, car elle s'applique rigoureusement que si les expériences sont non-exhaustives (avec remise de l'individu en cas de prélèvement).

j. Loi de poisson ou loi des faibles probabilités.

Dans le cas où le nombre d'expérience tend vers l'infini, mais que la probabilité de l'événement reste faible, il est préférable d'utiliser la loi de poisson.

Cette loi a en particulier des applications économiques dans le domaine des files d'attente, ou est utilisée pour calculer les probabilités d'accidents mortels.

D'une façon générale, c'est la loi qui traduit un nombre de réalisation d'événements très peu probables, dans une suite très nombreuse d'épreuves aléatoires ($n \geq 50$), la probabilité de réalisation des événements étant toujours la même.

Remarque : La loi de poisson est une loi discrète dont la variable aléatoire est un nombre d'événements, alors que dans la loi Exponentielle, la variable aléatoire est l'intervalle de temps entre deux événements.

Processus Poissonien :

Si le nombre d'événements se produisant pendant une période T ne dépend que de la durée de cette période, que les événements sont indépendants et qu'un seul événement arrive à la fois, on a affaire à un processus de poisson.

1.2.4. Fiabilité des composants

La fiabilité des composants élémentaires peut être estimée à partir d'essais en considérant les dates d'apparition des défaillances [DRO89].

On teste alors l'adéquation des défaillances constatées avec les lois de statistique connues et on identifie, quand c'est possible, la fiabilité du composant élémentaire (représentée par la fonction de densité de probabilité de défaillance au cours du temps) à une loi connue caractérisée par ses paramètres propres. Cette démarche n'est possible que si tous les essais ont été menés exactement dans les mêmes conditions.

On peut alors, en utilisant la fonction cumulée de défaillance, prévoir à un instant t la probabilité de défaillance d'un composant élémentaire. Cette estimation nécessite cependant des précautions : il convient de vérifier que les conditions de fonctionnement concernées par l'estimation sont les mêmes que celles ayant été utilisées pour déterminer la "loi de fiabilité" du composant.

On peut appréhender dès cette étape les problèmes liés à l'environnement dans lequel fonctionne le composant et donc la nécessité de caractériser l'influence de cet environnement sur le comportement du composant élémentaire.

1.2.5. Fiabilité des systèmes

Généralement, les industriels s'intéressent à la fiabilité de systèmes complexes, formés de plusieurs composants élémentaires comme les joints, arbres, carters, pistons... L'étude d'un tel système passe par sa décomposition en composants élémentaires (voir figure 8)

On étudie ensuite la fiabilité de chaque composant élémentaire et on en déduit la fiabilité du système.

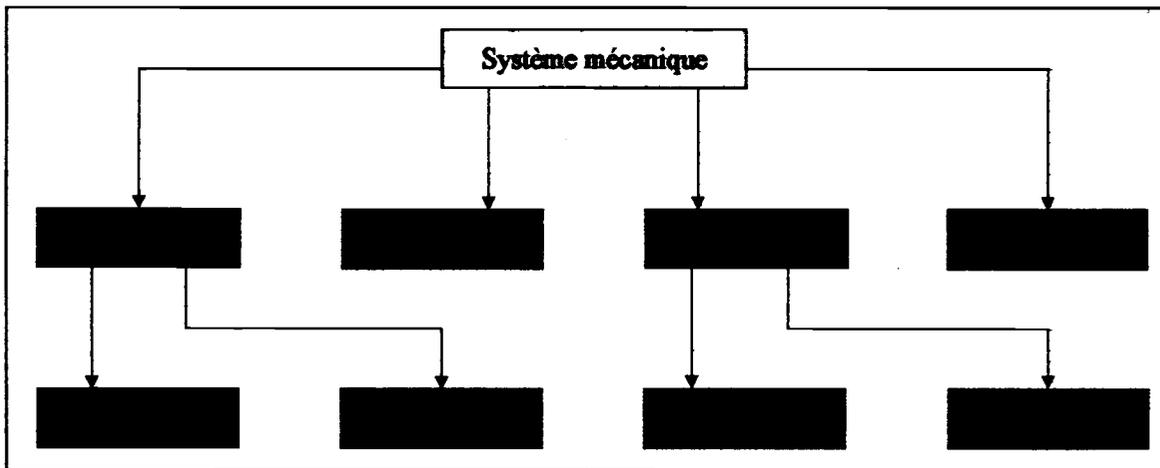


Figure 8 : décomposition d'un système mécanique en composants élémentaires

a. Système Série

C'est le cas le plus simple. Chaque composant est indispensable au fonctionnement du système, la défaillance de n'importe lequel entraîne la défaillance de tout le système. On peut alors exprimer la fiabilité du système de la manière suivante :

$$R_{\text{système}} = \prod_i R_{\text{composant } i}$$

On démontre aisément à partir de la formule précédente l'expression du taux de défaillance instantané du système en fonction de ceux des composants élémentaires :

$$\lambda(t)_s = \sum_i \lambda(t)_i$$

où $\lambda(t)_s$ est le taux de défaillance instantané du système,
 $\lambda(t)_i$ est le taux de défaillance instantané du composant élémentaire i .

b. *Système Parallèle*

C'est un système comprenant i sous-ensembles ou composants élémentaires A_i équivalents, c'est-à-dire que la défaillance du système n'a lieu que si tous les composants A_i sont défaillants.

Le système présente alors une ou plusieurs redondances.

La fonction cumulée de défaillance du système s'exprime alors en fonction des fonctions cumulées de défaillance des composants A_i :

$$F_{\text{système}} = \prod_i F_{\text{composant } i}$$

On en déduit la fiabilité du système :

$$R_{\text{système}} = 1 - \prod_i (1 - R_{\text{composant } i})$$

On peut noter que le fait de doubler ou tripler certains composants permet d'accroître la fiabilité d'un système au détriment de l'encombrement et du prix du système.

En général, les systèmes mécaniques sont une combinaison de systèmes parallèles séries et la fiabilité du système se calcule plus difficilement.

c. *Fiabilité d'un composant simple : modes de défaillance*

Considérons un composant élémentaire quelconque A.

La défaillance de ce composant peut-être due à différents mécanismes ou modes.

Vis à vis de ses différents modes de défaillance, le composant élémentaire se comporte comme un système série vis à vis des composants élémentaires qui le forment. En effet, la défaillance due à un mode de défaillance entraîne la défaillance du composant dans sa totalité. On peut alors écrire la fiabilité F du composant élémentaire [CHE92] :

$$R_A = \prod_i R_{A_{mi}}$$

où R_A est la fiabilité totale du composant A,

$R_{A_{mi}}$ est la fiabilité du composant A imputable au mode de défaillance i.

Comme précédemment on démontre que le taux de défaillance instantané du composant A peut s'exprimer de la façon suivante :

$$\lambda(t)_A = \prod_i \lambda(t)_{A_{mi}}$$

Par la suite, on considère les taux de défaillance $\lambda(t)_{A_{mi}}$.

Ceux-ci sont entièrement définis à partir des conditions et de l'environnement de fonctionnement. On peut les modéliser par un taux de défaillance de base (défini dans des conditions spécifiques) corrigé par des facteurs d'environnement :

$$\lambda(t)_{A_{mi}} = \lambda(t)_{A_{miB}} \cdot \prod_k f(t)_k$$

où $\lambda(t)_{A_{miB}}$ est le taux de défaillance de base du composant, pour le mode de défaillance i , les f_k sont les facteurs d'environnement.

1.2.6. Modes de défaillance

Dans toute étude de fiabilité, on étudie en fait la capacité d'un composant à ne pas défaillir. Il est donc nécessaire de connaître les modes de défaillance que l'on peut rencontrer sur le composant étudié. On cherche à en estimer les risques respectifs et on utilise fréquemment la méthode de l'Analyse des Modes de Défaillance, de leurs Effets et de leur Criticité (AMDEC) [SUH92, RIO93, RIO94].

a. Définition et principe de l'AMDEC

L'AMDEC est une analyse critique consistant à identifier de façon inductive et systématique les risques de dysfonctionnement des produits puis à en rechercher les origines et leurs conséquences. Elle permet de mettre en évidence les points critiques et de proposer des actions correctives adaptées. C'est une méthode le plus souvent préventive qui, par le biais d'un groupe de travail, permet la mise en commun des connaissances et des expériences d'experts d'horizons différents.

Elle se décompose en 2 étapes principales qui sont les suivantes :

- identification exhaustive des risques de dysfonctionnement,
- mise en évidence des points critiques,

L'AMDEC conduit en général à la définition d'actions correctives nécessaires à l'amélioration de la fiabilité du produit [GER88].

b. Application de l'AMDEC pour les études de fiabilité

Comme nous l'avons vu précédemment, l'étude de fiabilité d'un composant ou d'un système est liée à ses conditions de fonctionnement et aux modes de défaillance qu'elles impliquent.

Une analyse AMDEC permet de mettre en évidence les points critiques, ceux qu'il faut corriger en priorité, mais aussi de quantifier les risques et de les classer entre risque acceptable et risque inacceptable.

Pourtant, c'est une méthode relativement longue et coûteuse et elle ne doit être effectuée que sur des composants jugés critiques par une première analyse. Il ne faut donc pas réaliser systématiquement des AMDEC sur tous les composants mais plutôt une première analyse générale, exhaustive et simple pour identifier les composants à risque et ensuite effectuer

l'AMDEC de ces composants. D'après la commission d'enquête, si les ingénieurs de la NASA avaient procédé ainsi, ils auraient pu prévoir l'accident de la navette Challenger [BED88]. De plus, dans le cas de composants élémentaires, une AMDEC permet d'identifier et de modéliser les modes de défaillance. Elle peut donc aider au recensement des facteurs d'accélération et confirmer la validité ou non d'un essai accéléré.

En conclusion, l'AMDEC n'est qu'un outil de la fiabilité qui s'avère indispensable tant au niveau de la conception qu'au niveau du fonctionnement et du maintien en service d'un équipement. C'est la première étape de la construction et de la prévision de la fiabilité. De plus, par une comparaison avec des matériels existants et des bases de données contenant des informations relatives à une AMDEC, on peut modéliser les différences entre les matériels connus et des matériel nouveaux et ainsi prévoir facilement, avec un très petit nombre d'essais, la fiabilité d'un produit nouveau [VOG88].

1.3. Méthodes de réduction des durées d'essais

1.3.1. Introduction

Pour réaliser une série d'expériences, il faut tenir compte d'un certain nombre de paramètres et envisager la possibilité de modéliser le comportement d'un composant et de simuler sa dégradation plutôt que d'effectuer des essais. Les contraintes tant au niveau financier qu'au niveau du temps d'essai doivent être envisagées. Le domaine d'intérêt des expériences se situe dans le domaine des composants peu chers et dans le domaine des tests rapides (voir figure 9).

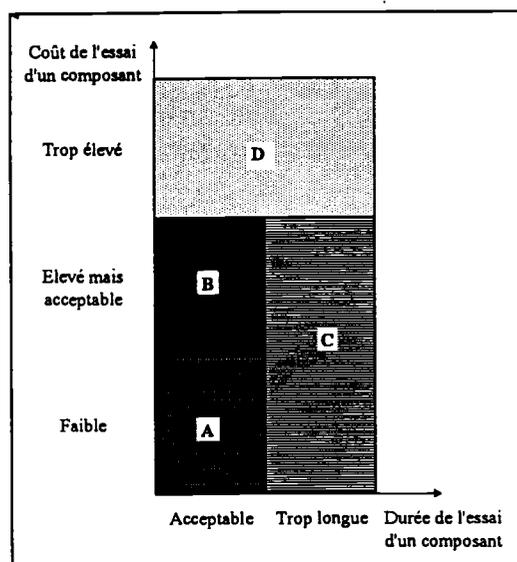


Figure 9 : stratégie d'essais en fonction du coût et de la durée d'un essai

Les différentes zones délimitées sur le graphique déterminent les stratégies suivantes :

- A : grand nombre de composants testés
- B : quelques composants testés avec des mesures du taux de dégradation
- C : mesures effectuées sur des matériels en service
- D : test de composants simplifiés ou simulation par ordinateur

1.3.2. Plans d'expérience

a. Introduction

Généralement, quelqu'un qui effectue des expériences ou des essais le fait intuitivement, dans le désordre et sans rigueur. Un plan d'expérience doit être compris comme un plan "optimal" d'expériences, c'est-à-dire la planification des expériences pour optimiser le nombre d'essais, leur coût et éventuellement la justesse et la véracité des résultats obtenus...

Un plan d'expérience permet de minimiser le nombre d'essais nécessaires pour étudier l'influence de facteurs internes ou externes sur la donnée à laquelle on s'intéresse.

Ainsi, si on veut étudier l'influence de trois paramètres a, b, c (pouvant prendre chacun deux valeurs distinctes) sur une grandeur y, l'étude de tous les cas possibles conduirait au minimum à 2^3 expériences. Si on ne considère pas les interactions entre les différents paramètres, 4 expériences judicieusement choisies suffiraient [VIG91]. Sur cet exemple simple, on comprend immédiatement que le choix d'un plan d'expérience optimal peut réduire fortement le nombre d'essais à effectuer.

b. Généralités

Un plan d'expériences recouvre une série d'essais (ou de simulations d'essais) destinée à éclaircir un problème complexe pour lequel on dispose cependant d'un minimum d'informations.

Il est également primordial de bien définir l'objectif du plan car c'est lui qui dirigera le choix du type de plan utilisé. On n'utilisera pas le même plan pour débroussailler l'influence de 10 facteurs sur le comportement d'un système que pour modéliser le comportement du même système en fonction de deux paramètres uniquement.

Une fois l'objectif fixé, il convient de décrire le mieux possible le système considéré (la "boîte noire"). Pour cela on recense tous les facteurs, c'est-à-dire les causes possibles et élémentaires des variations observées sur la réponse du système. La réponse est l'ensemble des performances observées sur le système étudié et qui caractériseront le comportement de celui-ci (voir figure 10).

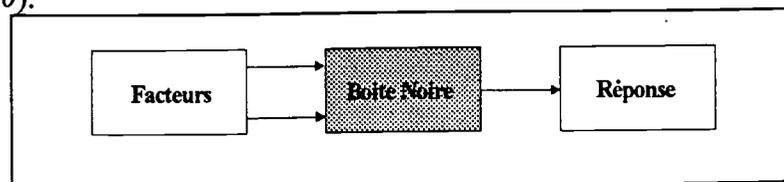


Figure 10 : description du système étudié

Un plan d'expériences est une matrice d'essais, c'est-à-dire une liste de combinaisons des différentes valeurs des facteurs associées à chaque essai. Les différentes valeurs que peut prendre un facteur dans le plan est son nombre de niveaux.

On modélisera le comportement du système en fonction des valeurs prises par les différents facteurs. Le modèle peut être linéaire ou non, homogène ou non [BEN94]. Ainsi on peut estimer l'évolution de l'usure d'un pion en mouvement sur un plan en fonction de la pression de contact (estimée non linéairement) et de la vitesse relative entre les deux surfaces (linéaire). On peut également étudier l'importance de l'interaction entre les deux facteurs, c'est-à-dire l'influence de l'action conjuguée des deux facteurs. Si l'action de la pression est symbolisée par p , l'action de la vitesse par v , l'usure par U , un tel modèle s'écrirait :

$$U = \bar{U} + a_1 \cdot p + a_2 \cdot p^2 + b_1 \cdot v + ab_1 \cdot pv + ab_2 \cdot p^2v$$

les termes a_1 , a_2 , b_1 , ab_1 et ab_2 estimant l'influence des paramètres par rapport à \bar{U} la moyenne de la réponse sur l'ensemble des essais.

Une fois, les facteurs choisis et leur linéarité respective envisagée (c'est-à-dire une fois le modèle choisi), on détermine le plan minimum permettant d'estimer ce modèle à partir de l'analyse des degrés de liberté du système. Le degré de liberté d'un facteur ou d'une interaction est le nombre minimum d'essais nécessaires pour estimer le facteur. Il est égal au nombre de niveaux du facteur moins 1 pour un facteur simple, au produit des degrés de liberté des facteurs la composant pour une interaction. Le plan minimum permettant d'estimer le modèle a au moins autant d'essais que la somme des degrés de liberté du modèle (ne pas oublier le degré de liberté de la composante d'ordre 0, \bar{U}).

On compare ensuite le plan obtenu aux contraintes fixées par l'étude (contraintes de coût mais aussi de temps). Si les contraintes sont trop fortes, il faut reconsidérer le modèle et le simplifier pour le rendre compatible avec celles-ci.

1.3.3. Méthode "Up and Down"

Cette méthode a été développée dans le cadre d'essais de détermination de limite de fatigue de matériaux [LIT80b].

On choisit un pas de contrainte et on effectue, pour une durée d'essai donnée, une série de tests pour des contraintes croissantes pas à pas. On augmente la contrainte appliquée jusqu'au premier défaillant pour la durée considérée. On cycle ensuite la contrainte entre le premier survivant et le premier défaillant (voir figure 11)

Cette méthode permet d'obtenir rapidement la limite de fatigue moyenne du composant testé, à condition que le pas ne soit ni trop large ni trop étroit et que la première contrainte testée ne soit pas trop faible par rapport à la limite de fatigue moyenne. On peut aisément s'affranchir de ces deux contraintes en effectuant une première série de tests au hasard afin de déterminer une valeur initiale et un pas convenable.

La méthode est ensuite complétée par une série d'essais pour les deux valeurs de contrainte encadrant la moyenne trouvée. Cette série d'essais supplémentaires permet, par une stratégie de minimisation de la variance, d'obtenir une précision sur la limite de fatigue équivalente à celle obtenue à partir d'un échantillon de population entre 2 et 4 fois plus nombreuse pour lequel on effectuerait des essais au hasard.

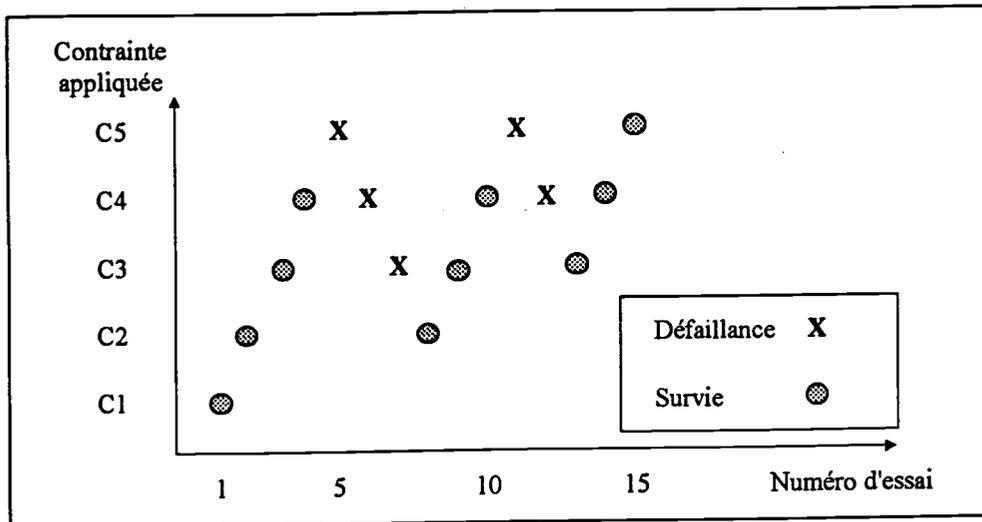


Figure 11 : exemple de plan d'essai par la méthode "Up and Down"

1.3.4. Essais matriciels

Ce sont des essais pour lesquels les contraintes sont fixes ou éventuellement cyclées [CRO86] pendant toute la durée de l'essai. On fait varier, d'un essai à l'autre, le niveau des contraintes appliquées, contraintes par ailleurs de même nature. Il convient de bien préciser la nature des contraintes qui sont fonction des conditions de fonctionnement auxquelles on s'intéresse pour le composant étudié [SCH69, NEL90].

De plus, le choix des niveaux de contrainte est primordial. En effet, le plus faible doit correspondre au niveau minimum permettant d'observer la dégradation considérée, le plus élevé doit correspondre au niveau le plus sévère pour lequel la dégradation considérée est encore dominante.

Pour permettre une extrapolation correcte jusqu'aux conditions d'utilisation, il convient de prévoir un nombre de niveaux intermédiaires de contraintes suffisant, en pratique 4 ou 5. Les effectifs et les durées d'essais sont déterminés d'une part par des raisons d'ordre économique, d'autre part par des considérations liées aux phénomènes que l'on veut mettre en évidence et à la précision souhaitée.

1.3.5. Essais sous contrainte échelonnée

Définition adoptée par la Commission Electrotechnique Internationale (CEI) [SCH69] :

"Essai au cours duquel une contrainte est appliquée à un échantillon pendant des périodes successives d'égale durée avec des niveaux croissants d'une période sur l'autre."

Les différentes période d'égale durée sont parfois appelées "paliers", l'écart entre deux niveaux de contrainte successifs est parfois appelé "échelon de contrainte".

L'hypothèse fondamentale de ce type d'essais est que la probabilité d'obtention d'une évolution donnée, en un point donné du domaine contrainte-temps, est indépendante de la manière par laquelle (à contrainte croissante) on est parvenu à ce point. De plus, on suppose que la dégradation d'un composant à un palier de contrainte C_i est fonction de la durée du palier et que la vitesse de dégradation d'un composant à un palier de contrainte C_i ne dépend que de ce niveau de contrainte (elle est indépendante des dégradations éventuellement subies aux paliers précédents à des niveaux de contrainte inférieurs à C_i).

1.3.6. Essais sous sur-contrainte ("elephant tests")

On appelle "elephant tests" un essai réalisé avec une contrainte comparable à un éléphant marchant sur le produit [NEL90]. On ne cherche en aucun cas à effectuer des calculs de fiabilité, il s'agit exclusivement d'un test. Le composant survit au test ou non. Un bon test est celui qui reproduit les modes de défaillances observés dans la réalité, dans les mêmes proportions mais il est délicat de concevoir un tel essai, surtout dans le cas de nouveaux produits.

En règle générale, on fait appel aux experts qui, d'après le résultat d'un tel test estiment si le produit est correct ou non. Il s'agit dans tous les cas uniquement de données qualitatives et on ne peut pas utiliser ces essais pour déterminer les paramètres de fiabilité d'un composant. C'est plutôt un outil à utiliser à la conception, pour choisir entre plusieurs solutions techniques.

1.3.7. Techniques bayésiennes

Nous reviendrons plus en détail sur les techniques bayésiennes au chapitre deux.

Les techniques bayésiennes sont des techniques permettant d'évaluer la distribution de probabilité d'un paramètre à partir de la connaissance a priori que l'on possède sur ce paramètre, connaissance qui est modifiée grâce aux observations obtenues, par exemple, par des essais de fiabilité [SUH94].

Le principal intérêt de cette démarche est qu'elle prend en compte tous les résultats ou toutes les observations disponibles au préalable et que quelques observations complémentaires suffisent pour valider la vraisemblance de la connaissance a priori [PRO92].

1.3.8. Conclusion

Toutes les méthodes présentées ci-dessus comportent un intérêt certain mais demandent une bonne connaissance des phénomènes rencontrés. En tout état de cause, ces méthodes doivent être utilisées avec prudence, par des experts, en complément de méthodes statistiques classiques.

1.4. Essais accélérés et modèles de comportement

1.4.1. Introduction

Le caractère systématique des essais d'endurance imposés aux industriels par leurs clients potentiels leur pose de graves problèmes. En effet, contrairement au domaine de l'électronique où il est aisé de mettre en œuvre un grand nombre de composants (ils sont souvent petits et bon marché), les essais d'endurance de composants mécaniques sont souvent réalisés sur un petit nombre de pièce et nécessite des infrastructures importantes. Aussi, pour minimiser les coûts et les durées de développement de leurs produits, les mécaniciens se tournent de plus en plus vers les essais accélérés, avec tous les problèmes que cela suppose [HAU75, BAI96, BAR96].

Il est très important de bien différencier un essai accéléré d'un essai d'endurance, aussi, nous allons en rappeler les définitions.

1.4.2. Définitions

Ces définitions sont celles adoptées par l'IEC (International Electrotechnical Commission) [VIL88].

Essai d'endurance :

« Un essai d'endurance est une expérimentation conduite sur une période de temps pour vérifier comment les propriétés d'une entité sont affectées à la fois par l'application de contraintes spécifiées et par leur durée. »

C'est un essai prédictif, c'est-à-dire qu'il vérifie l'adéquation du composant avec son utilisation prévue. Il faut veiller à ce qu'un essai d'endurance simule bien les conditions en service réel. C'est alors qu'on peut chercher à accélérer l'essai.

Essai accéléré :

« Un essai accéléré est un essai au cours duquel le niveau des contraintes appliquées est choisi au-delà du niveau fixé dans les conditions de référence, en vue de diminuer le temps nécessaire pour observer l'effet des contraintes sur l'entité ou en vue d'accentuer cet effet dans un temps donné. »

Un essai accéléré est également appelé essai sévéré. Il peut être caractérisé par deux considérations primordiales :

- ce doit être un test prédictif significativement plus court que la durée de vie réelle du composant dans les conditions spécifiées pour son utilisation,
- on doit pouvoir contrôler, pendant le test, des paramètres directement liés à la fiabilité du composant.

La sévérisation se fait par l'augmentation des "contraintes" d'environnement qui sont nombreuses et variées. On citera, par exemple, la charge appliquée, les contraintes mécaniques, l'amplitude des vibrations, la pollution, la température... [KHO80, ONS90]

Pour être valable, un essai accéléré ne doit altérer ni les mécanismes de base des défaillances, ni les modes de défaillance, ni leur importance relative.

1.4.3. Principe et précautions

Comme l'indique la définition, un essai accéléré est un essai pour lequel les contraintes sont supérieures aux contraintes de référence.

Ainsi, en électronique, on effectue des essais accélérés par augmentation de la température, ce qui simule le vieillissement des composants. En hydraulique et en pneumatique, l'augmentation de la pression, de la cadence ou de la charge, sont des modes d'accélération classiquement rencontrés.

Par extrapolation aux conditions de référence, il est possible d'estimer le taux de défaillance à partir des résultats d'essais accélérés (voir figure 12).

De plus, l'estimation de la fiabilité d'un produit à partir d'essais de laboratoire est malaisée car les conditions du laboratoire diffèrent notablement des conditions réelles d'utilisation sur le terrain.

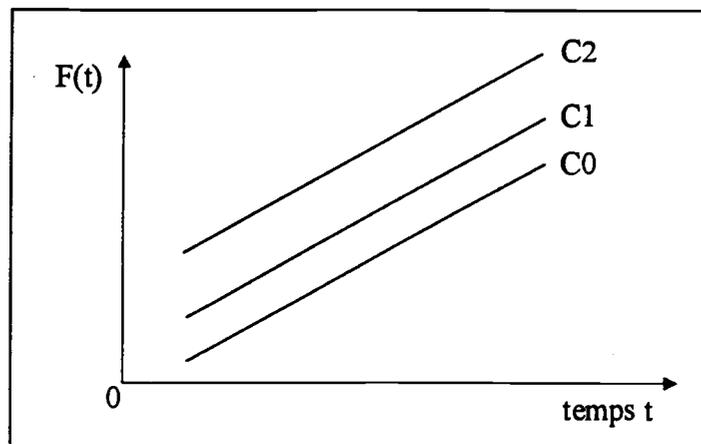


Figure 12 : exemple de lois d'accélération pour différents niveaux d'accélération

Dans la littérature, Yee and al. [YEE80] ont proposé une méthode de détermination de la distribution statistique de la vie d'un produit. Pour un mode de défaillance donné, on effectue un produit de convolution entre la distribution de la vie du produit mesurée en laboratoire et la distribution des conditions réelles d'utilisation du produit :

$$f(L) = \int_0^{+\infty} f_1(x_2 \cdot L) \cdot x_2 \cdot f_2(x_2) \cdot dx_2$$

- où
- L est la durée de vie du produit dans les conditions réelles de fonctionnement,
 - f_1 est la distribution de la vie du produit en laboratoire,
 - $x_2 \cdot L = x_1$ est le temps de sollicitation en laboratoire,
 - f_2 est la distribution du taux d'utilisation pour un temps de sollicitation réel x_2 .

Cette méthode s'avère utile pour des produits dont la durée de vie ne dépend que de leur taux d'utilisation et pas d'éventuels régimes intermittents.

On remarque donc que la conduite d'essais accélérés nécessite une connaissance approfondie du composant testé et des caractéristiques de dégradation :

- connaissance des points sensibles à la dégradation,
- connaissance du processus de dégradation,
- maîtrise de la vitesse d'évolution.

1.4.4. Modélisation du comportement et facteur d'accélération

Le facteur d'accélération est le rapport entre la durée de vie d'un produit dans les conditions d'utilisation et sa durée de vie dans les conditions de l'essai accéléré :

$$A = \frac{L_U}{L_T} = \frac{\lambda_T}{\lambda_U}$$

Dans le cas de taux de défaillance instantané, l'expression devient alors :

$$\lambda(t)_T = A \cdot \lambda(A \cdot t)_0$$

- où
- A est le facteur d'accélération,
 - L_U et λ_U sont les durée de vie et taux de défaillance à la température U ,
 - L_T et λ_T sont les durée de vie et taux de défaillance à la température T .

D'après Kitawaki [KIT88], on peut exprimer le facteur d'accélération d'un système complexe à partir de données sur les composants élémentaires, moyennant quelques hypothèses.

Exemple : accélération par la température pour les composants électroniques.

$$A = e^{\left[\frac{\Delta H}{k} \left(\frac{1}{T_U} - \frac{1}{T_T} \right) \right]}$$

avec $\beta = \Delta H$ et $z = \frac{1}{k} \cdot \left(\frac{1}{T_U} - \frac{1}{T_T} \right)$

On note que le facteur d'accélération est égal au coefficient d'environnement de la loi d'Arrhénius.

Kitawaki introduit ensuite le modèle du risque proportionnel :

$$\lambda(t)_T = A \cdot \lambda(t)_0$$

avec

$$A = e^{z \cdot \beta}$$

- où
- z correspond à l'environnement,
 - β correspond à la dépendance du produit par rapport à l'environnement z .

Remarque :

Les facteurs d'environnement sont peu explicités dans la littérature. On notera notamment l'existence :

- des coefficients de COX,
- des coefficients BR&DC,
- de la loi d'Arrhénius,
- de la loi de la puissance inverse.

a. Coefficients de COX

On considère un sujet défini par un vecteur de caractéristiques Z qui traduit à la fois la morphologie du sujet et son environnement. COX a décrit la fonction de survie instantanée du sujet de la manière suivante :

$$\lambda(t, Z) = \lambda_0(t) \cdot c(b, Z)$$

avec $Z = (z_1, \dots, z_p)$ et $b = (b_1, \dots, b_p)$.

Cela revient à dire que le risque, pour un sujet de caractéristique Z , à l'instant t , est le produit d'une fonction $\lambda_0(t)$ ne dépendant que du temps et d'une fonction $c(b, Z)$ n'en dépendant pas [KIT88, DIE96]. La fonction $c(b, Z)$ dépend des caractéristiques Z du sujet, le vecteur b exprime cette dépendance.

La fonction $c(b, Z)$ peut être choisie de la forme suivante [COX70] :

$$c(b, Z) = e^{-b \cdot Z}$$

Cette forme offre l'avantage de garantir une fonction positive sans contraintes sur le vecteur b .

L'expression de la fonction de survie présente l'intérêt de permettre l'élimination de la dépendance vis à vis du temps en cas de comparaison des risques instantanés de deux sujets de caractéristiques respectives Z_1 et Z_2 . On obtient alors, en effectuant le rapport entre les deux risques instantanés, l'expression suivante :

$$\frac{h(t, Z_1)}{h(t, Z_2)} = \frac{e^{-b \cdot Z_1}}{e^{-b \cdot Z_2}}$$

Cette expression ne dépend pas du temps t .

L'estimation du vecteur des paramètres b sera détaillée au chapitre deux.

Remarque :

Ce modèle permet d'étudier l'influence de paramètres z_i , mais on peut également envisager l'étude des interactions entre deux paramètres. On pourra, par exemple, définir un vecteur contraintes de la forme suivante :

$$Z = \begin{array}{|l} z_1 \\ z_2 \\ z_3 = z_1 \cdot z_2 \end{array}$$

b. Coefficients Belvoir R D & E Center

Ces coefficients ont été développés par le Belvoir Research Development & Engineering Center pour des composants mécaniques et notamment des composants hydrauliques [SKE85, RAZ86, RAZ87, RHO88]. L'étude est placée dans le cadre d'un mode de défaillance spécifique, le système est décomposé en composants élémentaires et le taux de défaillance de chaque composant élémentaire est modélisé par un taux de base multiplié par des facteurs d'environnement. Ces facteurs prennent des formes diverses et variées.

Pour un joint par exemple, le taux de défaillance s'exprime par la formule suivante :

$$\lambda = \lambda_B \cdot \frac{Q_a}{Q_f}$$

où λ_B est le taux de défaillance de base du joint,
 Q_a sont les fuites réelles,
 Q_f sont les fuites admissibles, fuites au delà desquelles on considère le joint comme défaillant.

On décompose ensuite le rapport Q_a/Q_f en différents facteurs d'environnement relatifs à la pression du fluide, sa viscosité, sa température, les états de surface, les dimensions du joint, la contamination....

Ces facteurs semblent assez intéressants mais les publications où ils sont présentés ne donnent pas d'exemples numériques de leur validité. De plus, il semblerait que même aux Etats-Unis des réserves aient été émises quant à cette validité, notamment de la part de la Marine Américaine.

c. Loi d'Arrhénius

Cette loi traduit, pour les composants électroniques, l'influence de la température sur la dégradation du circuit [SCH69]. Elle relie les durées de vie ou les taux de défaillance d'un produit en fonction des deux températures d'essai :

$$L_U = L_T \cdot e^{\frac{E_a}{k} \left(\frac{1}{T_U} - \frac{1}{T_T} \right)}$$

ou, pour les taux de défaillance,

$$\lambda_U = \lambda_T \cdot e^{\frac{E_a}{k} \left(\frac{1}{T_T} - \frac{1}{T_U} \right)}$$

où E_a est l'énergie d'activation en eV,
 $k = 8.6310^{-5}$ eV/K est la constante de Boltzmann,
 T_U est la température d'utilisation en K,
 T_T est la température de test en K,
 L_U et λ_U sont respectivement les durée de vie et taux de défaillance à la température T_U ,
 L_T et λ_T sont respectivement les durée de vie et taux de défaillance à la température T_T .

d. Loi de la puissance inverse

C'est la loi qui, pour les systèmes électroniques, traduit les variations de tension d'utilisation [SCH69].

On exprime le rapport entre la durée de vie du produit dans les conditions normales d'utilisation L_U et sa durée de vie dans des conditions de test spécifiées L_T :

$$\frac{L_U}{L_T} = \left(\frac{V_T}{V_U} \right)^N$$

où V_U est la tension normale d'utilisation,

V_T est la tension du test spécifié,

N est un coefficient qui dépend du type de circuit électronique.

On peut trouver d'autres types de modélisation mais ceux-ci sont souvent empiriques et ne peuvent pas être généralisés [KAL92].

1.4.5. Méthodologie d'essais accélérés

Un essai accéléré doit prendre en compte toutes les considérations citées précédemment. On peut le diviser en quatre étapes principales [LEF94].

a. Etude préliminaire

On relève les modes de défaillance les plus significatifs du composant et on choisit celui ou ceux que l'on va considérer. On modélise de la façon la plus simple possible les mécanismes correspondant à ces modes de défaillance. On relève les facteurs d'accélération envisageables et on détermine les modes d'accélération à adopter spécifiquement dans le cas du composant choisi.

b. Essais préliminaires

On effectue quelques essais pour valider les modèles des modes de défaillance. On définit, à partir de ces essais, les domaines de variation des facteurs d'accélération retenus. On choisit un ou des critères pour mesurer l'avancement de la dégradation du composant et on cherche à modéliser les lois reliant ces critères aux variations des paramètres d'accélération.

c. Essais systématiques

On définit un programme d'essais systématiques, à partir du modèle retenu et des essais préliminaires. On réalise ensuite la campagne d'essais en veillant à bien assurer les conditions d'essai pré définies.

d. Interprétation

On effectue les prévisions de durée de vie des composants pour les conditions qui nous intéressent. On tire des résultats les paramètres des lois de comportement et d'accélération. On en déduit des considérations théoriques sur les caractéristiques et le comportement du composant testé.

1.4.6. Conclusion

Les essais accélérés semblent être une bonne alternative à la forte augmentation des durées de vie des composants et à la part de plus en plus importante des essais dans la phase de développement d'un produit.

Nous avons vu ici que de tels essais exigeaient des précautions importantes.

D'autre part, il n'existe que peu de modèles de comportement de composants en fonction de l'environnement; l'expérimentateur se heurtera au problème de la modélisation de l'influence de l'environnement sur le composant et rencontrera des difficultés à prédire des résultats dans des conditions différentes de celles déjà testées.

Le modèle de Cox peut être une réponse à ce besoin de modélisation. Nous montrerons au chapitre deux qu'il est bien adapté.

1.5. Conclusion

Ce chapitre a regroupé un vaste éventail de méthodes de réduction d'essais. Celles-ci ont été développées dans des cas relativement spécifiques et semblent peu adaptées au cas de composants hydrauliques ou pneumatiques.

Nous présenterons au chapitre deux notre contribution à la détermination de la fiabilité de composants hydrauliques ou pneumatiques à partir de deux méthodes principales, les méthodes bayésiennes et la modélisation de type Cox.

2. DEVELOPPEMENTS THEORIQUES

2.1. Introduction

Nous présenterons, dans ce chapitre, les travaux complémentaires que nous avons réalisés à partir de la synthèse bibliographique présentée au chapitre un.

Nous aborderons tout d'abord la théorie concernant les statistiques de l'échantillon ordonné; cette méthode, bien que purement mathématique, permet d'estimer plus rapidement les paramètres de fiabilité mais nécessite de tester un grand nombre d'échantillons.

Nous reviendrons ensuite plus en détail sur les méthodes bayésiennes et sur leur utilisation possible en fiabilité mécanique.

Nous détaillerons alors la théorie relative à l'utilisation des modèles de Cox ainsi que les travaux réalisés afin de permettre leur utilisation (développement d'un logiciel de traitement en collaboration avec l'ENISE).

Enfin, nous décrivons les méthodes de l'analyse de données qui nous semblent être particulièrement intéressante car elle peuvent permettre de prévoir des données de fiabilité sans développer de modèles théorique ou numérique.

Ce chapitre regroupe des travaux issus d'ouvrages existants ainsi que notre contribution à ces divers problèmes.

2.2. Essais groupés, influence de l'ordre de défaillance, méthode du minimum

Nous allons exposer ici des développements statistiques liés à l'échantillon ordonné [TAS89] et à la place d'un élément dans cet échantillon.

2.2.1. Définitions

Soit $\{X_1, \dots, X_n\}$ un échantillon de n instants de défaillance pour n composants.

On définit l'échantillon ordonné $\{Y_1, \dots, Y_n\}$ par la relation suivante : $Y_k < Y_{k+1}, \forall k \in \{1, \dots, n-1\}$

On introduit alors les statistiques suivantes :

- Y_1 minimum de l'échantillon,
- Y_n maximum de l'échantillon,
- Y_k variable aléatoire occupant la $k^{\text{ième}}$ position dans l'échantillon ordonné.

On se propose d'étudier les lois F_{Y_k} des Y_k et de les relier à la loi F de l'échantillon global des $\{X_1, \dots, X_n\}$.

2.2.2. Lois F_{Y_1}

Rappel :

Soit, l'événement $A_x = X < x$

On notera $P(A_x) = P(X < x) = F_X(x) = F$.

Si, dans ξ_n , on note K la variable aléatoire "nombre de réalisation de A_x ", les expériences étant indépendante, à x donné, on a :

$$P(A_x) = cte = p = F \text{ et } L(K) = B(n, p)$$

donc $P(K = k) = C_n^k \cdot F^k \cdot (1 - F)^{n-k}$.

a. Etude de Y_1

On établit, la fonction de répartition de la 1^{ère} valeur d'un échantillon ordonné de dimension n . Cette étude est basée sur la même démarche que celle mise en œuvre au paragraphe précédent.

Par définition, F_{Y_1} est égale à :

$$F_{Y_1}(x) = P(Y_1 < x) = 1 - P(Y_1 > x)$$

$$\text{donc } F_{Y_1}(x) = 1 - P\left[\bigcap_{i=1}^n (X_i > x)\right] = 1 - \prod_{i=1}^n [P(X_i > x)]$$

$$\text{d'où } F_{Y_1}(x) = 1 - \prod_{i=1}^n [1 - P(X_i < x)]$$

soit, finalement,

$$F_{Y_1}(x) = 1 - [1 - F_X(x)]^n = 1 - (1 - F)^n$$

et, sous réserve de dérivabilité

$$f_{Y_1}(x) = n \cdot f_X(x) \cdot [1 - F_X(x)]^{n-1} = n \cdot f \cdot (1 - F)^{n-1}$$

exemple :

Si $L(X)$ est une loi de Weibull de paramètres β, η, γ $L(X) = W(\beta, \eta, \gamma)$, on a :

$$F(x) = F = 1 - e^{-\left(\frac{x-\gamma}{\eta}\right)^\beta}$$

On en déduit F_{Y_1} qui prend la valeur suivante :

$$F_{Y_1}(x) = 1 - e^{-\left(\frac{x-\gamma}{\eta_1}\right)^\beta} \text{ avec } \eta_1 = \frac{\eta}{n^\beta}$$

et donc $L(Y_1) = W(\beta, \eta_1, \gamma)$

b. Etude de Y_n

On établit, la fonction de répartition de la $n^{\text{ième}}$ valeur d'un échantillon ordonné de dimension n .

Par définition, F_{Y_n} est égale à :

$$F_{Y_n}(x) = P(Y_n < x)$$

Or, si le maximum est inférieur à x , tous les X_i sont inférieurs à x également.

$$\text{On a donc } F_{Y_n}(x) = P(Y_n < x) = P\left[\bigcap_{i=1}^n (X_i < x)\right]$$

$$\text{d'où } F(x) = \prod_{i=1}^n [P(X_i < x)] = \prod_{i=1}^n F_{X_i}(x)$$

or $\forall i, L(X_i) \equiv L(X) \Rightarrow F_{X_i}(x) \equiv F_X(x)$ et donc

$$F_{Y_n}(x) = [F_X(x)]^n = F^n$$

Si F est dérivable, alors Y_n a pour densité de probabilité

$$f_{Y_n}(x) = n \cdot f_X(x) \cdot [F_X(x)]^{n-1} = n \cdot f \cdot F^{n-1}$$

exemple :

Si $L(X)$ est une loi de Weibull de paramètres β, η, γ $L(X) = W(\beta, \eta, \gamma)$, on a :

$$F(x) = F = 1 - e^{-\left(\frac{x-\gamma}{\eta}\right)^\beta}$$

On en déduit F_{Y_n} qui prend la valeur suivante :

$$F_{Y_n}(x) = \left(1 - e^{-\left(\frac{x-\gamma}{\eta}\right)^\beta}\right)^n$$

Cette fonction de répartition ne correspond pas à celle d'une loi de Weibull.

c. Généralisation : étude de Y_k

Nous allons nous intéresser ici à la loi de probabilité suivie par Y_k , la variable aléatoire décrivant le $k^{\text{ième}}$ élément de l'échantillon ordonné.

Soit K la variable aléatoire "Nombre de réalisations de l'événement A_x dans ξ_n ".

Comme, par définition, $A_x \Leftrightarrow X < x$, il vient

$$F_{Y_k}(x) = P(Y_k < x) = P(K \geq k) = 1 - P(K < k)$$

En effet, dire que $Y_k < x$ est équivalent à dire qu'il y a au moins k réalisations de A_x .

or $L(K) = B(n, p)$ avec $p = F_x(x) = F$

donc $F_{Y_k}(x) = 1 - \sum_{j=0}^{k-1} P(K = j) = \sum_{j=0}^n P(K = j) - \sum_{j=0}^{k-1} P(K = j)$ et donc

$$F_{Y_k}(x) = \sum_{j=k}^n P(K = j) = \sum_{j=k}^n C_n^j \cdot F^j \cdot (1-F)^{n-j}$$

Si F est dérivable, on a l'égalité suivante :

$$f_{Y_k}(x) = \sum_{j=k}^n \left[j \cdot C_n^j \cdot f \cdot F^{j-1} \cdot (1-F)^{n-j} - (n-j) \cdot C_n^j \cdot f \cdot F^j \cdot (1-F)^{n-j-1} \right]$$

En développant l'expression et tenant compte de l'égalité $(j+1)C_n^{j+1} = (n-j)C_n^j$, on obtient l'équation suivante :

$$f_{Y_k}(x) = k \cdot C_n^k \cdot f \cdot F^{k-1} \cdot (1-F)^{n-k}$$

On peut également calculer directement f_{Y_k} sans passer par l'étape précédente de calcul de F_{Y_k} . Par définition :

$$f_{Y_k}(x) \cdot dx = P\{Y_k \in [x; x + dx]\}$$

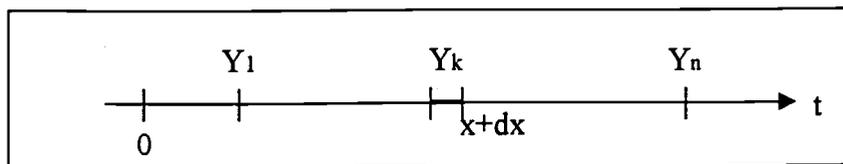


Figure 13 : calcul de f_{Y_k} , schéma de définition

Donc $f_{Y_k}(x) \cdot dx$ est la probabilité que $(k-1)$ éléments X_i sur n soient dans l'intervalle $[0; x]$, que 1 élément X_i sur $(n-k+1)$ soit dans l'intervalle $[x; x + dx]$ et que les $(n-k)$ éléments X_i restants soient dans l'intervalle $[x + dx; +\infty[$.

L'indépendance des X_i conduit à

$$f_{Y_k}(x) \cdot dx = [C_n^{k-1} \cdot F_x^{k-1}] \cdot [(n-k+1) \cdot f_x \cdot dx] \cdot [(1-F_x)^{n-k}]$$

Donc, en tenant compte de l'égalité $(n-k+1)C_n^{k-1} = kC_n^k$, on obtient l'égalité suivante :

$$f_{Y_k}(x) = k \cdot C_n^k \cdot f \cdot F^{k-1} \cdot (1-F)^{n-k}$$

Remarques :

Par intégration, on retrouverait l'expression de F_{Y_k} exposée précédemment.

De plus, les lois de Y_1 et Y_n décrites aux paragraphes précédents sont des cas particuliers de la loi de Y_k correspondant respectivement aux valeurs $k = 1$ et $k = n$.

2.2.3. Application aux problèmes industriels

Dans cette méthode, on se propose de réduire le nombre des essais à partir de la loi de la valeur minimum Y_1 .

Considérons un échantillon de taille n . On s'intéresse à la fonction de répartition de Y_1 , instant de la première défaillance de l'échantillon.

On peut alors écrire $F_{Y_1}(x) = 1 - [1 - F_X(x)]^n$

or $R_X(x) = 1 - F_X(x)$ et $R_{Y_1}(x) = 1 - F_{Y_1}(x)$

on a donc l'égalité suivante $R_{Y_1}(x) = R_X(x)^n$

et finalement

$$R_X(x) = R_{Y_1}(x)^{\left(\frac{1}{n}\right)}$$

Ce résultat relie la fiabilité du composant étudié $R_X(t)$ à la loi de la valeur minimum $R_{Y_1}(t)$. Cette loi est généralement déterminée plus rapidement que la loi de fiabilité du composant dans la mesure où seule la première défaillance de chaque groupe de n composants est nécessaire à son calcul. C'est dans cette mesure que la méthode du minimum peut être considérée comme une méthode d'accélération d'essais. On procède alors à des essais par groupe, les essais du groupe étant censurés après le premier défaillant (voir figure 14).

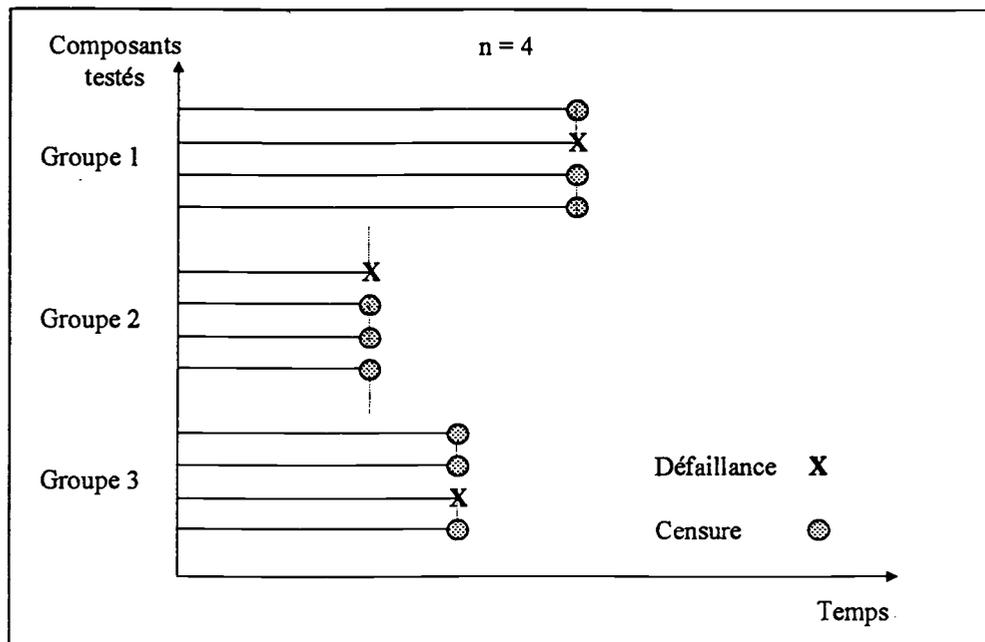


Figure 14 : principe des essais par groupe pour la méthode du minimum

Des démarches similaires peuvent être menées avec les défaillances d'ordre supérieur à 1 mais le gain obtenu est maximum dans le cas exposé ci-dessus.

Plus le nombre n de composants dans chaque groupe est élevé, plus le gain de temps est élevé, plus le nombre de groupes en essai est élevé, plus l'intervalle de confiance sur la loi $R_{Y_1}(t)$ sera

fin et donc plus celui de $R_x(t)$ le sera également. Il convient de déterminer l'optimum entre le coût des essais (nombre de composants testés) et la finesse du résultat cherché.

Cette méthode peut également être utilisée pour déterminer rapidement une estimation de la fiabilité d'un composant en l'absence de toutes les données de défaillance. Elle peut également être couplée avec des méthodes bayésiennes [LYO97b] pour estimer plus rapidement la loi du minimum par exemple.

2.3. Méthodes bayésiennes

2.3.1. Introduction

Pour fournir des données de fiabilité (durées de vie, intervalles de confiance...), il est nécessaire d'effectuer des inférences statistiques à partir des données récoltées. Cependant on remarque que les "composants" sont de plus en plus fiables ce qui a pour conséquence de diminuer le nombre d'informations. On arrive ainsi au paradoxe suivant: plus la fiabilité d'un composant est élevée, plus son évaluation est difficile. Cette difficulté réside dans le fait que les méthodes statistiques classiques pour l'estimation de paramètres nécessitent un grand nombre de données.

Ces méthodes sont essentiellement basées sur l'approche fréquentielle ou fréquentiste exprimant la convergence de la fréquence des événements vers leur probabilité d'occurrence, lorsque le nombre des observations tend vers l'infini. Ainsi, l'information sera d'autant plus précise que l'échantillon sera grand. Seulement les installations en fonctionnement ne fournissent que très peu de données et généralement au bout d'un temps certain. Elle est applicable pour des composants électroniques et pour certains matériels mécaniques (tels que la robinetterie dans une usine fortement orientée hydraulique), dont le nombre élevé d'entités utilisées fait l'abondance des données mais est peu adaptée au cas de composants coûteux et à durée de vie élevée pour lesquels on dispose de peu de données.

Une solution est de trouver de nouvelles méthodes statistiques permettant d'avoir un maximum d'information à partir de très peu de données issues du retour d'expérience ou d'essais. La méthode de Bayes répond bien à cette attente. L'utilisation des techniques bayésiennes dans le domaine de la fiabilité industrielle est cependant un phénomène récent, lié à l'apparition d'ordinateurs puissants à grande capacité de calcul [YUC80].

Les techniques bayésiennes s'appliquent aux problèmes des entreprises disposant de systèmes uniques très chers et qui veulent en estimer ou en maîtriser la fiabilité. La rareté des informations fait qu'une analyse objective donne bien souvent des résultats erronés. Dans ce cas, il est préférable d'utiliser la démarche subjective qu'est la méthode de Bayes. Pour cette approche, la probabilité est considérée comme un concept personnalisé, dépendant du degré de croyance que chaque individu porte sur l'occurrence d'un événement [FAU86]. Ces techniques Bayésiennes mettent en œuvre un raisonnement bien adapté à la logique expérimentale, se basant sur l'enrichissement dynamique de la connaissance par les informations du terrain [SUH94].

2.3.2. Présentation de l'approche bayésienne

Dans l'approche statistique classique, le paramètre θ qu'on cherche à estimer est considéré comme une inconnue mais déterministe et estimée par une méthode traditionnelle (méthode du maximum de vraisemblance par exemple); dans l'approche Bayésienne, le paramètre θ est une variable aléatoire sur l'espace probabilisable Θ (ensemble auquel appartient θ), admettant une densité de probabilité $g(\theta)$.

L'incertitude sur l'occurrence d'un événement est modélisée par une probabilité subjective, déterminée à partir de connaissances sur des matériels similaires : c'est l'information a priori.

La fonction de vraisemblance va permettre de valoriser les données X_i ou t_i issue du retour d'expérience ou d'essais sur le matériel étudié : c'est l'information objective.

Le théorème de Bayes va permettre de combiner l'information subjective et objective (voir figure 15).

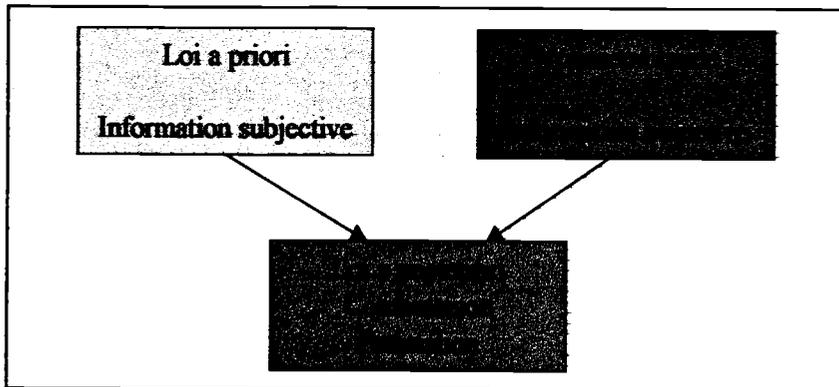


Figure 15 : schéma de principe des méthodes bayésiennes

a. Théorème de Bayes

Deux formulations principales du théorème de Bayes peuvent être proposées, une formulation discrète, et une autre continue. En fiabilité, c'est la formulation continue du théorème de Bayes qui est la plus utilisée.

Formulation discrète :

$$P(A_i / B) = \frac{P(A_i)P(B / A_i)}{\sum_j [P(A_j)P(B / A_j)]}$$

- où A_i : événement étudié,
 B : événement(s) observé(s),
 $P(A_i)$: probabilité a priori de réalisation de l'événement A_i ,
 $P(B / A_i)$: vraisemblance de l'occurrence de l'événement A_i sachant que B a été observé,
 $P(A_i / B)$: probabilité a posteriori de réalisation de l'événement A_i sachant que B a été observé.

Formulation continue :

$$g(\theta / X) = \frac{f(X / \theta) \cdot g(\theta)}{\int_{D(\theta)} f(X / \theta) \cdot g(\theta) \cdot d\theta}$$

- où θ : paramètre étudié,
 $X = (x_1, \dots, x_n)$: observations de la variable aléatoire X ,
 $g(\theta)$: densité de probabilité a priori,
 $f(X / \theta)$: distribution de probabilité conditionnelle de X sachant θ , fonction de vraisemblance de l'occurrence de l'échantillon observé,
 $g(\theta / X)$: densité de probabilité a posteriori de θ sachant qu'on ait observé X ,
 $D(\theta)$: domaine d'intégration du paramètre θ étudié.

Toute la difficulté réside dans la détermination de la distribution a priori qui jouera un rôle important et dans l'intégration du dénominateur. L'utilisation du théorème de Bayes a été rendue possible par l'augmentation des performances des moyens informatiques mais l'utilisateur se heurte encore à deux problèmes principaux qui sont le prix du matériel et des outils de calcul ainsi que la difficulté d'intégration du dénominateur.

b. Principe de conjugaison

Afin de palier au problème d'intégration du dénominateur, il est conseillé de choisir une loi a priori de même nature que la fonction de vraisemblance afin d'aboutir à une distribution a posteriori connue; c'est ce qu'on appelle le principe de conjugaison.

Dans le cas général, la distribution a priori n'a aucune raison d'être de la même famille que la distribution a posteriori. Lorsque l'on procède à des itérations bayésiennes, c'est-à-dire que, suite à une première application, nous avons obtenu de nouvelles données, l'on procède à un nouveau traitement avec la distribution a posteriori du premier traitement comme a priori pour le second traitement (voir figure 16).

Par conséquent, pour des raisons techniques on choisit souvent une distribution a priori qui soit de la même nature que la distribution finale supposée.

Le principe de conjugaison est très important si ce genre d'itération se répète plusieurs fois car sinon on aboutit très vite à des expressions complexes inexploitables. La table présente les distributions conjuguées de lois fréquemment utilisées en fiabilité; en analyse bayésienne on choisira, de préférence, celles qui permettent un bouclage et n'aboutissent pas à des expressions complexes et inconnues.

A chaque itération, le modèle est enrichi par de nouvelles données, ce qui permet de converger ou de mieux se rapprocher de la valeur vraie du paramètre recherché. Ainsi, on aboutit à chaque itération à une meilleure approximation du paramètre étudié.

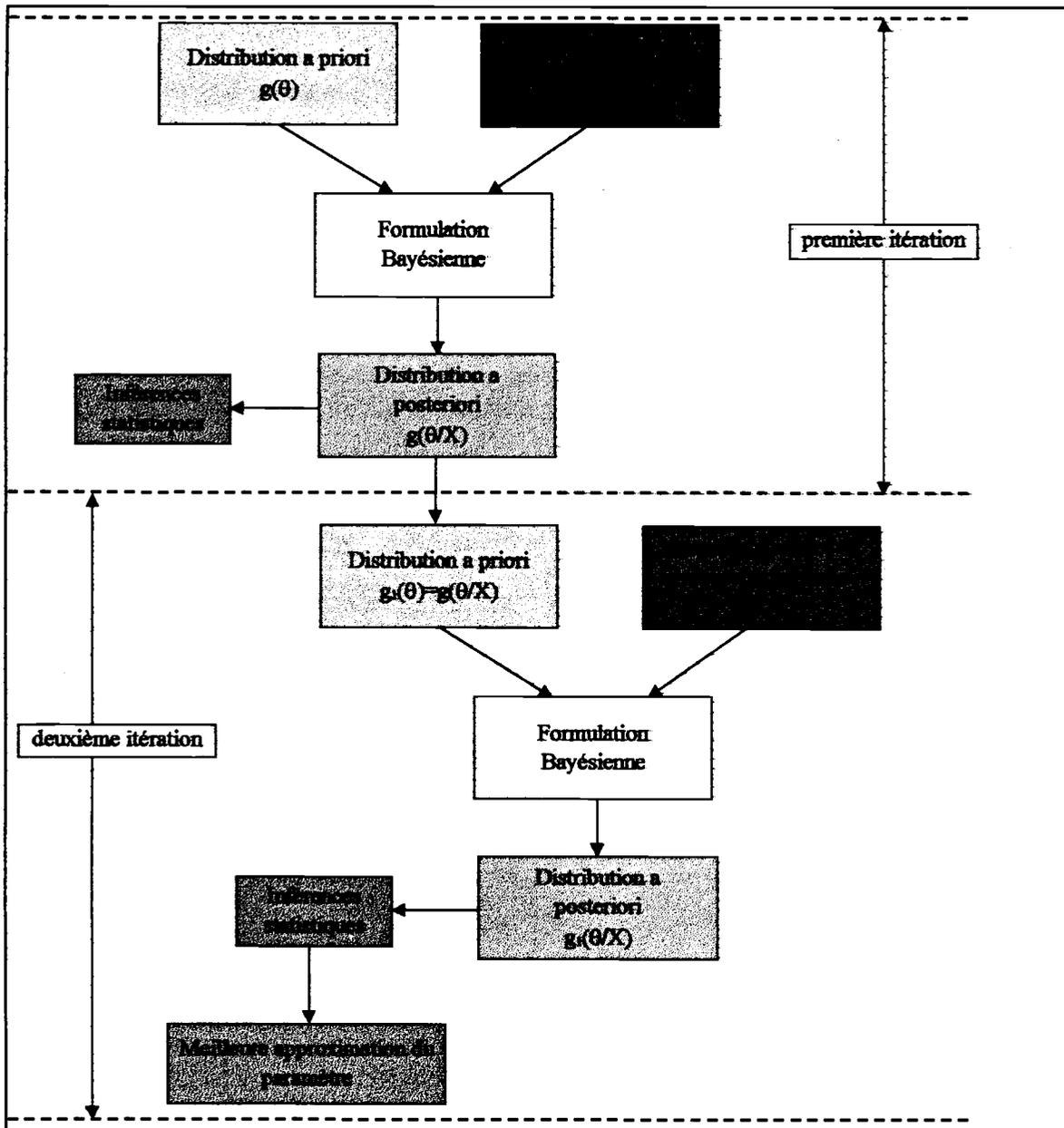


Figure 16 : principe des itérations bayésiennes

c. *Choix des distributions a priori et fonction de vraisemblance.*

i. Distributions a priori.

En principe, de nombreuses possibilités de modèles a priori existent. Pour des raisons liées à l'intégration du dénominateur de la formule de Bayes et pour des raisons de conjugaison, ce choix est fortement limité (voir table 1).

Dans le domaine de la fiabilité des matériels et des systèmes, les principales distributions utilisées sont: la loi exponentielle qui est directement associée au processus poissonnien et qui est représentative de la durée de vie de matériel qui ont un taux de défaillance aléatoire constant, la loi de Weibull qui généralise la loi exponentielle mais dont le taux de défaillance

varie dans le temps, la loi Log-normale représentative en particulier des temps de réparation des matériels et enfin la loi Gamma.

Distribution a priori	Fonction de vraisemblance	Distribution a posteriori
Uniforme Bêta	Binomiale	Bêta
Uniforme Gamma	Exponentielle	Gamma
Uniforme Gamma	Weibull	Loi inconnue

Table 1 : distributions conjuguées de lois statistiques classiques

Il est nécessaire avant d'aborder toute démarche de bien analyser le type de données disponibles. Elles sont de deux formes:

→ informations objectives :

Ce sont des données opérationnelles, provenant d'essais ou de retour d'expérience sur des systèmes antérieurs, de technologies proches, donc similaires.

→ informations subjectives :

Ce sont des données représentant le degré de croyance exprimé par un expert connaissant parfaitement le matériel étudié.

Ces informations sont souvent données sous forme d'intervalle de confiance avec un certain niveau de confiance.

ii. Fonction de vraisemblance.

Cette fonction est déterminée par la méthode du maximum de vraisemblance.

Si on dispose de données de défaillance issues de matériels en fonctionnement, on privilégiera une loi exponentielle. Par contre, si les informations sont issues de défaillance de matériels en sollicitation, dans ce cas; on utilisera plutôt une distribution de type Binomiale.

d. Principe de dualité.

Si on compare l'approche Bayésienne à la théorie probabiliste classique, on a ici une démarche d'inversion.

En effet, en statistique classique on part de l'observation de défaillances pour calculer les paramètres de la loi choisie, a priori, pour modéliser la fiabilité du "composant". Dans l'approche bayésienne, on estime, a priori, la loi de fiabilité suivie par le "composant" (type, paramètres caractéristiques...) et on utilise les résultats d'observation pour estimer la loi réellement suivie par le composant (type, paramètres caractéristiques...). C'est en ce sens que l'analyse bayésienne est novatrice et audacieuse car elle améliore l'estimation du paramètre θ au vu des événements X observés, en partant de connaissances a priori sur la fiabilité du "composant". De plus, elle peut être réalisée même lorsque le nombre de données disponibles est faible.

2.3.3. Développement bayésien pour des lois conjuguées

a. Fonction de vraisemblance Exponentielle.

En mécanique, on considère que les temps de défaillance de matériels en fonctionnement suivent une loi exponentielle.

Soit T une variable aléatoire exprimant les instants de défaillance.

Soit t_i les occurrences de ces événements.

Soit k le nombre d'occurrences observées.

On cherche à estimer le taux de défaillance λ sachant que T suit une loi exponentielle de paramètre λ . Sa densité de probabilité est :

$$f(t/\lambda) = \lambda \cdot e^{-\lambda \cdot t}$$

A partir de ces données on va calculer, l'estimateur du maximum de vraisemblance du taux de défaillance qui est :

$$L(T/\lambda) = \lambda^k \cdot e^{-\lambda \cdot T_c}$$

avec $T_c = \sum_{i=1}^k t_i$.

i. Distribution a priori uniforme non-informative.

On suppose que λ suit une loi de probabilité a priori uniforme non-informative:

$$g(\lambda) = \frac{1}{\lambda_0}$$

La distribution a posteriori est donnée de la manière suivante :

$$g(\lambda / T) = \frac{\frac{1}{\lambda_0} \cdot \lambda^k \cdot e^{-\lambda \cdot T_c}}{\int_0^{\lambda_0} \frac{1}{\lambda_0} \cdot \lambda^k \cdot e^{-\lambda \cdot T_c} \cdot d\lambda}$$

d'où

$$g(\lambda / T) = \frac{\lambda^k \cdot e^{-\lambda \cdot T_c}}{\int_0^{\lambda_0} \lambda^k \cdot e^{-\lambda \cdot T_c} \cdot d\lambda}$$

Posons $I = \int_0^{\lambda_0} \lambda^k \cdot e^{-\lambda \cdot T_c} \cdot d\lambda$ et $Y = \lambda \cdot T_c$

On a alors $\lambda = \frac{Y}{T_c}$, $d\lambda = \frac{dY}{T_c}$ et les bornes d'intégrations deviennent $(0; \lambda_0 \cdot T_c)$ au lieu de $(0; \lambda_0)$,

l'intégrale I devient $I = \frac{1}{T_c^{k+1}} \cdot \int_0^{\lambda_0 \cdot T_c} Y^k \cdot e^{-Y} \cdot dY$

or $\int_0^{\lambda_0 \cdot T_c} Y^k \cdot e^{-Y} dY = \Gamma(k+1, \lambda_0 \cdot T_c)$ (fonction Gamma réduite)

d'où

$$I = \frac{\Gamma(k+1, \lambda_0 \cdot T_c)}{T_c^{k+1}}$$

$g(\lambda / T)$ devient alors :

$$g(\lambda / T) = \frac{T_c^{k+1}}{\Gamma(k+1, \lambda_0 \cdot T_c)} \cdot \lambda^k \cdot e^{-\lambda \cdot T_c}$$

A partir de $g(\lambda / T)$ on peut faire les inférences statistiques suivantes :

Espérance mathématique :

$$E(\lambda / T) = \int_0^{\lambda_0} \frac{T_c^{k+1}}{\Gamma(k+1, \lambda_0 \cdot T_c)} \cdot \lambda^{k+1} \cdot e^{-\lambda \cdot T_c} \cdot d\lambda$$

Posons $X = \lambda \cdot T_c$, d'où $\lambda = \frac{X}{T_c}$ et $d\lambda = \frac{dX}{T_c}$,

ainsi

$$E(\lambda / T) = \frac{T_c^{k+1}}{T_c^{k+2} \cdot \Gamma(k+1, \lambda_0 \cdot T_c)} \cdot \int_0^{\lambda_0 \cdot T_c} X^{k+1} \cdot e^{-X} \cdot dX$$

Or $\int_0^{\lambda_0 \cdot T_c} X^{k+1} \cdot e^{-X} \cdot dX = \Gamma(k+2, \lambda_0 \cdot T_c)$

d'où

$$E(\lambda / T) = \frac{\Gamma(k+2, \lambda_0 \cdot T_c)}{T_c \cdot \Gamma(k+1, \lambda_0 \cdot T_c)}$$

Variance :

$$V(\lambda / T) = E(\lambda^2 / T) - E^2(\lambda / T)$$

avec

$$E(\lambda^2 / T) = \int_0^{\lambda_0} \frac{T_c^{k+1}}{\Gamma(k+1, \lambda_0 \cdot T_c)} \cdot \lambda^{k+2} \cdot e^{-\lambda \cdot T_c} \cdot d\lambda$$

Posons $X = \lambda \cdot T_c$, d'où $\lambda = \frac{X}{T_c}$ et $d\lambda = \frac{dX}{T_c}$,

ainsi $E(\lambda^2 / T) = \frac{T_c^{k+1}}{T_c^{k+3} \cdot \Gamma(k+1, \lambda_0 \cdot T_c)} \cdot \int_0^{\lambda_0 \cdot T_c} X^{k+2} \cdot e^{-X} \cdot dX$

donc $E(\lambda^2 / T) = \frac{\Gamma(k+3, \lambda_0 \cdot T_c)}{T_c^2 \cdot \Gamma(k+1, \lambda_0 \cdot T_c)}$

d'où, finalement :

$$V(\lambda / T) = \frac{\Gamma(k+3, \lambda_0 \cdot T_c) \cdot \Gamma(k+1, \lambda_0 \cdot T_c) - \Gamma^2(k+2, \lambda_0 \cdot T_c)}{T_c^2 \cdot \Gamma^2(k+1, \lambda_0 \cdot T_c)}$$

Remarque :

Si λ_0 tend vers l'infini, $g(\lambda / T)$ est une loi Gamma de paramètres $\begin{cases} \beta = T_c \\ \alpha = k + 1 \end{cases}$

ii. Distribution a priori uniforme informative.

λ suit une loi uniforme informative :

$$g(\lambda) = \frac{1}{\lambda_1 - \lambda_0}$$

La distribution a posteriori est la suivante:

$$g(\lambda/T) = \frac{\frac{1}{\lambda_1 - \lambda_0} \cdot \lambda^k \cdot e^{-\lambda T_c}}{\int_{\lambda_0}^{\lambda_1} \frac{1}{\lambda_1 - \lambda_0} \cdot \lambda^k \cdot e^{-\lambda T_c} \cdot d\lambda}$$

soit, après simplification,

$$g(\lambda / T) = \frac{\lambda^k \cdot e^{-\lambda T_c}}{\int_{\lambda_0}^{\lambda_1} \lambda^k \cdot e^{-\lambda T_c} \cdot d\lambda}$$

En effectuant les mêmes changements de variable que précédemment, on obtient la distribution a posteriori suivante :

$$g(\lambda / T) = \frac{T_c^{k+1}}{\Gamma(k+1, \lambda_1 \cdot T_c) - \Gamma(k+1, \lambda_0 \cdot T_c)} \cdot \lambda^k \cdot e^{-\lambda T_c}$$

A partir de $g(\lambda / T)$ et de changements de variable appropriés on obtient les inférences statistiques suivantes :

Espérance mathématique :

$$E(\lambda / T) = \frac{\Gamma(k+2, \lambda_1 \cdot T_c) - \Gamma(k+2, \lambda_0 \cdot T_c)}{T_c \cdot [\Gamma(k+1, \lambda_1 \cdot T_c) - \Gamma(k+1, \lambda_0 \cdot T_c)]}$$

Variance :

$$V(\lambda / T) = \frac{[\Gamma(k+3, \lambda_1 \cdot T_c) - \Gamma(k+3, \lambda_0 \cdot T_c)] \cdot [\Gamma(k+1, \lambda_1 \cdot T_c) - \Gamma(k+1, \lambda_0 \cdot T_c)] - [\Gamma(k+2, \lambda_1 \cdot T_c) - \Gamma(k+2, \lambda_0 \cdot T_c)]^2}{T_c^2 \cdot [\Gamma(k+1, \lambda_1 \cdot T_c) - \Gamma(k+1, \lambda_0 \cdot T_c)]^2}$$

iii.....Distribution a priori Gamma.

Supposons que la distribution a priori $g(\lambda)$ de λ soit une loi Gamma de paramètre α_0 et β_0 .

$$g(\lambda) = \frac{1}{\beta_0^{\alpha_0} \cdot \Gamma(\alpha_0)} \cdot \lambda^{\alpha_0-1} \cdot e^{-\frac{\lambda}{\beta_0}}$$

Formulation bayésienne afin de déterminer la distribution a posteriori $g(\lambda / T)$ de λ :

$$g(\lambda / T) = \frac{g(\lambda) \cdot L(T / \lambda)}{\int_0^{+\infty} g(\lambda) \cdot L(T / \lambda) \cdot d\lambda}$$

On remplace $g(\lambda)$ et $L(T/\lambda)$ par leur expression :

$$g(\lambda / T) = \frac{\frac{1}{\beta_0^{\alpha_0} \cdot \Gamma(\alpha_0)} \cdot \lambda^{\alpha_0-1} \cdot e^{-\frac{\lambda}{\beta_0}} \cdot \lambda^k \cdot e^{-\lambda \cdot T_c}}{\int_0^{+\infty} \frac{1}{\beta_0^{\alpha_0} \cdot \Gamma(\alpha_0)} \cdot \lambda^{\alpha_0-1} \cdot e^{-\frac{\lambda}{\beta_0}} \cdot \lambda^k \cdot e^{-\lambda \cdot T_c} \cdot d\lambda}$$

d'où

$$g(\lambda / T) = \frac{\lambda^{\alpha_0+k-1} \cdot e^{-\lambda \left(\frac{1}{\beta_0} + T_c \right)}}{\int_0^{+\infty} \lambda^{\alpha_0+k-1} \cdot e^{-\lambda \left(\frac{1}{\beta_0} + T_c \right)} d\lambda}$$

Posons $I = \int_0^{+\infty} \lambda^{\alpha_0+k-1} \cdot e^{-\lambda \left(\frac{1}{\beta_0} + T_c \right)} d\lambda$ et $X = \lambda \cdot \left(\frac{1}{\beta_0} + T_c \right)$

on a alors $\lambda = \frac{X}{\left(\frac{1}{\beta_0} + T_c \right)}$ et $d\lambda = \frac{dX}{\left(\frac{1}{\beta_0} + T_c \right)}$

I s'écrit donc $I = \int_0^{+\infty} \left[\frac{X}{\left(\frac{1}{\beta_0} + T_c \right)} \right]^{\alpha_0+k-1} \cdot e^{-X} \cdot \frac{dX}{\left(\frac{1}{\beta_0} + T_c \right)}$

et donc $I = \frac{1}{\left(\frac{1}{\beta_0} + T_c \right)^{\alpha_0+k}} \int_0^{+\infty} X^{\alpha_0+k-1} \cdot e^{-X} \cdot dX$

$$\text{or } \int_0^{+\infty} X^{\alpha_0+k-1} \cdot e^{-X} \cdot dX = \Gamma(\alpha_0 + k)$$

d'où

$$I = \frac{\Gamma(\alpha_0 + k)}{\left(\frac{1}{\beta_0} + T_c\right)^{\alpha_0+k}}$$

Ainsi on obtient finalement l'équation suivante :

$$g(\lambda / T) = \frac{\left(\frac{1}{\beta_0} + T_c\right)^{\alpha_0+k}}{\Gamma(\alpha_0 + k)} \cdot \lambda^{\alpha_0+k-1} \cdot e^{-\lambda \left(\frac{1}{\beta_0} + T_c\right)}$$

La loi $g(\lambda / T)$ ainsi obtenue est une loi Gamma de paramètres $\begin{cases} \beta = \frac{1}{\beta_0} + T_c \\ \alpha = \alpha_0 + k \end{cases}$

où α représente le nombre cumulé de défaillances,
 β représente le temps cumulé (de test ou de retour d'expérience).

Les inférences statistiques déduites à partir de la distribution a posteriori $g(\lambda / T)$ sont les suivantes :

Espérance mathématique :

$$E(\lambda / T) = \frac{\alpha}{\beta} = \frac{\alpha_0 + k}{\frac{1}{\beta_0} + T_c} = \frac{\beta_0 \cdot (\alpha_0 + k)}{\beta_0 \cdot T_c + 1}$$

Variance :

$$V(\lambda / T) = \frac{\alpha}{\beta^2} = \frac{\beta_0^2 \cdot (\alpha_0 + k)}{(\beta_0 \cdot T_c + 1)^2}$$

Connaissant parfaitement la loi a posteriori $g(\lambda / T)$ on peut déterminer les intervalles de confiance bilatérales de λ à 80%, 90%...

b. Fonction de vraisemblance Binomiale.

Elle est utilisée pour des matériels susceptibles de subir des défaillances à la sollicitation, donc, par exemple, des matériels subissant des essais d'endurance ou de fiabilité.

On essaie n matériels indépendants, soit pendant une durée déterminée au bout de laquelle on dénombre les matériels survivants et les matériels défectueux (essais censurés de type 1), soit jusqu'à ce qu'un nombre prédéterminé de matériels soient défectueux (essais censurés de type 2).

Si on réalise n essais indépendants et que l'on constate k occurrences d'un événement de probabilité élémentaire p (survie ou défaillance), on obtient un échantillon de retour d'expérience de type binomial. C'est le cas correspondant aux problèmes de défaillance de matériels à la sollicitation.

En fiabilité, le paramètre p est la probabilité pour que le matériel survive à la durée t du test, et c'est le paramètre que l'on cherche à estimer $p = R(t)$.

Dans de telles conditions (n essais, k défaillances, probabilité élémentaire p), la fonction de vraisemblance est :

$$f(k/p) = C_n^k \cdot p^k \cdot (1-p)^{n-k}$$

avec $k = 1..n$ et $0 < p < 1$

i. Distribution a priori uniforme.

Cette distribution est utilisée lorsque les informations sont vagues, ou lorsque l'on souhaite donner plus d'importance aux données d'essais. p suit une loi uniforme sur l'intervalle $[0;1]$:

$$\begin{cases} g(p) = 1 \text{ si } p \in [0;1] \\ g(p) = 0 \text{ sinon} \end{cases}$$

Formalisation bayésienne de l'a posteriori $g(p/k)$:

$$g(p/k) = \frac{1 \cdot C_n^k \cdot p^k \cdot (1-p)^{n-k}}{\int_0^1 1 \cdot C_n^k \cdot p^k \cdot (1-p)^{n-k} \cdot dp}$$

$$\text{soit } g(p/k) = \frac{p^k \cdot (1-p)^{n-k}}{\int_0^1 p^k \cdot (1-p)^{n-k} \cdot dp}$$

en l'intégrant $I = \int_0^1 p^k \cdot (1-p)^{n-k} \cdot dp$, on obtient :

$$I = \int_0^1 p^k \cdot (1-p)^{n-k} \cdot dp = \frac{\Gamma(k+1) \cdot \Gamma(n-k+1)}{\Gamma(n+2)}$$

ainsi on a finalement

$$g(p/k) = \frac{\Gamma(k+1) \cdot \Gamma(n-k+1)}{\Gamma(n+2)} \cdot p^{k+1-1} \cdot (1-p)^{(n-k+1)-1}$$

Cette fonction correspond à une distribution Bêta de paramètres $\begin{cases} \alpha = k + 1 \\ \beta = n - k + 1 \end{cases}$

Les inférences statistiques faites à partir de $g(p/k)$ sont les suivantes :

Espérance mathématique :

$$E(p/k) = \frac{k+1}{n+2}$$

Variance :

$$V(p/k) = \frac{(k+1).(n-k+1)}{(n+3).(n+2)^2}$$

ii. Distribution a priori Bêta de paramètres α_0 et β_0 .

p suit une distribution a priori Bêta de paramètres α_0 et β_0 :

$$g(p) = \frac{1}{\beta(\alpha_0, \beta_0)} \cdot p^{\alpha_0-1} \cdot (1-p)^{\beta_0-1} = \frac{\Gamma(\alpha_0 + \beta_0)}{\Gamma(\alpha_0) \cdot \Gamma(\beta_0)} \cdot p^{\alpha_0-1} \cdot (1-p)^{\beta_0-1}$$

pour $0 < p < 1$.

Formalisation bayésienne de l'a posteriori $g(p/k)$:

$$g(p/k) = \frac{\frac{\Gamma(\alpha_0 + \beta_0)}{\Gamma(\alpha_0) \Gamma(\beta_0)} \cdot p^{\alpha_0-1} \cdot (1-p)^{\beta_0-1} \cdot C_n^k \cdot p^k \cdot (1-p)^{n-k}}{\int_0^1 \frac{\Gamma(\alpha_0 + \beta_0)}{\Gamma(\alpha_0) \Gamma(\beta_0)} \cdot p^{\alpha_0-1} \cdot (1-p)^{\beta_0-1} \cdot C_n^k \cdot p^k \cdot (1-p)^{n-k} \cdot dp}$$

$$\text{d'où } g(p/k) = \frac{p^{\alpha_0+k-1} \cdot (1-p)^{\beta_0+n-k-1}}{\int_0^1 p^{\alpha_0+k-1} \cdot (1-p)^{\beta_0+n-k-1} \cdot dp}$$

$$\text{or } \int_0^1 p^{\alpha_0+k-1} \cdot (1-p)^{\beta_0+n-k-1} \cdot dp = \frac{\Gamma(\alpha_0+k) \cdot \Gamma(\beta_0+n-k)}{\Gamma(\alpha_0+\beta_0+n)}$$

On obtient finalement :

$$g(p/k) = \frac{\Gamma(\alpha_0 + \beta_0 + n)}{\Gamma(\alpha_0 + k) \cdot \Gamma(\beta_0 + n - k)} \cdot p^{\alpha_0+k-1} \cdot (1-p)^{\beta_0+n-k-1}$$

c'est une loi Bêta de paramètres $\begin{cases} \alpha = \alpha_0 + k \\ \beta = \beta_0 + n - k \end{cases}$

Les inférences statistiques déduites de $g(p/k)$ sont les suivantes :

Espérance mathématique :

$$E(p/k) = \frac{\alpha_0 + k}{\alpha_0 + \beta_0 + n}$$

Variance :

$$V(p/k) = \frac{(\alpha_0 + k) \cdot (\beta_0 + n - k)}{(\alpha_0 + \beta_0 + n + 1) \cdot (\alpha_0 + \beta_0 + n)^2}$$

2.3.4. Typologie des données.

Les données disponibles sont de deux types :

- données objectives. Ce sont des données opérationnelles issues d'origines diverses :
 - ⇒ essais sur le matériel,
 - ⇒ retour d'expérience. Dans ce cas on peut avoir quatre types d'informations (voir chapitre) :
 - données complètes ou temps de défaillance, on connaît l'instant t de défaillance,
 - données censurées à droite, on a l'information $t_d < t$,
 - données censurées à gauche, on a l'information $t < t_g$,
 - données censurées par intervalle, on a l'information $t_d < t < t_g$,
 - dans le cas du retour d'expérience, on a le plus souvent affaire à des données censurées à droite; c'est le fruit des opérations de maintenance préventive (remplacement de "composants" avant leur défaillance, à une date programmée),
- données subjectives. Comme nous l'avons déjà signalé, ces informations reflètent le degré de croyance de chaque individu. Il faut noter que des données objectives sur un matériel similaire, deviennent des données subjectives pour le matériel étudié.

2.3.5. Détermination de la distribution a priori.

a. Importance de l'a priori dans l'approche Bayésienne.

Afin de montrer l'importance de cette distribution, je vais traiter un petit exemple. Il s'agit du célèbre exemple du "joueur tricheur":

Un joueur honnête joue avec un joueur inconnu: la règle du jeu consiste à tirer un roi dans un jeu de trente deux cartes. Le joueur inconnu retourne un roi la première fois qu'il distribue les cartes, quelle est la probabilité pour qu'il soit un tricheur?

Une information supplémentaire est nécessaire: c'est la probabilité pour que le tricheur tire un roi chaque fois qu'il joue. On peut supposer qu'il évitera de tirer le roi trop souvent sous peine de se faire démasquer rapidement.

On fixera donc cette probabilité, $P(R/H) = \frac{1}{4} = 0.25$.

La probabilité pour qu'un joueur honnête tire un roi est :

$$P(R/H) = \frac{4}{32} = 0.125$$

Si $P(T)$ est la probabilité pour que le joueur soit un tricheur, $P(T/R)$ est la probabilité pour qu'il soit un tricheur sachant qu'il a tiré un roi, le théorème de Bayes donne alors

$$P(T/R) = \frac{P(T).P(R/T)}{P(R/T).P(T) + P(R/H).(1-P(T))}$$

$$\text{d'où } P(T/R) = \frac{P(T).0.25}{0.25.P(T) + 0.125.(1-P(T))}$$

En fonction du degré de croyance a priori du joueur honnête, on a :

- si le joueur honnête suppose très fortement que cet inconnu est honnête, l'estimation de sa probabilité a priori sur la malhonnêteté de l'inconnu sera très faible, soit, par exemple, $P(T) = 10^{-4}$ et il s'ensuit que

$$P(T/R) = \frac{10^{-4} * 0.25}{0.25 * 10^{-4} + 0.125 * (1 - 10^{-4})} = 20 * 10^{-4}$$

donc, même si l'inconnu tire un roi du premier coup, la confiance du joueur honnête n'est pas ébranlée sensiblement,

- par contre, si le joueur honnête soupçonne que l'inconnu soit un tricheur, l'estimation de sa probabilité a priori sur la malhonnêteté de l'inconnu sera élevée, soit, par exemple, $P(T) = 0.5$, la probabilité pour qu'il tire un roi est

$$P(T/R) = \frac{0.5 * 0.25}{0.25 * 0.5 + 0.125 * (1 - 0.5)} = \frac{2}{3},$$

c'est à dire que la méfiance du joueur honnête sera encore accrue.

On voit dans cet exemple toute l'importance de l'hypothèse a priori, et les controverses qu'elle peut soulever. En fait et bien entendu, la suite du jeu permettra au joueur honnête de préciser très rapidement son jugement a priori.

Cet exemple utilise le théorème de Bayes appliqué aux lois discrètes. Les conclusions concernant l'importance de la distribution a priori sont les mêmes si on utilise le théorème de Bayes appliqué aux lois continues.

b. Les sources d'informations.

Connaissant l'importance de la distribution a priori, il faut savoir où chercher les informations. On les obtiendra, à partir de sources diverses, sous la forme suivante :

→ données issues de banques de données concernant du matériel similaire [EIR91, ORE92, NPR95...]. Les informations seront souvent disponibles sous forme d'intervalle de confiance avec un certain niveau de confiance,

exemple: matériel X a un taux de défaillance, $\lambda \in [\lambda_{\text{inf}}; \lambda_{\text{sup}}]$ à $(1-\alpha)\%$ et λ_{moy} ,

→ données issues de l'historique de matériels identiques, disponibles soit dans les banques de données, soit au sein même de l'entreprise. Ces informations seront sous la forme suivante :
⇒ un nombre k de défaillances et un temps cumulé T d'essai ou de fonctionnement. A partir de ces informations et en utilisant la méthode du χ^2 , on estime facilement un intervalle de confiance a priori du taux de défaillance à $(1-\alpha)\%$:

$$\lambda \in \left[\frac{\chi^2_{\left(1-\frac{\alpha}{2}\right)}(2k)}{2T}, \frac{\chi^2_{\left(\frac{\alpha}{2}\right)}(2k+2)}{2T} \right] \text{ à } (1-\alpha)\% \text{ et } \lambda_{\text{moy}} = \frac{k}{T}.$$

⇒ des instants de défaillance et des instants de censure. On peut alors trouver un estimateur de $R(t)$ qui n'est d'autre que le paramètre p de la loi binomiale en utilisant les méthodes non-paramétriques suivantes :

- méthode de Waynes-Nelson,
- méthode de Johnson ou rangs médians,
- méthode de l'actuarielle ou "life table",
- estimateur de Kaplan-Meier ou "product limit",
- formule de Greenwood.

des détails sur les méthodes non-paramétriques utilisées peuvent être trouvés en annexe 2,

→ données issues d'avis d'experts. A partir de consultation d'experts, on peut déduire des intervalles de confiance. Ces données sont totalement subjectives puisqu'elles dépendent de l'expérience et du degré de croyance de chaque expert.

c. Calculs des paramètres de la distribution a priori.

L'information a priori qu'on cherche est l'intervalle de confiance avec un niveau de confiance.

Par la méthode des quantiles, on peut grâce à l'outil informatique déterminer les paramètres de la loi a priori.

Exemple : estimation de λ .

On connaît λ_{inf} et λ_{sup} tels que $\lambda \in [\lambda_{\text{inf}}; \lambda_{\text{sup}}]$ à $(1-\alpha)\%$.

On suppose que λ suit une loi gamma de paramètres α_0 et β_0 . Ces paramètres sont solutions du système suivant :

$$\begin{cases} p(\lambda < \lambda_{\text{inf}}) = \frac{1}{\beta_0^{\alpha_0} \cdot \Gamma(\alpha_0)} \int_0^{\lambda_{\text{inf}}} \lambda^{\alpha_0-1} \cdot e^{-\frac{\lambda}{\beta_0}} d\lambda = \frac{\alpha}{2} \\ p(\lambda < \lambda_{\text{sup}}) = \frac{1}{\beta_0^{\alpha_0} \cdot \Gamma(\alpha_0)} \int_0^{\lambda_{\text{sup}}} \lambda^{\alpha_0-1} \cdot e^{-\frac{\lambda}{\beta_0}} d\lambda = 1 - \frac{\alpha}{2} \end{cases}$$

La résolution de ce système, donc la méthode des quantiles, nécessite des calculateurs puissants.

2.3.6. Démarche inverse.

Nous disposons d'un matériel totalement inconnu. Aucune donnée de retour d'expérience n'est à notre disposition. Pourtant, le client désire connaître la durée de fonctionnement sans défaillance. C'est en quelque sorte la durée de garantie ou d'essais de fiabilité de notre équipement.

Le problème est de trouver la durée T_c (temps cumulé en fonctionnement) pour laquelle, si aucune défaillance n'est observée ($k = 0$), un taux de défaillance fixé à l'avance peut être "garanti".

La démarche est la suivante :

A partir d'un matériel similaire, nous allons déterminer les paramètres α_0 et β_0 de la loi Gamma a priori associée (voir paragraphe précédent).

Rappel :

α_0 est le nombre de défaillances cumulées a priori,

$\frac{1}{\beta_0}$ est le temps cumulé de fonctionnement a priori correspondant aux α_0 défaillances.

Comme nous cherchons un temps cumulé en fonctionnement, on supposera que la vraisemblance est une loi exponentielle. Avec les données ci-dessus est en appliquant le théorème de Bayes, on obtient une distribution a posteriori Gamma de paramètres α et β :

$$\left| \begin{array}{l} \alpha = k + \alpha_0 \\ \beta = \frac{1}{\beta_0} + T_c \end{array} \right.$$

Evaluation de T_c :

On souhaite que $\lambda \in [\lambda_{\text{inf}}; \lambda_{\text{sup}}]$ à $(1 - \gamma) \%$

→ En utilisant la loi du χ^2 seule :

$$\lambda_{\text{sup}} = \frac{\chi^2_{1-\frac{\gamma}{2}}(2k+2)}{2T}$$

On a ici $T = T_c$.

On désire trouver $T_{c(x^2)}$ pour $k = 0$,

$$T_{c(x^2)} = \frac{\chi^2_{1-\frac{\gamma}{2}}(2)}{2\lambda_{\text{sup}}}$$

→ En utilisant la loi du χ^2 et la loi gamma a posteriori :

$$\lambda_{\text{sup}} = \frac{\chi^2_{1-\frac{\gamma}{2}}(2k+2)}{2T}$$

Cette fois $T = \frac{1}{\beta} = \frac{1}{\beta_0} + T_c$ est le temps cumulé de fonctionnement et $\alpha = \alpha_0 + k$ est le nombre de défaillances, d'où pour $k = 0$

$$\lambda_{\text{sup}} = \frac{\chi^2_{1-\frac{\gamma}{2}}(2\alpha_0+2)}{2\left(\frac{1}{\beta_0} + T_c\right)}$$

Ainsi le temps cumulé Bayésien notée $T_{c(\text{Bayes})}$ est :

$$T_{c(\text{Bayes})} = \frac{\chi^2_{1-\frac{\gamma}{2}}(2\alpha_0+2)}{2\lambda_{\text{sup}}} - \frac{1}{\beta_0}$$

Or $\beta_0 > 0$, donc $\frac{1}{\beta_0} > 0$, et donc on peut affirmer que $T_{c(\text{Bayes})} < T_{c(x^2)}$.

Pour atteindre l'objectif fixé $\lambda \in [\lambda_{\text{inf}}; \lambda_{\text{sup}}]$ à $(1-\gamma)\%$, il faut effectuer un essai d'endurance avec aucune défaillance pendant le temps défini par

$$T_{c(\text{Bayes})} = \frac{\chi^2_{1-\frac{\gamma}{2}}(2\alpha_0+2)}{2\lambda_{\text{sup}}} - \frac{1}{\beta_0}$$

On voit bien que l'information a priori permet d'apporter une donnée supplémentaire qui a pour conséquence de réduire les durées de tests de fiabilité ou d'essais.

2.3.7. Exemple

Un exemple de traitement de données par des méthodes bayésiennes est présenté en annexe 3. Il s'agit du cas d'un échangeur bouilleur.

Nous traitons, dans cet exemple, des capacités comparées des traitements classiques et bayésiens. La puissance de la méthode est illustrée dans le cas de données de vraisemblance nombreuses ou peu nombreuses. Dans le premier cas, les résultats obtenus par les deux méthodes sont équivalents. Dans le second, on constate une convergence plus rapide de l'intervalle de confiance pour le traitement bayésien.

2.3.8. Conclusion

Nous avons, dans ce paragraphe, présenté rapidement les techniques bayésiennes. Nous avons ensuite montré, à travers un exemple, comment ces techniques pouvaient se révéler plus performantes que les techniques classiques dans le cas de données sur le matériel faibles et peu nombreuses.

En fait, techniques bayésiennes et analyse fréquentielle classique ne sont pas deux techniques antagonistes ou exclusives mais doivent plutôt être utilisées de concert de manière à optimiser les campagnes d'essais (détermination de durées d'essais par des techniques bayésiennes) et à obtenir rapidement des résultats de fiabilité. Dans le cas de données nombreuses, les résultats obtenus par les deux méthodes sont similaires et il n'est pas nécessaire d'utiliser les techniques bayésiennes.

Un des inconvénients des techniques bayésiennes est l'utilisation de données a priori qui doivent être déterminées et utilisées avec beaucoup de précautions et de soins.

En conclusion, les techniques bayésiennes sont de puissants outils au service du fiabiliste mais il convient de se montrer prudent quant à leur utilisation et à leur interprétation.

2.4. *Loi de comportement, modèle de Cox*

2.4.1. Présentation du modèle de Cox

a. *Introduction*

Le modèle que nous avons choisi de mettre en oeuvre a été proposé par D.R. Cox en 1970 pour le traitement des données binaires [COX70]. Il a cependant fallu attendre plus d'une décennie avant d'en trouver des applications concrètes. Ce furent les biostatisticiens qui en

trouvèrent les premiers, et quasiment les seuls jusqu'à ce jour, un intérêt substantiel pour mesurer l'effet des traitements thérapeutiques sur des populations humaines [OHN97, NOU]. On trouve également quelques utilisations dans le cas de matériaux [JOH91] ou d'applications électriques [HON88].

Nous décrivons ici les raisons qui nous ont poussé à utiliser ce modèle dans un domaine *a priori* très différent, celui de la fiabilité en mécanique. Notons cependant que si l'on considère la population étudiée comme étant un système, que si l'on s'intéresse plus particulièrement à ses composants et leurs interactions, ses entrées et sorties, on peut alors trouver des similitudes entre une population humaine et une population de composants mécaniques. Il n'est donc pas aberrant d'utiliser des lois identiques pour les analyser.

Dans le cadre des études de fiabilité en mécanique, le modèle de Cox se révèle être très intéressant car il permet de prendre en compte simultanément plusieurs variables pour expliquer la durée de vie des mécanismes testés, sans donner de forme précise aux fonctions de fiabilité [COX84]. Ce modèle a déjà été mis en oeuvre pour des essais thérapeutiques car il a la capacité de traiter des données censurées.

Notre objectif étant de réduire le nombre et la durée des essais tout en ayant une précision accrue sur les paramètres de durée de vie des composants testés, nous avons choisi d'appliquer le modèle de Cox. En effet, la durée des essais peut être diminuée en forçant le niveau des contraintes environnementales; de plus, les essais ne doivent pas obligatoirement être menés jusqu'à leur terme du fait de la prise en compte des censures. L'analyse des données par le modèle de Cox permet d'obtenir le coefficient d'accélération entre deux niveaux de fonctionnement, les résultats étant validés par un test de confiance [BAG95]. Dans ce paragraphe, nous présenterons de manière plus précise le modèle de Cox.

b. Définition du modèle de Cox

Le modèle de Cox établit une relation paramétrique entre les facteurs d'environnement, ou facteurs de risque de défaillance, et la distribution des durées de vie, sans préciser cette dernière.

L'analyse qui en découle présente ainsi un caractère semi-paramétrique et s'appuie sur la définition de la vraisemblance partielle de données. La méthode repose principalement sur l'hypothèse des risques proportionnels qui suppose que chaque facteur influe sur la durée de vie de façon constante au cours du temps [KUM94].

c. Notations

On définit, pour chaque "composant" étudié, un couple de variables aléatoires (y, d) :

y est la durée de vie du "composant" lorsque le "composant a effectivement été défaillant au cours de l'essai ($d = 1$),

y est l'instant de censure du "composant" lorsque le "composant" est arrivé intact à la fin de l'essai ($d = 0$),

On note $Z = (Z_1, Z_2, \dots, Z_p)$ le vecteur ligne des p facteurs d'environnement considérés pour l'étude. Concrètement, ce vecteur représente les niveaux des contraintes (pression, températures,...) appliquées. Chaque essai est caractérisé par son vecteur "contraintes".

A chaque facteur d'environnement Z_i est associé un coefficient d'environnement b_i qui quantifie l'influence du facteur d'environnement sur le comportement du composant et qu'il s'agira d'estimer. On note $b = (b_1, b_2, \dots, b_p)$ le vecteur ligne des p coefficients d'environnement correspondant aux p facteurs d'environnement considérés.

d. Modèle

Le modèle multiplicatif de régression pour des données de survie s'écrit sous la forme d'une relation entre une fonction de fiabilité dépendante du temps $\lambda_0(t)$ établie dans des conditions environnementales données et d'une fonction $g(Z)$ du vecteur d'environnement Z [KUK86] :

$$\lambda(t, Z) = \lambda_0(t) \cdot g(Z)$$

$\lambda(t, Z)$ représentant le risque instantané de défaillance au temps t , sous les contraintes Z .

On fait ici une hypothèse de non interaction entre l'influence des contraintes et du temps sur le risque instantané de défaillance (hypothèse de risque proportionnel). Tous les modèles où la fonction risque est séparable en deux termes dont l'un dépend seulement du temps et l'autre n'en dépend pas, sont dits à risque proportionnel [KUM96].

Remarque :

Il est fait mention dans la littérature de modèles additifs [McK93], du type $\lambda(t, Z) = \lambda_0(t) + g(Z)$, mais ils sont moins utilisés. En effet, le modèle de Cox présente l'avantage d'assurer la positivité des risques instantanés sans faire d'hypothèses sur la forme de la fonction $\lambda_0(t)$.

On peut montrer que, sous l'hypothèse d'un modèle multiplicatif, le rapport des risques instantanés, à un instant t donné, sous des contraintes Z_1 et Z_2 différentes, ne dépend pas du temps, mais uniquement des valeurs des facteurs d'environnement :

$$\frac{\lambda(t, Z_1)}{\lambda(t, Z_2)} = \frac{\lambda_0(t) \cdot g(Z_1)}{\lambda_0(t) \cdot g(Z_2)} = \frac{g(Z_1)}{g(Z_2)}$$

En outre, Cox a proposé de prendre comme fonction environnementale g un modèle exponentiel [COX72] :

$$g(Z) = e^{b \cdot Z} = e^{\sum_i b_i \cdot Z_i}$$

où b_i est l'influence du facteur d'environnement Z_i .

Le rapport des risques instantanés devient donc :

$$\frac{\lambda(t, Z_1)}{\lambda(t, Z_2)} = \frac{e^{b \cdot Z_1}}{e^{b \cdot Z_2}} = \frac{e^{\sum_i b_i \cdot Z_{1,i}}}{e^{\sum_i b_i \cdot Z_{2,i}}} = e^{\sum_i b_i (Z_{1,i} - Z_{2,i})}$$

De plus, dans le modèle de Cox, la relation entre le risque instantané et les facteurs d'environnement est log-linéaire :

$$\ln(\lambda(t, Z)) = \ln(\lambda_0(t)) + b \cdot Z$$

Le modèle de Cox est donc semi-paramétrique, log-linéaire, et à risque proportionnel. Comme dans tout modèle de régression, on peut introduire dans le vecteur Z des termes d'interactions entre les facteurs d'environnement.

e. *Vraisemblance de Cox*

Le vecteur b des paramètres est estimé en maximisant la vraisemblance de Cox, ou vraisemblance partielle.

Les durées de vie observées sont ordonnées indépendamment de leurs conditions d'essais. On note t_i $i = 1..n$ les n défaillances observées et Z_i $i = 1..n$ les n contraintes associées.

A chaque date de défaillance t_i , on considère $R(t_i)$ l'ensemble de la population "à risque", c'est à dire l'ensemble des "composants" encore en test au moment de la défaillance t_i .

La vraisemblance de Cox s'écrit alors comme le produit de probabilités conditionnelles calculées à chaque instant t_i . La contribution V_i du composant i défaillant en t_i à la vraisemblance partielle V^* est égale à la probabilité conditionnelle que ce soit le sujet soumis aux contraintes Z_i qui soit défaillant en t_i , connaissant la composition de la population à risque en cet instant :

$$V_i = \frac{\lambda(t_i, Z_i)}{\sum_{k \in R(t_i)} \lambda(t_i, Z_k)}$$

Soit, après simplification :

$$V_i = \frac{e^{b_i \cdot Z_i}}{\sum_{k \in R(t_i)} e^{b_i \cdot Z_k}}$$

La vraisemblance partielle se calcule alors comme le produit des contributions pour chaque date de défaillance :

$$V^* = \prod_{i=1}^n V_i = \prod_{i=1}^n \frac{e^{b_i \cdot Z_i}}{\sum_{k \in R(t_i)} e^{b_i \cdot Z_k}}$$

En développant l'expression et en passant à la log-vraisemblance, on obtient :

$$L^* = \ln(V^*) = \sum_{i=1}^n \left[b_i \cdot Z_i - \ln \left(\sum_{j \in R_i} e^{(b_j Z_i)} \right) \right]$$

La vraisemblance de Cox est une fonction du vecteur b , l'estimateur \hat{b} du maximum de vraisemblance vérifie :

$$\frac{dL^*(\hat{b})}{db} = 0$$

La confiance sur l'estimateur \hat{b} peut être calculée par des tests usuels tels que :

- le test de Rao ou test du score,
- le test de Wald ou du maximum de vraisemblance,
- le test du rapport de vraisemblance $\chi^2 = 2[L^*(b) - L^*(0)]$.

Ces trois tests suivent asymptotiquement des distributions de χ^2 à p degrés de liberté, p étant la dimension du vecteur b .

Enfin, on peut déduire du vecteur \hat{b} un coefficient d'accélération au sens de Cox :

$$C_{R_i, j} = \frac{\lambda(t, Z_j)}{\lambda(t, Z_i)} = e^{(b \cdot Z_j - b \cdot Z_i)}$$

Cela signifie que lorsqu'on passe de l'environnement Z_i à Z_j , on a $C_{P_i, j}$ fois plus de chances d'avoir une défaillance.

2.4.2. Algorithme de résolution.

Il existe plusieurs d'algorithmes permettant de maximiser la fonction de vraisemblance. Du fait de la non-linéarité de la fonction considéré, nous avons été conduits à utiliser un algorithme de type itératif, à partir d'une solution initiale, par exemple $b = 0$.

On peut donc procéder par itérations directement sur la fonction de vraisemblance, en donnant au vecteur b un accroissement db , dans toutes les directions b , et en gardant à chaque pas le vecteur b permettant d'obtenir la plus grande valeur de L^* .

L'inconvénient majeur de cette méthode est sa lenteur à converger vers le maximum, le nombre d'itérations nécessaire est en fait principalement fonction de la valeur de p , dimension du vecteur b .

Nous avons donc jugé utile d'avoir recours à un algorithme plus performant, nous avons choisi de mettre en oeuvre un algorithme de type Newton-Raphson.

a. Description de l'algorithme

La recherche de la valeur du maximum de vraisemblance nécessite de résoudre le système d'équations aux dérivées partielles suivant :

$$\begin{cases} \frac{dL^*}{db_1} = 0 \\ \vdots \\ \frac{dL^*}{db_p} = 0 \end{cases}$$

Le système n'étant pas linéaire par rapport aux b_i , il n'existe pas toujours de solutions explicites. On cherchera donc une valeur numérique approchée de la solution en procédant par approximations successives. L'algorithme que nous avons mis en oeuvre est le suivant :

- 1) Choix d'une valeur initiale arbitraire. On prend généralement b égal au vecteur nul pour trouver la valeur initiale de la fonction de vraisemblance. Par expérience, cette valeur convient bien car elle n'est généralement pas trop éloignée de la solution recherchée,
- 2) Calcul de $L_{(0)}^*$ ($b = 0$) l'indice correspondant au rang de l'itération,
- 3) Calcul de l'accroissement à donner aux paramètres b_i , ce calcul est développé dans le paragraphe suivant,
- 4) Calcul de $L_{(k+1)}^*$ avec les nouveaux paramètres b_i ,
- 5) Deux cas de figure peuvent alors se présenter :
 - (a) $L_{(k)}^* < L_{(k+1)}^*$ alors la nouvelle solution de départ sera $L_{(k+1)}^*$,
 - (b) $L_{(k)}^* > L_{(k+1)}^*$ alors $L_{(k)}^*$ sera conservée comme solution de départ,
- 6) Tant que l'accroissement donné aux paramètres b_i est supérieur à un ε choisi *a priori*, boucler sur l'étape 3) :

$$\|b^{(k)} - b^{(k-1)}\|_{\infty} < \varepsilon$$

Lorsque l'algorithme est terminé on dit que le processus a convergé et on prend pour estimation les valeurs des b_i obtenus après convergence. Ces valeurs sont en effet celles qui maximisent la fonction de vraisemblance à ε près.

b. Calcul de l'accroissement

C'est à ce niveau que la méthode mis en oeuvre diverge de l'algorithme classique Newton-Raphson.

Nous avons choisi de donner comme accroissement aux paramètres b_i les valeurs des dérivées partielles respectives au point considéré, pondérées d'une valeur appelée pas de l'itération (*pas*). Ainsi nous progressons vers le maximum suivant la ligne de plus grande pente, selon un pas qui sera défini plus bas. Ceci permet en effet de converger en un nombre d'itérations suffisamment faible pour que le temps de calcul nécessaire à la convergence soit acceptable.

Nous avons également choisi de progresser à pas constant tant que l'on se rapproche du maximum, sinon le pas est réduit de moitié. Autrement dit, lorsque, à l'étape 5) de l'algorithme, on se trouve dans le cas (a), le pas est inchangé et dès que l'on se trouve en configuration (b), on divise le pas par deux. Soit pour tous les paramètres b_i :

$$b_i^{(k+1)} = b_i^{(k)} + \frac{dL(b^{(k)})}{db_i} \cdot \frac{1}{\left| \frac{dL(b^{(k)})}{db_i} \right|} \cdot \text{pas}$$

L'avantage de progresser à pas constant est de se rapprocher plus vite du maximum lorsque la valeur de départ, calculée en $b = 0$, en est éloignée. En outre, on est sûr de dépasser le point maximum, donc d'avoir un algorithme convergent, ce qui n'est pas le cas pour un pas égal à $(1/2)^k$ (voir figure 17).

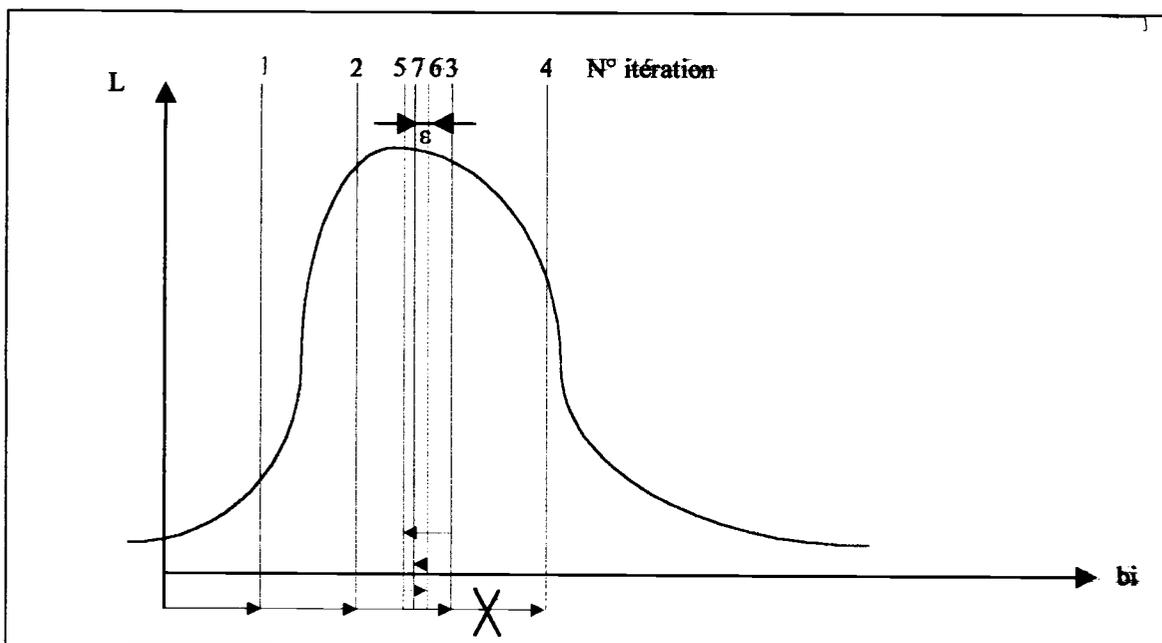


Figure 17 : schéma du principe de détermination des paramètres d'environnement

Ainsi, nous avons fait la synthèse des connaissances théoriques nécessaires pour la mise en oeuvre du modèle de Cox, il reste désormais à trouver comment l'adapter à notre problème de fiabilité mécanique.

2.4.3. Extension du modèle de Cox

a. Introduction

Nous avons présenté au paragraphe précédent l'état des connaissances à propos du modèle de Cox qui nous seront utiles pour l'appliquer à notre domaine de la fiabilité mécanique ainsi que nos travaux en matière de détermination du vecteur b des coefficients d'accélération (algorithme de détermination des coefficients b_i).

Cette présentation repose d'une part sur l'étude bibliographique des ouvrages théoriques de référence de D.R. Cox, d'autre part sur des travaux de recherche appliquée dans le domaine des essais thérapeutiques [COX70, NOU]. L'objet de cette étude consiste en quelque sorte à réaliser un travail similaire à celui fait par les biostatisticiens pour adapter le modèle de Cox aux spécificités de notre problème.

Par exemple, l'hypothèse de base sur laquelle repose tout le modèle, et donc la qualité des résultats, est la constance des facteurs environnementaux dans le temps. Or, de telles conditions ne peuvent pas être toujours réunies en pratique, c'est pourquoi il a été créé des modèles stratifiés dans lesquels les facteurs environnementaux sont considérés comme constants sur un intervalle de temps. Pour les essais mécaniques, il est relativement facile de pouvoir respecter cette hypothèse, notamment grâce à la plus faible durée des essais. La suite de ce chapitre, qui constitue en fait le cahier des charges du programme d'analyse de données (voir annexe 4), décrit les solutions apportées aux nouveaux problèmes.

b. Codage

Dans l'application du modèle de Cox aux essais thérapeutiques, il n'est généralement question de ne comparer que deux groupes de traitement, c'est-à-dire de comparer deux gammes d'essais à travers un seul critère. Cela a peut-être été un frein à son exploitation et il a fallu par la suite étendre ce modèle à un nombre d'essais supérieur à deux, ce qui est généralement le cas dans notre spécialité. De plus, on souhaite également pouvoir analyser les essais à travers plusieurs critères (facteurs d'environnement) qui peuvent prendre plus de deux valeurs distinctes (voir plan d'expérience chapitre trois).

i. Comment faire un codage ?

Tout d'abord, il est indispensable que le codage soit établi par un spécialiste de la discipline en question, afin de déterminer les facteurs d'environnement à prendre en compte. En effet, la qualité du traitement dépend fortement de la manière dont le codage a été réalisé. Outre le choix des facteurs d'environnement, les valeurs qui leur sont affectées doivent également être choisies judicieusement.

Par exemple, si l'un des facteurs d'environnement est la température et que trois gammes de composants sont testés sous trois températures différentes :

$$\begin{array}{l} \theta_1 = 20^\circ C \\ \theta_2 = 50^\circ C \\ \theta_3 = 110^\circ C \end{array}$$

Il est recommandé de respecter un écart semblable pour Z_1 , Z_2 et Z_3 .

Une solution serait de choisir les contraintes Z de la manière suivante :

$$\begin{array}{l} Z_1 = 0 \text{ condition normale} \\ Z_2 = 1 \\ Z_3 = 3 \end{array}$$

En revanche, les valeurs prises par tous les facteurs d'environnement doivent être comparables afin de ne privilégier aucun d'entre eux. Pour avoir une plus grande souplesse dans le codage, nous proposons également de coder en "continu", c'est-à-dire d'affecter aux facteurs d'environnement des valeurs réelles et non pas seulement des valeurs entières positives.

Finalement, le programme que nous allons mettre en oeuvre devra satisfaire tous ces objectifs, que nous rappelons ci-dessous :

- nombre de "gammes" « illimité » (le nombre d'essais n'a pas de limite autres l'espace mémoire disponible),
- nombre de facteurs d'environnement « illimité » (au problème de mémoire près),
- valeurs prises par les facteurs d'environnement : codées ou réelles.

On peut s'interroger sur la signification des valeurs négatives affectées aux facteurs d'environnement, nous n'utiliserons pas cette éventualité pour le codage. Des essais devront être menés pour élargir ce nouveau champ d'application. Toutefois, le programme sera capable de traiter ces données au cas où elles seraient nécessaire pour une application particulière, notamment pour traiter le cas de températures négatives.

ii.....Valeurs limites

Nous insistons de nouveau dans ce paragraphe sur l'importance de la préparation des essais, puisqu'il paraît *a priori* très facile d'obtenir des résultats par cette méthode. Malheureusement, ces derniers ne sont significatifs que si les essais, le codage des facteurs d'environnement et le nombre de chacun d'entre eux sont judicieusement choisis, par un expert.

En ce qui concerne le nombre minimum de gammes d'essais à réaliser, nous adopterons la même règle que pour les plans d'expérience réduits, soit le nombre de facteurs d'environnement plus un, ce qui est en accord avec les travaux sur le sujet [HIL90]. La validité de ce résultat a toutefois été vérifiée à l'aide de l'outil de simulation développé.

Le nombre d'essais par gamme va également influencer la cohérence des résultats. Il correspond au nombre de répétitions pour un plan d'expérience. Il est en revanche indispensable d'avoir plusieurs essais par gamme; ceci d'autant plus que le couple nombre de facteurs d'environnement, nombre de valeurs prises par chacun d'eux est grand. Il paraît cependant difficile de donner une règle quant au nombre minimum d'essais par gamme, car il dépend de la nature des composants testés, et notamment de la dispersion des dates de défaillances.

On constate qu'il est possible, sans altérer la véracité des résultats, de prendre en considération un grand nombre de facteurs d'environnement; dans ce cas, il faut choisir deux niveaux de fonctionnement par facteur, car la taille des gammes d'essais croît très rapidement.

c. Censures

Un intérêt essentiel du modèle de Cox qui n'a pas encore été abordé est le fait que ce dernier permet d'envisager le cas des données censurées. On trouve généralement dans la littérature la

prise en compte des censures simples à droite car cela correspond à l'arrêt d'un essai avant la défaillance de tous les composants.

L'inconvénient de cette méthode est qu'il peut intervenir des aléas durant la durée de l'essai occasionnant l'arrêt du test d'un composant avant d'avoir pu observer sa défaillance. On doit donc pouvoir considérer le cas des censures multiples à droite, à savoir des dates de censures précédant la dernière date de défaillance.

Les schémas ci-dessous présentent la manière dont le problème à été abordé:

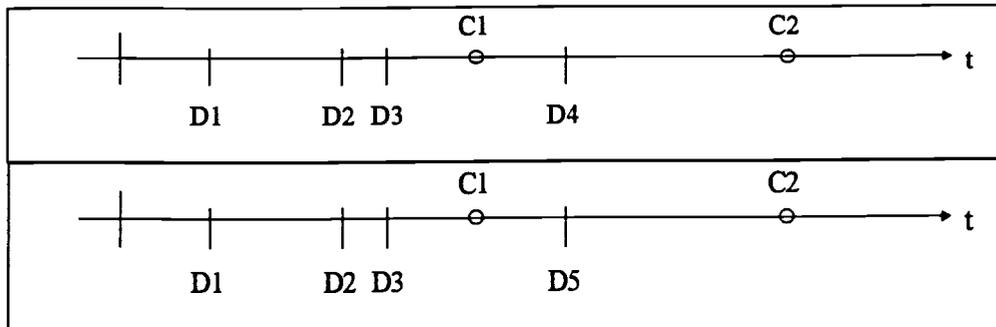


Figure 18 : liste de défaillances et censures

Figure 19 : liste de défaillances et censures réindexées

On considère que les censures font augmenter le rang de une unité pour la défaillance suivante, autrement dit, on prend le cas le plus défavorable où le composant censuré est défaillant dans l'intervalle de temps situé entre la date de censure et la défaillance suivante. Dans l'exemple des figures ci-dessus, la présence de la censure C1 décale la défaillance du rang 4 au rang 5.

Cette méthode a l'avantage de pouvoir traiter tous les cas possibles, avec cependant un degré de réalisme perfectible. Ainsi, on pourrait améliorer le processus en calculant le rang moyen de chaque défaillance, suivant le nombre de censures suspendues (un composant suspendu est un composant censuré jugé défaillant), ou en utilisant la méthode de Johnson, améliorée par Lyonnet [LYO92] pour le calcul du rang après suspension. Dans ce dernier cas, le calcul du rang moyen est effectué à partir d'une loi binomiale :

$$R(\text{moy}, t_i) = r_i + n.P$$

Dans l'équation précédente on a noté :

P probabilité qu'un élément défaillant soit censuré avant sa date de défaillance t_i ,

$R(\text{moy}, t_i)$ rang moyen à la date t_i ,

r_i nombre de défaillances avant t_i ,

n nombre de censurés.

d. Conclusion

Les spécificités du domaine de la fiabilité mécanique dans lequel nous travaillons nous ont conduit à aménager le modèle de Cox pour pouvoir l'appliquer dans de bonnes conditions. Ces spécificités sont, d'une part, le grand nombre de paramètres que l'on souhaite étudier pendant

les essais de fiabilité mécanique et, d'autre part, la répartition des censures sur toute la durée de l'essai.

Finalement, on s'aperçoit que l'on a besoin de traiter un plus grand nombre de données que dans le cas des essais thérapeutiques. C'est pourquoi le choix de l'algorithme de convergence décrit au paragraphe est très important puisqu'il va conditionner, avec la puissance du matériel informatique utilisé, la durée de calcul de l'estimateur du vecteur b .

Enfin, nous avons pu apporter une solution théorique satisfaisante à chacune de ces contraintes. Il reste à démontrer la validité des solutions adoptées et à réaliser le programme de traitement de données.

2.4.4. Validation du modèle de Cox

L'objet de ce chapitre est de montrer d'une part que l'hypothèse permettant d'utiliser l'algorithme de convergence choisi est respectée, et d'autre part que le modèle de Cox est bien approprié au contexte des essais accélérés.

a. Approche mathématique

L'hypothèse de base sur laquelle repose l'algorithme de convergence de Newton-Raphson est que la fonction à maximiser possède un maximum unique. Il s'agit donc de montrer que la fonction de vraisemblance est concave, quels que soient le nombre et les valeurs des facteurs d'environnement. Aucun ouvrage sur le thème du modèle de Cox ne contient la démonstration de cette propriété fondamentale de la fonction de vraisemblance, bien que ce dernier ait déjà largement été utilisé en dehors des hypothèses formulées par D. R. Cox. Celui-ci affirme l'unicité du maximum dans le cas des données binaires, à quelques restrictions près (nombre de données insuffisant), sans toutefois publier de démonstration [COX84].

Nous avons donc tenté d'apporter des éléments théoriques sur ce point. Notre démarche a consisté à vérifier l'hypothèse précédemment citée sur des exemples, avant d'établir une démonstration dans le cas général. Devant la complexité des calculs, que ce soit pour traiter des exemples, donc des valeurs numériques, ou effectuer une démonstration avec des termes symboliques, nous avons eu recours au logiciel de calcul MAPLE.

i.....Exemple

Un programme sous Maple a été réalisé, permettant de construire la fonction de vraisemblance à partir des données suivantes :

- nombre de gammes d'essais,
- nombre et valeurs des facteurs d'environnement,
- dates de défaillances,
- dates de censures (éventuellement).

Nous avons dans un premier temps recherché le maximum avec des routines propres à Maple, en vérifiant les résultats graphiquement.

Les données de l'exemple que nous allons traiter sont présentées dans les 2 tables ci-dessous :

N° de la gamme	Z_1	Z_2	Z_3
1	0	1	0
2	0	0	1

Table 2 : gammes / contraintes

Gamme 1	454	661	759	580	1000*
Gamme 2	195	538	327	433	620
Gamme 3	231	428	353	239	313

Table 3 : gammes / défaillances

Les résultats obtenus pour l'estimation de b par les routines de Maple sont les suivants :

$b_1 = 1.695$
$b_2 = 3.192$
$\chi^2 = 11.56$

Une fois ces résultats obtenus, on cherche à vérifier graphiquement qu'ils correspondent bien au maximum de la fonction de vraisemblance. Pour cela, on trace les courbes représentatives des dérivées partielles par rapport à b_1 et b_2 de la fonction à maximiser (voir figure 20). Notons que sur le graphique ci-dessous, l'échelle ne correspond pas à b mais à son exponentielle, c'est-à-dire au coefficient d'accélération. Ce coefficient ne peut donc pas être négatif, nous nous intéresserons donc qu'au premier quadrant.

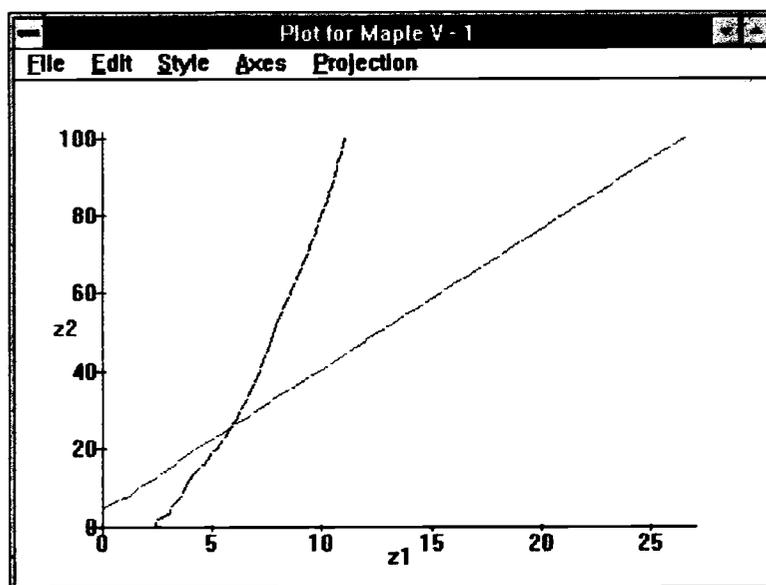


Figure 20 : analyse graphique des dérivées partielles de L^*

Ce tracé ne garantit pas que le point d'intersection est unique pour b_1 et b_2 variant sur l'intervalle $[0, +\infty]$. Cependant, on peut constater que ce point d'intersection est unique pour b_1 et b_2 variant sur l'intervalle $[0, +100]$. Or un coefficient d'accélération supérieur à 100 serait aberrant compte tenu des données du problème. L'essai est donc validé.

ii.....Cas général

Nous allons exposer dans ce paragraphe le principe de la démonstration de l'unicité du maximum de la fonction de vraisemblance. Nous n'avons pu mener les calculs que pour un modèle à deux facteurs car les expressions à manipuler deviennent vite très longues et complexes.

Pour prouver la concavité de la fonction de vraisemblance, nous devons dériver son expression jusqu'à l'ordre deux et montrer que cette dérivée seconde garde un signe constant sur le domaine des réels. Pour un modèle à deux facteurs, il faut calculer le discriminant des termes de second degré de la formule de Taylor, à savoir :

$$\begin{array}{|c|c|c|} \hline \frac{\partial^2 L}{\partial b_1^2} & \frac{\partial^2 L}{\partial b_1 \cdot \partial b_2} & \\ \hline \frac{\partial^2 L}{\partial b_1 \cdot \partial b_2} & \frac{\partial^2 L}{\partial b_2^2} & < 0 \\ \hline \end{array}$$

La démonstration a été mise en oeuvre sur Maple en calcul symbolique.

Comme nous n'avons pas pu aller plus loin dans la démonstration, nous avons étudié analytiquement et graphiquement quelques exemples de modèles à plus de deux facteurs. Il est toujours ressorti de ces études que le maximum de la fonction de vraisemblance est unique, du moins dans un voisinage de valeurs plausibles de b . De plus, l'éventualité de trouver des solutions incongrues n'étant pas écartée de manière absolue, (cela peut notamment se produire dans le cas d'un nombre trop faible de données et on trouve alors des résultats du type plus ou moins l'infini) l'utilisateur doit toujours être vigilant face aux solutions trouvées.

Ce paragraphe nous a permis de justifier le choix de l'algorithme de convergence vers le maximum de la fonction de vraisemblance. On sait désormais, quasiment avec certitude, que le maximum recherché est unique. La simulation qui est présentée dans le paragraphe suivant aura en partie pour but de confirmer ces résultats.

b. Simulation

La procédure de simulation a été motivée par les trois raisons suivantes :
 vérifier les résultats du paragraphe précédent,
 montrer que le modèle de Cox peut être approprié au domaine des essais accélérés,
 avoir un outil permettant de tester le programme de traitement de données présenté au chapitre suivant,

Nous avons donc fait réaliser un programme générant des listes de défaillances suivant le modèle de Cox. Ces données sont alors des cas d'étude qui ont été finement analysées pour vérifier à chaque fois l'unicité du maximum de la fonction de vraisemblance. Ce travail à toujours été réalisé à l'aide du logiciel Maple.

Ensuite, lorsque le programme de traitement de données a été mis au point, nous avons cherché à retrouver les paramètres entrés lors de la simulation afin de pouvoir valider le modèle de Cox pour le traitement de données provenant d'essais de fiabilité mécanique.

Pour réaliser ce programme de simulation, nous avons utilisé un logiciel existant de simulation de défaillances pour les lois mentionnées ci-dessous :

Loi Exponentielle
Loi Normale
Loi Log-normale
Loi de Weibull
Loi Gamma

Table 4 : liste des lois statistiques simulables par le logiciel utilisé

Le principe de fonctionnement de ce programme est de générer dans un premier temps une liste de défaillance selon une loi "classique" (voir table 4), et ensuite d'accélérer ces dates par le modèle de Cox suivant la formule ci-dessous :

$$R_{cox}(t, Z) = R_0(t) \cdot e^{b \cdot Z}$$

Le coefficient d'accélération que doit entrer l'utilisateur est égal à $C_{0,cox} = e^{b \cdot Z}$ et correspond à l'accélération entre les nouvelles conditions et les conditions standards :

$$C_{0,cox} = \frac{R_{cox}}{R_0} = e^{b \cdot Z}$$

Ainsi, on pourra générer une liste de défaillances correspondant à une loi de départ, par exemple exponentielle ou de Weibull, et à un coefficient de Cox fonction des valeurs prises par les facteurs d'environnement et des valeurs données aux paramètres b_i . Chaque liste de défaillance obtenue correspond en fait à une gamme d'essais, puisque toutes les dates de défaillances sont fonctions des mêmes valeurs des facteurs d'environnement.

Exemple :

Nous avons choisi de traiter ici le cas de la loi exponentielle :

$$R(t, Z) = e^{-\left(\int_0^t \lambda_0(t) dt \right) \cdot e^{(Z \cdot b_i \cdot z_i)}}$$

On opte pour un modèle de Cox à deux facteurs en prenant le codage suivant :

Codage	Z1	Z2
Gamme d'essais 1	0	0
Gamme d'essais 2	1	0
Gamme d'essais 3	0	1

Table 5 : tableau croisé essai/contraintes pour une loi exponentielle simulée

On choisit arbitrairement les coefficients d'accélération suivants :

$$\begin{cases} C_{0,1} = 2 \\ C_{0,2} = 3 \end{cases}$$

Les valeurs simulées (voir table 6) ont été obtenues en générant trois listes de défaillances suivant une loi exponentielle de coefficient $\lambda = 0.05$, les colonnes 2 et 3 ayant été pondérées par le coefficient choisit.

Liste des défaillances	Gamme d'essais 0	Gamme d'essais 1	Gamme d'essais 2
Défaillance N°1	26.06	9.81	5.39
Défaillance N°2	27.47	1.62	2.37
Défaillance N°3	15.19	13.11	2.82
Défaillance N°4	8.37	6.22	10.92
Défaillance N°5	8.68	0.27	2.53
Défaillance N°6	4.22	6.63	0.31
Défaillance N°7	14.19	4.38	2.05
Défaillance N°8	27.43	30.48	11.46
Défaillance N°9	9.95	12.80	1.46
Défaillance N°10	16.45	1.77	13.87

Table 6 : données simulées pour les trois essais décrits table

Le traitement de ces données par le modèle de Cox donne les résultats suivants :

$$\begin{cases} b_1 = 0.604 \\ b_2 = 1.267 \end{cases} \text{ et donc } \begin{cases} C_{0,1} = 1.83 \\ C_{0,2} = 3.55 \end{cases}$$

Pour connaître la confiance sur l'estimateur $\hat{b} = [b_1, b_2]$, nous avons procédé au test du rapport de vraisemblance :

$$\chi^2 = 2. [L^*(b) - L^*(0)] = 6.57$$

ce qui garantit un degré de confiance $\alpha < 0.05$.

On constate que les valeurs théoriques prises arbitrairement au départ sont retrouvées avec une précision satisfaisante vu la faible taille des échantillons, et ce avec une confiance correcte.

Ainsi, on dispose d'un outil qui permet de traiter un grand nombre de données et donc de justifier de la bonne adéquation du modèle choisi avec la nature des données. En effet, le modèle de Cox permet de quantifier le risque pris en passant d'un environnement à un autre. Ce risque est donné sous la forme d'un coefficient d'accélération que les industriels pourront utiliser pour simuler le comportement de leurs composants sous divers environnement au lieu d'effectuer des essais pour chaque niveau de contrainte.

2.4.5. Prolongement de la méthode

Nous avons vu précédemment comment le modèle de Cox pouvait permettre de quantifier l'influence de facteurs d'environnement sur le comportement d'un composant. Ainsi, connaissant le comportement du composant dans des conditions standard (conditions 0), nous sommes en mesure de prévoir le comportement du composant dans de multiples autres conditions.

Ces estimations nécessitent cependant la connaissance du comportement du composant (loi de fiabilité) dans au moins une configuration d'essais, la détermination de la loi de base $\lambda_0(t)$.

Nous proposons ici plusieurs méthodes de détermination de la loi de base $\lambda_0(t)$:

- méthodes classiques,
- méthodes bayésiennes,
- méthodes issues du modèle.

a. Méthodes classiques

Il s'agit ici de déterminer la loi de base $\lambda_0(t)$ du composant testé.

Pour cela, il est possible d'effectuer une campagne d'essais et d'appliquer les statistiques classiques aux données ainsi obtenues. Le choix des contraintes d'essais est primordial. On peut utiliser les facteurs d'accélération calculés précédemment pour déterminer un essai qui donnera des résultats plus rapidement que dans les conditions de base. On ramènera ensuite cette loi de comportement dans les conditions standard.

Exemple :

Supposons que l'on ait modélisé l'influence de trois paramètres Z1, Z2 et Z3 sur la durée de vie de vérins hydrauliques :

$$\begin{array}{l} C_1 = e^{b_1} = 3 \\ C_2 = e^{b_2} = 1.9 \\ C_3 = e^{b_3} = 0.5 \end{array}$$

On réalisera alors l'essai le plus sévère (Z1=1; Z2=1; Z3=0) et on déterminera la loi de comportement $\lambda_{1,1,0}(t)$. On revient à la loi de fiabilité de base en divisant par les coefficients d'environnement :

$$\lambda_0(t) = \frac{\lambda_{1,1,0}(t)}{C_1 \cdot C_2}$$

On obtient ainsi, rapidement la loi de base $\lambda_0(t)$.

b. Méthodes bayésiennes

Il s'agit d'utiliser ici les méthodes décrites au § 1.3..

Nous disposons des données d'essais réalisés pour déterminer les coefficients d'environnement; ces données constitueront la vraisemblance.

A partir d'avis d'experts, de données de retour d'expérience ou de résultats d'essais sur des matériels similaires nous déterminons la loi a posteriori de comportement du composant testé qui est la loi de base du composant [RUG94, RAO97].

Les deux méthodes décrites en a) et b) peuvent être combinées puisqu'on peut utiliser les techniques bayésiennes pour estimer la loi de comportement du composant dans des conditions Z et la ramener ensuite aux conditions de base en la divisant par les coefficients d'environnement.

c. Méthode issue du modèle

Après avoir calculé les coefficients d'environnement, nous avons eu l'idée d'utiliser les coefficients calculés et les résultats des essais réalisés pour déterminer la loi de base du composant.

Pour cela, on "ramène" les données des essais aux conditions standards.

Reprenons l'exemple présenté au a).

Les données des essais réalisés sont les suivantes :

Z1	Z2	Z3	déf1	déf2	déf3	cens1	cens2	cens3
0	0	0	t1			c1	c2	
0	1	1	t2	t3	t4			
1	1	0	t5	t6		c3		
1	1	1				c4	c5	c6

Table 7 : données d'essais pour la méthode de Cox

Pour chaque essai, on calcule le coefficient d'accélération par rapport à l'essai 0 Ci et on divise les données de ces essais par Ci :

Z1	Z2	Z3	Ci	déf1	déf2	déf3	cens1	cens2	cens3
0	0	0	1	t1			c1	c2	
0	1	1	0,95	t2/0,95	t3/0,95	t4/0,95			
1	1	0	5,7	t5/5,7	t6/5,7		c3/5,7		
1	1	1	2,85				c4/2,85	c5/2,85	c6/2,85

Table 8 : données d'essais ramenées aux conditions standards

On dispose alors de nombreuses données dans les conditions standards sur lesquelles on peut effectuer des inférences statistiques classiques en vue de déterminer la loi de base $\lambda_0(t)$.

2.4.6. Conclusion

Le premier objectif de ce travail a été de construire un outil de traitement de données à l'usage des industriels permettant de réduire la durée des essais mécanique. Dans ce but, un nouveau modèle, fondé sur le modèle de Cox, a été défini afin de pouvoir quantifier l'effet de l'environnement sur une gamme d'essais, sous la forme d'un coefficient d'accélération.

La démarche qui a été suivie peut se décomposer en trois étapes :

- acquisition des connaissances théoriques de base sur le modèle de Cox et adaptation de ce modèle,
- développement d'un programme informatique d'analyse de données selon le modèle défini,
- validation du modèle proposé par simulation.

Les informatiques de simulation et de traitement de données selon le modèle de Cox ont été développés à l'ENISE [BOU97] et il reste à mettre en oeuvre cette nouvelle méthode sur des cas concrets.

2.5. *Analyse de données, classification*

2.5.1. Introduction

Nous allons exposer ici des techniques connues dans le domaine des statistiques et essentiellement appliquées aux sciences sociales ou médicales.

Historiquement, ces techniques ont été développées non pas par des mathématiciens ou des statisticiens mais par des utilisateurs qui en avaient besoin sur le terrain [BEN77, BEN80]. Ceci peut expliquer le manque de formalisme de l'analyse de données à ses débuts.

Même si l'utilisation de ces techniques nécessite des moyens informatiques puissants et des logiciels adaptés, il ne faut pas confondre l'analyse de données avec l'informatique ni même avec les mathématiques. C'est un outil de représentation, d'aide à l'interprétation et qui demande un important travail de réflexion.

Nous présenterons ici les principes de base de l'analyse des données que nous illustrerons par des exemples simples. Nous exposerons aussi comment adapter la méthode à la fiabilité mécanique et notamment à la modélisation d'essais accélérés [AUG97].

2.5.2. Représentation

La méthode décrite ici permet de représenter des données complexes de manière à les rendre compréhensible ou au moins plus facilement interprétables [BES88].

On part des informations brutes qui sont de la forme suivante (*voir figure 21*) :

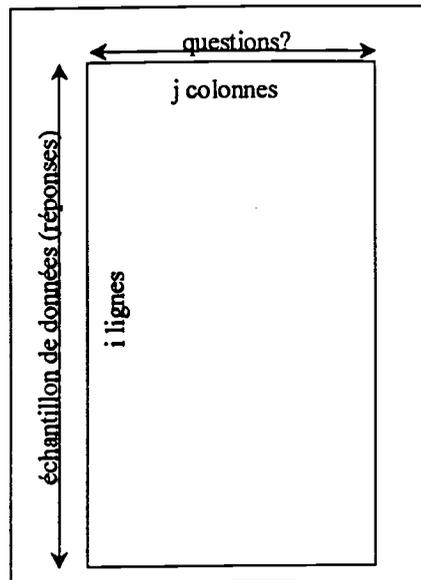


Figure 21 : principe des données brutes pour la phase de représentation

Exemple de type de données [FEN81] :

On interroge cent personnes au sujet de l'image de marque de différentes marques de cigarettes. On leur propose une liste de douze marques et on leur demande d'y associer un ou plusieurs attributs parmi une liste de onze qualificatifs (vieillot/désuet, nouveau-riche, sobre/élégant, cocasse/ridicule, racé, mièvre, distingué, vulgaire/commun, pour un homme, pour une femme, pour une petite nature).

Le tableau de données X porte les attributs en lignes i et les marques en colonnes j . On associe à chaque case du tableau $x_{i,j}$ correspond au nombre de fois où la marque j a été associée à l'attribut i .

Cette enquête avait pour but de choisir le nom de marque optimum pour toucher une certaine catégorie de fumeurs ; elle a parfaitement rempli son rôle en permettant de représenter l'image de chaque marque proposée en fonction des critères définis et en extrayant deux noms parmi les douze proposés.

Description de la méthode :

Il s'agit en fait de représenter graphiquement les données contenues dans une matrice à n lignes (que l'on nommera "individus") et p colonnes (que l'on nommera "variables"). L'idée est de représenter ces données dans un espace multidimensionnel. Deux démarches sont alors possibles :

- représentation des n lignes dans un espace à p dimensions dans un repère noté $R_p(i)$,
- représentation des p colonnes dans un espace à n dimensions dans un repère noté $R_n(j)$.

Nous nous intéresserons ici au premier cas mais la même démarche peut être menée en présentant les données dans le repère défini au cas 2.

a. Codage

La première phase consiste à coder les données de manière à pouvoir chiffrer chaque possibilité ; par exemple si une donnée est la réponse à une question de type « Aimez-vous le chocolat ? Oui/Non », on pourra coder la valeur "Oui" par 1 et la valeur "Non" par 0. Cette phase est très importante car elle permet de transformer des variables qualitatives en variables quantitatives et donc de simplifier le problème. On peut cependant conserver des données qualitatives mais ceci sous-entend de définir certaines propriétés pour les réponses (notamment une relation d'ordre pour pouvoir les comparer et les classer et une distance pour pouvoir estimer des écarts relatifs). Nous considérerons par la suite que toutes les données ont été codées de manière à ne disposer que de variables qualitatives.

Cette première phase ayant été effectuée, on représente donc, dans l'espace à p dimensions, le nuages des n points M_i correspondants aux individus de notre échantillon de données. La position de ces points dans le repère $R_p(i)$ est la base de la méthode.

b. Changement de repère

Dans un premier temps, on détermine le centre de gravité G du nuages de point ainsi que l'écart type propre à chaque variable :

$$G = \begin{cases} g_1 = \frac{\sum_i x_{i,1}}{n} \\ \vdots \\ g_p = \frac{\sum_i x_{i,p}}{n} \end{cases} \quad \text{et} \quad \sigma = \begin{cases} \sigma_1 = \sqrt{\frac{\sum_i (x_{i,1} - g_1)^2}{n}} \\ \vdots \\ \sigma_p = \sqrt{\frac{\sum_i (x_{i,p} - g_p)^2}{n}} \end{cases}$$

On effectue alors le changement de repère suivant :

$$x_{i,j}^* = \frac{x_{i,j} - g_j}{\sigma_j} \quad \forall i,j$$

La division par l'écart type propre à chaque variable est facultatif mais il permet de normaliser chaque variable et supprimer l'importance de l'une par rapport à l'autre. Par exemple, imaginons deux variable, pression et température étudiées respectivement entre 0 et 500 bar pour la pression et entre 0 et 50 °C pour la température. Sans la normalisation par σ_p et σ_θ , la méthode proposée ci-après donnerait 10 fois plus d'importance à la pression qu'à la température.

c. Analyse des composantes principales

On effectue alors l'analyse des composantes principales (qui est dite "normée" si le changement de repère a impliqué une division par les écarts type respectifs des différentes variables), c'est à

dire qu'on recherche les axes principaux d'inertie (ceux qui marquent le plus la dispersion du nuage de points) [CAU85]. Pour cela, on cherche les droites (F_i) , orthogonales deux à deux, qui minimisent la somme des distances des points M_i aux droites. Les axes principaux d'inertie permettent de déterminer de nouvelles variables qui permettent de mieux représenter et de mieux distinguer les différents points du nuage des points de données. Par projection dans des repères partiels, on peut ainsi mieux présenter la dispersion réelle des données.

d. Exemple de déroulement de la méthode

L'exemple présenté ci dessous a pour but d'illustrer les différentes étapes de la méthode ; le cas traité est celui de vérins pneumatiques soumis à deux contraintes variables, la pression du fluide et la charge appliquée sur la tige du vérin [AUG97].

La série de données suivante est recueillie :

Pression P (bar)	9,76	5,90	5,34	8,44	0,13	5,37	3,54	8,12	7,31	0,76	0,52	6,56	4,33	6,50	1,59	1,48	7,95	0,14	9,21	5,55
Charge L (kg)	3,79	0,53	4,23	0,91	2,18	4,18	3,97	0,94	0,25	2,90	2,05	2,20	3,63	0,76	0,09	2,52	1,55	3,33	0,97	3,70

Table 9 : contraintes appliquées aux vérins pneumatiques

Le nuage des points de la table est d'abord représenté dans un repère $\mathcal{R}(0, P, L)$:

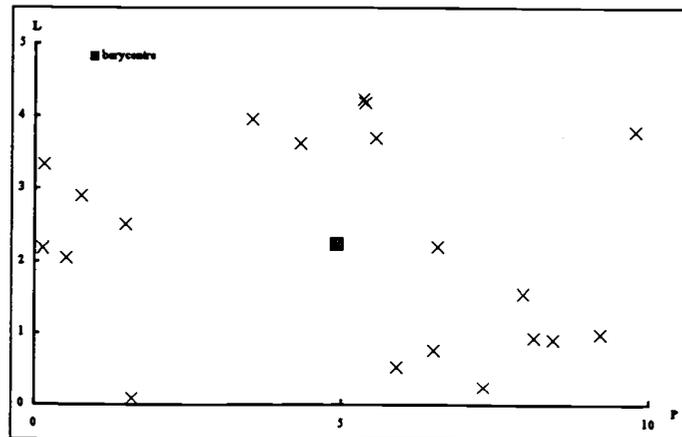


Figure 22 : représentation du nuage de points dans le repère normal des contraintes

On calcule alors le centre de gravité G et les écart types propres à chaque contrainte :

$$G = \begin{cases} \bar{P} = 4.92 \\ \bar{L} = 2.23 \end{cases} \text{ et } \sigma = \begin{cases} \sigma_P = 3.11 \\ \sigma_L = 1.38 \end{cases}$$

On définit :

$$P^* = \frac{(P - \bar{P})}{\sigma_P}$$

$$L^* = \frac{(L - \bar{L})}{\sigma_L}$$

On représente alors le nuage de points dans le repère $\mathfrak{R}^*(G, P^*, L^*)$:

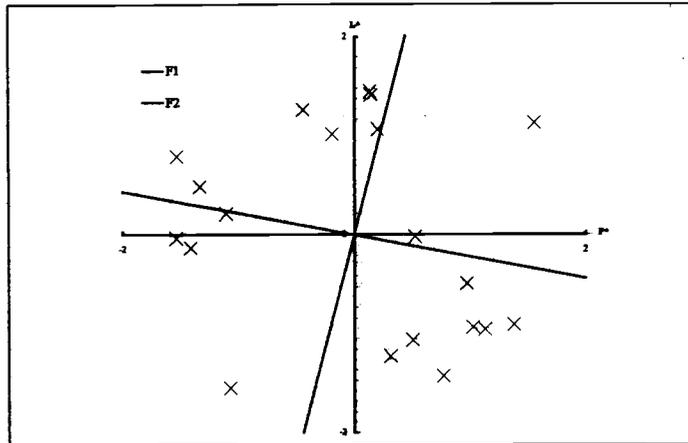


Figure 23 : représentation du nuage de points et des axes principaux d'inertie dans le repère barycentrique des contraintes normées

On calcule enfin les axes principaux d'inertie (voir figure 23) :

$$\begin{cases} F_1 : L = -0.22 P \\ F_2 : P = 0.22 L \end{cases}$$

On représente alors le nuage de points dans le repère $\mathfrak{R}_{1,2}(G, F_1, F_2)$:

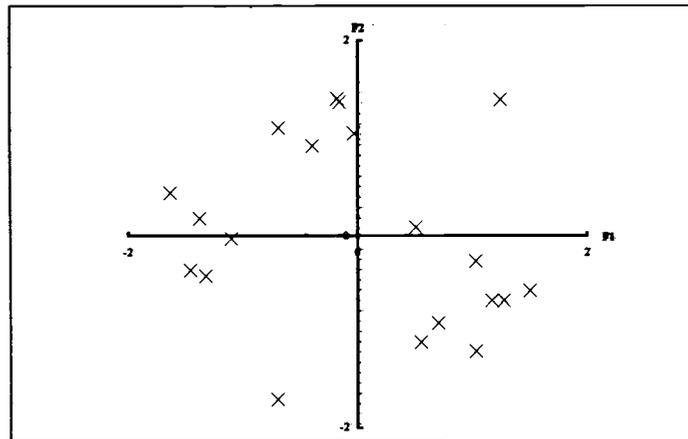


Figure 24 : représentation du nuage de points dans le repère principal

Un essai effectué sous une pression P et une charge L est représenté dans le repère $\mathfrak{R}_{1,2}(G, F_1, F_2)$ par le point de coordonnées x_1 et x_2 définies ci-dessous :

$$\begin{cases} x_1 = P^* - 0.22 L^* \\ x_2 = 0.22 P^* + L^* \end{cases}$$

soit, finalement,

$$\begin{cases} x_1 = 0.32 P - 0.16 L - 1.23 \\ x_2 = 0.07 P + 0.72 L - 1.96 \end{cases}$$

2.5.3. Classification

Il existe plusieurs méthodes de classification automatique mais nous ne parlerons ici que de la classification ascendante hiérarchique [FEN81]. Pour des détails sur d'autres méthodes de classification, on pourra se reporter aux ouvrages de Benzecri [BEN77, BEN80].

La classification permet de regrouper en classes les éléments proches les uns des autres. Le but est d'obtenir un regroupement des individus suivant des classes de variables. Ainsi, on pourrait imaginer la classification automatique des élèves d'une classe en fonction de leur notes obtenues dans différentes matières.

Les données de départ seraient du type suivant [FEN81] :

	Français	Mathématiques	Chimie	Musique	Gymnastique	Dessin
Jean	3	9	7	2	10	1
Pierre	7	1	3	8	2	9
Gérard	4	6	5	4	7	4
Henry	6	4	4	6	5	7
Nathalie	3	7	7	3	8	2
Roger	4	8	6	4	9	5
Véronique	8	5	2	9	3	9

Table 10 : exemple de données pour un cas de classification automatique

En choisissant une distance euclidienne sur le tableau de donnée, l'algorithme de classification automatique, pour une stratégie du "saut minimum", nous permet d'obtenir l'arbre hiérarchique suivant :

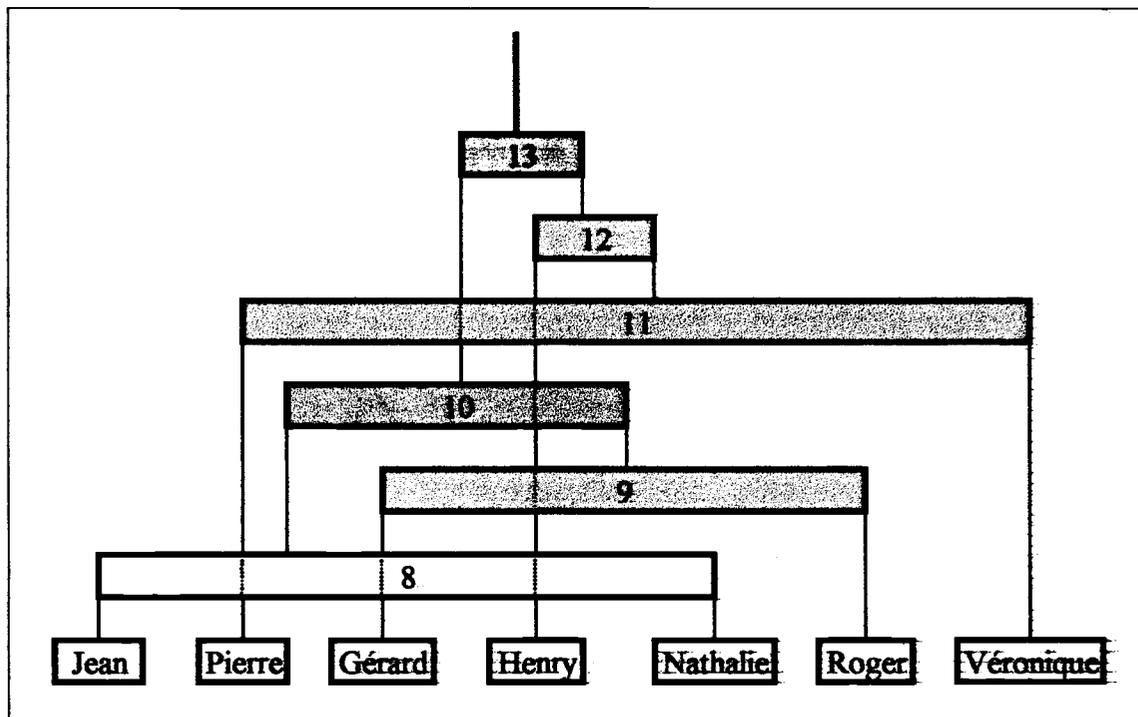


Figure 25 : exemple de classification automatique sur les notes d'un groupe d'élèves

Description de la méthode :

Comme pour la représentation, la première phase de la classification est une phase de codage afin de présenter les données sous la forme d'une matrice numérique.

Comme précédemment, il convient également de choisir ou de définir une distance sur les éléments du tableau de données. On pourra, par exemple, choisir une distance euclidienne :

$$d(E_1, E_2) = \sqrt{\left[\sum_j (x_{j,1} - x_{j,2})^2 \right]}$$

ou encore, en tenant compte de la variance de chaque paramètre,

$$d(E_1, E_2) = \sqrt{\left[\sum_j \left(\frac{x_{j,1} - x_{j,2}}{\sigma_j} \right)^2 \right]}$$

Une fois la distance sur le tableau de données définie, on calcule le tableau croisé des distances entre éléments du tableau de données. Dans l'exemple des notes des élèves d'une classe (voir table 10), on obtiendrait le tableau de distances suivant :

Distances	Jean	Pierre	Gérard	Henry	Nathalie	Roger	Véronique
Jean	0	6,436	2,411	4,406	1,198	1,842	6,277
Pierre	6,436	0	4,078	2,080	5,457	4,902	1,864
Gérard	2,411	4,078	0	2,082	1,559	1,253	4,091
Henry	4,406	2,080	2,082	0	3,516	2,852	2,249
Nathalie	1,198	5,457	1,559	3,516	0	1,443	5,523
Roger	1,842	4,902	1,253	2,852	1,443	0	4,655
Véronique	6,277	1,864	4,091	2,249	5,523	4,655	0

Table 11 : distances respectives entre les différents élèves de la classe

La première classe regroupera les deux élèves séparés par la plus petite distance (présentée ici en rouge), c'est à dire Jean et Nathalie.

Pour la deuxième classe, il convient de définir la distance d'un élément à une classe. Plusieurs distances sont possibles comme la plus petite des distances entre le nouvel élément et les éléments de la classe (stratégie du saut minimum), la plus grande des distances entre le nouvel élément et les éléments de la classe (stratégie du diamètre de la réunion)... L'exemple proposé ci-dessus (voir figure 25) a été réalisé à partir d'une stratégie de type saut minimum. Le nouveau tableau des distances devient alors :

Distances	Jean+Nathalie	Pierre	Gérard	Henry	Roger	Véronique
Jean+Nathalie	0	5,457	1,559	3,516	1,443	5,523
Pierre	5,457	0	4,078	2,080	4,902	1,864
Gérard	1,559	4,078	0	2,082	1,253	4,091
Henry	3,516	2,080	2,082	0	2,852	2,249
Roger	1,443	4,902	1,253	2,852	0	4,655
Véronique	5,523	1,864	4,091	2,249	4,655	0

Table 12 : distances issues de la première classe

(on notera que la distance d'un élément à la classe est égale à la plus petite des distances de l'élément aux différents éléments de la classe ; ce calcul est illustré par les correspondances de couleur entre la table et la table)

On procède ainsi, par étapes successives, jusqu'à aboutir à une classe unique. Cette démarche peut bien entendu être informatisée car elle devient rapidement complexe. L'intérêt de la classification est de permettre de regrouper, par des critères purement mathématiques, des éléments en classe. C'est une étape essentielle car, dans le cas de l'analyse fonctionnelle, on peut adopter des repères principaux qui ne représentent pas les classes minoritaires. La phase de classification permet d'identifier ces classes et de ne pas les oublier.

Si, au départ, les paramètres de colonnes ont été convenablement choisis, on pourra dégager des paramètres induisant des comportements différents. Sur notre exemple, on remarquera un comportement semblable entre Roger, Jean, Nathalie et Gérard qui sont Bons en Mathématiques, en Chimie et en Gymnastique, Mauvais en Dessin et en Musique et Moyens en Français.

Dans le cadre d'essais, on pourra constituer des classes d'essais aux conditions proches même si au départ les similitudes ne sont pas évidentes. De même, en observant cette fois-ci des paramètres de réponses, on pourrait classer des essais en classes de types de résultats, à partir des conditions d'essais. Cette dernière remarque nous amène naturellement à la troisième phase de l'analyse de données, la reconstitution de données et la prévisions de résultats.

2.5.4. Reconstitution, prévision

Cette méthode est mise en œuvre lorsque l'on désire déduire des informations, pour des éléments donnés, à partir d'informations sur d'autres éléments. La méthode est illustrée sur la figure 26 :

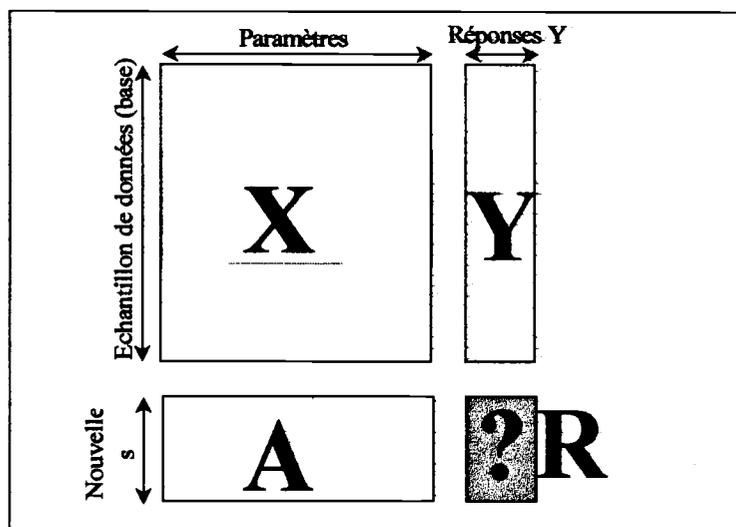


Figure 26 : principe de la reconstitution de données

Les données dont on dispose sont de deux types :

- échantillon de données de base qui constitue le fichier d'apprentissage,
- échantillon des anonymes dont on veut connaître le comportement (réponse Y).

Notations :

$X = (X_i, i = 1..n)$ est la matrice des paramètres du fichier d'apprentissage, avec $X_i = (x_{j,i}, j = 1..p)$,

$Y = (Y_i, i = 1..n)$ est la matrice des réponses du fichier d'apprentissage, avec $Y_i = (y_{j,i}, j = 1..q)$,

$A = (A_k = 1..m)$ est la matrice des paramètres des anonymes,

$R = (R_k = 1..m)$ est la matrice des réponses des anonymes (données que l'on cherche à reconstruire).

La méthode consiste à représenter dans l'espace à p dimensions \mathcal{R}_p les n éléments de la matrice X (voir § 3.5.2.).

On porte alors, les éléments de la matrice A en éléments supplémentaires (c'est-à-dire qu'ils sont représentés dans les repères principaux mais n'interviennent pas au niveau de la détermination des axes principaux d'inertie). On calcule alors, pour chaque élément A_k , les distances respectives aux différents points X_i . On estime alors les réponses R_k de l'élément A_k en fonction des réponses Y_i du ou des points X_i le(s) plus proche(s) du point A_k . La méthode offre l'avantage de ne pas être limitative quant aux nombres de points servant à estimer les réponses R_k .

On peut également, à partir des réponses Y_i , construire des classes de comportement. On cherchera ensuite à trouver la classe de comportement contenant A_k , ce qui déterminera l'intervalle dans lequel se trouve la réponse R_k .

2.5.5. Exemple d'application à la fiabilité de composants

La méthode de reconstruction peut être appliquée, pour des composants hydrauliques ou pneumatiques en procédant de la manière suivante [AUG97]:

- recensement des paramètres extérieurs à considérer,
- constitution du fichier d'apprentissage (liste de conditions d'essais),
- représentation du fichier d'apprentissage,
- classification des essais en fonction des durées de vie constatées,
- prévision de durée de vie pour des essais quelconques par reconstruction de données.

Exemple :

Nous traiterons ici le cas de vérins pneumatiques. Nous reprendrons les données présentées au § 3.5.2. pour lesquelles les durées de vie des composants ont été relevées (voir table 13) :

Pression P (bar)	9,76	5,90	5,34	8,44	0,13	5,37	3,54	8,12	7,31	0,76	0,52	6,56	4,33	6,50	1,59	1,48	7,95	0,14	9,21	5,55
Charge L (kg)	3,79	0,53	4,23	0,91	2,18	4,18	3,97	0,94	0,25	2,90	2,05	2,20	3,63	0,76	0,09	2,52	1,55	3,33	0,97	3,70
Durée de vie km	1910	3470	7060	4200	5160	7150	7240	4530	4260	5490	6120	3860	7270	4370	8570	6400	3780	6940	5020	7580

Table 13 : contraintes appliquées aux vérins pneumatiques et durées de vie correspondantes

La représentation des contraintes d'essais a été effectuée précédemment et illustrée figure. Nous avons alors réalisé la classification des essais (points) en fonction des durées de vie observées. Trois classes principales ont été relevées mais on conserve néanmoins les deux points marginaux n'appartenant à aucune de ces trois classes (voir figure 27).

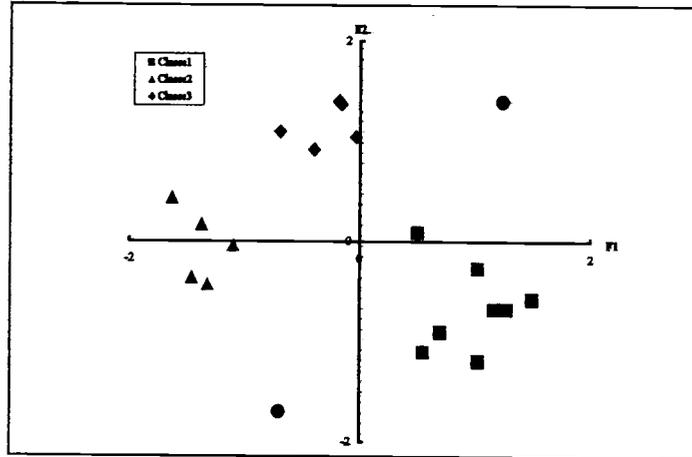


Figure 27 : classification des essais en fonction des durées de vie observées

La classe1 regroupe des essais dont la durée de vie est comprise entre 3000 et 5000 km.

La classe2 regroupe des essais dont la durée de vie est comprise entre 5000 et 7000 km.

La classe3 regroupe des essais dont la durée de vie est comprise entre 7000 et 8000 km.

On peut alors estimer la durée de vie du composant dans des conditions quelconques en fonction de la position du point représentant cet essai dans le repère principal.

Par exemple, supposons que l'on veuille connaître la durée de vie de notre vérin pneumatique (celui utilisé dans cet exemple) dans les conditions suivantes :

$$\begin{array}{l} P = 8 \text{ bar} \\ L = 2 \text{ kg} \end{array}$$

On trace le point correspondant à cet essai (voir figure 28) et on estime la durée de vie du composant à partir de la position du point dans le plan.

Les coordonnées du point dans le repère principal sont :

$$\begin{cases} x_1 = 0.32 P - 0.16 L - 1.23 = 1.01 \\ x_2 = 0.07 P + 0.72 L - 1.96 = 0.04 \end{cases}$$

Le point appartient à la classe1, on en déduit donc une durée de vie comprise entre 3000 et 5000 km. Un essai réalisé dans ces conditions conduit à une durée de vie de 3670km, ce qui est en accord avec l'estimation.

On peut estimer plus précisément la durée de vie obtenue dans des conditions données en regardant la position du point représentant l'essai par rapport à plusieurs classes, à un ou plusieurs points d'une classe... On estime alors la durée de vie par pondération des durées de vie des entités de références (points, classes...).

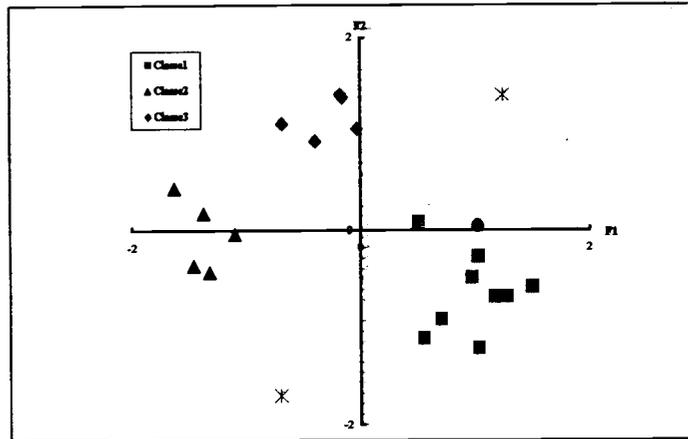


Figure 28 : positionnement du nouvel essai dans le plan des essais (contraintes)

Dans notre exemple, le point de la classe 1 le plus proche de celui représentant notre essai est celui qui représente l'essai ($P=7.95$ bar; $L=1.55$ kg) correspondant à une durée de vie de 3780 km. On peut donc estimer la durée de vie dans les conditions ($P=8$ bar; $L=2$ kg) à 3780 km, estimation plus proche de la réalité.

On peut vérifier qu'un composant de type analogue suit bien la même loi de comportement que le composant ayant servi à "cartographier" l'espace des contraintes en vérifiant que les données d'essais disponibles sur ce composant sont bien en accord avec la carte de la figure (durées de vie observées en fonction des conditions d'essais).

Au niveau de l'accélération d'essais, cette cartographie permet de déduire la durée de vie de composants dans des conditions non testées; elle permet de fournir des données de fiabilité sans essais supplémentaires et contribue, à ce titre, à la diminution des coûts et des durées d'essais.

2.5.6. Conclusion

L'analyse de données est un outil puissant qui permet de représenter, plus simplement, des données complexes. Il semble bien adapté à l'analyse d'essais de fiabilité car il permet de dégager des tendances principales et de regrouper des classes d'essais aux résultats analogues, tout en conservant l'intégralité des données.

On peut ainsi effectuer des estimations grossières de paramètres (en utilisant des classes à forte population) mais aussi des estimations plus précises en revenant à des classes plus petites (faible population) voire même aux données initiales.

C'est cependant un outil délicat à manier et qui demande un important effort d'analyse. L'ordinateur peut être utilisé pour accélérer les calculs mais pour effectuer la synthèse et tirer les conclusions.

2.6. Conclusion

Les quatre méthodes décrites dans ce chapitre sont des méthodes connues mais jusqu'ici peu utilisées dans le domaine de la fiabilité.

Les statistiques de groupe sont, à l'origine, des outils propres aux mathématiciens et elles sont peu ou pas appliquées aux autres sciences.

Les techniques bayésiennes, malgré leur puissance, sont encore pénalisées par deux défauts majeurs; d'une part la lourdeur des calculs rebute encore (notamment dans le cas de composants à taux de défaillance variable au cours du temps); d'autre part, la grande dépendance des résultats obtenus vis à vis des connaissances a priori (notamment dans le cas où l'on dispose de peu de données) exige une grande connaissance de la méthode pour une obtention et une interprétation correctes des résultats.

Le modèle de Cox, utilisé jusqu'alors essentiellement en médecine ou en biologie, s'avère approprié pour le cas de composants mécaniques dans la mesure où il permet de quantifier l'influence de paramètres extérieurs sur le comportement de composants mécanique. Le seul inconvénient du modèle est son caractère purement statistique et sans signification physique des coefficients.

Enfin, l'analyse de données est un outil graphique puissant qui nous semble intéressant car c'est un outil de visualisation qui peut également être utilisé pour estimer d'autres données. Sa puissance réside dans le fait que toutes les données sont utilisées mais que l'analyse peut être effectuée à différents niveaux plus ou moins complexes.

3. METHODOLOGIE DEVELOPPEE

3.1. Introduction

Ce travail de recherche doit être replacé dans son contexte industriel.

Le CETIM (CEntre Technique des Industries Mécaniques) est un organisme en partie financé par une taxe parafiscale obligatoire versée par toutes les industries mécaniques en dehors des constructeurs automobiles, ferroviaires ou aéronautiques. En échange de cette taxe, les industriels demandent au CETIM d'explorer des axes de recherche communs et de réaliser des études et des projets pour traiter les problèmes qui les préoccupent. Les industriels décident des axes de recherche à explorer en fonction de leurs ressources.

En 1990, les fabricants de composants hydrauliques et pneumatiques ont demandé au CETIM de réaliser un projet traitant de fiabilité des composants hydrauliques et pneumatiques. Les premiers pas ont été effectués, visant la création d'une banque de données de fiabilité issue de l'expérience de chaque industriel. Cette piste a été abandonnée pour des raisons de confidentialité.

C'est alors que l'idée a été proposée de réaliser une étude pour développer une méthodologie d'essais accélérés, de la conception à l'interprétation en passant par la réalisation des essais. Il a été décidé de mettre au point cette méthode et de l'illustrer en la mettant en œuvre pour deux types de systèmes hydrauliques et pneumatiques : vérins hydrauliques et vérins pneumatiques. Les systèmes étudiés étant des vérins, l'étude sera également menée sur les distributeurs hydrauliques et pneumatiques indispensables à l'actionnement des vérins.

C'est dans ce contexte que s'est déroulée notre étude, à mi-chemin entre la recherche fondamentale et la recherche appliquée de type industriel; la collaboration entre le CETIM et les industriels s'est effectuée dans le cadre de "Groupes de Travail" se réunissant quatre à cinq fois par an.

Nous exposerons ici la méthodologie de réalisation d'essais accélérés que nous avons élaborée. Les outils théoriques que nous avons développés ou mis en œuvre ont été présentés au chapitre deux. Elle se décompose en six étapes :

- analyse du système,
- recensement des facteurs influents,
- plan d'expérience,
- réalisation des essais,
- expertise des composants,
- exploitation des résultats d'essais et validation du modèle.

3.2. Analyse du système

La première étape de la démarche doit, bien entendu, être l'acquisition d'une excellente connaissance du système étudié. Cette connaissance doit englober aussi bien les données géométriques du système que des données de fonctionnement ou même de dysfonctionnement.

Elle peut se diviser en trois phases :

- connaissance géométrique du système,
- connaissance fonctionnelle du système,
- connaissance des modes de défaillance du système.

3.2.1. Connaissance géométrique du système

Cette phase couvre en fait les connaissances des plans du système, des différents composants élémentaires le constituant, des matières utilisées, des caractéristiques des graisses, des instructions de montage...

Elle est généralement très rapide surtout dans le cas d'une démarche interne où toutes les données sont facilement disponibles et où les problèmes de confidentialité ne s'appliquent pas. Elle est cependant importante car elle permet d'affiner les informations sur le produit et, par la suite, de mieux appréhender les problèmes rencontrés en séparant les anomalies du produit des anomalies d'utilisation.

3.2.2. Connaissance fonctionnelle du système

Cette phase recouvre en fait la connaissance dynamique du système : mode de fonctionnement, mouvements relatifs, spécifications d'utilisation...

On collecte ici toutes les données ayant conduit à la conception du système. Celles-ci peuvent consister en des notes de calculs, des résultats de simulation, des résultats d'essais préliminaires, des données de retour d'expérience...

Cette phase a normalement déjà été menée lors de la conception afin de vérifier la réponse du produit aux spécifications. Elle permet également de fixer des limites d'utilisation qui induisent des modes de défaillance aberrants (déformation plastique d'un joint sous l'effet de la chaleur, séparation des éléments d'une graisse en présence d'eau...).

3.2.3. Connaissance des modes de défaillance du système

Cette dernière phase est primordiale car c'est elle qui va permettre de recenser les modes de défaillance "normaux" du système et de choisir celui ou ceux que l'on va chercher à accélérer. Ce sont ces modes de défaillance qui serviront de référence pour valider la valeur d'un essai accéléré et des résultats obtenus.

Il convient de recenser le maximum de modes de défaillance en s'appuyant, par exemple, sur une démarche de type AMDEC. Les données recueillies dans les deux phases précédentes, alliées à des avis d'expert, permettront de mener rapidement et efficacement ce travail.

A l'issue de ces trois phases, la connaissance du système et de son environnement est excellente et il est alors possible de passer à l'étape suivante.

3.2.4. Analyse du système; cas pratique.

Dans le but d'appliquer la méthodologie à des vérins et des distributeurs hydrauliques et pneumatiques, l'analyse du système a été réalisée.

Les connaissances géométrique et fonctionnelle des produits ont été menées de manière incomplète dans la mesure où les informations étaient en possession des industriels et que celles-ci ne nous ont pas été communiquées pour des raisons de confidentialité.

La phase de recensement et d'analyse des modes de défaillance a, elle, été menée intégralement par une compilation des avis des industriels participant à l'étude. Les résultats de cette compilation peuvent être trouvés en annexe 5.

Tous les composants hydrauliques se révèlent très fiables, les défaillances étant souvent dues à de mauvaises utilisations des produits. Dans le cas des vérins hydrauliques, en dehors des défaillances pour mauvaise utilisation, les modes de défaillance les plus fréquents sont des usures de joints, notamment au niveau des chambres d'amortissement; pour les distributeurs hydrauliques, on constate plutôt des défaillances au niveau des accessoires (bobines, tirants...).

Pour les composants pneumatiques, on a également affaire à des composants très fiables mais l'absence de pouvoir lubrificateur de l'air comprimé explique que l'usure est plus marquée que pour les composants hydrauliques. Pour les vérins, l'usure a lieu principalement au niveau des joints de piston; pour les distributeurs, on constate principalement des défaillances au niveau des électrovannes de pilotage mais aussi au niveau des joints dynamiques (usure).

Cette analyse des modes de défaillance a servi de base à la définition des facteurs d'environnement influent sur le comportement des composants et, par la suite, à l'élaboration du programme d'essais.

3.3. *Recensement des facteurs influents (traitement d'experts)*

Cette étape recouvre en fait une analyse critique des modes de fonctionnement du système étudié. Il s'agit de lister tous les facteurs d'environnement susceptibles d'influer sur le comportement du système. Tous les facteurs extérieurs au système doivent être listés et on les séparera en deux catégories distinctes :

- facteurs contrôlables,
- facteurs non contrôlables.

3.3.1. Facteurs contrôlables

Ce sont les facteurs extérieurs au système, supposés influents sur le comportement du système, dont on peut fixer la valeur ou tout au moins la garantir. C'est le cas, par exemple, d'une pression de fonctionnement pour un composant hydraulique ou pneumatique ou encore d'un indice de filtration. On peut distinguer les facteurs quantitatifs (pression, tension de commande, volume transféré...) des facteurs qualitatifs (expérimentateur, lieu d'essai, type de raccords et flexibles...).

Il convient d'être prudent en classant un facteur dans cette catégorie car il faut effectivement être capable de maîtriser le facteur. Par la suite, les facteurs d'accélération étudiés seront choisis parmi la liste des facteurs contrôlables pour lesquels on peut maîtriser des changements de valeurs. Les facteurs non retenus pour l'étude devront être fixés et leur valeur garantie tout au long des essais.

3.3.2. Facteurs non contrôlables

Ce sont des facteurs dits "perturbateurs". On cherchera si possible à maîtriser leurs valeurs ou leurs variations; si cela n'est pas possible, on cherchera à aléariser les valeurs prises par le facteur pour limiter leur influence et la noyer dans le flot des erreurs de répétabilité.

3.3.3. Cas pratique

Les facteurs influents ont été recensés dans le cas des vérins hydrauliques et des vérins pneumatiques. La liste de ces facteurs peut être trouvée en annexe 6.

3.4. *Plan d'expérience*

3.4.1. Généralités

Une fois le contexte général relatif au système et à ses conditions de fonctionnement connu, il convient de planifier les essais nécessaires à l'évaluation de la loi de comportement du système en fonction de l'environnement.

On peut, par exemple, organiser les essais par des techniques de type plan d'expérience qui permettent, entre autres, d'optimiser le nombre d'essais nécessaires à la modélisation. De plus, par une analyse de la variance réalisée sur les résultats des essais du plan, on peut dissocier les facteurs réellement influents des facteurs qui ne le sont pas (influence du même ordre que le bruit ou erreur de répétabilité).

La démarche décrite ci-après est une démarche classique de type plan d'expériences et est explicitée dans la littérature [BEN94].

La construction d'un plan d'expérience nécessite une démarche progressive et structurée. Les deux premières phases regroupent l'acquisition des connaissances sur le système et sur son environnement. Une liste de tous les facteurs extérieurs influents doit être établie, semblable à celle décrite au 3.3.

On choisit ensuite la réponse du plan d'expérience c'est à dire le paramètre mesuré. C'est cette réponse que l'on contrôle et qui détermine soit la fin de l'essai (un objectif ayant été atteint) soit le résultats de l'essai (si on cherche à modéliser l'influence de l'environnement sur le paramètre).

Une réponse déterminant une fin d'essai peut être, par exemple, la valeur de fuite du système et une valeur limite. Une réponse déterminant un résultat d'essai peut être, par exemple, une pression de

décollement et une durée d'essai limite. On peut éventuellement fonctionner en conjugaison des deux comme nous le verrons dans le cas pratique.

Il convient ensuite de bien recenser les objectifs du plan d'expériences (en fonction des connaissances a priori sur le système et des résultats escomptés ou recherchés) mais aussi les contraintes de temps et d'argent (devis externe, date butoir pour les résultats...).

On construit enfin un plan d'expérience en accord avec les objectifs ; on vérifie le respect des contraintes temps/argent. S'il y a accord, on valide le plan et on le réalise ; s'il n'y a pas accord, on reconsidère la construction du plan en modifiant éventuellement les objectifs de manière à respecter les contraintes. On peut également être amené à modifier les contraintes temps/argent mais cela doit être fait uniquement si les objectifs ne peuvent être diminués. On préférera souvent séparer les objectifs en deux parties, la deuxième étant soumise aux résultats de la première.

Exemple :

Supposons que l'on veuille modéliser l'influence de la pression, de la température du fluide et du diamètre de canalisation sur la perte de charge mesurée dans une ligne hydraulique. On suppose que l'influence de ces deux paramètres est non linéaire; aucune hypothèse n'est faite quant aux interactions. Les contraintes de temps/argent sont de ne pas dépasser 18 essais. On préférera étudier d'abord, de manière linéaire, par un plan à 8 essais, l'influence de 6 paramètres extérieurs (en rajoutant par exemple l'aération du fluide, la longueur de la canalisation et la forme de celle-ci (droite ou coudée)) puis, éventuellement, l'influence non linéaire des facteurs influents par un plan à 9 essais plutôt que d'effectuer directement un plan à 18 essais étudiant l'influence non linéaire des trois paramètres recherchés. La première solution peut révéler d'autres facteurs influents non soupçonnés et montrer qu'aucun de ces facteurs n'est influent (après seulement 8 essais), rendant inutile le deuxième plan (9 derniers essais).

Les phases de réalisation des essais et de dépouillement des résultats seront abordés ultérieurement aux chapitres quatre et cinq.

3.4.2. Cas pratique

Dans le cadre de la méthodologie de mise en place d'essais accélérés, nous avons choisi de chercher à modéliser le comportement de vérins pneumatiques et hydrauliques. Aussi, la technique des plans d'expérience nous a paru adaptée pour minimiser le nombre d'essais et maximiser la quantité d'informations obtenues.

En collaboration avec les industriels fabricants des vérins, nous avons mené le recensement des facteurs extérieurs influents (voir annexe). En accord avec les contraintes de temps/argent, nous avons défini un plan d'expériences pour chaque type de composants, vérins hydrauliques et vérins pneumatiques (voir annexe 6).

Les essais ont été conçus à partir des recommandations de l'UNITOP [UNI94a, UNI94b, UNI95a, UNI95b].

Une butée temporelle et un critère d'arrêt ont été fixés (voir table 14).

Système \ Données	Limite de temps	Critère d'arrêt
Vérin hydraulique	3000 km	fuite importante
Vérin pneumatique	3000 km	voir figure 29

Table 14 : limites d'essais et critères d'arrêt sur les vérins hydrauliques et pneumatiques

Vérins hydrauliques :

Conformément à la recommandation de l'UNITOP RU H/1 [UNI95a], les essais seront effectués jusqu'à 3000 km. Pour le critère d'arrêt, il a été choisi d'arrêter tout composant présentant des fuites trop importantes. Les vérins étant, à l'origine, très étanches au niveau du piston et de la tige, on distingue facilement une fuite "normale" d'une fuite trop importante et cela malgré le caractère subjectif du critère. En effet, la fuite constatée est très peu progressive et on constate des coefficients supérieurs à 10 entre les fuites "normales" et les fuites importantes.

Les distributeurs étant utilisés pour actionner les vérins, on considère les résultats obtenus sur ceux-ci mais aucun plan d'expérience spécifique n'a été prévu pour les étudier.

Les autres composants hydrauliques des bancs d'essais seront eux aussi étudiés mais uniquement d'un point de vue fiabiliste de tenue en service (flexibles, limiteurs de pression, limiteurs de débit, pompes...).

Vérins pneumatiques :

Conformément à la recommandation de l'UNITOP RU P/1 [UNI94a], les essais seront effectués jusqu'à 3000 km. Pour le critère d'arrêt, il a été choisi d'arrêter tout composant présentant des fuites trop importantes. A cet effet, les spécifications de RU P/1 ont été modifiées en les rendant plus sévères. De plus, la forme de l'évolution des fuites a également été définie (voir figure). Il a été convenu que tout composant dépassant à un instant t les fuites tolérées serait arrêté et considéré comme défaillant.

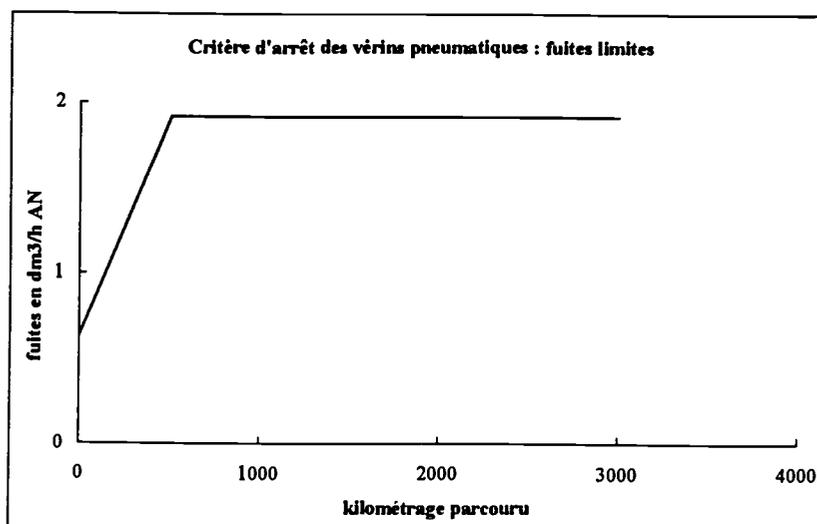


Figure 29 : critère d'arrêt des vérins pneumatiques; fuites limites

Les distributeurs étant utilisés pour actionner les vérins, on considère les résultats obtenus sur ceux-ci mais aucun plan d'expérience spécifique n'a été prévu pour les étudier.

Les autres composants pneumatiques des bancs d'essais seront eux aussi étudiés mais uniquement d'un point de vue fiabiliste de tenue en service (limiteurs de pression, limiteurs de débit, capteurs de position, raccords rapides...).

Les deux plans d'expériences ayant été définis, il ne reste plus qu'à réaliser les essais.

3.5. Réalisation des essais

Cette étape est certainement la plus longue et la plus exigeante. En effet, il s'agit d'effectuer l'ensemble des tâches suivantes :

- conception des bancs,
- suivi des essais dans le respect des conditions spécifiées,
- compilation des résultats d'essais.

C'est l'étape cruciale car c'est elle qui fournit les résultats qui seront étudiés, traités et exploités par la suite; elle est cependant indispensable pour vérifier l'adéquation des modèles développés ou simulés avec le comportement réel des composants étudiés. Il s'agit d'un travail auquel il faut apporter beaucoup de soin. La réalisation des essais sera abordée en détail au chapitre quatre.

3.6. Expertise des composants

Nous avons vu au chapitre qu'un essai accéléré ne pouvait être valable que si le ou les modes de défaillance constatés étaient les mêmes dans les conditions accélérées que dans les conditions standards.

Aussi, dans le cadre de la modélisation du comportement de systèmes en fonction de l'environnement, il convient de s'assurer que tous les essais effectués ont conduit aux mêmes modes de défaillance. Cette évaluation des modes de défaillance doit être effectuée par une expertise minutieuse et exhaustive de tous les "composants" testés, défaillants ou non. Seuls les résultats obtenus sur les "composants" présentant les mêmes modes de défaillance que ceux observés dans les conditions standards seront pris en compte pendant la phase d'exploitation.

3.7. Exploitation des résultats d'essais et validation du modèle

Cette étape est celle qui permet de tirer des essais le maximum d'information. C'est à ce niveau que la théorie peut apporter l'aide maximale en permettant, à travers des traitements riches et variés, d'obtenir un grand nombre de connaissances sur les composants testés.

Les informations obtenues peuvent être de plusieurs ordres :

- informations sur le matériel par la validation simple de solutions technologiques,
- informations ou confirmations de modes de défaillances connus,
- informations sur le comportement du système par la détermination de facteurs d'environnement, par exemple,
- information sur la fiabilité du système par la détermination de la loi de fiabilité du système.

L'exploitation des résultats passe souvent par une phase préliminaire de conception d'outils spécifiques répondant aux besoins du problème. On peut souvent utiliser le temps des essais pour développer ces outils d'analyse et de traitement en parallèle avec le suivi des essais.

Cette étape est en général plus courte dans la mesure où on utilise principalement les outils développés précédemment. Elle nécessite cependant un temps de réflexion et d'analyse important qui ne doit pas être négligé. En effet, c'est souvent une tâche négligée car elle demande un effort de réflexion et de synthèse. C'est la plus importante car c'est elle qui permet de tirer le maximum de conclusions à la fois des essais et de leurs dépouillements.

Cas pratique :

Dans le cas de nos essais de vérins hydrauliques et de vérins pneumatiques, nous avons développé trois outils principaux d'analyse et de dépouillement :

- module de traitement des plans d'expériences simples (module 1),
- module de simulation de données répondant à une loi connue (module 2),
- module de calcul des coefficients de Cox à partir des résultats d'essais, censurés ou non (module 3).

Le premier module permet d'exploiter des plans d'expériences simples pour des facteurs à deux niveaux. Il sera utilisé pour exploiter le sous plan d'expériences des essais 2 à 9 défini au §3.4.2. et présentés en annexe 6.

Le deuxième module a été développé pour simuler des données d'essais lors de la mise au point d'autres outils (voir module 3) ou pour permettre la présentation des techniques en l'absence de résultats complets.

Le troisième module a été réalisé pour calculer les coefficients du modèle de Cox adopté pour la modélisation du comportement des systèmes en fonction de l'environnement. Ce module comble un manque en matière de logiciels de fiabilité et notamment dans le domaine des essais accélérés et de la modélisation de facteurs d'environnement ou d'accélération. Ce module peut être utilisé dès lors que l'on cherche à modéliser l'influence de l'environnement par des modèles de Cox, à condition de bien respecter la méthodologie décrite dans ce chapitre. Le programme est présenté en annexe 4.

Les résultats qui seront obtenus à l'issue de l'ensemble des essais seront les suivants (résultats valables sur les vérins de diamètre 32 mm) :

- facteurs d'environnement pour la pression, la température ambiante et la température du fluide,
- lois de base pour les vérins hydrauliques et pneumatiques,
- données de retour d'expérience sur les autres composants des bancs d'essais.

On pourra ainsi modéliser entièrement le comportement des vérins en fonction de l'environnement (trois paramètres étudiés).

3.8. Conclusion

La méthode présentée ci-dessus a été développée dans le cadre de l'étude de vérins hydrauliques et pneumatiques. Elle est cependant généralisable à tous les composants mécaniques pour lesquels la durée de vie est élevée et pour lesquels les lois de comportement ou de fiabilité ne sont pas connues.

Les résultats numériques obtenus (facteurs d'environnement et loi de base) ne devraient, a priori, être applicables qu'à des systèmes rigoureusement identiques à ceux testés lors des essais. Pourtant, sous réserve de technologie similaire, si l'on dispose de données sur d'autres systèmes, l'adéquation du modèle numérique à ces composants peut être vérifiée et le modèle généralisé à des familles de "composants". De toute façon, les facteurs reconnus comme accélérant pourront être retenus pour des systèmes hydrauliques et pneumatiques différents afin de restreindre le champ des investigations pour des études ultérieures.

4. ESSAIS

4.1. Introduction

Ce chapitre recouvre tout le travail expérimental effectué tout au long de notre doctorat ; conception de bancs d'essais, mesures expérimentales, suivi d'essais, expertises de "composants"... Toutes ces phases seront abordées dans les paragraphes suivants.

95 vérins pneumatiques, 90 distributeurs pneumatiques, 190 électrovannes pneumatiques, 190 capteurs de position, 190 limiteurs de débit pneumatiques, 20 régulateurs de pression pneumatiques, 8 éléments filtrants, 25 capacités tampons pneumatiques, 12 flexibles pneumatiques haute pression, 120 m de tuyau flexible pneumatiques, 120 m d'isolant thermique, 150 vannes à tournant sphérique, 200 raccords rapides pneumatiques (raccords droits ou coudés), 100 bouchons pneumatiques, 2 réchauffeurs à air comprimé, 1 sécheur frigorifique, 2 compresseurs à vis (13 bar, 330 m³/h ANR) (voir figure 30), 48 vérins hydrauliques, 48 distributeurs hydrauliques, 10 limiteurs de débit pneumatiques, 1 pompe double débit, 1 pompe de gavage, 40 flexibles hydrauliques haute pression, 120 raccords JIC, 30 pipettes graduées (voir figure 31), 2 automates programmables, 1 ordinateur portable, 16 contacteurs de puissance, 2 soufflantes à air chaud, 2 caissons isothermes pour les hautes températures (6 m³ chacun), un caisson isotherme pour les basses température et 1 groupe frigorifique associé (6 m³), 1 enregistreur temporel, 8 capteurs de pression et les conditionneurs associés, 8 sondes Pt100 et les conditionneurs associés, 1 thermocouple rapide (voir figures 32, 35 et 36), ont été nécessaires à la réalisation de ces essais.



Figure 30 : panorama de composants pneumatiques fournis pour l'étude

La méthodologie présentée précédemment (voir chapitre trois) a été appliquée au cas de vérins hydrauliques et de vérins pneumatiques. La majorité des composants hydrauliques et pneumatiques des bancs d'essais a été gracieusement fournie par les industriels ayant financé l'étude (vérins et distributeurs hydrauliques et pneumatiques, limiteurs de débit hydrauliques et pneumatiques, embases de distributeurs, régulateurs de pression pneumatiques et éléments de filtration, flexibles et raccords hydrauliques, pompes hydrauliques, capacités tampons...).

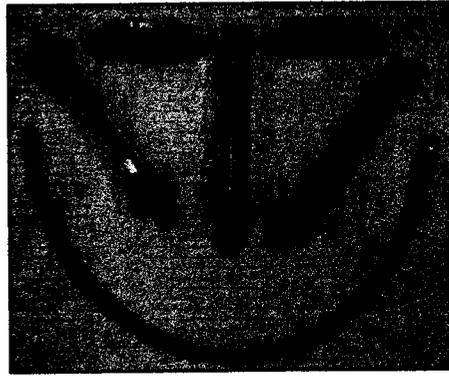


Figure 31 : panorama de composants hydrauliques fournis pour l'étude

Moyens d'essais communs pour l'hydraulique et la pneumatique :

Le CETIM ne disposant pas de moyens d'essais permettant de réguler la température ambiante, nous avons dû évaluer les besoins et prendre les dispositions nécessaires au contrôle du paramètre température ambiante.

Les températures d'essai variant de 0 à 60 °C, il était nécessaire de disposer d'un groupe réfrigérant et d'un groupe réchauffant ainsi que d'enceintes isothermes adaptées.

Pour le groupe frigorifique, la réalisation de l'enceinte et le dimensionnement du groupe frigorifique ont été sous-traités; le CETIM a ainsi acquis un outils d'essais performant et de mise en œuvre facile (voir figure 32); il s'agit d'une enceinte frigorifique mobile, le groupe frigorifique étant fixé sur le châssis. Elle permet de réguler des températures ambiantes jusqu'à -5°C, même en cas d'apport calorifique important (huile chaude ou air chaud).



Figure 32 : photographies de l'enceinte frigorifique (contrôle de la température ambiante)

Pour le groupe réchauffant, nous avons réalisé deux enceintes isothermes (voir figure 35) et deux soufflantes à air chaud (voir figure 36) pour assurer le réchauffage de l'intérieur des enceintes.

Le principe de la régulation de température est le suivant (voir figures 33 et 34) :

- un ventilateur aspire de l'air extérieur et le souffle sur des résistances électriques qui réchauffe l'air par effet Joule,
- une gaine aluminium conduit l'air soufflé à l'intérieur de l'enceinte isotherme,
- une sonde Pt100 placée dans l'enceinte sert d'indicateur de température pour un boîtier de régulation qui commande un courant électrique adapté pour assurer une température constante,
- un thermocouple J mesure la température des résistances et sert de sécurité.

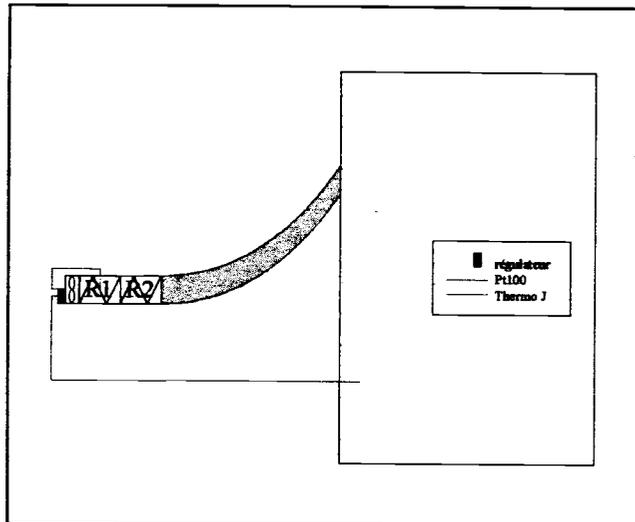


Figure 33 : schéma du principe de fonctionnement du groupe réchauffant

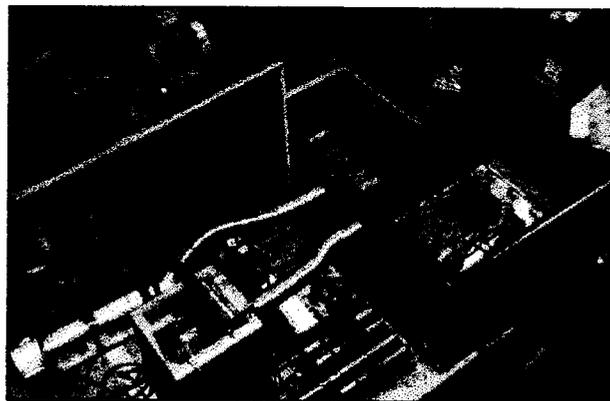


Figure 34 : photographie du principe de fonctionnement du groupe réchauffant

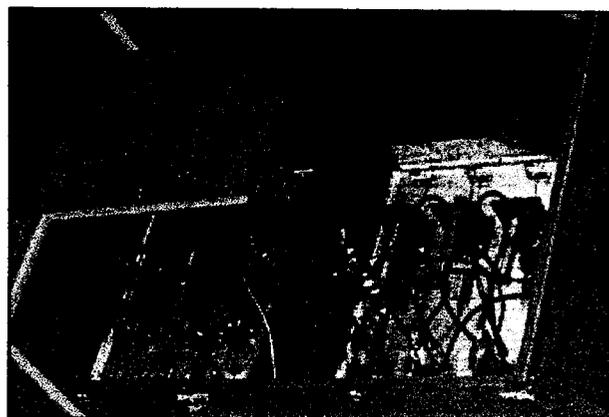


Figure 35 : photo d'une enceinte isotherme pour les hautes températures
(ici sur les bancs d'essais hydrauliques)

Nous avons réalisé les enceintes isothermes en intercalant des plaques d'isolant entre deux panneaux de bois constituant une paroi de l'enceinte. Elle ont été conçues en panneaux amovibles et modulables de manière à permettre, à partir des panneaux fabriqués, de construire des enceintes de taille différentes (de 3 à 12 m³); de plus, l'accès à l'intérieur des bancs a été facilité du fait du déplacement aisé des panneaux supérieurs ou latéraux.



Figure 36 : photographie d'une soufflante à air chaud pour groupe réchauffant

Tous ces dispositifs de contrôle de la température ont été commandés ou réalisés dans le cadre de nos travaux de recherche mais pourront être utilisés pour d'autres essais par la suite.

4.2. Essais hydrauliques

4.2.1. Conception et mise en œuvre des bancs d'essais

Une fois le plan d'expérience construit (voir chapitre trois), il convenait de concevoir et de fabriquer des moyens d'essais aptes à permettre la réalisation des essais dans les conditions définies dans le plan.

Nous avons conçu les bancs d'essais, en collaboration avec un ingénieur spécialiste du dessin et de la conception. Les bancs ont ensuite été réalisés dans les ateliers de fabrication du CEFIM et nous les avons assemblés pour les rendre opérationnels. Le montage et le réglage de tous les composants a également été effectué par nos soins. Nous avons calculé les caractéristiques des flexibles reliant les différents organes testés de manière à respecter un encombrement vertical minimum tout en respectant les rayons de courbure spécifiés par le constructeur.

Conception :

Nous avons conçu les bancs de manière à pouvoir assurer les conditions d'essais suivantes :

- pression d'essai réglable en fonction de l'essai (voir plan d'expérience),
- température de fluide réglable en fonction de l'essai (voir plan d'expérience),
- température ambiante en fonction de l'essai (voir plan d'expérience),
- fréquence de cyclage réglable,
- test simultané de 3 composants,
- interchangeabilité des composants (quelle que soit leur marque),
- adaptabilité des implantations pour les moyens de mesures,
- fonctionnement simultané et indépendant de deux bancs d'essais en parallèle,
- remplissage et vidange complète de l'huile présente dans les vérins.

Le schéma hydraulique de fonctionnement des bancs est représenté ci-après (voir figure 37) :

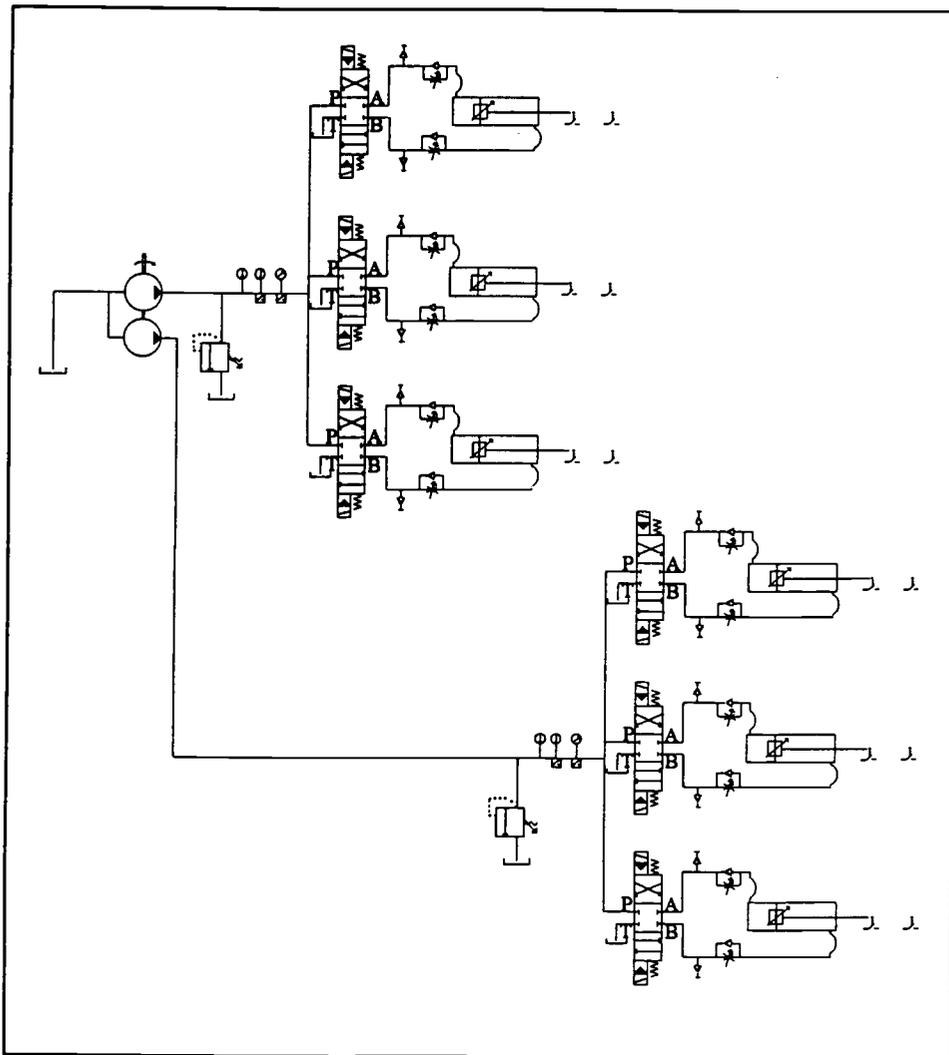


Figure 37 : schéma de principe du fonctionnement des bancs d'essais hydrauliques

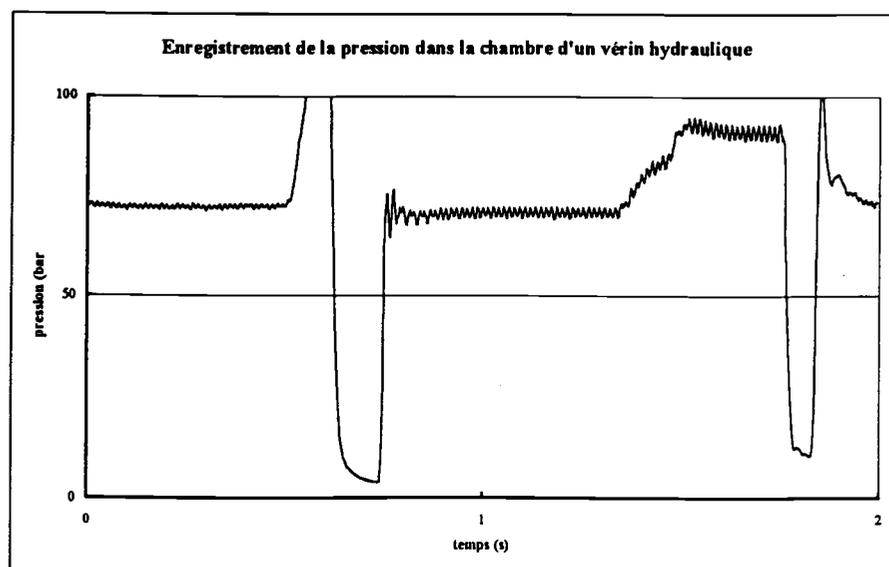


Figure 38 : enregistrement de la pression dans un vérin hydraulique en fonctionnement

La pression hydraulique est réglée par les clapets freineurs en aval des distributeurs, la pression d'essai étant la pression stabilisée dans la petite chambre du vérin (voir figure 38). Le tarage des limiteurs de pression permet, lui, d'affiner les vitesses de sortie et de rentrée de vérin par effet combiné avec le réglage des clapets freineurs. En effet, le débit de la pompe était sensiblement adapté à la vitesse de sortie des vérins (débit de la pompe 2x75 l/min, vitesse de sortie 0.6 m/s, vitesse de rentrée 0.9 m/s). La courbe ci-dessus a été réalisée à partir des données de capteurs de pression placés sur les orifices d'utilisation d'un vérin, convenablement enregistrées à l'aide d'un enregistreur temporel. Nous avons réalisé de tels enregistrements pour régler la pression d'essai à chaque nouvelle configuration d'essai.

Les bancs d'essais peuvent fonctionner de manière indépendante sauf en ce qui concerne la température du fluide, la pompe double débit aspirant l'huile dans le même réservoir pour alimenter les deux bancs d'essais. La température du fluide est régulée directement au niveau du réservoir, des résistances chauffantes ayant été prévues sur l'installation existant au CETIM. Les autres paramètres d'essais (pression, température ambiante) peuvent être assurés séparément pour chaque essai.

Le plan d'expérience que nous avons construit (voir annexe 6) prévoit trois répétitions pour chaque essai ; en conséquence chaque banc d'essai reçoit trois vérins et trois distributeurs (voir figure 39). En l'absence de limiteur de débit, les trois vérins doivent fonctionner en même temps pour assurer une vitesse de rentrée et de sortie de tige conforme aux conditions spécifiées dans le plan d'expérience. En cas d'arrêt de composant par dépassement du critère d'arrêt, un composant neuf est monté à sa place pour permettre aux autres composants de continuer à fonctionner dans les mêmes conditions. De plus, le nouveau composant subira le même essai avec cependant un décalage d'origine des temps.

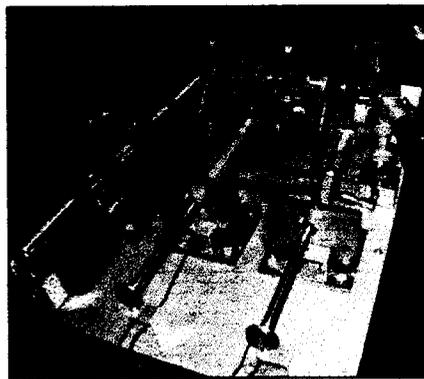


Figure 39 : photo d'un banc d'essai hydraulique

La température de fluide a été mesurée dans le flux d'huile incident sans volume mort tampon. La position de la sonde et les caractéristiques de la chaîne de mesure garantissent une mesure à $\pm 1^\circ\text{C}$.

L'huile est filtrée à 25 microns en sortie de pompe à l'aide de filtres haute pression. Des prélèvements d'huiles ont été réalisés régulièrement; la classe de propreté du fluide est une classe 6.

4.2.2. Suivi des essais et mesures intermédiaires

Les bancs d'essais ont été entièrement automatisés de manière à pouvoir fonctionner 24h/24, 7j/7; un automate programmable a été utilisé pour réaliser cette fonction ; nous avons réalisé le programme d'automatisation des banes selon l'organigramme suivant (voir figure 40) :

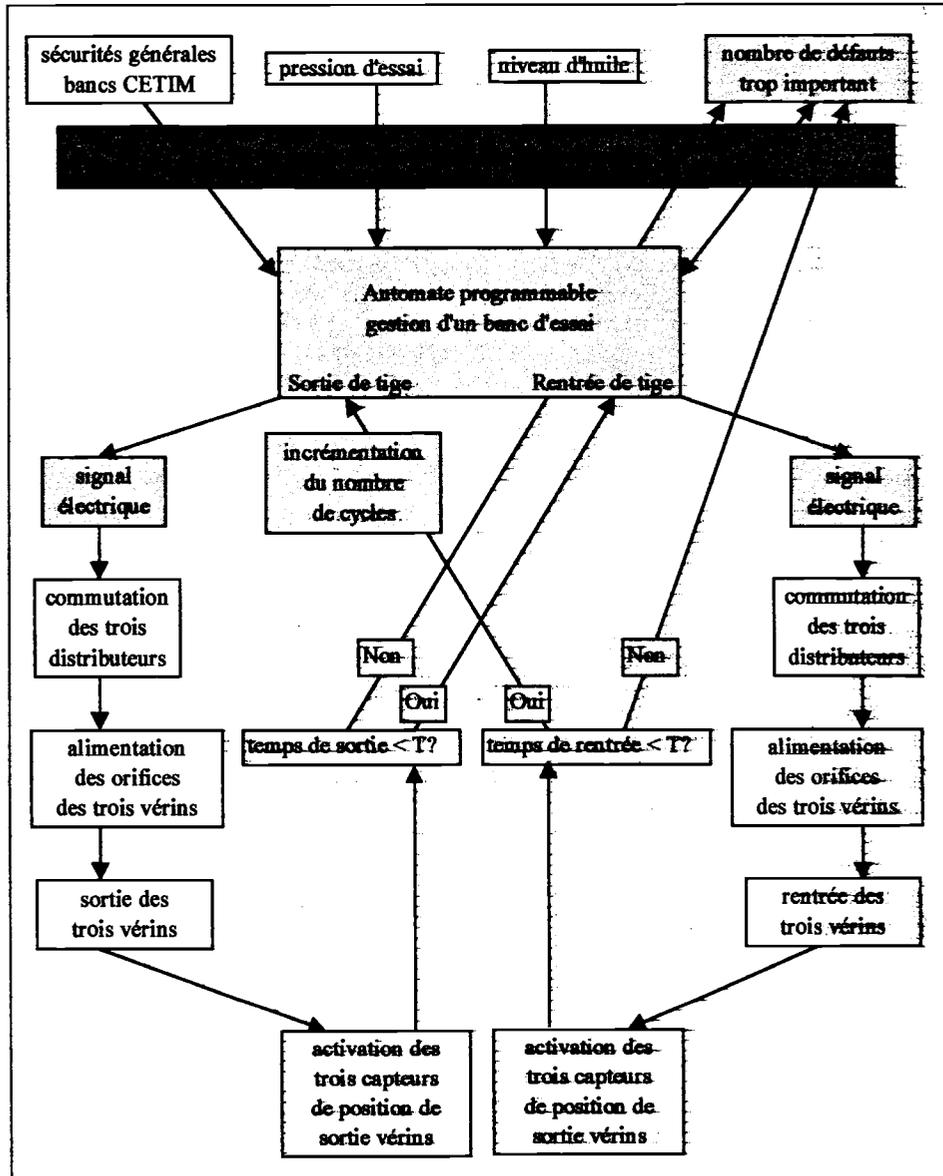


Figure 40 : organigramme du programme d'automatisation des bancs d'essais

En fonctionnement normal, tous les vérins étant rentrés, l'automate reçoit les trois signaux électriques des capteurs de position correspondant à la rentrée complète de la tige des vérins. L'automate envoie alors un signal électrique commandant la sortie des vérins et le maintien jusqu'à leur sortie effective, c'est-à-dire la détection des trois signaux électriques des capteurs de position correspondant à la sortie complète de la tige des vérins. L'automate envoie alors un signal électrique pour commander la rentrée des vérins. Un temps maximum de cycle a été fixé (2 fois le temps de sortie normal) qui, s'il est dépassé, conditionne un comptage de défauts de cyclage. Des sécurités correspondant à une chute de pression, à un trop grand nombre de défauts ou à un niveau d'huile trop important dans un récipient collectant toutes les fuites

externes sur les bancs d'essais, ont été mises en place pour assurer un fonctionnement correct des composants en essai.

Le bon état de fonctionnement était vérifié quotidiennement et les bancs remis en marche en cas d'arrêt constaté. Nous avons rencontré de nombreux incidents pendant le fonctionnement des bancs d'essais dans la mesure où des phénomènes externes sont venus perturber les essais :

- rupture d'organes de fixation sous l'effet des vibrations,
- usure rapide des flexibles, des joints et des raccords effectuant la liaison entre la pompe et les distributeurs,
- détérioration des limiteurs de pression,
- détérioration des entrées et des sorties de l'automate programmable,
- détérioration des contacteurs de puissance,
- pannes de courant survenant la nuit ou les week-ends...

Tous ces phénomènes ont ralenti considérablement les essais mais n'ont heureusement pas perturbé le fonctionnement dans des conditions correctes.

Nous avons mesuré régulièrement les fuites au niveau des composants (entre 2 et 4 fois par mois) afin de mesurer leur usure et de vérifier que leurs caractéristiques demeuraient bien inférieures aux critères d'arrêt définis (voir chapitre trois). Nous avons mis au point les procédures de fuites en tenant compte de l'expérience des industriels ayant fourni le matériel et des compétences et moyens disponibles au CETIM.

a. Vérins hydrauliques

Trois mesures de fuites étaient effectuées, toutes les mesures étant effectuées pour une pression appliquée de 90 bar, à la température ambiante :

- mesure des fuites au niveau de la tige ΔQ_1 ,
- mesure des fuites au niveau du piston, la pression étant appliquée sur la petite section ΔQ_2 ,
- mesure des fuites au niveau du piston, la pression étant appliquée sur la grande section ΔQ_3 .

Mesures au niveau de la tige :

Ces mesures ont été effectuées à l'aide de buvards préalablement exposé à l'air ambiant de manière à ne pas être trop sensibles à l'humidité.

La mesure se déroulait alors en quatre phases (voir figure 41) :

- pesée du buvard avant mesure,
- nettoyage de l'extrémité du vérin, la tige étant rentrée et la pression maintenue sur la petite section,
- placement du buvard à l'extrémité de la tige pendant un temps donné Δt ,
- pesée du buvard après mesure.

La fuite au niveau de la tige est alors calculée directement :

$$\Delta Q_{massique} = \frac{\Delta m}{\Delta t}$$

et donc

$$\Delta Q_1 = \Delta Q_{\text{volumique}} = \frac{\Delta p_{\text{massique}}}{\rho(T)}$$

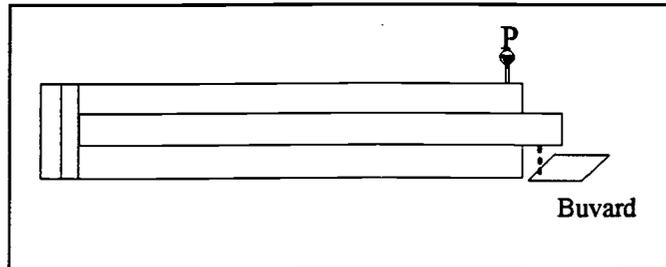


Figure 41 : schéma du principe de mesure des fuites au niveau de la tige

Au niveau du critère d'arrêt, la présence d'une fuite au niveau de la tige suffit pour justifier un arrêt car en fonctionnement normal, on n'observe aucune fuite à ce niveau.

Mesure des fuites au niveau du piston

Ces mesures ont été effectuées à l'aide de pipettes graduées placées sur les orifices non soumis à la pression, le piston étant maintenu en position centrale par un montage de bridage de tige (voir figures 42 et 43). La mesure se déroulait alors en quatre phases :

- positionnement à mi course du piston du vérin par une butée mécanique,
- commutation du distributeur de manière à appliquer la pression sur une des sections,
- disposition d'une pipette graduée sur l'orifice non soumis à la pression,
- relevé de la variation du niveau dans la pipette et donc de la variation de volume pendant un temps donné Δt .

Les fuites au niveau du piston peuvent alors être calculées de la manière suivante :

$$\Delta Q_2 = \frac{\Delta V}{\Delta t}$$

la pression étant appliquée sur la petite section,

$$\Delta Q_3 + \Delta Q_1 = \frac{\Delta V}{\Delta t}$$

$$\Delta Q_3 = \frac{\Delta V}{\Delta t} - \Delta Q_1$$

la pression étant appliquée sur la grande section.

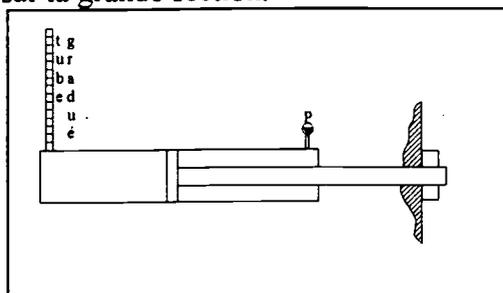


Figure 42 : schéma du principe de mesure des fuites piston, pression appliquée sur la petite section

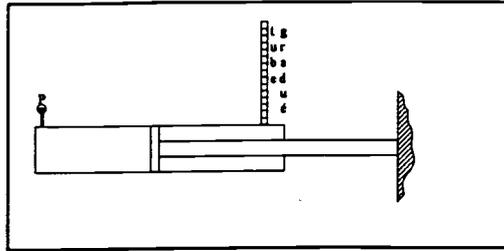


Figure 43 : schéma du principe de mesure des fuites piston, pression appliquée sur la grande section

Une fuite supérieure aux fuites initiales dans un rapport 5 à 10 sera le critère d'arrêt retenu.

b. Distributeurs hydrauliques

Trois mesures de fuites étaient effectuées, toutes les mesures étant effectuées pour une pression appliquée de 160 bar, à la température ambiante :

- mesure des fuites en position centre fermé ΔQ_4 ,
- mesure des fuites en position de distribution, orifices P et A reliés ΔQ_5 ,
- mesure des fuites en position de distribution, orifices P et B reliés ΔQ_6 .

Ces mesures ont été effectuées à l'aide de pipettes graduées placées sur les orifices non soumis à la pression, le tiroir de distribution étant successivement amené dans ses trois positions (voir figures 44, 45 et 46). La mesure se déroulait alors en trois phases :

- commutation du distributeur vers une de ses positions de fonctionnement,
- disposition de pipettes graduées sur les orifices non soumis à la pression,
- relevé de la variation du niveau dans les pipettes et donc de la variation de volume sur chaque orifice pendant un temps donné Δt .

Les fuites d'un distributeur peuvent alors être calculées directement :

$$\Delta Q_4 = \left(\frac{\Delta V}{\Delta t} \right)_A + \left(\frac{\Delta V}{\Delta t} \right)_T + \left(\frac{\Delta V}{\Delta t} \right)_B$$

le distributeur étant en position centre fermé,

$$\Delta Q_5 = \left(\frac{\Delta V}{\Delta t} \right)_T + \left(\frac{\Delta V}{\Delta t} \right)_B$$

le distributeur étant en position de distribution, P et A reliés,

$$\Delta Q_6 = \left(\frac{\Delta V}{\Delta t} \right)_A + \left(\frac{\Delta V}{\Delta t} \right)_T$$

le distributeur étant en position de distribution, P et B reliés.

Les schémas de principe correspondant aux mesures de fuites dans les trois positions des distributeurs sont représentés ci-dessous :

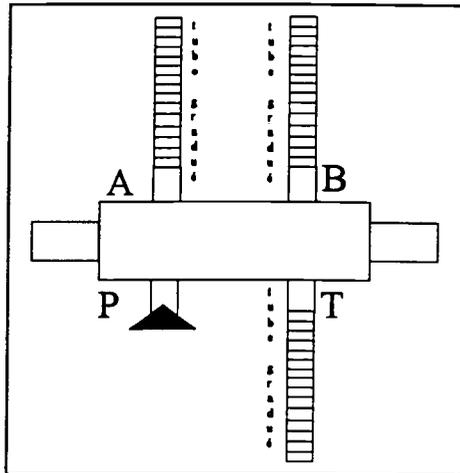


Figure 44 : schéma du principe de mesure des fuites du distributeur, position centre fermé

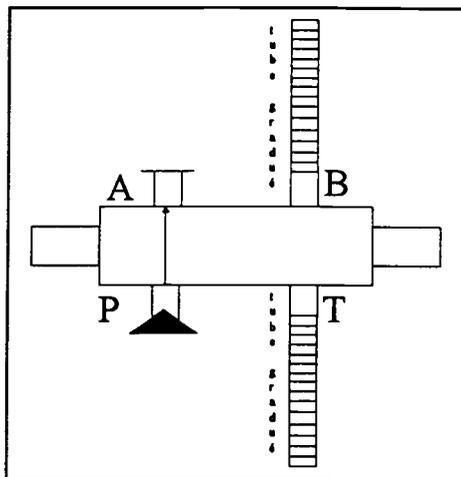


Figure 45 : schéma du principe de mesure des fuites distributeur position de distribution, P et A reliés

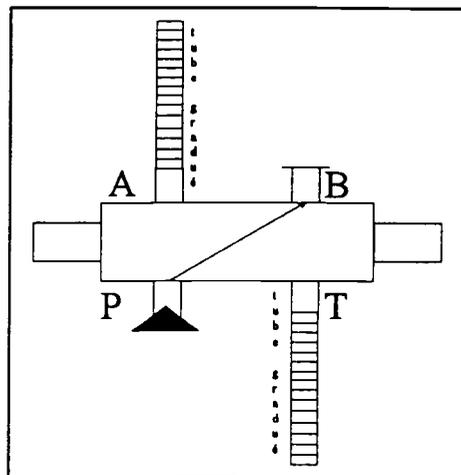


Figure 46 : schéma du principe de mesure des fuites distributeur position de distribution, P et B reliés

Le critère d'arrêt retenu sera un critère de fonctionnement; un distributeur fonctionnera tant qu'il assurera ses fonctions mécaniques de commutation et de distribution du fluide.

Des résultats surprenants faisant apparaître des valeurs de fuites importantes ont été obtenus sur les premières mesures de fuites effectuées sur les premiers distributeurs; nous avons alors réalisé une étude pour caractériser la dispersion des fuites initiales sur l'ensemble des distributeurs et comparer les fuites obtenues expérimentalement avec les valeurs théoriques calculées en fonction des jeux fonctionnels. Les résultats de cette étude seront exposés au chapitre.

4.2.3. Expertise des composants testés

Tous les composants testés spécifiquement ont été démontés après chaque essai (vérins, distributeurs) et expertisés (qu'ils soient défailants ou non). Les autres composants ne sont démontés que lorsqu'ils sont défailants (perte des fonctions mécaniques ou perturbation trop importante de type fuites, bruit...).

Les vérins et les distributeurs ont été expertisés chez chaque industriel, l'expertise étant menée conjointement par le CETIM et les industriels. Tous les composants ont été démontés et expertisés (qu'ils soient défailants ou non) et nous avons vérifié que les modes de défaillance étaient semblables pour tous les essais. Les composants présentant des modes de défaillance différents du mode standard ont été isolés et leurs durées de vie n'ont pas été prises en compte.

Les autres composants ont été démontés, expertisés au CETIM puis renvoyés aux industriels fournisseurs. Les données de leurs défaillances pourront être utilisées pour enrichir des banques de données existantes.

Les résultats de ces expertises, comme ceux des mesures de fuites, sont décrits au chapitre cinq.

4.2.4. Récapitulatif de la mise en œuvre des bancs hydrauliques

La préparation des essais comporte les opérations suivantes :

- montage des composants à tester,
- réglage des capteurs de position pour assurer le cyclage,
- réglage et enregistrement de la pression d'essai,
- réglage combiné de la vitesse de cyclage,
- mesures initiales des fuites des composants,
- réglage de la température ambiante et de la température du fluide.

La phase de préparation représente un travail d'environ une semaine par banc d'essai (3 composants) si aucun incident n'intervient.

Suivi des essais :

- dépannage des arrêts et des pannes,
- mesures des fuites des composants,
- dépouillement des mesures.

La mesure des fuites d'un banc d'essai nécessite 4 heures de travail pour deux personnes. Le dépannage des pannes dépend de l'ampleur de celles-ci et peut durer de quelques minutes à quelques jours.

La durée d'un essai hydraulique varie de 3 à 5 mois (4 mois en moyenne) suivant les essais et les incidents rencontrés.

4.3. Essais pneumatiques

4.3.1. Conception et mise en œuvre des bancs d'essais

Une fois le plan d'expérience construit (voir chapitre trois), il convenait de concevoir et de fabriquer des moyens d'essais aptes à permettre la réalisation des essais dans les conditions définies dans le plan.

Nous avons conçu les bancs d'essais, en collaboration avec un ingénieur spécialiste du dessin et de la conception. Les bancs ont ensuite été réalisés dans les ateliers de fabrication du CETIM et nous les avons assemblés pour les rendre opérationnels. Le montage et le réglage de tous les composants a également été effectué par nos soins.

Conception :

Les bancs ont été conçus pour assurer les conditions d'essais suivantes :

- pression d'essai réglable en fonction de l'essai (voir plan d'expérience),
- température de fluide réglable en fonction de l'essai (voir plan d'expérience),
- température ambiante en fonction de l'essai (voir plan d'expérience),
- fréquence de cyclage réglable,
- test simultané de 5 ou 6 composants,
- interchangeabilité des composants (quelle que soit leur marque),
- adaptabilité des implantations pour les moyens de mesures,
- fonctionnement simultané et indépendant de quatre bancs d'essais en parallèle,
- remplissage et vidange complète de l'air comprimé présent dans les vérins.

Le schéma pneumatique de fonctionnement des bancs est représenté ci-après (voir figure 47).

L'alimentation en air comprimé est assurée par un réseau autonome réglable pouvant délivrer des pressions variant de 0 à 12 bar. Chaque banc est alimenté à l'aide d'un régulateur de pression qui permet de régler la pression d'essai de chaque banc, indépendamment de celles des autres bancs. De plus, ces régulateurs permettent d'isoler chaque banc en vidangeant l'air comprimé contenu dans tout le circuit aval.

La pression d'essai est réglée par le régulateur de pression en amont du banc d'essai, la pression d'essai étant la pression stabilisée de sortie ou de rentrée des vérins (voir figure 48). Cette courbe a été réalisée à partir des données de capteurs de pression placés sur les orifices d'utilisation d'un vérin, convenablement enregistrées à l'aide d'un enregistreur temporel. De tels enregistrements ont été réalisés pour régler la pression d'essai à chaque nouvelle configuration d'essai.

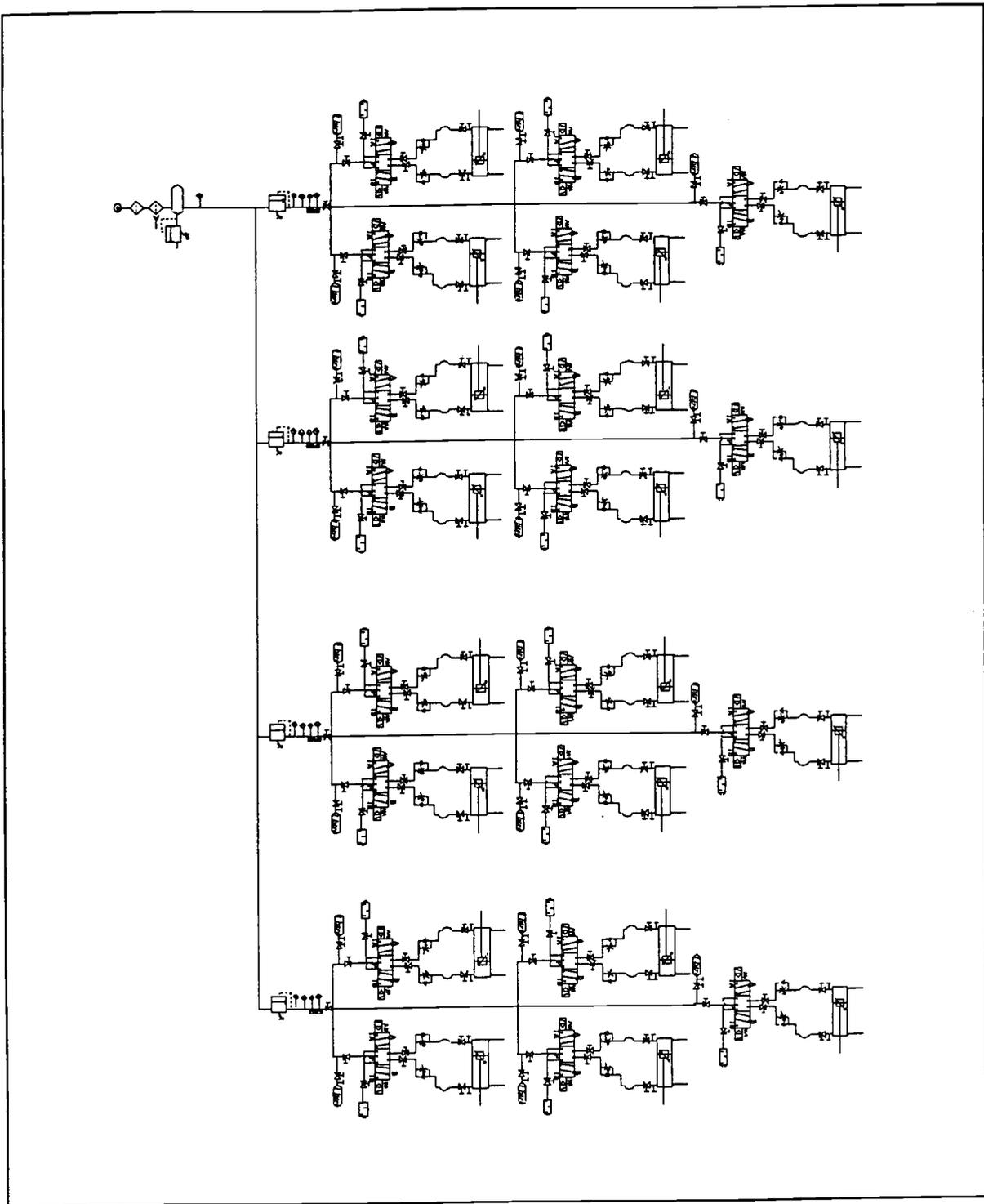


Figure 47 : Schéma de principe du fonctionnement des bancs d'essais pneumatiques.

Les limiteurs de débit placés entre les distributeurs et les vérins permettent eux, en combinaison avec le réglage des amortisseurs des vérins, de régler les vitesses de rentrée et de sortie de tige des vérins.

Les bancs d'essais peuvent fonctionner de manière indépendante sauf en ce qui concerne la température du fluide pour laquelle nous ne disposons que de deux dispositifs de chauffage de l'air comprimé; ainsi, seules deux températures de fluide pourront être testées simultanément. Les autres paramètres d'essais (pression, température ambiante) peuvent être assurés

séparément pour chaque essai mais pour des raisons pratiques, deux températures ambiantes différentes, au maximum, seront testées simultanément.

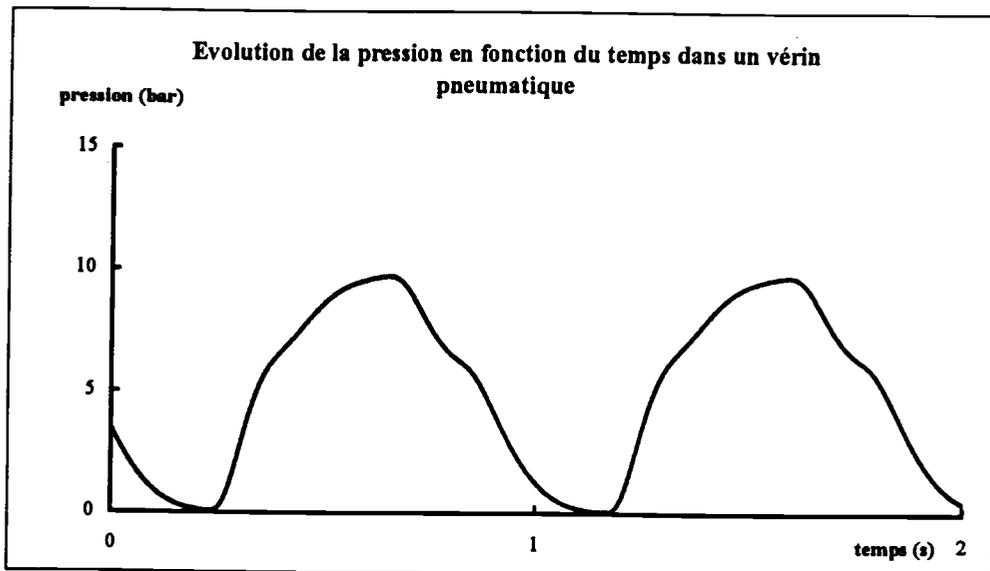


Figure 48 : enregistrement de la pression dans un vérin pneumatique en fonctionnement.

Le plan d'expérience prévoyant cinq répétitions pour chaque essai (sauf pour l'essai central qui comprend six composants), chaque banc d'essai reçoit cinq (ou six) vérins et cinq (ou six) distributeurs (voir figures 49 et 50). Pour des raisons d'encombrement et pour simplifier le repérage et le travail sur un couple de composants, les bancs ont été conçus sous la forme d'un châssis rigide sur lequel on vient monter des platines interchangeables, chaque platine comportant un vérin et un distributeur et toute leur connectique (voir figure 51). Ainsi, en cas d'arrêt d'un "composant" par dépassement du critère d'arrêt, la platine contenant ce "composant" est isolée et arrêtée mais les autres platines peuvent continuer à fonctionner. On peut alors travailler sur la platine défaillante sans perturber le fonctionnement du banc d'essais. En cas d'arrêt d'un vérin, la platine est arrêtée définitivement, en cas d'arrêt d'un distributeur, celui-ci est remplacé et la platine remise en marche.

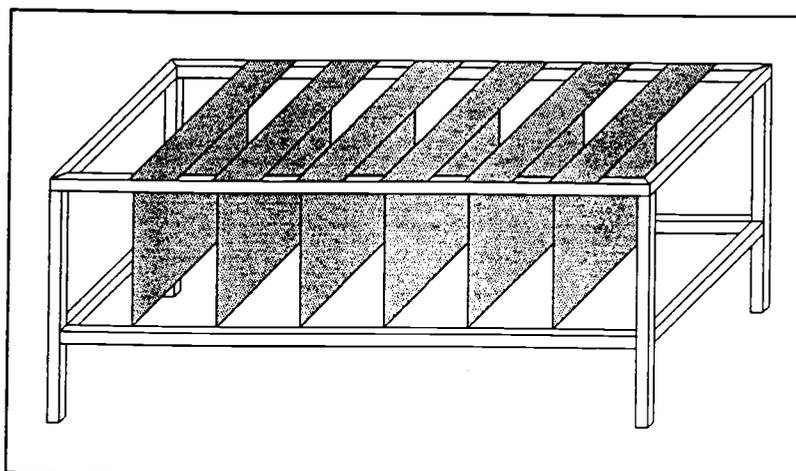


Figure 49 : schéma d'un banc d'essai pneumatique

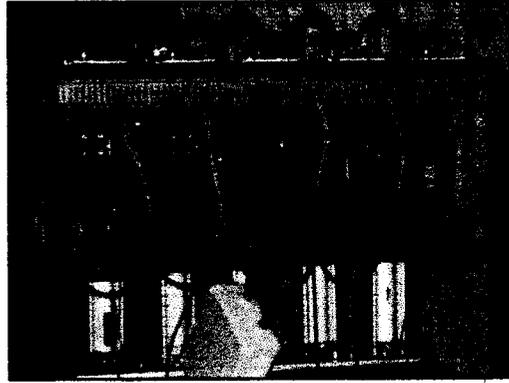


Figure 50 : photographie d'un banc d'essai pneumatique

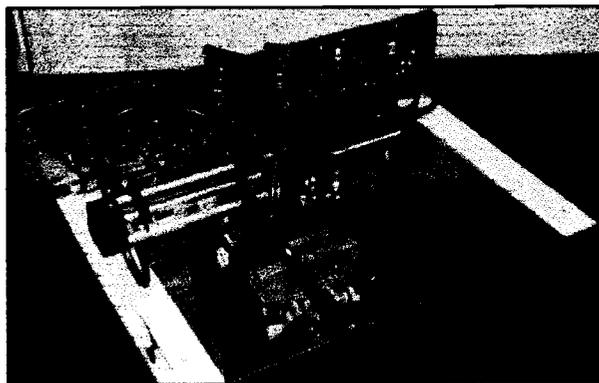


Figure 51 : photographie d'une platine de banc d'essai pneumatique

Nous avons mesuré la température de fluide à l'aide d'un thermocouple rapide placé directement sur un orifice d'utilisation du vérin et une corrélation a été effectuée par rapport à la mesure effectuée, avec une sonde Pt100, à la sortie d'une capacité tampon en amont des distributeurs (voir figures 52 et 53). La courbe fine représente la température mesurée à la sortie de la capacité tampon, la courbe épaisse représente la température instantanée mesurée directement sur un orifice du vérin. On s'est ainsi assuré de la validité des mesures de température effectuées en enregistrant l'évolution temporelle des deux signaux et en les comparant (voir figure 54). L'écart constaté entre les deux mesures a été pris en compte lors des réglages des températures d'essais.

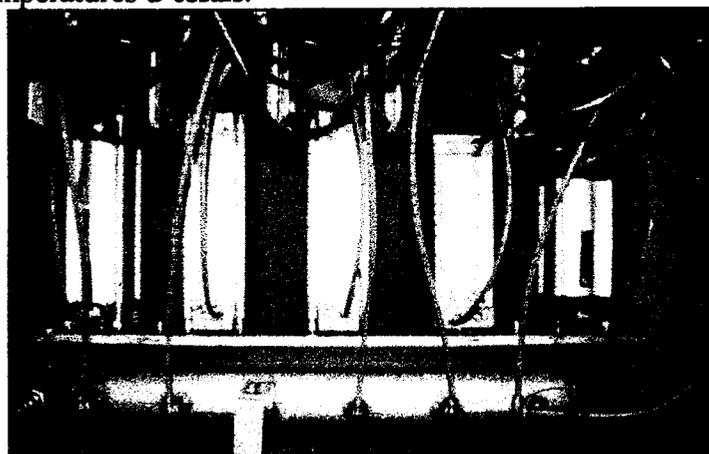


Figure 52 : photographie de la position de la sonde Pt100
mesure de température statique

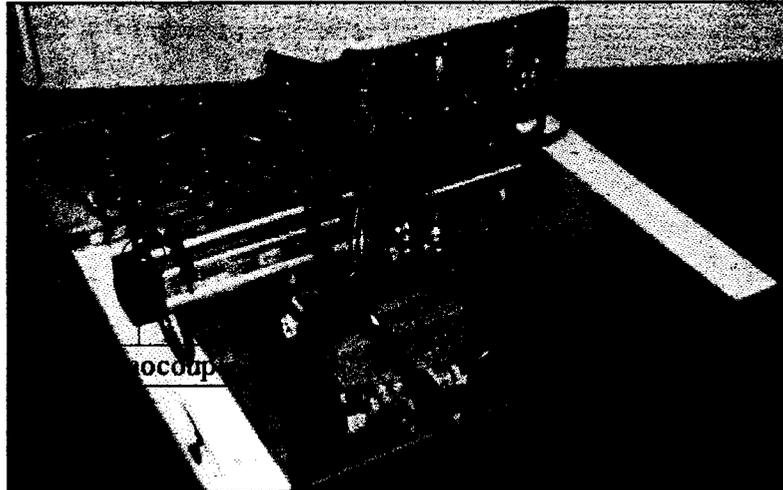


Figure 53 : photographie de la position du thermocouple rapide mesure de température dynamique

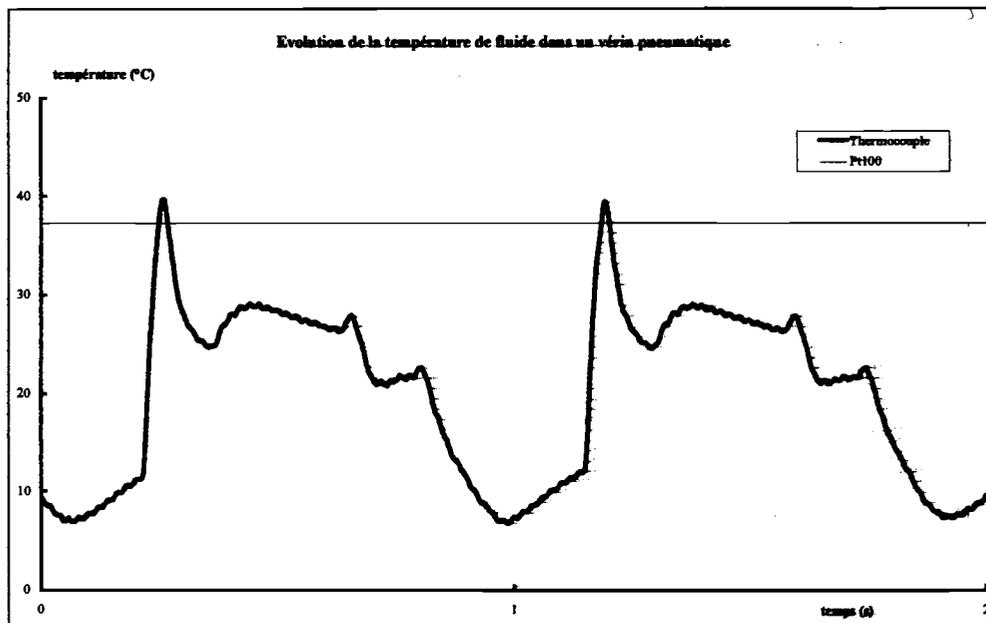


Figure 54 : enregistrement de la température par sonde Pt100 et thermocouple rapide

L'air comprimé est filtré à 40 microns en sortie du système de production. Suite à un incident du système de conditionnement d'air comprimé ayant provoqué l'annulation d'une série (injection d'eau dans les composants), il a été décidé de filtrer également l'air comprimé à l'entrée des régulateurs de pression à l'aide de filtres coalescents.

4.3.2. Suivi des essais et mesures intermédiaires

Les bancs d'essais ont été entièrement automatisés de manière à pouvoir fonctionner 24h/24, 7j/7; un automate programmable a été utilisé pour réaliser cette fonction et nous avons conçu le programme d'automatisation des bancs sur le même modèle que celui des bancs d'essais hydrauliques (voir figure 40).

En fonctionnement normal, tous les vérins étant rentrés, l'automate reçoit les cinq signaux électriques des capteurs de position correspondant à la rentrée complète de la tige des vérins. L'automate envoie alors un signal électrique commandant la sortie des vérins et le maintien jusqu'à leur sortie effective, c'est-à-dire la détection des cinq signaux électriques des capteurs de position correspondant à la sortie complète de la tige des vérins. L'automate envoie alors un signal électrique pour commander la rentrée des vérins. Un temps maximum de cycle a été fixé (2 fois le temps de sortie normal) qui, s'il est dépassé, conditionne un comptage de défauts de cyclage. Des sécurités correspondant à une chute de pression, à un grand nombre de défauts ont été mises en place pour assurer un fonctionnement correct des composants en essai.

Le bon état de fonctionnement était vérifié quotidiennement et les bancs remis en marche en cas d'arrêt constaté. Nous avons rencontré de nombreux problèmes quant au fonctionnement des bancs d'essais dans la mesure où de nombreux phénomènes externes sont venus perturber les essais :

- étanchéité des implantations de raccords coniques dans les taraudages cylindriques (l'utilisation d'une résine d'étanchéité a été nécessaire),
- problèmes de détection de la fin de course des vérins (rupture ou déplacement du détecteur),
- problème de qualité de l'air comprimé (accident du sécheur et présence d'eau dans le circuit),
- détérioration des régulateurs de pression,
- détérioration des entrées et des sorties de l'automate programmable,
- détérioration des contacteurs de puissance,
- pannes de courant survenant la nuit ou les week-ends...

Tous ces phénomènes ont ralenti considérablement les essais mais n'ont heureusement pas perturbé le fonctionnement dans des conditions correctes sauf dans le cas de la présence d'eau dans le circuit qui a entièrement ruiné une série d'essais.

Nous avons mesuré régulièrement les fuites au niveau des composants (entre 2 et 4 fois par mois) afin de mesurer leur usure et de vérifier que leurs caractéristiques demeuraient bien inférieures aux critères d'arrêt définis (voir chapitre trois). Nous avons mis au point les procédures de fuites en tenant compte de l'expérience des industriels ayant fourni le matériel et des compétences et moyens disponibles au CETIM.

a. Vérins pneumatiques

Deux mesures de fuites étaient effectuées, toutes les mesures étant effectuées à 6.3 bar en accord avec la recommandation de l'UNITOP [UNI94a] :

- mesure des fuites au niveau du piston pression sur la petite section ΔQ_1 ,
- mesure des fuites au niveau du piston pression sur la grande section ΔQ_2 .

Les mesures ont été effectuées en commutant le vérin dans une de ses deux positions extrêmes et se déroulaient en quatre phases :

- "gonflage" de la chambre sous pression (remplissage par de l'air comprimé à 6.3 bar),
- isolement de la chambre sous pression (vanne à tournant sphérique),
- quantification de la chute de pression pendant un temps Δt (relevé des pressions et températures du fluide dans la chambre),
- calcul de la fuite volumique.

La fuite volumique ANR est alors calculée de la manière suivante (en considérant l'air comprimé comme un gaz parfait) :

Calcul, à un instant t de la quantité de matière contenue dans la chambre sous pression :

$$n = \frac{PV}{RT}$$

- où P pression dans la chambre
 V volume de la chambre
 R constante des gaz parfaits
 T température absolue dans la chambre

$$\Delta Q = \frac{(n_2 - n_1) \cdot V_M}{\Delta t}$$

où V_M volume molaire $V_M = 24.055 \text{ l}$ à 1.013 bar, 20 °C et 65% d'humidité relative.

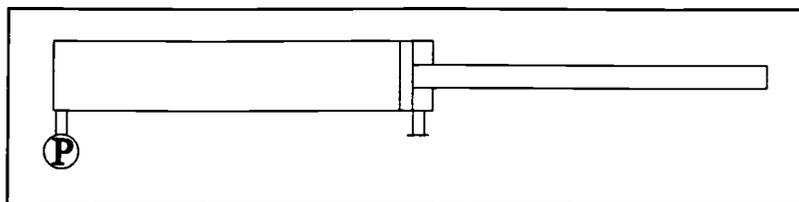


Figure 55 : schéma du principe de mesure des fuites piston pression appliquée sur la grande section

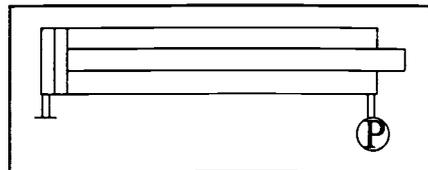


Figure 56 : schéma du principe de mesure des fuites piston pression appliquée sur la petite section

ΔQ_1 représente la somme des fuites au niveau du piston dans le sens petite chambre \rightarrow grande chambre et des fuites au niveau de la tige,

ΔQ_2 représente les fuites au niveau du piston dans le sens grande chambre \rightarrow petite chambre.

Au niveau du critère d'arrêt, un critère d'arrêt spécifique a été établi (voir chapitre trois).

b. Distributeurs pneumatiques

Deux mesures de fuites étaient effectuées, toutes les mesures étant effectuées pour une pression appliquée de 6.3 bar (voir [UNI94b]) :

\rightarrow mesure des fuites en position de distribution, orifices P et A reliés ΔQ_3 ,

\rightarrow mesure des fuites en position de distribution, orifices P et B reliés ΔQ_4 .

Les mesures ont été effectuées en commutant le distributeur dans une de ses deux positions extrêmes et se déroulaient en quatre phases :

- "gonflage" de la capacité tampon sous pression (remplissage par de l'air comprimé à 6.3 bar),
- isolement de la capacité tampon sous pression et du distributeur (vannes à tournant sphérique),
- quantification de la chute de pression pendant un temps Δt (relevé des pressions et températures du fluide dans la capacité),
- calcul de la fuite volumique.

On calcule alors les fuites volumiques ANR comme pour le cas des vérins :

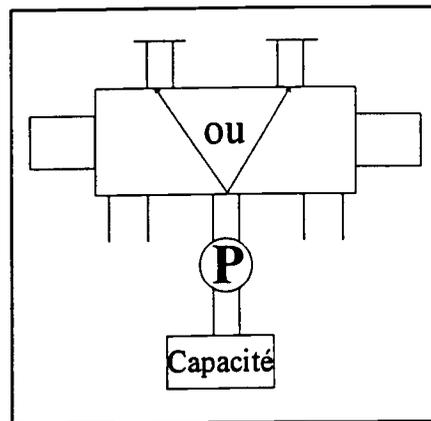


Figure 57 : schéma du principe de mesure des fuites du distributeur

Le critère d'arrêt retenu sera un critère de fonctionnement; un distributeur fonctionnera tant qu'il assurera ses fonctions mécaniques de commutation et de distribution du fluide.

4.3.3. Expertise des composants testés

Tous les composants testés spécifiquement ont été démontés après chaque essai (vérins, distributeurs, limiteurs de débit, électrovannes) et expertisés (qu'ils soient défectueux ou non). Les autres composants n'ont été démontés que lorsqu'ils étaient défectueux (perte des fonctions mécaniques ou perturbation trop importante de type fuites, bruit...).

Les vérins et les distributeurs ont été expertisés chez chaque industriel, l'expertise étant menée conjointement par le CETIM et les industriels. Tous les composants ont été démontés et expertisés (qu'ils soient défectueux ou non) et nous avons vérifié que les modes de défaillance étaient semblables pour tous les essais. Les composants présentant des modes de défaillance différents du mode standard ont été isolés et leurs durées de vie n'ont pas été prises en compte.

Les autres composants ont été démontés, expertisés au CETIM puis renvoyés aux industriels fournisseurs. Les données de leurs défaillances pourront être utilisées pour enrichir des banques de données existantes.

Les résultats de ces expertises, comme ceux des mesures de fuites, pourront être trouvés au chapitre cinq.

4.3.4. Récapitulatif de la mise en œuvre des bancs pneumatiques

La préparation des essais comporte les opérations suivantes :

- montage des composants à tester,
- réglage des amortisseurs des vérins,
- réglage des capteurs de position pour assurer le cyclage,
- réglage et enregistrement de la pression d'essai,
- réglage des limiteurs de débit pour assurer une vitesse de cyclage correcte,
- mesures initiales des fuites des composants,
- réglage de la température ambiante et de la température du fluide.

La phase de préparation représente un travail d'environ une semaine par banc d'essai (5 composants) si aucun incident n'intervient.

Suivi des essais :

- dépannage des arrêts et des pannes,
- mesures des fuites des composants,
- dépouillement des mesures.

La mesure des fuites d'un banc d'essai nécessite 4 heures de travail pour une personne. Le dépannage des pannes dépend de l'ampleur de celles-ci et peut durer de quelques minutes à quelques jours.

La durée d'un essai pneumatique varie de 4 à 6 mois (5 mois en moyenne) suivant les essais et les incidents rencontrés.

4.4. Conclusion

La partie essai a représenté une part certaine de notre travail dans la mesure ou la mise en œuvre (conception, montage, réglage) a duré environ une année. Par la suite, le suivi des essais (mesures de fuites, dépannages...) a également demandé beaucoup de temps (4 heures en moyenne pour mesurer les fuites d'un banc hydraulique ou pneumatique), d'autant plus que nous avons rencontré quelques problèmes inattendus (étanchéité des raccords pneumatiques qui faussaient les mesures de fuites, isolation thermique des canalisations pour les essais à basse température ambiante (0 °C et 14 °C)).

Parallèlement aux essais, les recherches théoriques ont été réalisées et les outils spécifiques développés. Cependant, de nombreux retards sur les essais ont perturbé la réalisation du plan d'expérience décrit au chapitre trois. Les essais seront poursuivis après la fin de notre doctorat et les données complètes seront dépouillées et analysées, à l'aide de notre méthode et de nos outils, conjointement par l'ENISE et le CETIM.

5. RESULTATS ET SIMULATION

5.1. Introduction

Ce chapitre regroupe tous les résultats expérimentaux que nous avons obtenus au cours de notre doctorat.

Dans un premier temps, nous décrirons les résultats des essais que nous avons effectués sur les vérins et les distributeurs hydrauliques et pneumatiques. Nous décrirons les phénomènes qualitatifs observés et les résultats partiels obtenus par la méthode que nous avons développée. Les résultats que nous présenterons ne sont que des résultats partiels car, à ce jour, tous les essais prévus n'ont pas encore été effectués et toutes les données ne sont donc pas disponibles. Pour des raisons de confidentialité, les données expérimentales ont été adimensionnalisées en les divisant par un coefficient de normalisation connu uniquement du CETIM.

Les essais seront poursuivis après la fin de notre doctorat et les données complètes seront dépouillées et analysées; à l'aide de notre méthode et de nos outils, conjointement par l'ENISE et le CETIM.

Aussi, dans un deuxième temps, nous présenterons un développement complet de la méthode que nous avons effectuée sur des données simulées. Cette simulation a été réalisée pour valider la méthode et en montrer la puissance.

5.2. Analyse des essais réels de composants hydrauliques

A ce jour, trois essais du plan d'expérience ont été menés à termes, dans les conditions suivantes :

Numéro de l'essai dans le plan d'expériences	1	2	6
Pression (bar)	90	108	72
Température de fluide (°C)	60	75	75
Température ambiante (°C)	35	56	56
Nombre de composants testés	6	3	3

Table 15 : liste des essais hydrauliques terminés

L'essai 1 comportait six composants. Les deux bancs d'essais ont donc été utilisés simultanément pour réaliser cet essai. Par la suite, les essais 2 et 6 ont été menés de concert, et deux nouveaux essais sont actuellement en cours (essais 4 et 8).

L'architecture du banc et les méthodes de réglage de vitesse nous ont imposé de toujours fonctionner avec trois composants par banc d'essai. En cas de défaillance d'un composant ou d'arrêt par dépassement du critère d'arrêt, un composant neuf était monté en remplacement du composant "défaillant" et nous avons considéré qu'il subissait le même essai que les autres composants et que seule la date de début d'essai changeait. Nous disposons ainsi, dans la plupart des cas, de plus de trois données par essai.

1.2.1. Vérins hydrauliques

Tout au long des essais, nous avons régulièrement effectué des mesures de fuites au niveau des vérins hydrauliques. En fonction du critère d'arrêt défini au chapitre trois, les composants "défaillants" étaient démontés et remplacés. L'évolution des fuites de chaque composant au cours du temps était portée sur des courbes semblables à celle de la figure 58 :

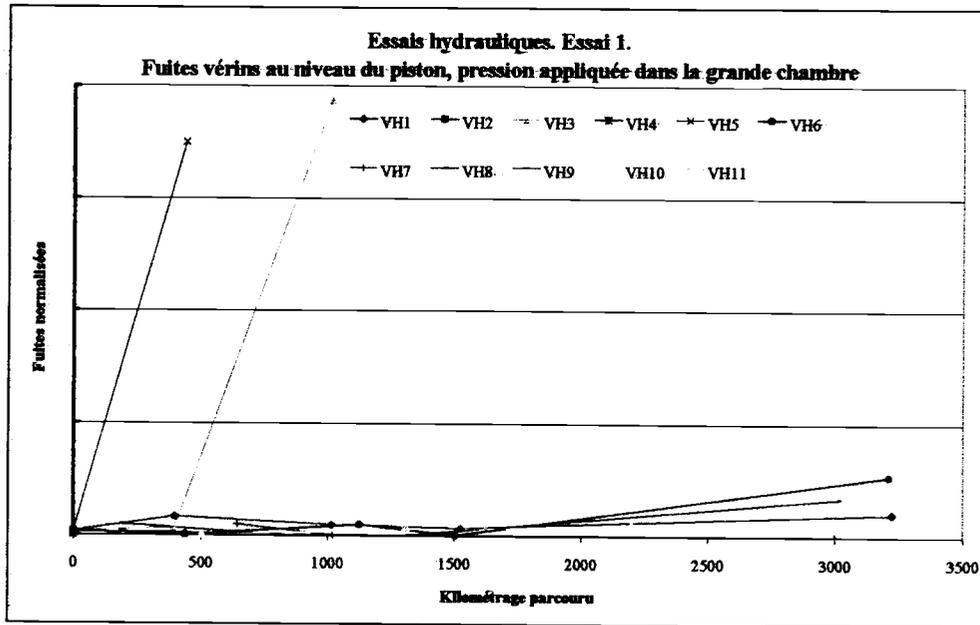


Figure 58 : exemple de courbe d'évolution des fuites d'un vérin en fonction du temps

L'ensemble des courbes d'évolution des fuites des composants est présenté en annexe 7. Le bilan des essais sur les vérins hydrauliques est le suivant :

Numéro de l'essai dans le plan d'expériences	1	2	6
Pression (bar)	90	108	72
Température de fluide (°C)	60	75	75
Température ambiante (°C)	35	56	56
Nombre de composants testés	6	3	3
Défaillance n°1 (km)	70	498	
Défaillance n°2 (km)	210	1191	
Défaillance n°3 (km)	439		
Défaillance n°4 (km)	1015		
Défaillance n°5 (km)	1656		
Censure n°1 (km)	1308	3005	3012
Censure n°2 (km)	2201		3012
Censure n°3 (km)	3001		3012
Censure n°4 (km)	3012		
Censure n°3 (km)	3212		
Censure n°4 (km)	3225		

Table 16 : bilan des essais réalisés, à ce jour, sur les vérins hydrauliques

défaillance : cisaillement du joint de piston,
 défaillance : rupture de la tige du vérin,
 défaillance : rupture du système d'amortissement.

Les défaillances constatées sur les vérins sont de trois types :

- cisaillement du joint de piston,
- rupture de la tige du vérin,
- rupture du système d'amortissement.

L'expertise des composants a révélé que le cisaillement du joint était dû à un mauvais montage du joint, tout comme la rupture de la tige.

La rupture du système d'amortissement est le mode de défaillance le plus représentatifs des vérins testés et c'est donc celui que nous chercherons à accélérer. Les deux défaillances marquées en rouge (210 km) et en bleu (439 km) ne seront pas utilisées pour nos calculs car elles correspondent à un mode de défaillance différent de celui étudié.

Au niveau des vérins intacts et arrêtés après 3000 km, l'expertise a révélé un bon état général et pas d'usure visible. Seuls les joints de piston présentaient un aspect plus affaissé que le joint neuf.

1.2.2. Distributeurs hydrauliques

a. Résultats

Tout au long des essais, nous avons régulièrement effectué des mesures de fuites au niveau des distributeurs hydrauliques. En fonction du critère d'arrêt défini au chapitre trois, les composants "défaillants" étaient démontés et remplacés. L'évolution des fuites de chaque composant au cours du temps était portée sur des courbes semblables à celle de la figure 59 :

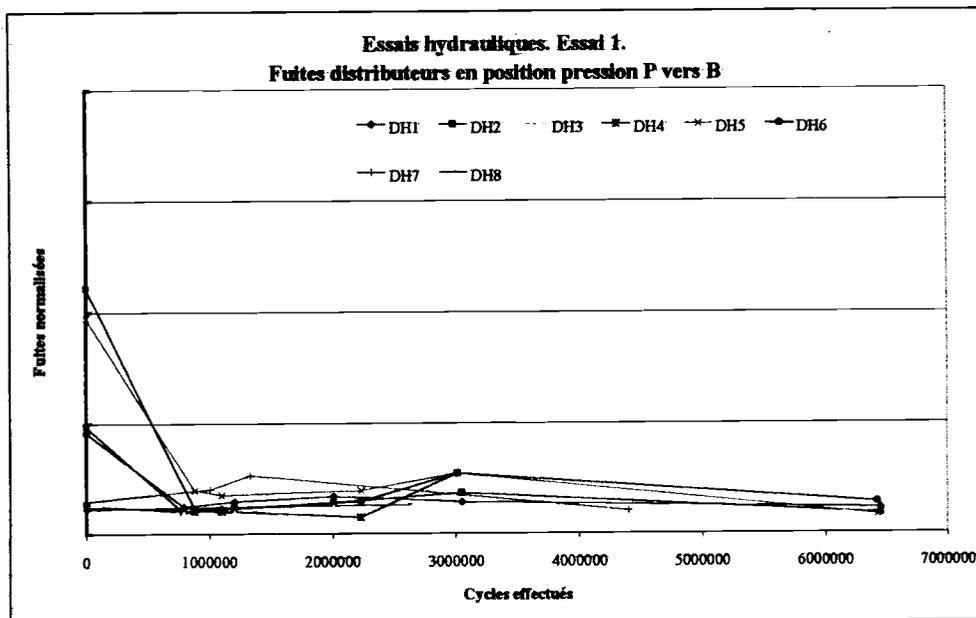


Figure 59: exemple de courbe d'évolution des fuites d'un distributeur en fonction du temps

Les fuites présentées ont été divisées par la pression appliquée au moment des mesures de fuites. Les fuites présentées sont donc des fuites par bar de pression appliquée. Le paramètre de normalisation est le même que celui utilisé pour les vérins hydrauliques.

On notera, sur cette figure, les valeurs importantes des fuites initiales de 4 distributeurs sur 6. Ces valeurs ont motivé l'étude des fuites qui sera présentée au paragraphe suivant.

L'ensemble des courbes d'évolution des fuites des composants est présenté en annexe 7.

Tous les composants testés ont survécus aux essais sauf quelques uns qui ont été détériorés par des particules solides issues de vérins défaillants.

b. Etude des fuites des distributeurs hydrauliques

Nous présenterons ici les résultats de l'étude statistique de la distribution des fuites initiales des distributeurs hydrauliques. Nous établirons dans un premier temps une formule théorique des fuites des distributeurs en fonction des jeux fonctionnels; dans un deuxième temps nous présenterons les mesures effectuées sur 48 distributeurs et nous vérifierons l'adéquation entre la théorie et l'expérience.

Théorie :

Les développements présentés ici ont pour but de redémontrer la formule de fuite bien connue des hydrauliciens [FAI70]. Pour cela, nous sommes partis de calculs effectués sur des pistons de pompe hydraulique [LAL82].

Considérons un écoulement fluide (huile, viscosité absolue $\mu = \rho \cdot \nu$, masse volumique ρ) dans un palier mince d'épaisseur e et de longueur l , soumis à une différence de pression ΔP entre ses extrémités (voir figure 60).

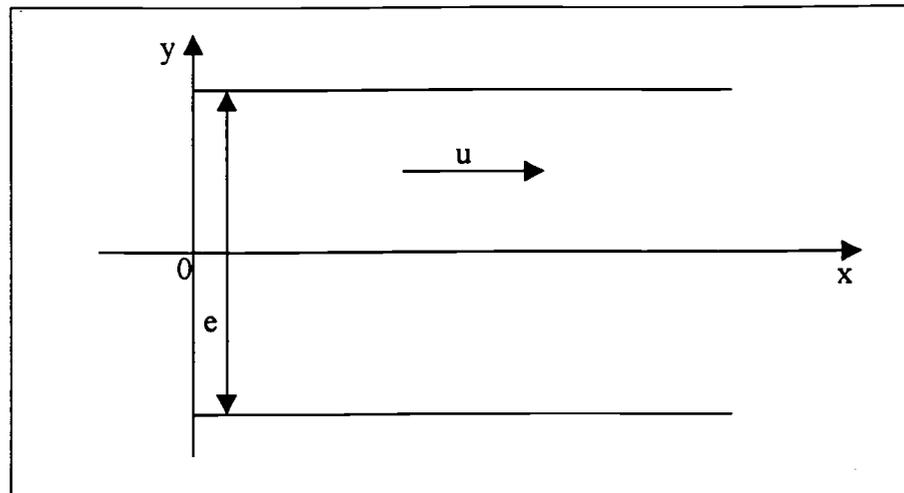


Figure 60 : schéma de principe du palier mince

L'équation de Reynolds appliquée au cas du fluide incompressible nous donne l'expression suivante :

$$\rho \cdot u \cdot \frac{\partial u}{\partial x} = - \frac{\partial P}{\partial x} + \mu \cdot \frac{\partial^2 u}{\partial y^2}$$

(le terme en $\frac{\partial^2 u}{\partial x^2}$ est négligeable)

Le fluide est incompressible donc $\frac{\partial u}{\partial x} = 0$.

Il vient donc

$$\frac{\partial^2 u}{\partial y^2} = \frac{1}{\mu} \frac{\partial P}{\partial x}$$

soit

$$\frac{\partial u}{\partial y} = \frac{1}{\mu} \frac{\partial P}{\partial x} \cdot y + A$$

et finalement

$$u = \frac{1}{2\mu} \frac{\partial P}{\partial x} \cdot y^2 + A \cdot y + B$$

Les conditions aux limites sont les suivantes :

→ au centre de l'écoulement : $\frac{\partial u}{\partial y} = 0$

→ sur les parois : $u = 0$

On en déduit la valeurs des coefficients A et B :

$$A = 0$$

$$B = -\frac{1}{2\mu} \frac{\partial P}{\partial x} \cdot \left(\frac{e}{2}\right)^2$$

Et enfin l'expression de la vitesse du fluide :

$$u = \frac{1}{2\mu} \frac{\partial P}{\partial x} \cdot \left(y^2 - \frac{e^2}{4}\right)$$

Or $\frac{\partial P}{\partial x} = -\frac{\Delta P}{l}$

D'où

$$u = \frac{1}{2\mu} \frac{\Delta P}{l} \cdot \left(\frac{e^2}{4} - y^2\right)$$

Le palier fin est en fait constitué d'un axe de rayon r dans un alésage de rayon R.
On note j le jeu sur les diamètres $j = 2(R - r)$.

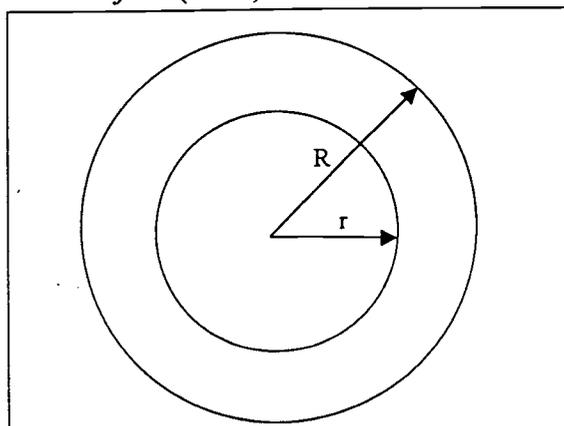


Figure 61 : schéma de principe d'un tiroir de distributeur

Intégrons l'expression précédente sur la section annulaire :

$$Q = \int_s u \cdot ds$$

or $ds = \pi \cdot D \cdot dy$

donc

$$Q = \int_{-\frac{a}{2}}^{\frac{a}{2}} \pi \cdot D \cdot u \cdot dy = 2 \cdot \int_0^{\frac{a}{2}} \pi \cdot D \cdot u \cdot dy$$

et donc, finalement

$$Q = \frac{\pi \cdot D}{96} \cdot \frac{\Delta P}{l} \cdot \frac{j^3}{\mu}$$

Dans le cas d'un axe excentré par rapport à l'alésage, on note a l'excentricité absolue (écart entre les centres) et $\varepsilon = \frac{R-r}{a}$ l'excentricité relative.

L'expression du débit circulant entre les deux parois devient alors :

$$Q = \frac{\pi \cdot D}{96} \cdot \frac{\Delta P}{l} \cdot \frac{j^3}{\mu} \left(1 + 3 \cdot \frac{\varepsilon^2}{2} \right)$$

Expérimentation :

Nous avons alors effectué des mesures de fuites sur l'ensemble des distributeurs devant être testés dans le cadre du plan d'expériences décrit au chapitre trois, c'est-à-dire 48 distributeurs.

Dans un premier temps, pour chacun des trois fournisseurs de distributeurs, nous avons déterminé les jeux fonctionnels des distributeurs et calculées les fuites théoriques minimales (jeu minimum sans excentrement) et maximales (jeu maximum et excentrement maximum) de chaque type de distributeur. La plus petite de ces valeurs a constitué ce que nous appellerons le minimum théorique (Min th), la plus grande de ces valeurs a constitué ce que nous appellerons le maximum théorique (Max th).

Dans un deuxième temps, nous avons mesuré les fuites des 48 distributeurs que nous avons comparé aux valeurs Min th et Max th (voir figures 62, 63 et 64).

Sur ces trois courbes, on trouve en abscisses un numéro de distributeur et en ordonnées des fuites "normalisées" (c'est à dire que les valeurs réelles ont été divisées par un coefficient de normalisation N). On trouve également les droites correspondant respectivement aux minimum et maximum théoriques. Les points bleus représentent les fuites initiales mesurées avant essai. Les points roses représentent, pour les premiers composants testés, les fuites mesurées après une semaine d'essai.

On peut noter que les points aberrants qui ont motivés cette étude disparaissent dès la deuxième mesure et qu'il est donc raisonnable de penser que les mesures initiales effectuées sur

les 6 premiers distributeurs (43 à 48), avant l'écriture des procédures de mesure, n'ont pas été effectuées dans les mêmes conditions que les suivantes. D'autre part, on peut noter que la formule présentée ci-dessus permet une excellente estimation des fuites d'un distributeur notamment dans le cas des positions P vers A et P vers B.

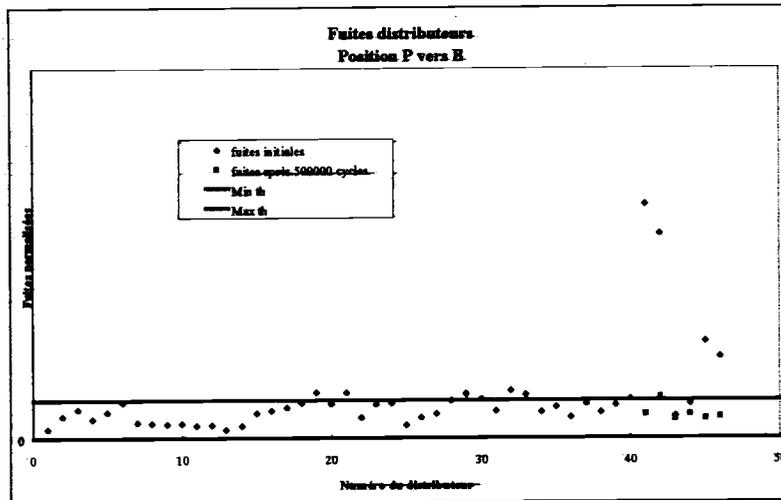


Figure 62 : distribution des fuites des distributeurs en position pression P vers B

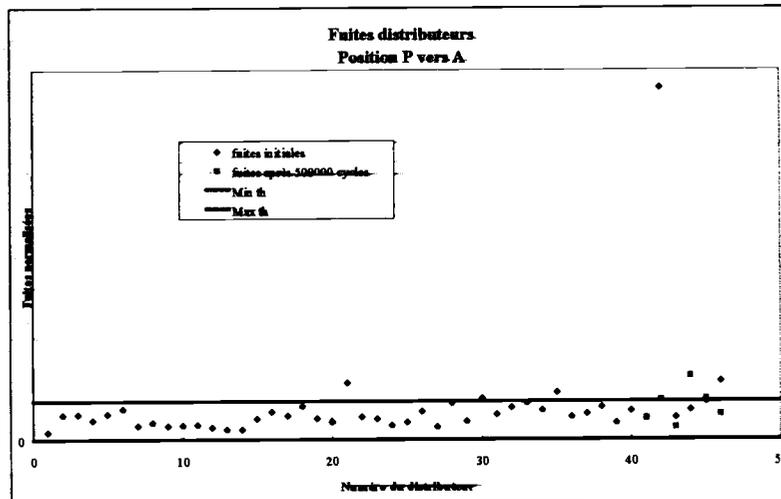


Figure 63 : distribution des fuites des distributeurs en position pression P vers A

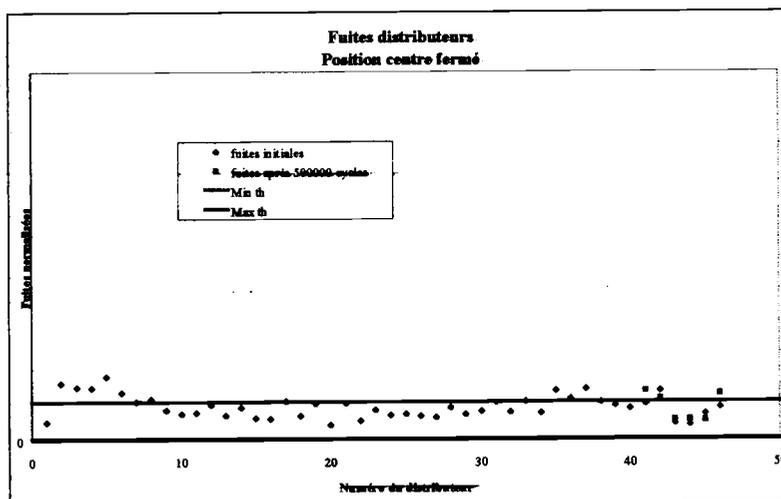


Figure 64 : distribution des fuites des distributeurs en position centre fermé

5.2.3. Autres composants hydrauliques

Comme nous l'avons décrit au chapitre quatre, tous les composants constitutifs des bancs d'essais ont été suivis; leurs défaillances ont été relevées de manière à enrichir les bases de données existantes sur les composants hydrauliques.

Seules les défaillances de matériel ont été considérées. Sur l'ensemble des trois essais réalisés, les défaillances suivantes ont été relevées :

Matériel	Nombre de défaillances observées	Temps de bon fonctionnement	Matériel	Nombre de défaillances observées	Temps de bon fonctionnement
tirants de distributeur	3	1760000 cycles	limiters de pression	2	11100000 cycles
	1	2000000 cycles		2	100000 cycles
	2	4000000 cycles	limiters de débit	1	48000 cycles
	3	5230000 cycles		1	350000 cycles
	4	7430000 cycles		1	6420000 cycles
	1	7480000 cycles		1	11100000 cycles
	1	8000000 cycles	flexibles	1	5440000cycles
	1	8900000 cycles		2	6420000 cycles
	1	9200000 cycles	sorties contacteurs auxiliaires	1	4430000 cycles
joints statiques des raccords	5	3000000 cycles		3	4730000 cycles
	4	4200000 cycles		2	5100000 cycles
	6	4700000 cycles		3	5610000 cycles
	1	5100000 cycles		3	5900000 cycles
	3	7000000 cycles	sorties d'automate	1	830000 cycles
bobines de distributeur	3	1400000 cycles			
	1	1800000 cycles			

Table 17 : bilan des défaillances des composants annexes des bancs d'essais hydrauliques

Les défaillances des tirants de distributeurs et des joints statiques sont dues aux vibrations des bancs d'essais et sont connues des constructeurs.

Les défaillances des bobines de distributeurs sont dues à des coincements de tiroir de distributeur pour cause de pollution ou à des phases de maintien sous tension trop longues.

Les défaillances des limiteurs de pression sont dues soit à de la pollution, soit aux vibrations.

Les défaillances des limiteurs de débit sont dues à de la cavitation induite par le fonctionnement de nos bancs d'essais.

Les défaillances des flexibles sont dues aux vibrations ayant entraîné des frottements entre flexibles et donc une usure des gaines protectrices.

Les défaillances des organes électriques n'ont pas été expertisées car les fournisseurs ne participaient pas à notre étude.

1.2.4. Fiabilité des vérins hydrauliques; résultats partiels

Les résultats des trois essais hydrauliques terminés (voir tables 15 et 16) ont été analysés à l'aide du module "Cox" présenté aux chapitres deux et trois et en annexe 4.

Nous avons adopté le codage décrit dans la table ci-dessous (codage en accord avec le plan d'expérience décrit en annexe 6) :

Essai	Facteur1		Facteur2		Facteur3	
	P	Z1	Tf	Z2	Ta	Z3
1	90	0	60	0	35	0
2	108	1	75	1	56	1
6	72	-1	75	1	56	1

Table 18 : codage des essais hydrauliques pour un traitement par le module "Cox"

Les résultats suivants ont été obtenus :

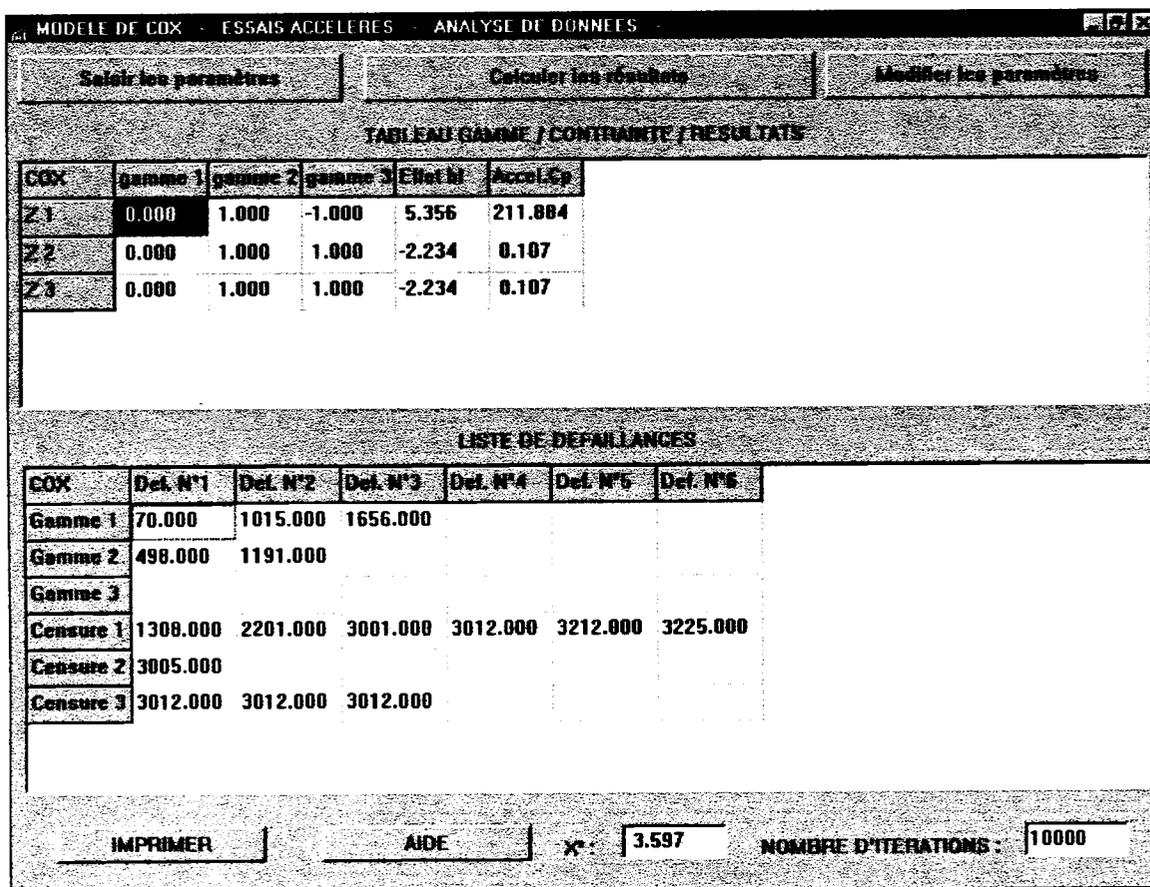


Figure 65 : traitement des données hydrauliques par le module "Cox"

La valeur calculée pour le test du χ^2 (3.597) assure une confiance inférieure à 50% alors que le nombre d'itérations a atteint le maximum autorisé par le programme. Les résultats analysés sont donc insuffisants pour tirer des conclusions correctes et exploitables. Le traitement sera effectué ultérieurement lorsque des données supplémentaires seront disponibles.

5.3. Analyse des essais réels de composants pneumatiques

→ Six essais du plan d'expérience ont été menés à termes, dans les conditions suivantes :

Numéro de l'essai dans le plan d'expériences	1	4	8	11	13	15
Pression (bar)	7	9,4	4,6	3	7	7
Température de fluide (°C)	47,5	34	34	47,5	25	47,5
Température ambiante (°C)	35	56	56	35	35	0
Nombre de composants testés	6	5	5	5	5	5

Table 19 : liste des essais pneumatiques terminés

→ Deux essais sont sur le point de finir, dans les conditions suivantes :

Numéro de l'essai dans le plan d'expériences	2	6
Pression (bar)	9,4	4,6
Température de fluide (°C)	61	61
Température ambiante (°C)	56	56
Nombre de composants testés	5	5

Table 20 : liste des essais pneumatiques sur le point de finir

→ Quatre essais ont été interrompus par un incident survenu dans le circuit pneumatique d'alimentation des bancs (ces essais seront relancés à l'issue de la campagne en cours); nous disposons de résultats partiels pour ces essais qui ont été réalisés dans les conditions suivantes :

Numéro de l'essai dans le plan d'expériences	3	5	7	9
Pression (bar)	9,4	9,4	4,6	4,6
Température de fluide (°C)	61	34	61	34
Température ambiante (°C)	14	14	14	14
Nombre de composants testés	5	5	5	5

Table 21 : liste des essais pneumatiques interrompus

5.3.1. Vérins pneumatiques

Tout au long des essais, nous avons régulièrement effectué des mesures de fuites au niveau des vérins pneumatiques. En fonction du critère d'arrêt défini au chapitre trois, les composants "défaillants" étaient arrêtés. L'évolution des fuites de chaque composant au cours du temps était portée sur des courbes semblables à celle de la *figure 66* (le critère d'arrêt est rappelé sur chaque courbe).

L'ensemble des courbes d'évolution des fuites des composants est présenté en annexe 7.

Le bilan des essais sur les vérins pneumatiques est rappelé *table 22*.

Le dépassement du critère d'arrêt par les vérins s'explique par un phénomène de déformation du joint de piston au cours de l'essai qui entraîne une diminution de l'étanchéité. Les essais 1, 11, 13 et 15 ont présenté peu de défaillances lors des 3000 premiers km et il a été décidé de les continuer jusqu'à 400 km pour disposer de plus de données de composants "défaillants".

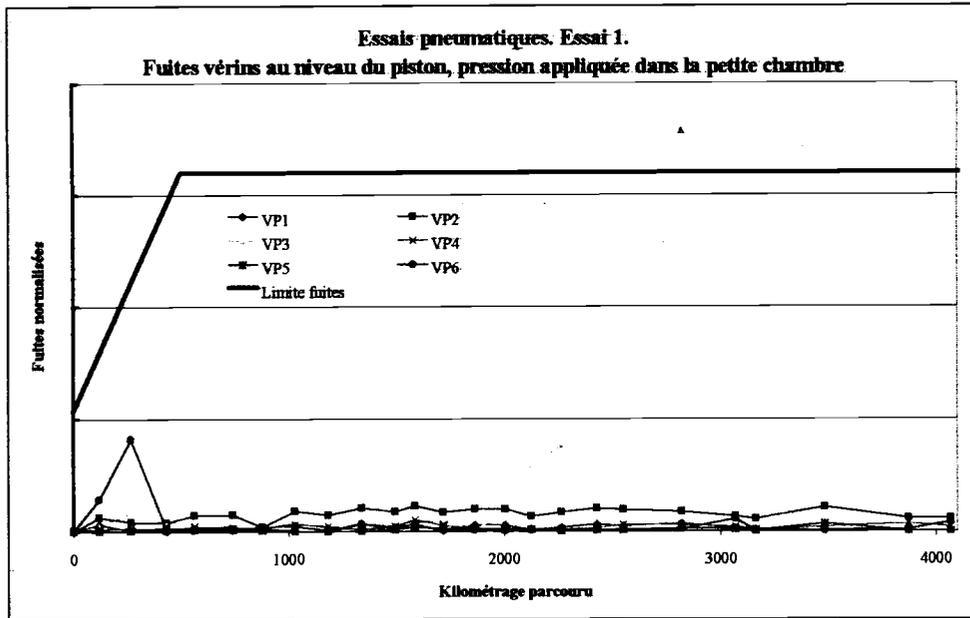


Figure 66 : exemple de courbe d'évolution des fuites d'un vérin en fonction du temps

Essai	P (bar)	Tf (°C)	Ta (°C)	déf1 (km)	déf2 (km)	déf3 (km)	nb cens	t cens (km)
1	7	47,5	35	2819			5	4068
3	9,4	61	14				5	1098
4	9,4	34	56	207	1711	1711	2	3122
5	6,4	34	14				5	1848
7	4,6	61	14				5	2497
8	4,6	34	56	3112			4	3112
9	4,6	34	14	753			4	1247
11	3	47,5	35	2927			4	4004
13	7	25	35	1906	2044	3121	2	4076
15	7	47,5	0	2797	3306		3	4040

Table 22 : bilan des essais réalisés, à ce jour, sur les vérins pneumatiques

défaillance

censure

essai en cours

L'expertise des composants a révélé que, malgré le dépassement du critère d'arrêt, les vérins arrêtés fonctionnaient encore correctement. Les fuites finales ont été effectuées chez les industriels et ont confirmé les valeurs que nous avons mesurées. Tous les vérins présentaient les mêmes aspects d'usure et on peut confirmer que le mode de défaillance de chacun des vérins était le même.

On peut noter que la déformation du joint de piston s'accompagne d'une détérioration de la graisse utilisée (séparation de l'huile et du savon).

1.3.2. Distributeurs pneumatiques

Tout au long des essais, nous avons régulièrement effectué des mesures de fuites au niveau des distributeurs pneumatiques. En fonction du critère d'arrêt défini au chapitre trois, les composants "défaillants" étaient démontés et remplacés. L'évolution des fuites de chaque composant au cours du temps était portée sur des courbes semblables à celle de la *figure 67* :

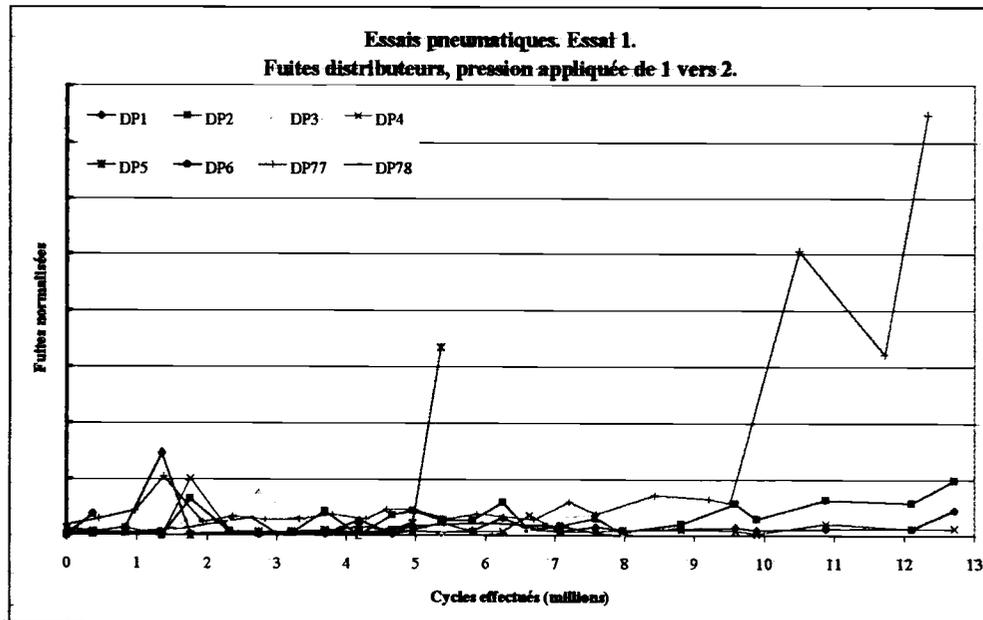


Figure 67 : exemple de courbe d'évolution des fuites d'un distributeur en fonction du temps

Le paramètre de normalisation est le même que celui utilisé pour les vérins pneumatiques. Le caractère irrégulier et chaotique des courbes peut s'expliquer, a priori, par des particules extérieures s'insinuant au niveau du tiroir puis étant éjectées.

L'ensemble des courbes d'évolution des fuites des composants est présenté en *annexe 7*.

L'expertise des distributeurs a révélé des phénomènes propres à chaque industriel parmi lesquels on peut noter les défaillances suivantes :

- détérioration des électrovannes de pilotage,
- détérioration des graisses (séparation huile savon),
- détérioration de l'état de surface de certains tiroirs.

De plus, tous les distributeurs contenaient des particules extérieures (provenant de raccords, du produit utilisé pour réaliser l'étanchéité, des joints des vérins...) qui peuvent expliquer le caractère irrégulier et chaotique des courbes d'évolution des fuites des distributeurs pneumatiques. En effet, on peut supposer qu'au cours des essais ces particules ont voyagé au cœur des distributeurs déformant temporairement les joints et modifiant l'étanchéité. Cependant, ces particules extérieures n'ont pas causées de dommages au niveau des distributeurs.

Seuls quatre distributeurs ont présenté des défaillances; elles sont rappelées *table 23*.

Essai	Pression (bar)	Température fluide (°C)	Température ambiante (°C)	Instant de défaillance
1	7	47,5	35	4956677 cycles
2	9,4	61	56	1065983 cycles
2	9,4	61	56	1065983 cycles
4	9,4	34	56	20171626 cycles

Table 23 : défaillances des distributeurs pneumatiques

Dans les quatre cas, le distributeur était bloqué et ne pouvait plus commuter. Les électrovannes fonctionnaient encore; c'est donc bien le distributeur qui était défaillant. Un seul de ces distributeurs a été expertisé révélant une détérioration du piston commutant le tiroir qui s'était désaxé.

1.3.3. Autres composants pneumatiques

Comme nous l'avons décrit au chapitre quatre, tous les composants constitutifs des bancs d'essais ont été suivis; leurs défaillances ont été relevées de manière à enrichir les bases de données existantes sur les composants pneumatiques.

Seules les défaillances de matériel ont été considérées. Sur l'ensemble des douze essais réalisés, les défaillances suivantes ont été relevées :

Matériel	Nombre de défaillances observées	Temps de bon fonctionnement (cycles)
Raccords rapides	2	21129164
	1	21729164
Bouchons pour raccords rapides	3	15845007
	2	18936638
	4	21329164
Sorties automate	1	12985091
	1	24325701
	1	17659686
Sorties contacteurs	8	22132213
	1	2193488

Matériel	Nombre de défaillances observées	Temps de bon fonctionnement (cycles)
Régulateurs de pression	1	10000
	1	169800
	1	361000
	1	673609
	1	898198
	1	1055173
	1	2008146
	1	4787500

Table 24 : bilan des défaillances des composants annexes des bancs d'essais pneumatiques

Les défaillances constatées sur les raccords rapides et leurs bouchons n'ont pas encore été expertisées avec le constructeur. Il semble cependant que la température élevée du fluide et les échauffements dus aux compression et décompression rapides de l'air soient responsables de ces défaillances.

Comme pour les essais hydrauliques, les sous-ensembles électriques n'ont pas été expertisés.

Sur les huit défaillances observées sur les régulateurs de pression, une (celle présentée en rouge) est due à un mauvais montage du composant en usine. Les sept autres sont dues à la forte température du fluide; en effet, celle-ci se situait parfois aux alentours des valeurs limites préconisées par les constructeurs. La haute température a entraîné une déformation plastique de la membrane du régulateur qui ne pouvait donc plus assurer sa fonction.

1.3.4. Fiabilité des vérins pneumatiques; résultats partiels

Les résultats des six essais pneumatiques terminés (voir table 19) ont été analysés à l'aide du module "Cox" présenté aux chapitres deux et trois et en annexe 4.

Nous avons adopté le codage décrit dans la table ci-dessous (codage en accord avec le plan d'expérience décrit en annexe 6) :

Essai	Facteur1		Facteur2		Facteur3	
	P	Z1	Tf	Z2	Ta	Z3
1	7	0,00	47,5	0,00	35	0,00
4	9,4	1,00	34	-1,00	56	1,00
8	4,6	-1,00	34	-1,00	56	1,00
11	3	-1,68	47,5	0,00	35	0,00
13	7	0,00	25	-1,68	35	0,00
15	7	0,00	47,5	0,00	0	-1,68

Table 25 : codage des essais pneumatiques pour un traitement par le module "Cox"

Les résultats obtenus sont présentés figure 68.

La valeur calculée pour le test du χ^2 (4.92) assure une confiance supérieure à 80% alors que le nombre d'itérations est égal à 27.

Les résultats partiels sur les vérins pneumatiques sont donc les suivants :

$$b_1 = +0.65$$

$$b_2 = -0.59$$

$$b_3 = -0.05$$

On peut ainsi calculer les coefficients multiplicatifs C_i à appliquer pour passer d'un essai i (Z_{1i}, Z_{2i}, Z_{3i}) à l'essai 1 (0,0,0).

$$C_i = e^{(b_1 \cdot Z_{1i} + b_2 \cdot Z_{2i} + b_3 \cdot Z_{3i})}$$

Les données obtenues pour les six essais ont été ramenées aux conditions centrales ($Z_1=0 ; Z_2=0 ; Z_3=0$) (voir table 26). La loi de base des vérins pneumatiques a alors été estimée par la méthode décrite au chapitre deux (statistiques classiques sur les données ramenées aux conditions centrales).

MODELE DE COX - ESSAIS ACCELERES - ANALYSE DE DONNEES								
Saisir les paramètres			Calculer les résultats			Modifier les paramètres		
TABLEAU GAMME / CONTRAINTE / RESULTATS								
COX	gamme 1	gamme 2	gamme 3	gamme 4	gamme 5	gamme 6	Effet hf	Accel. Cp
Z1	0.000	1.000	-1.000	-1.680	0.000	0.000	0.653	1.921
Z2	0.000	-1.000	-1.000	0.000	-1.680	0.000	-0.594	0.552
Z3	0.000	1.000	1.000	0.000	0.000	-1.680	-0.049	0.952

LISTE DE DEFILANCES					
COX	Def. N°1	Def. N°2	Def. N°3	Def. N°4	Def. N°5
Gamme 1	2819.000				
Gamme 2	207.000	1711.000	1711.000		
Gamme 3	3112.000				
Gamme 4	2927.000				
Gamme 5	1906.000	2044.000	3121.000		
Gamme 6	2797.000	3306.000			
Censure 1	4068.000	4068.000	4068.000	4068.000	4068.000
Censure 2	3122.000	3122.000			

IMPRIMER	AIDE	N°	4.920	NOMBRE D'ITERATIONS:	27
----------	------	----	-------	----------------------	----

Figure 68 : traitement des données pneumatiques par le module "Cox"

Résultats des essais du plan d'expérience (données de départ)

Essai	déf1	déf2	déf3	cens1	cens2	cens3	cens4	cens5
1	2819			4068	4068	4068	4068	4068
4	207	1711	1711	3122	3122			
8	3112			3112	3112	3112	3112	
11	2927			4004	4004	4004	4004	
13	1906	2044	3121	4076	4076			
15	2797	3306		4040	4040	4040		

Données de départ ramenées aux conditions centrales

Essai	déf1	déf2	déf3	cens1	cens2	cens3	cens4	cens5		
1	2819			4068	4068	4068	4068	4068	C1	1,00
4	686	5669	5669	10345	10345				C4	3,31
8	2793			2793	2793	2793	2793		C8	0,90
11	977			1337	1337	1337	1337		C11	0,33
13	5170	5545	8466	11057	11057				C13	2,71
15	3037	3590		4387	4387	4387			C15	1,09

Table 26 : données d'essais et données ramenées aux conditions centrales

Ces nouvelles données ont été traitées à l'aide de statistiques classiques. Nous avons supposé que les vérins pneumatiques suivaient une loi de Weibull à deux paramètres.

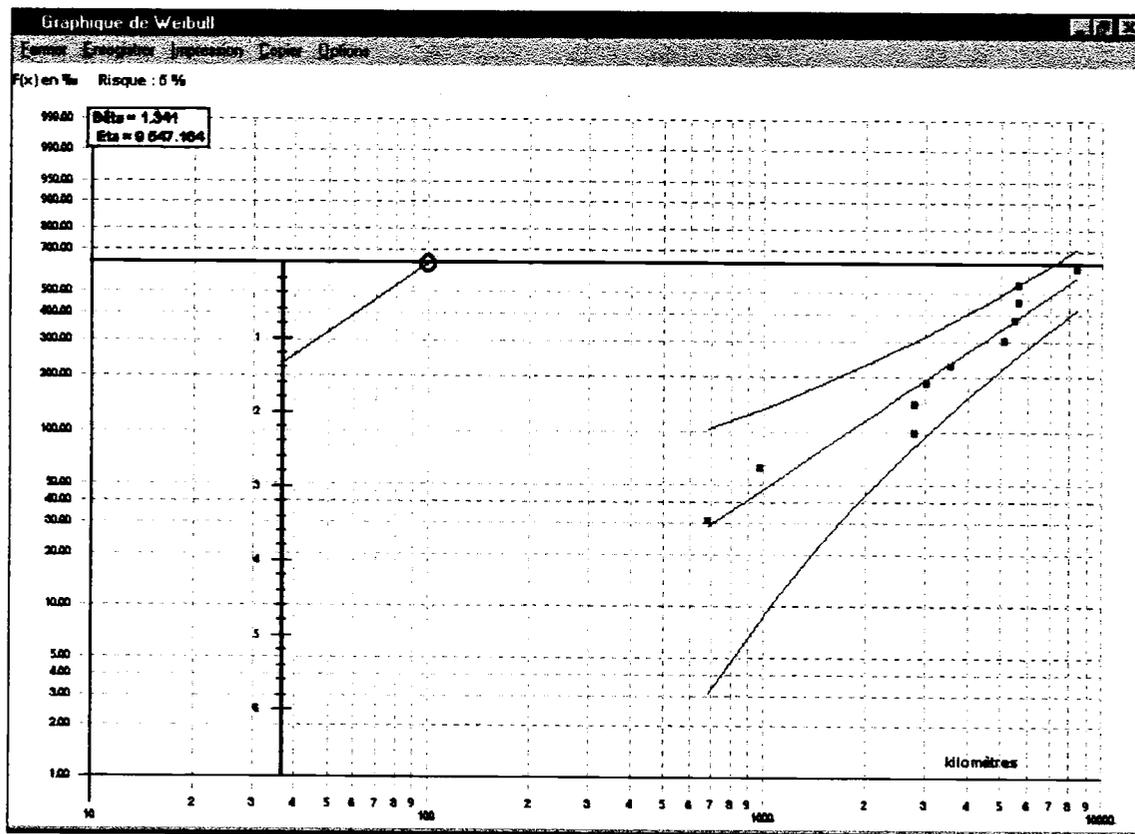


Figure 69 : traitement des données pneumatiques par les statistiques classiques

La loi de fiabilité des vérins pneumatiques testés est une loi de Weibull de paramètres :

$$\eta = 9550 \text{ km}$$

$$\beta = 1.34$$

Le MTBF des vérins pneumatiques est alors estimé à 8765 km.

Ces résultats restent des résultats partiels mais ils tendent à montrer que la température ambiante agit peu sur la durée de vie des vérins pneumatiques; au contraire, il est confirmé que la pression et la température du fluide ont une importance certaine.

Les conclusions définitives ne pourront être tirées qu'à la fin de l'ensemble des essais.

1.4. Simulation et illustration de la méthode

Les résultats expérimentaux que nous avons obtenus au cours de notre doctorat ne recouvrant pas la totalité des essais prévus par le plan d'expérience (voir chapitre trois), nous avons choisi de simuler des données d'essais afin d'illustrer notre méthode (simulation de données de

défaillances pour une loi de fiabilité et des coefficients d'accélération choisis ~~arbitrairement a priori~~).

Les composants étudiés sont des vérins pneumatiques.

Nous avons considéré que la loi de probabilité suivie est la loi de Weibull à ~~deux paramètres~~ suivante :

$\eta = 10000 \text{ km}$
$\beta = 1.9$

Nous avons choisi de simuler le plan d'expérience à 8 essais suivants :

Essai	Pression bar	T ambiante °C	T fluide °C
1	7	25	30
2	7	25	70
3	7	0	30
4	7	0	70
5	11	25	30
6	11	25	70
7	11	0	30
8	11	0	70

Table 27 : essais simulés pour des vérins pneumatiques

Les conditions d'essais ont été codées de la manière suivante :

Facteur		Modalité 1		Modalité 2	
Nom	Codage	valeur	codage	valeur	codage
Pression	Z1	7	0	11	1
T ambiante	Z2	25	0	0	1
T fluide	Z3	30	0	70	1

Table 28 : codage des conditions d'essais

Les coefficients d'accélération (suivant le modèle de Cox présenté au ~~chapitre deux~~) dus à chaque facteur ont été choisis comme présenté dans la table ci-dessous (choix des coefficients C_i à partir desquels on déduit les b_i) :

Facteur	Z1	Z2	Z3
Coefficient b_i	0.83	0.64	0.18
Coefficient C_i correspondant	2.3	1.2	1.9

Table 29 : coefficients d'accélération dus aux facteurs extérieurs

A l'aide de l'outil développé à l'ENISE et présenté au chapitre trois, nous avons simulé, pour chaque essai, 5 défaillances correspondant à la loi de Weibull choisie et accéléré (au sens de Cox) à l'aide des coefficients fixés.

L'échantillon de données suivant a ainsi été obtenu :

Essai	1	2	3	4	5	6	7	8
Défaillance 1	6012	2158	8058	4304	6201	3256	4479	3243
Défaillance 2	2556	4224	7433	2278	5366	2786	3214	1679
Défaillance 3	7650	3728	8487	7453	4890	3460	4451	5464
Défaillance 4	3832	5977	2897	1455	2284	6345	538	1832
Défaillance 5	8675	2764	5835	5899	2263	1587	4364	2657

Table 30 : échantillon de données simulées pour les essais décrits table 27

5.4.1. Détermination des coefficients d'accélération entre essais

Nous avons alors analysé les données obtenues ci-dessus par simulation à l'aide du module de traitement des plans d'expériences décrit au chapitre trois. Au vu des résultats simulés, Une analyse de la variance a été réalisée [BEN94] et le facteur **Température ambiante** ($P < 0.5$) a été reconnu non significatif alors que les données prouvent que la **Pression** ($P > 0.99$) et la **Température ambiante** ($P > 0.95$) sont significatives.

Nous avons alors, à l'aide du logiciel de traitement de données de Cox (voir annexe 4), dépouillé les mesures obtenues en considérant que les deux modalités de la température ambiante ont des influences similaires sur la durée de vie des vérins et que le problème étudié est donc un problème à deux facteurs extérieurs. Les résultats que nous avons obtenus sont présentés *figure 70*.

La valeur calculée pour le test du χ^2 (10.298) donne la confiance sur les valeurs estimées des coefficients b_i ; le risque d'erreur α est inférieur à 0.01.

Les coefficients C_i obtenus doivent alors être comparés aux coefficients fixés au départ :

$$\begin{array}{ll}
 C_1 = 2.3 & C_1 = 2.28 \\
 \text{départ : } C_2 = 1.2 & \text{résultats : } C_2 = 1 \text{ non significatif} \\
 C_3 = 1.9 & C_3 = 2.02
 \end{array}$$

On constate un bon accord entre les valeurs de départ et les valeurs obtenues par traitement des données simulées, ce qui prouve la qualité du logiciel développé; une confiance certaine pourra donc être accordée aux résultats qui seront obtenus sur les vérins hydrauliques et pneumatiques, à l'issue de l'ensemble des essais.

5.4.2. Détermination de la loi de fiabilité des vérins pneumatiques testés

Comme nous l'avons décrit au chapitre deux, nous pouvons également, à partir des données d'essais, calculer la loi de probabilité de base $R_0(t)$. Pour cela, il convient de ramener les données d'essais (*voir table 30*) dans les conditions de base en les multipliant par le coefficient d'accélération calculé précédemment. Les nouvelles données sont présentées *table 31*.

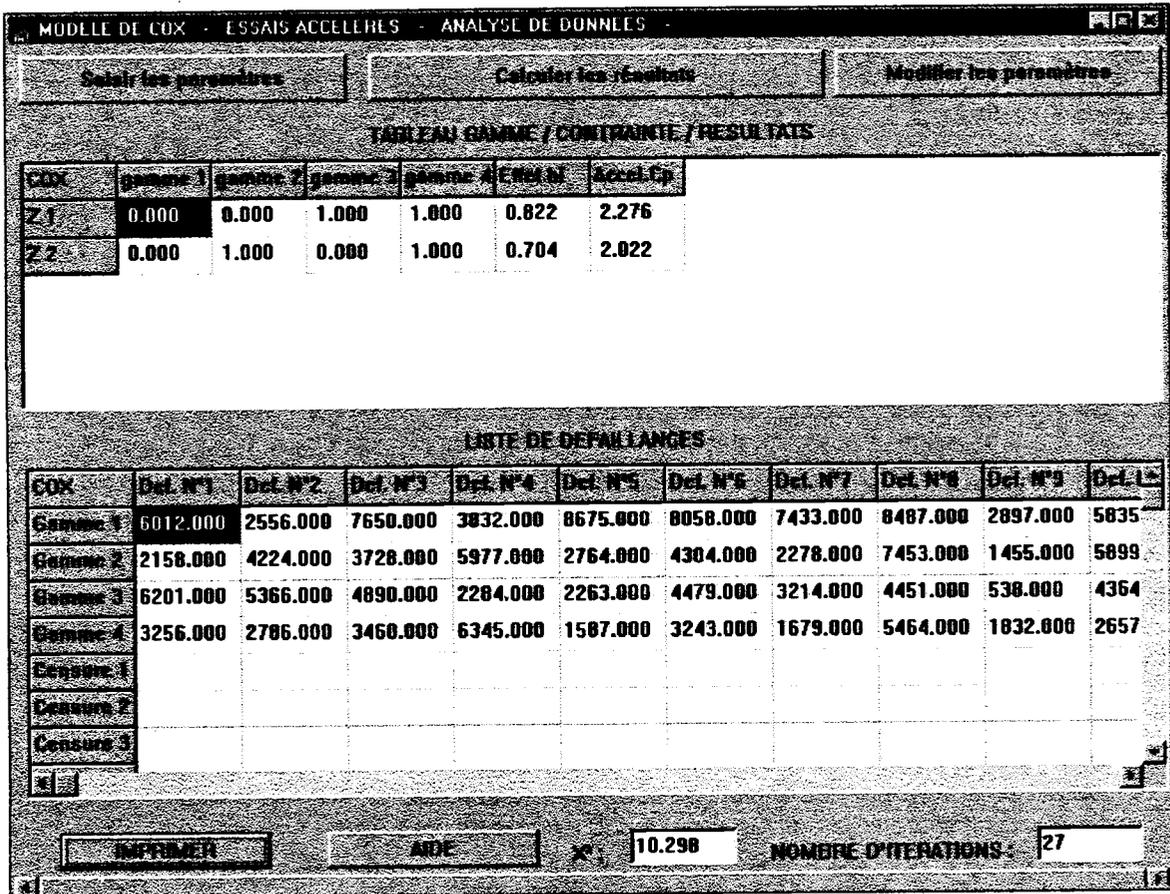


Figure 70 : dépouillement des données de la table par une méthode de Cox

Essai	1	2	3=1	4=2	5	6	7=5	8=6
Défaillance 1	6012	4363	8058	8703	14113	14984	10194	14925
Défaillance 2	2556	8541	7433	4606	12213	12821	7315	7727
Défaillance 3	7650	7538	8487	15070	11130	15923	10130	25146
Défaillance 4	3832	12085	2897	2942	5198	29200	1224	8431
Défaillance 5	8675	5589	5835	11928	5151	7303	9932	12228

Table 31 : données d'essais ramenées aux conditions de base

On peut alors réaliser des inférences statistiques classiques sur les nouvelles données afin d'obtenir, par exemple, une estimation de la loi de fiabilité du composant testé.

La loi pressentie est ici une loi de Weibull à deux paramètres. Un calcul classique de loi de Weibull permet d'obtenir les données suivantes (voir figure 71).

Les paramètres obtenus doivent alors être comparés aux paramètres fixés au départ :

$$\text{départ : } \begin{cases} \eta = 10000 \text{ km} \\ \beta = 1.9 \end{cases} \quad \text{résultats : } \begin{cases} \eta = 10500 \text{ km} \\ \beta = 1.87 \end{cases}$$

Ici encore, on constate un bon accord entre les valeurs de départ et les valeurs obtenues par traitement des données simulées.

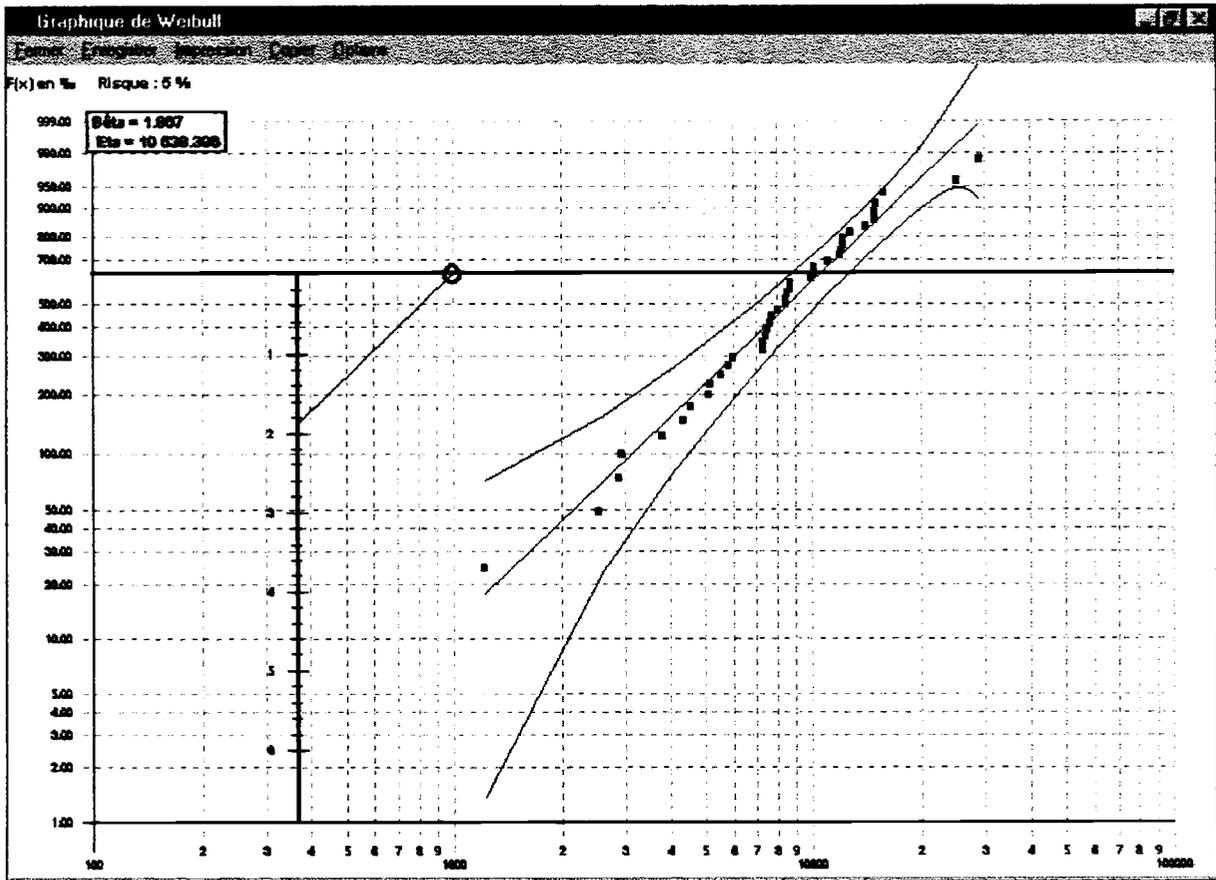


Figure 71 : estimation des paramètres de la loi de fiabilité de vérins pneumatiques

1.5. Conclusion

Les exemples traités ci-dessus montrent la puissance de la méthode développée ainsi que sa grande simplicité d'utilisation.

Dans le cas de données simulées, on constate un bon accord entre les valeurs fixées a priori et les résultats obtenus après simulation de données ce qui prouve la validité des outils développés.

Les résultats obtenus expérimentalement ne sont pour l'instant que des résultats partiels et les conclusions définitives ne peuvent pour l'instant pas être tirées. Cependant des phénomènes intéressants ont été mis à jour et il conviendra de les confirmer par la suite.

CONCLUSION

L'estimation de la fiabilité de composants fait souvent l'objet de développements théoriques et pratiques importants. Pourtant, le plus souvent, ces avancées sont effectuées dans des domaines restreints à partir d'hypothèses subjectives et spécifiques les rendant inapplicables à la plupart des domaines de l'industrie.

Les dernières années ont vu l'apparition de méthodes théoriques plus générales mais celles-ci se heurtent encore à des difficultés quant à leur application pratique, en raison notamment de la lourdeur des calculs qu'elles supposent ou des connaissances théoriques importantes nécessaires à leur mise en œuvre.

Dans le cadre de l'amélioration des performances des composants, il est demandé d'estimer leur fiabilité; les durées de vie pouvant atteindre plusieurs années, l'estimation de la fiabilité est longue et coûteuse.

Tout au long de ce mémoire, nous avons relevé les méthodes (spécifiques ou générales) rencontrées dans la littérature concernant la réduction de durée et de coûts d'essais de fiabilité; nous en avons retenu quatre qui nous ont semblé particulièrement intéressantes et que nous avons approfondi et adapté au cas de composants mécaniques et plus particulièrement au cas de composants hydrauliques et pneumatiques :

- statistiques d'ordre,
- méthodes bayésiennes,
- modèles à hasard proportionnel,
- analyse de données.

Statistiques d'ordre.

Cet outil, bien que purement mathématique, permet d'estimer la fiabilité de composants en fonction de la distribution de défaillance du $n^{\text{ème}}$ élément d'un groupe. On peut ainsi estimer la fiabilité de composants à partir de la distribution de la première défaillance d'un groupe, réduisant le temps d'essai de manière significative. L'inconvénient majeur de ce type d'essais est qu'il nécessite un grand nombre de composants à tester.

Méthodes bayésiennes.

Les méthodes bayésiennes sont les techniques les plus explorées à l'heure actuelle dans la mesure où elles permettent d'estimer la fiabilité d'un composant à partir d'un nombre très limité de données (c'est dans le cas d'absence de données de défaillances que ces techniques sont les plus performantes et intéressantes). On estime la fiabilité d'un composant à partir de connaissances dites « a priori » sur le composant (connaissances provenant de banques de données externes ou internes sur des matériels similaires, d'avis d'experts...) en les corrélant avec des données réelles et personnelles (« vraisemblance »). Le problème majeur de ces techniques est lié à la subjectivité des données « a priori » et aux calculs importants qu'elles demandent.

Modèles à hasard proportionnel.

Cette méthode de modélisation de l'influence de facteurs extérieurs sur le comportement d'un composant peut être utilisée pour déterminer des conditions sévères permettant d'obtenir plus rapidement les paramètres de fiabilité de composants.

Analyse de données.

L'analyse de données est une méthode de représentation visant à simplifier et clarifier l'information contenues dans des données d'essais.

Les quatre méthodes citées ci-dessus peuvent être utilisées en complément les unes des autres; notamment, on peut combiner un modèle à hasard proportionnel avec des méthodes bayésiennes pour augmenter la confiance sur l'estimation de la "loi de base" de fiabilité d'un composant.

Nous avons, en collaboration avec l'ENISE, développé un module de traitement de données pour déterminer, sous l'hypothèse d'un modèle de Cox, l'influence de l'environnement sur le fiabilité de composants hydrauliques et pneumatiques. Par ailleurs, nous avons développé une méthode permettant de modéliser entièrement la fiabilité des composants, qu'il s'agisse des facteurs d'environnement ou de la "loi de base" de fiabilité du composant.

Nous avons proposé une utilisation possible de l'analyse de données pour la modélisation de l'influence de l'environnement sur le comportement de composants et son application aux essais accélérés.

Par ailleurs, ces travaux théoriques ont été complétés par une phase expérimentale importante au cours de laquelle nous avons conçu, suivi et exploité deux bancs d'essais hydrauliques et quatre bancs d'essais pneumatiques.

Nous avons ainsi développé une méthodologie de détermination d'essais d'endurance sévères permettant d'obtenir rapidement, et à moindre coût, un modèle de comportement pour des composants mécaniques fiables (composants hydrauliques et pneumatiques par exemple). Ce modèle permet de diminuer les phases de détermination de la fiabilité de composants; de plus, il permet, dans les limites de contraintes ayant servi à son obtention, d'estimer directement, sans essais, la fiabilité d'un composant en fonction des contraintes extérieures auxquelles il est soumis.

Seule une exploitation partielle des données a été possible mais la méthode a été validée par simulation. De plus, la méthode, bien que développée pour des composants hydrauliques et pneumatiques est tout à fait généralisable pour d'autres composants, mécaniques ou électroniques...

REFERENCES BIBLIOGRAPHIQUES

- [AUG97] AUGÉ J.-C., LALLEMENT J., LYONNET P.
« Reliability of Mechanical Components – Accelerated testing and advanced statistical methods »
International Conference on Safety and Reliability (ESREL'97), pp. 1859-1867, June 1997, Lisbon.
- [BAG95] BAGDONAVICIUS V., NIKULIN M.
« Semiparametric models in accelerated life testing »
Queen's Papers in Pure and applied Mathematics, Queen's University, Kingston, Ontario, Canada, 1995.
- [BAI96] BAI D.S., YUN H.J.
« Accelerated Life Tests for Products of Unequal Size »
IEEE Transactions on Reliability, vol. 45, n°4, pp. 611-618, december 1996.
- [BAR96] BARBOSA E.P., COLOSIMO E.A., LOUZADA-NETO F.
« Accelerated Life Tests Analyzed by a Piecewise Exponential Distribution via Generalized Linear Models »
IEEE Transactions on Reliability, vol. 45, n°4, pp. 619-623, december 1996.
- [BED88] BEDNARZ S., MARRIOTT D.
« Efficient analysis for FMEA »
Annual reliability and Maintainability Symposium, pp. 416-421, 1988.
- [BEN77] BENZECRI F.
« Analyse discriminante et analyse factorielle »
Cahiers de l'Analyse de Données (C.A.D.), vol. II, n°4, pp. 369-406, 1977.
- [BEN80] BENZECRI F.
« Introduction à la classification automatique d'après un exemple de données médicales »
Cahiers de l'Analyse de Données (C.A.D.), vol. V, n°3, pp. 311-340, 1980.
- [BEN94] BENOIST D., TOURBIER Y., GERMAIN-TOURBIER S.
« Plans d'expérience : construction et analyse »
Paris, TEC & DOC, Ed. Lavoisier, 1994.
- [BES88] BESSE P., CAUSSINUS H., FERRE L., FINE J.
« Principal Components Analysis and optimization of graphical displays »
Statistics, vol. 19, pp. 301-312, 1988.
- [BOU97] BOUIT B.
« Validation et extension du Modèle de Cox pour la réduction de la durée des essais mécaniques »
Rapport de DEA, ENISE, 1997.

- [CAU85] CAUSSINUS H.
« Models and uses of Principal Components Analysis »
Multidimensionnal Data Analysis, Leiden, Ed. J. de Leeuw, pp. 149-178, 1985.
- [CET89] CETIM
« La fiabilité en mécanique au service de la qualité »
Recueil de Conférences ; Senlis, 28 novembre 1989.
- [CHE92] CHEVALIER C.
« Modélisation de la fiabilité des matériels mécaniques nucléaires à partir de données issues du retour d'expérience »
Thèse de l'Université PARIS VI, 1992.
- [COX70] COX D.R.
« Analyse de données binaires »
Paris, Ed. Dunod, 1970.
- [COX72] COX D.R.
« Regression models and life tables »
Journal of the Royal Statistical Society, vol. 34 (B), pp. 187-220, 1972.
- [COX84] COX D.R., OAKES D
« Analysis of survival Data »
London, Ed. Chapman and Hall, 1984.
- [CRO86] CROOK A.
« The effect of cyclic test frequency on the fatigue life of fluid power components »
7th International Fluid Power Symposium, pp. 313-322, 16-18 september 1986.
- [DIE96] DIETRICH D. L., MAZZUCHI T. A.
« An Alternative Method of Analyzing Multi-Stress Multi-Level Life and Accelerated Life Tests »
IEEE Proceedings Annual Reliability and Maintainability Symposium, pp. 90-96, 1996.
- [DRO89] DROESBEKE J.J., FICHET B., TASSI P.
« Analyse statistique des durées de vie »
Paris, Ed. Economica, 1989.
- [EIR91] EIREDA
« The European Industry REliability DAta bank Handbook »
Paris, Ed. Europstat, vol. 1, october 1991.
- [FAI70] FAISANDIER J.
« Les mécanismes hydrauliques et électrohydrauliques »
Paris, Ed. Dunod, 3^{ème} édition, 1970.
- [FAU86] FAUCHON J., HERBIN G., FRAYSSE L.
« Estimation bayésienne appliquée au MTBF et à un % de défectueux »
Conférence Internationale de Fiabilité, Turin, Italie, 26-27 Juin 1986.

- [FEN81] FENELON J.-P.
« Qu'est-ce que l'analyse de données »
Paris, Ed. Lefonen, 1981.
- [GER88] GERICKE W.
« Analyse des modes de défaillance, de leurs effets et de leur criticité (AMDEC) en vue de la détection, la localisation et de la correction des défauts »
6^{ème} colloque international de fiabilité et de maintenabilité, Strasbourg, pp. 714-717, 1988.
- [HAM96] HAMDI H.
« Application de la méthode Bayésienne dans le cadre de l'étude de la fiabilité des composants mécaniques dans le but de réduire les durées d'essais »
Rapport de DEA, ENISE, 1996.
- [HAU75] HAUGEN E.B.
« Accelerated testing of pneumatic and hydraulic components »
National Conference on Fluid Power, USA, pp. 236-246, 1975.
- [HIL90] HILL C.
« Analyse statistiques des données de survie »
Paris, Ed. INSERM, ISBN 2 257 10310 6, 1990.
- [HON88] HONKURA Y., MATSUSHIMA M.
« Fluctuation of the Nondipole Magnetic Field and its implication for the Process of Geomagnetic Polarity Reversal in ther Cox Model »
Journal of Geophysical Research, vol. 93, n° B10, pp. 11,631-11,642, October 10, 1988.
- [JOH91] JOHNSON W.S., BIRT M.J.
« Comparison of Some Micromechanics Models for Discontinuously Reinforced Metal Matrix Composites »
Journal of Composites Technology & Research, vol. 13, n° 3, pp. 161-167, 1991.
- [KAL92] KALMYKOV I.S., KOLODYAZHNAYA I.A., MOISEEVA D.K.
« Mathematical modeling of the reliability of oil field equipment »
Chemical & Petroleum Engineering, vol. 28, n° 9/10, pp. 596-599, 1992.
- [KIT88] KITAWAKI K.
« Facteur d'accélération d'un assemblage : étude basée sur modèle aléatoire proportionnel »
6^{ème} colloque international de fiabilité et de maintenabilité, Strasbourg, pp. 669-672, 1988.
- [KHO80] KHODDAM-MOHAMMADI H., MARONEY G.E.
« Accelerated fatigue testing – Test parameter influence »
The BFPR Journal, vol. 13, n° 1, pp. 61-64, 1980.
- [KUK86] KUK A.Y.C.
« All Subsets Regression in Cox model »
Department of Statistics, Stanford University, California, Technical report n° 370, 1986.

[KUM94] KUMAR D., KLEFSJO B.

« Proportional hazards model : a review »

Reliability Engineering and System Safety, vol. 44, pp. 177-188, 1994.

[KUM96] KUMAR D., WESTBERG U.

« Proportional Hazards Modeling of Time-Dependent Covariates Using Linear Regression : A Case Study »

IEEE Transactions on Reliability, vol. 45, n°3, september 1996.

[LAL82] LALLEMENT J.

« Analyse hydrodynamique des éléments d'une pompe hydrostatique à pistons »

PV CETIM 7.43.090/3118, septembre 1982 (*document confidentiel CETIM*).

[LEF94] LE FICHANT Y., MARCEAU J., UHART M.

« Méthode d'étude du vieillissement avec prise en compte simultanée des effets du temps et d'une contrainte mécanique »

Colloque Lambda-Mu, La Baule, pp. 189-204, 1994.

[LIG] LIGERON J.-C., DELAGE A.

« Méthodes d'approche de la fiabilité des systèmes mécaniques »

[LIG92a] LIGERON J.-C.

« La fiabilité en exploitation : organisation et traitement des données – Tome 1 »

Paris, Ed. Lavoisier, 1992.

[LIG92b] LIGERON J.-C.

« La fiabilité en exploitation : organisation et traitement des données – Tome 2 »

Paris, Ed. Lavoisier, 1992.

[LIT80a] LITTLE R.E.

« Estimating S-N curves using limited data –The necessity for testing »

The BFPR Journal, vol. 13, n° 4, pp. 311-318, 1980.

[LIT80b] LITTLE R.E.

« Efficient estimation of fatigue limits »

The BFPR Journal, vol. 13, n° 3, pp. 195-201, 1980.

[LYO92] LYONNET P., FAUCHON J.

« Comparaison de la méthode d'estimation des rangs de défaillances dans le cas de données fortement censurées proposées par Johnson avec celle proposée par Patrick Lyonnet »

Revue Statistique Appliquée, vol. 3, pp. 73-78, 1992.

[LYO97a] LYONNET P.

« La qualité, outils et méthodes »

Paris, TEC & DOC, Ed. Lavoisier, 1997.

[LYO97b] LYONNET P., HAMDI H.

« Essais accélérés en fiabilité mécanique par l'utilisation conjointe des essais en groupe et des méthodes bayésiennes – Applications industrielles »

Revue Française de Mécanique, n°1997-4, pp. 279-283, 1997.

- [McK93] McKEAGUE I.W., SASIENI P.D.
« A partialy parametric additive risk model »
FSU Technical report n° M-882, 1993.
- [NEL90] NELSON W.
« Accelerated Testing - Statistical Models, Test Plans and Data Analyses »
New York, Ed. Wiley Series in Probability and Mathematical Statistics, 1990.
- [NOU] NOUGUÉ C.
« Données de survie », pp. 109-127.
- [NPR95] Non electronic Parts Reliability Data
Ed. Reliability Analysis Center (RAC), 1995.
- [OHN97] OHNO-MACHADO L.
« A comparison of Cox proportional hazards and artificial neural network models for medical prognosis »
Comput. Biol. Med., vol. 27, n°1, pp. 55-65, 1997.
- [ONS90] ONSOYEN E.
« Accelerated testing and mechanical evaluation of components exposed to wear »
Thèse, University of Trondheim, december 1990.
- [ORE92] OREDA
« Offshore REliability DAta »
Ed. Technica, 2nd Edition, 1992.
- [PRO92] PROCACCIA H., PIEPSZOWNICK L.
« Fiabilité des équipement et Théorie de la décision statistique fréquentielle bayésienne »
Paris, Ed. Eyrolles, 1992.
- [RAO97] RAOULT J.-P., GOUGET N., EL KHAIR A.
« Using Semi Parametric Bayesian Techniques in Reliability Validation Tasks »
International Conference on Safety and Reliability (ESREL'97), pp. 1031-1035, June 1997,
Lisbon.
- [RAZ86] RAZE J.D.
« Reliability Prediction Models for Mechanical Equipment »
Belvoir RD&E Center, Report 2425, 1986.
- [RAZ87] RAZE J.D., NELSON J.J., SIMARD D.J., McBRADLEY
« Reliability Models for Mechanical Equipment »
Proceedings Annual Reliability and Maintainability Symposium, pp. 130-133, 1987.
- [RHO88] RHODES S., NELSON J.J., RAZE J.D., McBRADLEY
« Reliability Models for Mechanical Equipment »
Proceedings Annual Reliability and Maintainability Symposium, pp. 127-131, 1988.

- [RIO93] RIOUT J.
« L'AMDEC sauvegarde un savoir d'expert »
CETIM-Informations, n° 135, pp. 57-61, octobre 1993.
- [RIO94] RIOUT J.
« Le guide de l'AMDEC machine »
Publication CETIM n° 6C05, 1994.
- [ROT81] ROTEM A.
« Accelerated fatigue testing method »
International Journal Fatigue, pp. 211-215, october 1981.
- [RUG94] RUGGERIO M.
« Bayesian semiparametric estimation of proportional hazard models »
Journal of Econometric, vol. 62, pp. 277-300, 1994.
- [SCH69] SCHWOB, PEYRACHE
« Traité de fiabilité »
Paris, Ed. Masson, pp. 304-316, 1969.
- [SCH95] SCHABE H., VIERTL R.
« An Axiomatic Approach to Models of Accelerated Life Testing »
Engineering Fracture Mechanics, vol. 50, n° 2, pp. 203-217, 1995.
- [SKE85] SKEWIS W.H.
« Predicting the Reliability of Mechanical Equipment »
Proceedings Annual Reliability and Maintainability Symposium, pp. 413-417, 1985.
- [SUH92] SUHNER M.-C., GABRIEL M.
« L'AMDEC pour générer la base de connaissances de systèmes d'aide au diagnostic »
Journée CETIM « L'AMDEC, un arout pour les PMI », avril 1992.
- [SUH94] SUHNER M.-C.
« Utilisation de la démarche bayésienne pour optimiser la démarche de fiabilité »
Thèse de l'Université de Nancy I, 1994.
- [TAS89] TASSI P.
« Méthodes statistiques »
Paris, Ed. Economica, 1989.
- [UNI94a] UNITOP
« Vérins pneumatiques 10 bar simple tige suivant NF E 49-003-1 – Performances »
Recommandation UNITOP RU P/1, Juin 1994.
- [UNI94b] UNITOP
« Distributeurs pneumatiques – Conditions et Méthodes d'essais d'endurance des distributeurs à 5 orifices de tailles ISO »
Recommandation UNITOP RU P/2, Juin 1994.

Références bibliographiques

- [UNI95a] UNITOP
« Vérins hydrauliques 160 bar compact – Diamètres 25 à 200 mm - Cahier des charges »
Recommandation UNITOP RU H/1, Mai 1995.
- [UNI95b] UNITOP
« Vérins hydrauliques 160 bar médium – Diamètres 32 à 200 mm - Cahier des charges »
Recommandation UNITOP RU H/2, Mai 1995.
- [VIG91] VIGIER M.G.
« Pratique des plans d'expériences – Méthodologie de Taguchi »
Paris, Les Editions d'organisation, 1991.
- [VIL88] VILLEMEUR A.
« Sûreté de fonctionnement des systèmes industriels »
Paris, Ed. Eyrolles, 1988.
- [VOG88] VOGIN R., PITTON J.
« Modèle de fiabilité en mécanique basé sur l'analyse fonctionnelle »
6^{ème} colloque international de fiabilité et de maintenabilité, Strasbourg, pp. 393-397, 1988.
- [YEE80] YEE K.W., STOKESBERRY D.P.
« A Method for Predicting Product Life »
Appliance Engineer, pp. 45-48, august 1980.
- [YUC80] YUCEER Y., INOUE R.
« Bayesian reliability – Part 1 : reliability assesment with engineer's judgement »
The BFPR Journal, vol. 13, n°4, pp. 377-383, 1980.

BIBLIOGRAPHIE

- [1] BARBE M.-C., DIDRI C.
« Evolutions de la méthode Renault d'analyse des défaillances et estimation prévisionnelle des taux »
Journée d'Etude « La fiabilité dans le cycle de vie de l'automobile », Paris, SIA, juin 1994.
- [2] BAUDET J.P.
« Méthodologie de démonstration de la fiabilité et d'optimisation des plans d'essais »
6^{ème} colloque international de fiabilité et de maintenabilité, Strasbourg, pp. 172-176, 1988.
- [3] BERGERET F., CHANDON Y.
« Recherche d'une séquence de tests optimale en contrôle de fabrication »
Revue de Statistique Appliquée, XLIV (1), pp. 21-35, 1996.
- [4] CHAGNON D., GRUET A.
« Conception d'une banque de données, outil de fiabilité expérimentale »
Journée d'Etude « La fiabilité dans le cycle de vie de l'automobile », Paris, SIA, juin 1994.
- [5] van DORP J.R., MAZZUCHI T.A., FORNELL G.E., POLLOCK L.R.
« A bayes approach to Step-Stress Accelerated Life Testing »
IEEE Transactions on Reliability, vol. 45, n°3, pp. 491-498, 1996.
- [6] GIBSON A.G., DAVIES G.R., WARD I.M.
« The interpretation of dynamic mechanical behavior in ultra high modulus polymers »
Polymer Engineering and Science, vol. 20, n°14, setember 1980.
- [7] GOUSSARD D., DUDRAGNE G.
« Utilisation et développements des méthodes statistiques de Weibull dans la détermination de la fiabilité – Application au cas des aciers à roulement »
Journée d'Etude « La fiabilité dans le cycle de vie de l'automobile », Paris, SIA, juin 1994.
- [8] GROUIN J.+M., LECOUTRE B.
« Probabilités prédictives : un outil pour la planification des expériences »
Revue de Statistique Appliquée, XLIV (1), pp. 21-35, 1996.
- [9] JAHIER D., LE YHUELIC D.
« Qualification des joints en élastomère pour vérins pneumatiques - Appareillage et méthode d'essai »
CETIM Informations, n°114, pp. 42-46, février 1990.
- [10] JAISING L.R., DEY D.K., GRIFFITH W.S.
« Properties of a multivariate survival distribution generated by a Weibull and inverse-gaussian mixture »
IEEE Transactions on Reliability, vol. 42, n°4, pp. 618-622, 1993.
- [11] JARDINE A.K.S., ANDERSON P.M., MANN D.S.
« Application of the Weibull proportional hazards model to aircraft and engine failure data »
Quality&Reliability Engineering Int'l, vol. 3, n°1, pp. 77-82, 1987.

- [12] JOZWIAK I.J.
« An introduction to the studies of reliability of systems using the Weibull proportional hazards model »
Microelectronics and Reliability, vol. 37, n°6, pp. 915-918, 1997.
- [13] KALBFLEISCH J.D., PRENTICE R.L.
« The statistical analysis of Failure time data »
Ed. Wiley and sons, 1980.
- [14] LELIEVRE A, PETIBON M., GOARIN R., MONFORT M.L.
« Comparaison entre fiabilité opérationnelle des composant et fiabilité prévisionnelle calculée au moyen du recueil de données de fiabilité du CNET »
6^{ème} colloque international de fiabilité et de maintenabilité, Strasbourg, pp. 356-363, 1988.
- [15] LURIE P. M.
« Nonparametric methods for estimating recruit survival with cross-sectional data »
Center for naval analyses, Alexandria, Virginia, report CRC 402, setember 1979.
- [16] LYDERSON S.
« Clayton's model for dependent components in system reliability »
Reliability Engineering&System Safety, vol. 36, n°1, pp. 53-58, 1992.
- [17] MARCOVICI M.C.
« Calculs de fiabilité prévisionnelle en mécanique »
Journée d'Etude « La fiabilité dans le cycle de vie de l'automobile », Paris, SIA, juin 1994.
- [18] MAZZUCHI T.A., SOYER R., SPRING R.V.
« The proportional hazards model in reliability »
Annual Reliability and Maintainability Symposium, Atlanta, USA, pp. 252-256, 1989.
- [19] OUDIN-DARRIBERE M.-M.
« Exploitation des FIT en vue des prévisions de fiabilité sur des ensembles mécaniques »
6^{ème} colloque international de fiabilité et de maintenabilité, Strasbourg, pp. 132-136, 1988.
- [20] SAINT BLANQUAT
« How field experience improves GEC ALSTHOM steam trubine valves »
Mécanique Industrielle et Matériaux, vol. 46, n°3, septembre 1993.
- [21] SMIDTS C.
« Probabilistic dynamics : a comparison between continuous event trees and a discrete event tree model »
Reliability Engineering and System Safety, vol. 44, pp. 189-206, 1994.
- [22] STURGES W., WELSH S.
« Numerical modelong studies of the Gulf of Mexico and the Caribbean Sea using the Bryan-Cox model »
Florida State University, Tallahassee, report PB92-164987, december 1991.

- [23] THOMAN R.A.
« Designing for high performance seal applications »
I. Mech. E., C474/018, pp. 67-77, 1993.
- [24] THOMASON J.L., VLUG M.A.
« Influence of fibre length and concentration on the properties of glass fibre-reinforced polypropylene : 1. Tensile and flexural modulus »
Ed. Elsevier, Composites. Part A, applied science and manufacturing, pp. 477-484, 1996.
- [25] UEDA M., HARAGUCHI M.
« Méthode d'analyse et d'évaluation des facteurs d'influence d'usure des embrayages »
6^{ème} colloque international de fiabilité et de maintenabilité, Strasbourg, pp. 146-151, 1988.
- [26] WILLIAMS J.G., POHL E.A.
« Missile reliability analysis with censored data »
Annual Reliability and Maintainability Symposium, Philadelphia, USA, pp. 122-130, 1997.
- [27] LE YHUELIC D., JAHIER D.
« Appareillage et méthode d'essai de qualification de joints en élastomère pour usage pneumatique, en mouvement linéaire alternatif »
Nantes, Ed. CETIM, rapport d'étude 100170 (diffusion restreinte), septembre 1988.
- [28] ZIMMER W.J., DEELY J.J.
« A Bayes ranking of survival distributions using accelerated or correlated data.
IEEE Transactions on Reliability, vol. 45, n°3, pp. 499-504, 1996.

LISTE DES FIGURES

Figure 1 : fonction cumulée de fiabilité	10
Figure 2 : fonction cumulée de défaillance	10
Figure 3 : fonction de défaillance $f(t)$	10
Figure 4 : courbe d'évolution du taux de défaillance en fonction du temps	11
Figure 5 : définition de temps liés à la fiabilité et à la disponibilité d'un composant	12
Figure 6 : illustration de la méthode Résistance-Contraintes	13
Figure 7 : rappel des distributions $f(t)$ pour les lois de fiabilité usuelles	14
Figure 8 : décomposition d'un système en composants élémentaires	18
Figure 9 : stratégie d'essais en fonction du coût et de la durée d'un essai	21
Figure 10 : description du système étudié	22
Figure 11 : exemple de plan d'essai par la méthode "Up and Down"	24
Figure 12 : exemple de lois d'accélération pour différents niveaux d'accélération	27
Figure 13 : calcul de fyk , schéma de définition	36
Figure 14 : principe des essais par groupe pour la méthode du minimum	37
Figure 15 : schéma de principe des méthodes bayésiennes	39
Figure 16 : principe des itérations bayésiennes	41
Figure 17 : schéma du principe de détermination des paramètres d'environnement	61
Figure 18 : liste de défaillances et censures	64
Figure 19 : liste de défaillances et censures réindexées	64
Figure 20 : analyse graphique des dérivées partielles de L^*	66
Figure 21 : principe des données brutes pour la phase de représentation	73
Figure 22 : représentation du nuage de points dans le repère normal des contraintes	75
Figure 23 : représentation du nuage de points et des axes principaux d'inertie dans le repère barycentrique des contraintes normées	76
Figure 24 : représentation du nuage de points dans le repère principal	76
Figure 25 : exemple de classification automatique sur les notes d'un groupe d'élèves	77
Figure 26 : principe de la reconstitution de données	79
Figure 27 : classification des essais en fonction des durées de vie observées	81
Figure 28 : positionnement du nouvel essai dans le plan des essais (contraintes)	82
Figure 29 : critère d'arrêt des vérins pneumatiques; fuites limites	89
Figure 30 : panorama de composants pneumatiques fournis pour l'étude	93
Figure 31 : panorama de composants hydrauliques fournis pour l'étude	94
Figure 32 : photographies de l'enceinte frigorifique (contrôle de la température ambiante)	94
Figure 33 : schéma du principe de fonctionnement du groupe réchauffant	95
Figure 34 : photographie du principe de fonctionnement du groupe réchauffant	95
Figure 35 : photo d'une enceinte isotherme pour les hautes températures (ici sur les bancs d'essais hydrauliques)	95
Figure 36 : photographie d'une soufflante à air chaud pour groupe réchauffant	96

Figure 37 : schéma de principe du fonctionnement des bancs d'essais hydrauliques	97
Figure 38 : enregistrement de la pression dans un vérin hydraulique en fonctionnement	97
Figure 39 : photo d'un banc d'essai hydraulique	98
Figure 40 : organigramme du programme d'automatisation des bancs d'essais	99
Figure 41 : schéma du principe de mesure des fuites au niveau de la tige	101
Figure 42 : schéma du principe de mesure des fuites piston, pression appliquée sur la petite section	101
Figure 43 : schéma du principe de mesure des fuites piston, pression appliquée sur la grande section	102
Figure 44 : schéma du principe de mesure des fuites du distributeur, position centre fermé	103
Figure 45 : schéma du principe de mesure des fuites distributeur position de distribution, P et A reliés	103
Figure 46 : schéma du principe de mesure des fuites distributeur position de distribution, P et B reliés	103
Figure 47 : Schéma de principe du fonctionnement des bancs d'essais pneumatiques.	106
Figure 48 : enregistrement de la pression dans un vérin pneumatique en fonctionnement.	107
Figure 49 : schéma d'un banc d'essai pneumatique	107
Figure 50 : photographie d'un banc d'essai pneumatique	108
Figure 51 : photographie d'une platine de banc d'essai pneumatique	108
Figure 52 : photographie de la position de la sonde Pt100 mesure de température statique	108
Figure 53 : photographie de la position du thermocouple rapide mesure de température dynamique	109
Figure 54 : enregistrement de la température par sonde Pt100 et thermocouple rapide	109
Figure 55 : schéma du principe de mesure des fuites piston pression appliquée sur la grande section	111
Figure 56 : schéma du principe de mesure des fuites piston pression appliquée sur la petite section	111
Figure 57 : schéma du principe de mesure des fuites du distributeur	112
Figure 58 : exemple de courbe d'évolution des fuites d'un vérin en fonction du temps	115
Figure 59 : exemple de courbe d'évolution des fuites d'un distributeur en fonction du temps	116
Figure 60 : schéma de principe du palier mince	117
Figure 61 : schéma de principe d'un tiroir de distributeur	118
Figure 62 : distribution des fuites des distributeurs en position pression P vers B	120
Figure 63 : distribution des fuites des distributeurs en position pression P vers A	120
Figure 64 : distribution des fuites des distributeurs en position centre fermé	120
Figure 65 : traitement des données hydrauliques par le module "Cox"	122
Figure 66 : exemple de courbe d'évolution des fuites d'un vérin en fonction du temps	124

Figure 67 : exemple de courbe d'évolution des fuites d'un distributeur en fonction du temps	125
Figure 68 : traitement des données pneumatiques par le module "Cox"	128
Figure 69 : traitement des données pneumatiques par les statistiques classiques	129
Figure 70 : dépouillement des données de la table par une méthode de Cox	132
Figure 71 : estimation des paramètres de la loi de fiabilité de vérins pneumatiques	133
Figure 72 : loi Normale; fonction de densité de probabilité	A-1
Figure 73 : loi Log-Normale; fonction de densité de probabilité	A-2
Figure 74 : loi Exponentielle; fonction de densité de probabilité	A-4
Figure 75 : loi de Weibull; fonction de densité de probabilité	A-5
Figure 76 : loi Gamma; fonction de densité de probabilité	A-7
Figure 77 : loi du Khi-deux; fonction de densité de probabilité	A-9
Figure 78 : loi Uniforme non informative; fonction de densité de probabilité	A-10
Figure 79 : loi Uniforme informative; fonction de densité de probabilité	A-11
Figure 80 : loi Bêta de type 1; fonction de densité de probabilité	A-12
Figure 81 : loi Bêta de type 2; fonction de densité de probabilité	A-13
Figure 82 : loi Binomiale; $P(x=k)$	A-14
Figure 83 : loi de Poisson; $P(x=k)$	A-15
Figure 84 : page de présentation du logiciel	A-26
Figure 85 : fiche de saisie du nombre de contraintes et du nombre d'essais	A-27
Figure 86 : fiche de saisie de la valeur des contraintes	A-27
Figure 87 : fiche de saisie des instants de défaillance, essai par essai	A-27
Figure 88 : fiche de saisie des instants de censure, essai par essai	A-27
Figure 89 : première page après affichage des résultats	A-28
Figure 90 : schéma blocs des facteurs considérés pour l'étude	A-39
Figure 91 : schéma blocs des facteurs considérés pour l'étude	A-45

LISTE DES TABLES

Table 1 : distributions conjuguées de lois statistiques classiques	42
Table 2 : gammes / contraintes	66
Table 3 : gammes / défaillances	66
Table 4 : liste des lois statistiques simulables par le logiciel utilisé	68
Table 5 : tableau croisé essai/contraintes pour une loi exponentielle simulée	68
Table 6 : données simulées pour les trois essais décrits table	69
Table 7 : données d'essais pour la méthode de Cox	71
Table 8 : données d'essais ramenées aux conditions standards	71
Table 9 : contraintes appliquées aux vérins pneumatiques	75
Table 10 : exemple de données pour un cas de classification automatique	77
Table 11 : distances respectives entre les différents élèves de la classe	78
Table 12 : distances issues de la première classe	78
Table 13 : contraintes appliquées aux vérins pneumatiques et durées de vie correspondantes	80
Table 14 : limites d'essais et critères d'arrêt sur les vérins hydrauliques et pneumatiques	89
Table 15 : liste des essais hydrauliques terminés	114
Table 16 : bilan des essais réalisés, à ce jour, sur les vérins hydrauliques	115
Table 17 : bilan des défaillances des composants annexes des bancs d'essais hydrauliques	121
Table 18 : codage des essais hydrauliques pour un traitement par le module "Cox"	122
Table 19 : liste des essais pneumatiques terminés	123
Table 20 : liste des essais pneumatiques sur le point de finir	123
Table 21 : liste des essais pneumatiques interrompus	123
Table 22 : bilan des essais réalisés, à ce jour, sur les vérins pneumatiques	124
Table 23 : défaillances des distributeurs pneumatiques	126
Table 24 : bilan des défaillances des composants annexes des bancs d'essais pneumatiques	126
Table 25 : codage des essais pneumatiques pour un traitement par le module "Cox"	127
Table 26 : données d'essais et données ramenées aux conditions centrales	128
Table 27 : essais simulés pour des vérins pneumatiques	130
Table 28 : codage des conditions d'essais	130
Table 29 : coefficients d'accélération dus aux facteurs extérieurs	130
Table 30 : échantillon de données simulées pour les essais décrits table 27	131
Table 31 : données d'essais ramenées aux conditions de base	132
Table 32 : données de retour d'expérience sur l'échangeur bouilleur	A-20
Table 33 : tabulation de α_0 à des risques 80% et 90%	A-22
Table 34 : tabulation de b_0 à des risques 80% et 90%	A-22
Table 35 : données partielles de retour d'expérience sur l'échangeur bouilleur	A-23
Table 36 : facteurs extérieurs influents dans le cas de vérins hydrauliques	A-38
Table 37 : analyse des ddl dans le cas des essais des vérins hydrauliques	A-41
Table 38 : plan central composite appliqué au cas des vérins hydrauliques	A-42

Liste des tables

Table 39 : valeurs des niveaux des paramètres du plan central composite Vérins hydrauliques	A-42
Table 40 : facteurs extérieurs influents dans le cas de vérins pneumatiques	A-44
Table 41 : analyse des ddl dans le cas des essais des vérins pneumatiques	A-47
Table 42 : plan central composite appliqué au cas des vérins pneumatiques	A-48
Table 43 : valeurs des niveaux des paramètres du plan central composite Vérins pneumatiques	A-49

ANNEXES

Annexe 1 : Rappels ; Loix de probabilités utilisées en fiabilité

1. Loix continues

a. Loi Normale ou loi de Laplace-Gauss

La loi Normale est la loi la plus répandue parmi les loix de probabilité car elle s'applique à de nombreux phénomènes, notamment en physique et en économie (erreurs de mesure) et qu'en outre, elle est la forme limite de nombreuses distributions discrètes (en particulier, celle de la loi Binomiale).

C'est une loi absolument continue et symétrique dépendant de deux paramètres, l'espérance mathématique m , qui correspond au paramètre de location et la variance σ^2 , le paramètre d'échelle qui mesure la dispersion de la variable aléatoire autour de sa moyenne m . elle représente bien la fin de vie des dispositifs subissant un phénomène de vieillissement : usure, fatigue et corrosion.

Elle est notée : $N(m, \sigma)$.

→ Sa densité de probabilité est définie comme suit :

$$f(t) = \frac{1}{\sigma\sqrt{2\pi}} e^{-\frac{1}{2}\left(\frac{t-m}{\sigma}\right)^2}$$

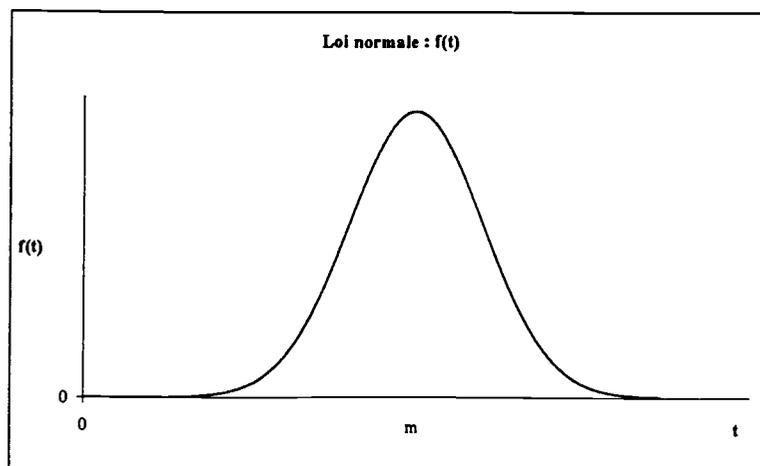


Figure 72 : loi Normale; fonction de densité de probabilité

→ Fonction de répartition :

$$F(t) = \frac{1}{\sigma\sqrt{2\pi}} \int_0^t e^{-\frac{1}{2}\left(\frac{u-m}{\sigma}\right)^2} du$$

Annexe 1. Rappels. Loïs de probabilités utilisées en fiabilité

→ Espérance mathématique :

$$E(t) = \int_{-\infty}^{+\infty} tf(t)dt = m$$

→ Variance :

$$V(t) = E[(t - m)^2] = \int_{-\infty}^{+\infty} (t - E(t))^2 f(t)dt = \sigma^2$$

La loi Normale $N(0,1)$ est appelée loi Normale centrée réduite et peut être trouvée dans des tables de référence.

Si X suit une loi Normale $N(m,s)$ alors :

$$Y = \frac{X - m}{\sigma} \text{ suit une loi Normale centrée réduite } N(0,1).$$

b. Loi Log-Normale ou loi de Galton ou loi de Gibrat

Elle dépend de deux paramètres, m et σ .

Une variable aléatoire continue, positive T est distribuée suivant une loi Log-Normale, si son logarithme népérien est distribué suivant une loi Normale.

Cette loi est souvent représentative de la distribution de la mortalité ou de la durée de réparation des matériels. Cette distribution est aussi utilisée en fiabilité pour modéliser les défaillances par fatigue.

→ Sa fonction densité de probabilité est :

$$f(t) = \frac{1}{t\sigma\sqrt{2\pi}} \cdot e^{-\frac{1}{2}\left(\frac{\ln t - m}{\sigma}\right)^2}$$

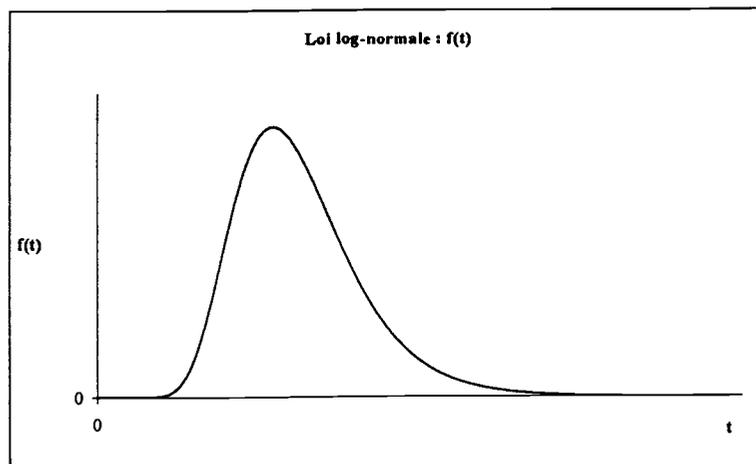


Figure 73 : loi Log-Normale; fonction de densité de probabilité

Annexe 1. Rappels. Loïs de probabilités utilisées en fiabilité

→ Fonction de répartition :

$$F(t) = \frac{1}{t\sigma\sqrt{2\pi}} \int_0^t e^{-\frac{1}{2}\left(\frac{\ln u - m}{\sigma}\right)^2} du$$

→ Espérance mathématique :

$$E(t) = \int_0^{+\infty} tf(t).dt = e^{m + \frac{\sigma^2}{2}}$$

→ Variance :

$$V(t) = \int_0^{+\infty} [t - E(t)]^2 f(t).dt = e^{(2m + \sigma^2)}(e^{\sigma^2} - 1)$$

Comme pour la loi Normale, le calcul de la fonction de répartition est réalisé en effectuant un changement de variable tel que :

$$U = \frac{\ln t - m_{\ln t}}{\sigma_{\ln t}}$$

de façon à se ramener à une loi normale centrée réduite.

La distribution Log-Normale est un modèle fréquemment utilisé en fiabilité, car elle concerne des variables aléatoires positives, et le paramètre de forme s lui permet des représentations variées : en particulier, elle s'applique lorsque les observations faites sont les conséquences d'un effet multiplicatif de différentes causes indépendantes et aléatoires.

c. Loi Exponentielle

C'est une loi qui ne dépend que d'un seul paramètre (le taux de défaillance λ) ; elle s'applique d'une manière générale aux matériels qui subissent des défaillances brutales, ou à des systèmes complexes composés de plusieurs éléments dont les lois de fiabilité élémentaires sont différentes.

La loi Exponentielle est associée au processus Poissonien qui est un processus qui génère des événements dont les temps d'occurrences sont indépendants et distribués identiquement. Appliquée à un matériel, elle correspond à la période pendant laquelle le taux de défaillance est constant avec le temps, c'est à dire la période pendant laquelle la probabilité de défaillance est la même à tout instant, d'où l'inutilité d'effectuer toute action préventive.

→ Sa densité de probabilité est :

$$f(t) = \lambda e^{-\lambda t}$$

Annexe 1. Rappels. Loix de probabilités utilisées en fiabilité

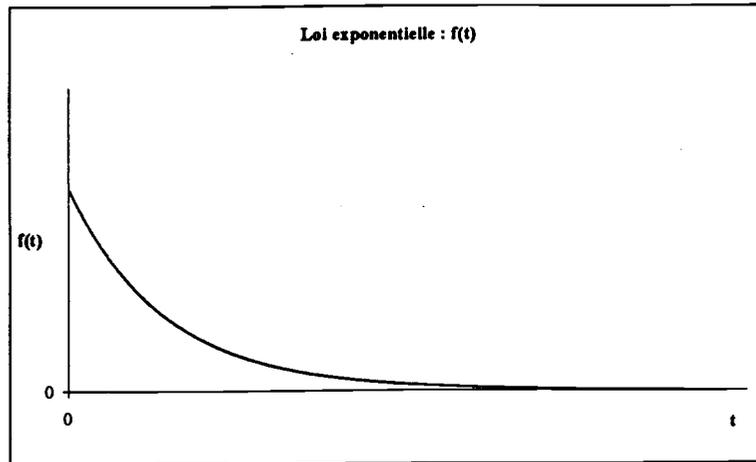


Figure 74 : loi Exponentielle; fonction de densité de probabilité

→ Fonction de répartition :

$$F(t) = 1 - \lambda e^{-\lambda t} = 1 - R(t)$$

comme on a vu plus haut,

$$R(t) = e^{-\int_0^t \lambda(u) du} = e^{-\lambda t}$$

→ La durée de vie T correspondant à une fiabilité $R(t)$ est :

$$T = -\frac{\ln[R(t)]}{\lambda}$$

→ La durée de vie moyenne, c'est à dire la durée de vie correspondant à une fiabilité $R(t) = 0.5$ est donnée par la formule suivante :

$$T_{0.5} = -\frac{\ln(0.5)}{\lambda}$$

→ Espérance mathématique :

$$E(T) = \frac{1}{\lambda} = MTBF.$$

→ Variance :

$$V(T) = \frac{1}{\lambda^2}.$$

d. Loi de Weibull.

C'est une loi très souple, représentative d'une très grande variété de phénomènes aléatoires, et qui est souvent utilisée dans le domaine de la fiabilité des matériels mécaniques.

La loi de Weibull est une loi représentative des trois phases de la durée de vie d'un matériel: jeunesse, maturité, vieillesse.

Pendant, faute de statistiques réduites suffisantes, l'inférence basée sur un modèle général de Weibull implique toujours une perte d'information.

La loi de Weibull est une loi à trois paramètres:

- γ paramètre de position qui représente en fait le décalage qui existe entre le début de l'observation et le début du processus examiné (exemple: phénomène de corrosion),
- η paramètre lié au Temps de Bon Fonctionnement,
- β paramètre de forme associé à la cinétique de processus observé.
 - ⇒ Si $\beta < 1$ le taux de défaillance décroît avec le temps, ce qui est représentatif de la période de jeunesse des matériels dans la courbe en baignoire.
 - ⇒ Si $\beta = 1$ le taux de défaillance est constant avec le temps, ceci correspond à la période de maturité, on retrouve la loi exponentielle.
 - ⇒ Si $\beta > 1$ le taux de défaillance croît avec le temps, on aborde la période de vieillesse ou d'usure; c'est là qu'il faudra intervenir de façon préventive.

→ Sa densité de probabilité est:

$$f(t) = \frac{\beta}{\eta} \cdot \left(\frac{t - \gamma}{\eta} \right)^{\beta-1} e^{-\left(\frac{t - \gamma}{\eta} \right)^\beta}$$

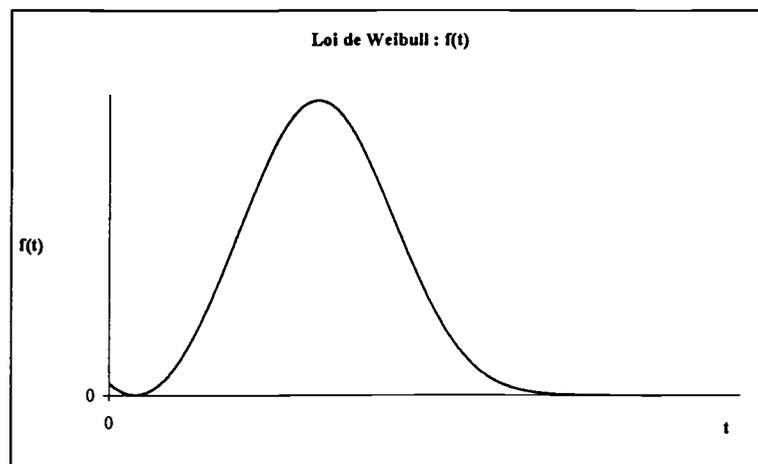


Figure 75 : loi de Weibull; fonction de densité de probabilité

→ Fonction de répartition :

$$F(t) = 1 - e^{-\left(\frac{t - \gamma}{\eta} \right)^\beta}$$

Annexe 1. Rappels. Loïs de probabilités utilisées en fiabilité

→ Espérance mathématique:

$$E(T) = \gamma + \eta \cdot \Gamma\left(1 + \frac{1}{\beta}\right) = \text{MTBF}$$

avec :

$$\Gamma(\alpha) = \int_0^{+\infty} t^{\alpha-1} e^{-t} dt \quad \text{si } \alpha \text{ est un réel}$$
$$\Gamma(\alpha) = (\alpha - 1)! \quad \text{si } \alpha \text{ est un entier}$$

→ Variance :

$$V(T) = \eta^2 \cdot \left[\Gamma\left(1 + \frac{2}{\beta}\right) - \Gamma^2\left(1 + \frac{1}{\beta}\right) \right]$$

→ Taux de défaillance :

$$\lambda(t) = \frac{\beta}{\eta} \left(\frac{t-\gamma}{\eta} \right)^{\beta-1}$$

→ La fonction fiabilité est définie par :

$$R(t) = e^{-\left(\frac{t-\gamma}{\eta}\right)^\beta}$$

→ La durée de vie correspondant à la fiabilité $R(t)$:

$$\ln [R(t)] = -\left(\frac{t-\gamma}{\eta}\right)^\beta$$

d'où

$$\frac{t-\gamma}{\eta} = [-\ln R(t)]^{\frac{1}{\beta}}$$

de cette expression on en déduit t:

$$t = \gamma + \eta \cdot [-\ln R(t)]^{\frac{1}{\beta}}$$

→ La durée de vie moyenne:

$$t_{0.5} = \gamma + \eta \cdot [-\ln 0.5]^{\frac{1}{\beta}}$$

Pour des valeurs particulières des paramètres, on obtient des lois connues:

→ Si $\gamma = 0$ et $\beta = 1$ obtient la loi exponentielle:

$$f(t) = \frac{1}{\eta} \cdot e^{-\frac{1}{\eta}t}$$

→ Si $\beta = 2$ on obtient la loi de Rayleigh.

Les paramètres de la loi de Weibull sont difficiles à estimer. La façon la plus simple est d'utiliser le diagramme à échelle fonctionnelle (ou papier de Weibull) qui permet de linéariser la fonction de distribution.

e. Loi Gamma

La loi Exponentielle représente un cas particulier de la loi Gamma. La loi Gamma, notée $\Gamma(\lambda, \beta)$ est généralement une loi à deux paramètres : λ le paramètre d'échelle, et β le paramètre de forme. Elle représente la loi de probabilité d'occurrence de β événements dans un processus poissonnien.

→ Densité de probabilité :

⇒ première forme :

$$f(t) = \frac{1}{\lambda^\beta \Gamma(\beta)} t^{\beta-1} e^{-\frac{t}{\lambda}} \text{ si } t \text{ est un réel positif}$$

λ et β , réels strictement positifs

⇒ deuxième forme :

$$f(t) = \frac{\eta^\beta}{\Gamma(\beta)} t^{\beta-1} e^{-\eta t} \text{ si } t \text{ est un réel positif}$$

η et β , réels strictement positifs $\left(\eta = \frac{1}{\lambda} \right)$

avec

$$\Gamma(\alpha) = \int_0^{+\infty} t^{\alpha-1} e^{-t} dt \text{ si } \alpha \text{ est un réel}$$

$$\Gamma(\alpha) = (\alpha - 1)! \text{ si } \alpha \text{ est un entier}$$

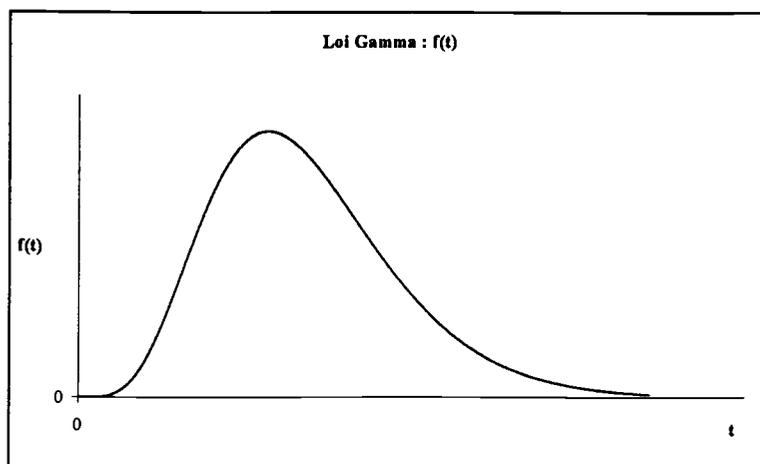


Figure 76 : loi Gamma; fonction de densité de probabilité

→ Fonction de répartition :

$$F(t) = \int_0^t \frac{1}{\lambda^\beta \Gamma(\beta)} \cdot u^{\beta-1} \cdot e^{-\frac{u}{\lambda}} du$$

Annexe 1. Rappels. Loïs de probabilités utilisées en fiabilité

→ Espérance mathématique :

$$E(T) = \lambda\beta = MTBF$$

→ Variance :

$$V(T) = \lambda^2\beta$$

→ La distribution de la fiabilité au temps t :

$$1-F(t)=R(t)=\int_0^{+\infty} \frac{1}{\lambda^\beta \cdot \Gamma(\beta)} \cdot u^{\beta-1} \cdot e^{-\frac{u}{\lambda}} du$$

La loi Gamma est souvent utilisée pour modéliser les temps de défaillance d'un matériel et peut, par conséquent, être employée comme distribution a priori dans l'analyse de la fiabilité bayésienne. Elle est conjuguée avec la loi Exponentielle, ce qui facilite singulièrement leur intégration.

Comme la loi de Weibull, la loi Gamma peut représenter toutes les phases de la vie d'un matériel, avec un petit avantage lié au fait qu'elle dispose de deux paramètres au lieu de trois pour la loi de Weibull.

si $\beta = 1$ on retrouve la loi Exponentielle: le taux de défaillance est constant,

si $\beta < 1$ c'est la période de jeunesse, le taux de défaillance décroît avec le temps,

si $\beta > 1$ c'est la période de vieillesse ou d'usure des matériels, le taux de défaillance croît avec le temps.

La loi Gamma peut représenter une grande variété de distribution et est un modèle naturel d'échantillonnage exponentiel. Elle s'applique particulièrement :

- ⇒ à la théorie des files d'attente, utilisée pour le comptage de l'arrivée d'un nombre aléatoire N d'événements, lorsque le taux d'occurrence espéré reste constant et qu'un seul événement puisse survenir entre t et $t + dt$: exemple, le nombre de matériels défectueux réalisé par une usine de production,
- ⇒ aux tests de durée de vie des matériels.

Si β est un entier n , on obtient la loi d'Erlang qui a pour densité de probabilité :

$$f(t) = \frac{\lambda^n}{(n-1)!} t^{n-1} e^{-\lambda t}$$

dont la fonction de répartition est :

$$F(t) = 1 - e^{-\lambda t} \cdot \sum_{i=1}^n \frac{(\lambda \cdot t)^{i-1}}{(i-1)!}$$

Si $\lambda = \frac{1}{2}$ et $\beta = \frac{\nu}{2}$ avec ν entier, on obtient dans ce cas la loi du χ^2 (Khi-deux) à ν degré de liberté.

f. Loi du Khi-deux notée χ^2 ou loi de Pearson.

La loi du Khi-deux est un cas particulier de la loi Gamma. Elle fait partie des principales lois élémentaires utilisées pour les tests statistiques (avec la loi de Student et la loi de Fisher-Snedecor) et pour définir l'intervalle de confiance.

Des variables aléatoires indépendantes, distribuées selon une loi normale centrée réduite: $N[0,1]$: u_1, u_2, \dots, u_v , sont telles que la somme de leurs carrés est distribuée suivant une loi du Khi-deux à v degré de liberté.

$$\sum_{i=1}^v u_i^2 = \chi^2(v)$$

→ Sa densité de probabilité est :

$$f(\chi^2(v)) = \frac{1}{2^{\frac{v}{2}} \Gamma(\frac{v}{2})} \cdot \chi^2(v)^{\frac{v}{2}-1} e^{-\frac{\chi^2(v)}{2}}$$

avec :

$$0 < \chi^2 < +\infty$$

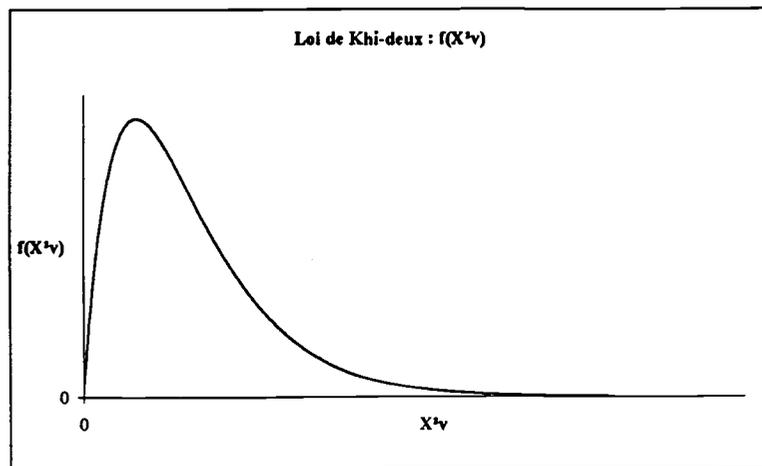


Figure 77 : loi du Khi-deux; fonction de densité de probabilité

→ Fonction de répartition (on la trouve dans des tables) :

$$F(\chi^2(v)) = \int_0^{\chi^2(v)} f(\chi^2) \cdot d\chi^2$$

→ Espérance mathématique :

$$E[\chi^2(v)] = v$$

Annexe 1. Rappels. Loïs de probabilités utilisées en fiabilité

→ Variance :

$$V[\chi^2(\nu)] = 2 \cdot \nu$$

→ Si $\nu = 2$ on retrouve la loi Exponentielle,

→ si $\nu = 30$ on tend vers une loi normale.

Définition de l'intervalle de confiance par la loi de Khi-deux:

Soit un matériel ayant fonctionné pendant T heures et sur lequel nous observons k défaillances. On se propose de déterminer l'intervalle de confiance du taux de défaillance avec un niveau de confiance $(1 - \alpha)$.

On a alors:

$$\lambda_{\text{inf}} = \frac{\chi^2_{\alpha/2}(2k)}{2T}$$

$$\lambda_{\text{sup}} = \frac{\chi^2_{1-\alpha/2}(2k+2)}{2T}$$

$$\lambda_{\text{moy}} = \frac{k}{T}$$

g. Loïs uniformes.

La loi continue la plus simple est la loi uniforme.

g1. Loi uniforme non-informative.

→ Densité de probabilité:

$$f(t) = \frac{1}{a} \text{ sur } [0, a]$$

$$f(t) = 0 \text{ ailleurs}$$

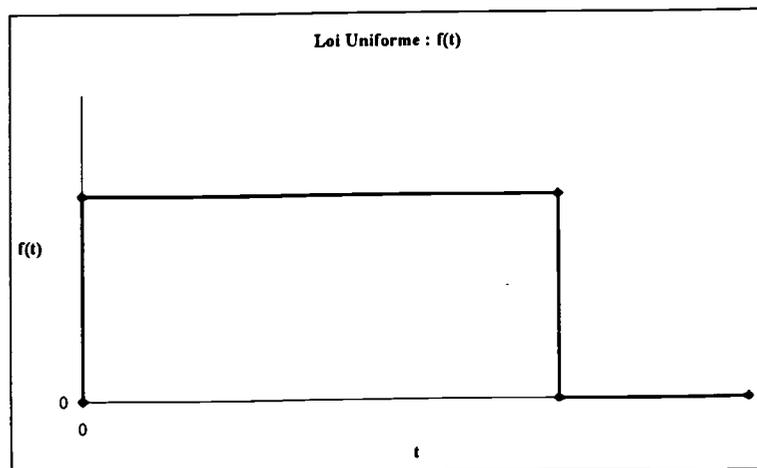


Figure 78 : loi Uniforme non informative; fonction de densité de probabilité

Annexe 1. Rappels. Loix de probabilités utilisées en fiabilité

→ Fonction de répartition :

$$F(t)=0 \text{ sur }]-\infty,0]$$

$$F(t)=\frac{t}{a} \text{ sur } [0,a]$$

$$F(t)=1 \text{ sur } [a,+\infty[$$

Cette loi définit une variable aléatoire T pouvant prendre toute valeur sur l'intervalle [0,a].

→ Espérance mathématique :

$$E(t) = \frac{a}{2}$$

→ Variance:

$$V(t) = \frac{a^2}{12}$$

g2. Loi uniforme informative.

On suppose que la variable aléatoire T peut prendre ses valeurs dans l'intervalle [a,b].

→ Sa densité de probabilité est:

$$f(t) = \frac{1}{b-a} \text{ sur } [a,b]$$

$$f(t) = 0 \text{ ailleurs}$$

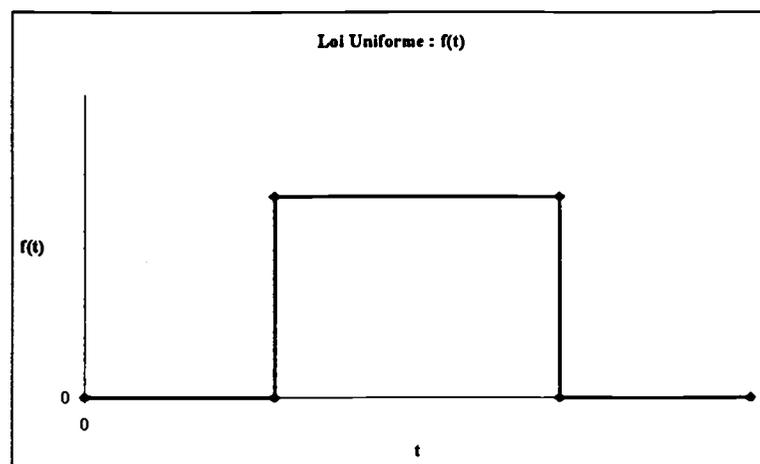


Figure 79 : loi Uniforme informative; fonction de densité de probabilité

→ Fonction de répartition :

$$F(t)=0 \text{ sur }]-\infty,a]$$

$$F(t)=\frac{t-a}{b-a} \text{ sur } [a,b]$$

$$F(t)=1 \text{ sur } [b,+\infty[$$

Annexe 1. Rappels. Loïs de probabilités utilisées en fiabilité

→ Espérance mathématique :

$$E(t) = \frac{b - a}{2}$$

→ Variance:

$$V(T) = \frac{(b-a)^2}{12}$$

Remarque:

La loi uniforme est fréquemment utilisée en statistique bayésienne, en particulier pour déterminer les lois de probabilité a priori dans le cas de l'ignorance totale, dans l'intervalle $[0, a]$ (elle est alors dite non-informative), ou dans l'intervalle $[a, b]$ précisant ainsi la connaissance de l'expert (elle est alors informative).

h. La loi Bêta.

C'est une loi très générale dont la distribution peut présenter des formes symétriques ou asymétriques très diverses.

h1. Loi Bêta de type 1 ou de première espèce.

C'est la loi d'une variable aléatoire T prenant ses valeurs t sur l'intervalle $[0, 1]$ et dépendant de deux paramètres, n et p (paramètres de forme), dont la densité est :

$$f(t) = \frac{1}{\beta(n,p)} t^{n-1} (1-t)^{p-1} \text{ avec } p > 0 \text{ et } n > 0$$

avec

$$\frac{1}{\beta(n,p)} = \frac{\Gamma(n+p)}{\Gamma(n) \cdot \Gamma(p)}$$

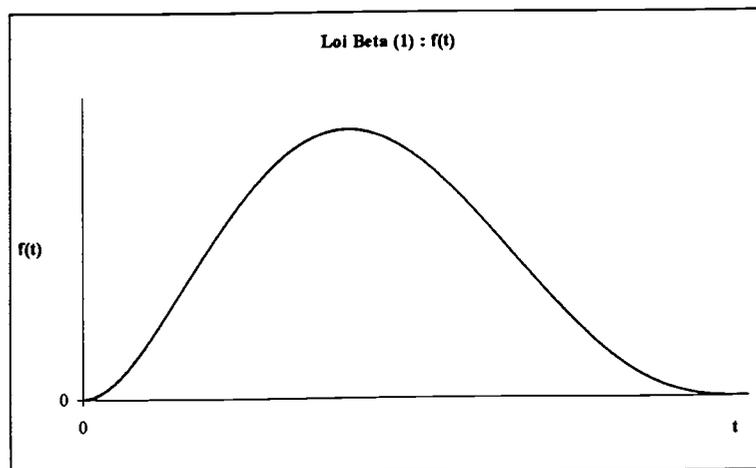


Figure 80 : loi Bêta de type 1; fonction de densité de probabilité

Annexe 1. Rappels. Loix de probabilités utilisées en fiabilité

Cette loi représente la probabilité pour qu'un matériel survive au moins jusqu'à un temps t , quand on essaie n matériels, d'où son intérêt dans l'évaluation de la durée des essais de fiabilité.

→ Fonction de répartition :

$$F(t) = \frac{\Gamma(n+p)}{\Gamma(n) \cdot \Gamma(p)} \cdot \int_0^t u^{n-1} \cdot (1-u)^{p-1} du$$

→ Espérance mathématique :

$$E(T) = \frac{n}{n+p}$$

→ Variance :

$$V(T) = \frac{n \cdot p}{(n+p+1) \cdot (n+p)^2}$$

Cette loi de probabilité est souvent utilisée en statistique bayésienne (survie d'un matériel) comme distribution a priori de la probabilité d'un événement qui suit une distribution binomiale. Les deux lois étant conjuguées naturelles, le calcul de la distribution a posteriori est alors simplifié.

h2. Loi Bêta de type 2 ou de deuxième espèce.

Si T suit une loi Bêta de type 1 (n, p), alors par définition, $Y = \frac{T}{1-T}$ suit une loi Bêta de type 2, dont la densité est :

$$f(y) = \frac{1}{\beta(n,p)} \cdot \frac{y^{n-1}}{(1+y)^{n+p-2}} \text{ avec } 0 \leq y \leq +\infty$$

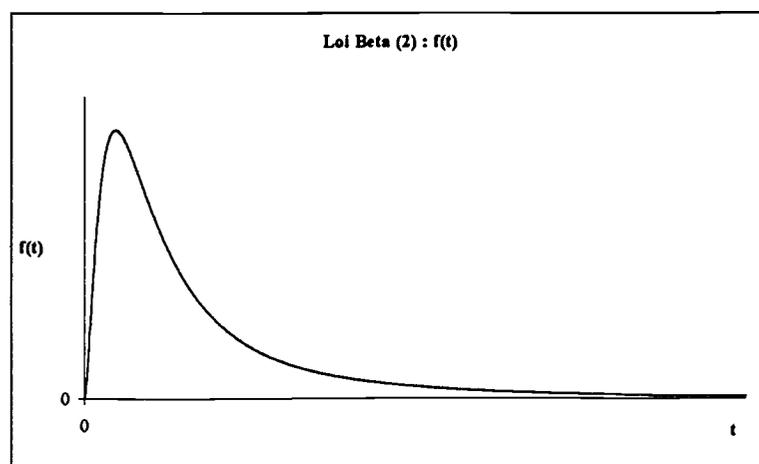


Figure 81 : loi Bêta de type 2; fonction de densité de probabilité

→ Espérance mathématique :

$$E(Y) = \frac{n}{p-1}$$

→ Variance :

$$V(Y) = \frac{n \cdot (n+p-1)}{(p-1)^2 \cdot (p-2)}$$

2. Loïs discrètes.

a. *Loi Binomiale.*

La loi Binomiale s'applique pour décrire un phénomène ayant des occurrences s'excluant mutuellement (état défaillant ou en fonctionnement pour un matériel). Elle exprime la probabilité de voir k fois la réalisation d'une des occurrences au cours de n essais, en fonction de la probabilité p de réalisation de cette occurrence.

Si p est la probabilité de réalisation d'un événement E, la variable aléatoire discrète X , représentant le nombre de réalisation de E au cours de n expériences, et telle que X soit l'un des entiers 0, 1, 2, ..., k (les n expériences étant statistiquement indépendantes), est distribuée suivant une loi binomiale telle que :

$$P(X=k) = C_n^k \cdot p^k \cdot (1-p)^{n-k}$$

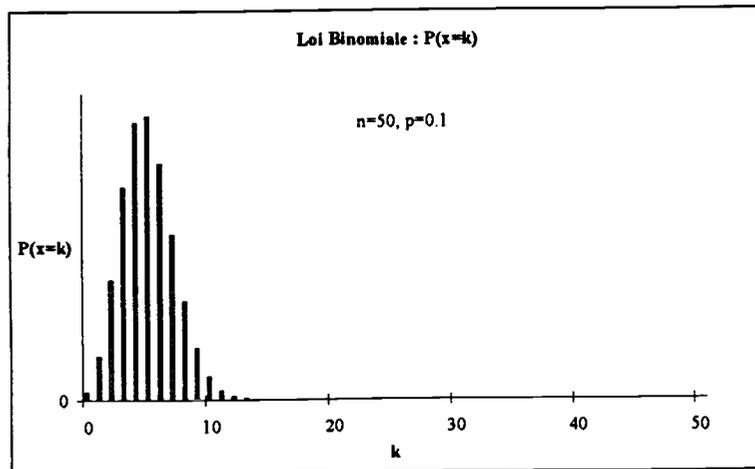


Figure 82 : loi Binomiale; P(x=k)

En fiabilité, cette loi représente la probabilité de voir k défaillances de matériels lors de l'exécution de n essais, sachant que la probabilité élémentaire de défaillance d'un matériel est p :

→ Fonction de répartition:

$$F(k) = P(X \leq k) = \sum_{i=0}^k C_n^i \cdot p^i \cdot (1-p)^{n-i}$$

Cette distribution est utilisée dans le domaine technique pour déterminer la probabilité de défaillance à la sollicitation des matériels.

Annexe 1. Rappels. Loïs de probabilités utilisées en fiabilité

Elle peut être employée au contrôle qualité que si le nombre de tirages n est faible comparé au nombre d'individus, car elle s'applique rigoureusement que si les expériences sont non-exhaustives (avec remise de l'individu en cas de prélèvement).

→ Espérance mathématique:

$$E(X) = n \cdot p$$

→ Variance:

$$V(X) = n \cdot p \cdot (1-p)$$

En fiabilité p est la probabilité pour qu'un matériel survive à un test, ou à un temps de mission t .

On a alors :

$$R(t) = p$$

b. Loi de poisson ou loi des faibles probabilités.

Dans le cas où le nombre d'expérience tend vers l'infini, mais que la probabilité de l'événement reste faible, il est préférable d'utiliser la loi de poisson.

Cette loi a en particulier des applications économiques dans le domaine des files d'attente, ou est utilisée pour calculer les probabilités d'accidents mortels.

D'une façon générale, c'est la loi qui traduit un nombre de réalisation d'événements très peu probables, dans une suite très nombreuse d'épreuves aléatoires ($n \geq 50$), la probabilité de réalisation des événements étant toujours la même.

Ainsi, lorsque $n \rightarrow +\infty$ et np reste fini, la loi binomiale tend vers une loi de poisson qui est une loi à un paramètre, m , définie par:

$$P(X = k) = \frac{m^k}{k!} \cdot e^{-m}$$

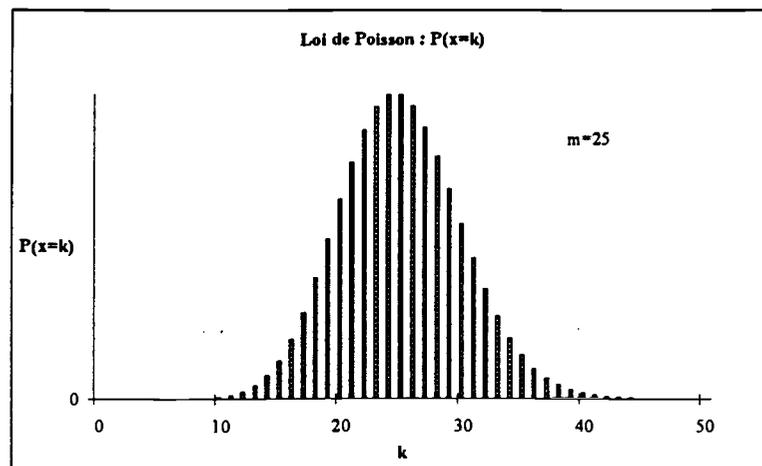


Figure 83 : loi de Poisson; $P(x=k)$

Annexe1. Rappels. Lois de probabilités utilisées en fiabilité

Remarque:

La loi de poisson constitue une bonne approximation de la loi binomiale lorsque $p < 0.1$ et n est grand.

Si $m > 18$, la loi de poisson peut être assimilée à une loi normale de moyenne m , et de variance m .

→ Espérance mathématique:

$$E(X) = m$$

→ Variance:

$$V(X) = m$$

Propriété :

La loi de poisson est une loi discrète dont la variable aléatoire est un nombre d'événements, alors que dans la loi Exponentielle, la variable aléatoire est l'intervalle de temps entre deux événements.

Processus Poissonien :

Si le nombre d'événements se produisant pendant une période T ne dépend que de la durée de cette période, que les événements sont indépendants et qu'un seul événement arrive à la fois, on a affaire à un processus de poisson. Si C est le nombre d'événements par unité de temps, la probabilité de réalisation de k événements pendant la période T est:

$$P(X = k) = \frac{(C.T)^k}{k!} . e^{-C.T}$$

Annexe 2 : Méthodes non paramétriques de détermination de lois de fiabilité.

1. Méthode de WAYNES et NELSON

Elle ne s'applique qu'à du matériel non réparable. Elle consiste à calculer l'évolution de la fonction de hasard cumulé $H(t)$.

Les événements t_i (défaillances ou censures) sont classés par ordre chronologique.

On a alors :

$$\lambda(t_i) = \frac{n_{t_i}}{N - \sum_{t_j < t_i} n_{t_j}}$$

où N effectif, nombre total d'observation,
 n_{t_i} nombre d'éléments défaillants à l'instant t_i .

Par définition, la fonction de hasard cumulé est égale à :

$$H(t_i) = \sum_{t_j < t_i} \lambda(t_j)$$

d'où

$$R(t_i) = e^{-H(t_i)}.$$

2. Méthode de Johnson ou des rangs médians

Elle calcule l'ordre d'apparition des défaillances en donnant un certain incrément à l'ordre d'apparition réel en fonction du nombre de données censurées entre deux défaillances.

L'ordre d'apparition d'une défaillance est calculé de la manière suivante :

$$\theta_{i+1} = \theta_i + I_i$$

où θ_i ordre de la $i^{\text{ème}}$ défaillance,
 θ_{i+1} ordre de la $i + 1^{\text{ème}}$ défaillance,
 I_i $k^{\text{ème}}$ incrément dû aux censures.

L'incrément I_i est calculé de la manière suivante :

$$I_i = \frac{N+1-\theta_i}{1+Z}$$

s'il y a une censure entre la $i^{\text{ème}}$ et la $i + 1^{\text{ème}}$ défaillance

$$I_i = I_{i-1}$$

s'il n'y a aucune censure entre la $i^{\text{ème}}$ et la $i + 1^{\text{ème}}$ défaillance

où Z nombre d'individu ayant fonctionné plus longtemps que le dernier censuré,
 N effectif de l'échantillon,
 θ_i ordre de la défaillance précédente.

Annexe 2. Méthodes non paramétriques de détermination de loi de fiabilité

On calcule ainsi les ordres d'apparition de toutes les défaillances en tenant compte des instants de censure.

Si θ_i est l'ordre d'apparition de la défaillance, la fonction cumulée de défaillance selon le rang médian s'écrit :

$$F(t) = \frac{\theta_i + 0.3}{N + 0.4}$$

et donc la fiabilité est estimée par :

$$R(t) = 1 - \frac{\theta_i + 0.3}{N + 0.4}$$

3. Méthode de l'actuariat ou "life table"

L'observation est découpée en intervalle de temps égaux $\Delta t = [0; t_1[; [t_1, t_2[; \dots; [t_i, t_{i+1}[; \dots$

On note d_i : nombre de matériels défaillants à la date t_i ,

w_i : nombre de matériels censurés dans l'intervalle de temps $[t_{i-1}; t_i[$,

r_i : nombre de matériels encore en test à la date t_i (matériels ni défaillants ni censurés).

La fiabilité est alors calculée de la manière suivante :

$$R(t_i) = \prod_{j=1}^i \left[1 - \frac{d_j}{r_j - \frac{w_j}{2}} \right]$$

Cet estimateur tient compte des données censurées dans chaque intervalle $[t_{j-1}; t_j[$. On affecte le poids 1/2 aux individus censurés.

4. Estimateur de KAPLAN-MEIER ou "Product limit"

Il est considéré comme l'estimateur non-paramétrique le plus direct de la fonction de survie.

On note d_i : défaillance au temps t_i ,

w_i : nombre de matériels censurés dans l'intervalle de temps $[t_{i-1}; t_i[$,

r_i : nombre de dispositifs soumis à risque à la date t_i (matériels ni défaillants ni censurés).

La fonction de fiabilité s'écrit alors :

$$R(t_i) = \prod_{j=1}^i \left[1 - \frac{d_j}{r_j} \right]$$

$R(t_i)$ est constant entre deux temps de défaillance.

Annexe 2. Méthodes non paramétriques de détermination de loi de fiabilité

5. Calculs communs à toutes les méthodes

A partir des différentes méthodes d'estimation de $R(t_i)$, on calcule ensuite l'estimateur moyen p_{moy} :

$$p_{\text{moy}} = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n R(t_i)$$

où n : nombre d'observations de défaillance.

La formule de GREENWOOD permettra de trouver la variance de la distribution des $R(t_i)$ obtenue par les méthodes énumérées aux paragraphes précédents. En faisant l'hypothèse d'une loi normale $N(m, \sigma)$, on peut déduire des intervalles de confiances à 68.26%, 95.45% et 99.73%.

6. Formule de GREENWOOD

Deux formulations existent suivant que les données comportent des censures ou non.

Cas où on n'a pas de censures :

$$\text{Var}[R(t_i)] = \frac{R(t_i) \cdot (1 - R(t_i))}{n_0}$$

avec n_0 le nombre de composant initial.

Cas où on a des censures :

$$\text{Var}[R(t_i)] = (R(t_i))^2 \sum \frac{d_i}{n_i(n_i - d_i)}$$

où d_i : nombre de composants défaillants sur l'intervalle $[t_{i-1}; t_i[$,

c_i : nombre de composants censurés sur l'intervalle $[t_{i-1}; t_i[$,

n_i : nombre de composants survivants à la date t_i , $n_i = n_{i-1} - d_i - c_i$.

Dans les deux cas, on note $\sigma = \sqrt{\text{Var}[R(t_i)]}$.

On fait alors l'approximation d'une loi Normale $N[p_{\text{moy}}, \sigma]$; on a alors :

$$p \in [p_{\text{moy}} - \sigma; p_{\text{moy}} + \sigma] \text{ à } 68.26\%,$$

$$p \in [p_{\text{moy}} - 2\sigma; p_{\text{moy}} + 2\sigma] \text{ à } 95.45\%,$$

$$p \in [p_{\text{moy}} - 3\sigma; p_{\text{moy}} + 3\sigma] \text{ à } 99.73\%,$$

Annexe 3 : Exemple.

1. Enoncé du problème.

Nous présentons ici l'exemple d'un échangeur bouilleur ou générateur de vapeur. Ce matériel a de nombreuses applications dans différentes industries.

Principe :

Un fluide caloporteur va échanger sa chaleur avec un fluide froid qu'il va vaporiser, de façon à produire de la vapeur de chauffage ou de la vapeur pouvant entraîner un groupe turbo-alternateur.

Le point sensible de cet appareil est le faisceau tubulaire constitué de 3 300 tubes de diamètres 20 mm et d'épaisseur 1 mm. Les défaillances se manifestent sous forme de fuites dues à l'effet néfaste des vibrations ou de la corrosion (soit interne du fait de la qualité du liquide caloporteur soit externe à cause des boues disposées par le fluide en ébullition).

Le but de l'étude est de déterminer un intervalle de confiance du taux de défaillance à 80%.

Données disponibles :

Nous disposons des données de retour d'expérience suivantes :

Historique des défaillances	
TBF (h)	k
2065	5
4427	9
4458	11
7524	34
23435	13

Table 32 : données de retour d'expérience sur l'échangeur bouilleur

TBF: Temps de Bon Fonctionnement,
k: nombre de tubes défaillants.

Nous disposons également de données subjectives issues de banque de données [BDIC, juillet 1998] qui sont relatives à un échangeur tout à fait similaire :

$$\lambda \in [2.3 \cdot 10^{-5}; 28 \cdot 10^{-5}] \text{ à } 80 \text{ \%}.$$

Nous traiterons par la suite cet exemple en considérant dans un premier temps la totalité des données de retour d'expérience; dans un deuxième temps nous traiterons une partie seulement des données et nous montrerons que les méthodes bayésiennes présentent un intérêt certain pour des cas où l'on dispose de peu de données.

2. Données complètes

Résolution par l'analyse classique.

$$\lambda_{\text{moy}} = \frac{k}{T_c}$$

où k nombre total de défaillances,
 T_c temps total cumulé.

Ici on a :

$$T_c = 659677 \text{ h}$$

$$k = 72$$

d'où

$$\lambda_{\text{moy}} = 10.9 \cdot 10^{-5} \text{ déf./h}$$

On estime l'intervalle de confiance à 80 % par la méthode du χ^2 :

$$\lambda_{\text{inf}} = \frac{\chi_{0.1}^2(2k)}{2T_c} = \frac{\chi_{0.1}^2(144)}{2T_c}$$

$$\lambda_{\text{sup}} = \frac{\chi_{0.9}^2(2k+2)}{2T_c} = \frac{\chi_{0.9}^2(146)}{2T_c}$$

or $\chi_{0.1}^2(144) = 122.73$ et $\chi_{0.9}^2(146) = 168.27$:

et donc, finalement

$\lambda_{\text{inf}} = 9.3 \cdot 10^{-5} \text{ déf./h}$ $\lambda_{\text{sup}} = 12.7 \cdot 10^{-5} \text{ déf./h}$ $\lambda_{\text{moy}} = 10.9 \cdot 10^{-5} \text{ déf./h}$

Résolution par la méthode Bayésienne.

Les données de retour d'expérience proviennent d'échangeurs en fonctionnement. On suppose alors que les temps de défaillance suivent une loi exponentielle qui s'applique aux matériels subissant des défaillances brutales et aléatoires.

Ainsi la fonction de vraisemblance est une distribution exponentielle.

$$f(\lambda / T) = \lambda^k \cdot e^{-\lambda T_c}$$

où k nombre total de défaillances,
 T_c temps total cumulé.

Ici on a :

$$T_c = 659677 \text{ h}$$

$$k = 72$$

On utilise une fonction a priori Gamma.

Nous disposons de trois informations qui nous permettront de trouver les deux paramètres α_0 et β_0 de la loi gamma a priori. Ceux-ci seront déterminés en utilisant les graphes de Martz et Waller :

La distribution du paramètre de forme α_0 est tabulée en fonction de $\log_{10} \left[\frac{\lambda_{\text{sup}}}{\lambda_{\text{inf}}} \right]$ pour un niveau de confiance $(1 - \gamma)$ égal à 80% ou 90% (voir table 33).

$\log[\lambda_{\text{sup}}/\lambda_{\text{inf}}]$	$(1-\gamma)=80\%$	$(1-\gamma)=90\%$
0,4	8	10
0,5	5	8
0,6	4	6
0,7	3	5
0,8	2	4
0,9	2	3
1	2	2
1,1	1	2

Table 33 : tabulation de α_0 à des risques 80% et 90%

Sachant que $\begin{cases} \lambda_{\text{inf}} = 2.3 \cdot 10^{-5} \text{ déf./h} \\ \lambda_{\text{sup}} = 28 \cdot 10^{-5} \text{ déf./h} \end{cases}$

on obtient $\log_{10} \left[\frac{\lambda_{\text{sup}}}{\lambda_{\text{inf}}} \right] = 1.08$ d'où $\alpha_0 = 1.2$ pour $(1 - \gamma) = 80\%$.

Le paramètre peut être calculé en fonction du paramètre b_0 tabulé ci-dessous, en fonction du trouvé, pour différents intervalles de confiance. La distribution du paramètre b_0 est tabulée en fonction du α_0 trouvé pour un niveau de confiance $(1 - \gamma)$ égal à 80% ou 90% (voir table 34).

α	$(1-\gamma)=80\%$	$(1-\gamma)=90\%$
1	100000	50000
2	500000	350000
3	1100000	770000
4	1700000	1350000
5	2500000	2000000
6	3200000	2500000
7	3940000	3350000
8	4600000	4000000
9	5540000	4800000
10	6200000	5200000

Table 34 : tabulation de b_0 à des risques 80% et 90%

$$\text{On a } \beta_0 = \frac{\lambda_{\text{inf}}}{b_0 \cdot 10^{-6}}$$

or pour $\alpha_0 = 1.2$ on obtient un paramètre b_0 égal à $b_0 = 180000$

$$\text{et finalement } \boxed{\beta_0 = 1.28 \cdot 10^{-5}}$$

Les paramètres de la distribution Gamma a priori sont donc :

$$\boxed{\begin{cases} \alpha_0 = 1.2 \\ \beta_0 = 1.28 \cdot 10^{-5} \end{cases}}$$

L'analyse Bayésienne d'une telle distribution donne les résultats a posteriori suivants :

$$\boxed{\begin{cases} \alpha = \alpha_0 + k = 73.2 \text{ déf.} \\ \beta = \frac{1}{\beta_0} + T_c = 667490 \text{ h} \end{cases}}$$

Inférences statistiques (on utilise la loi χ^2 pour estimer l'intervalle de confiance) :

$$\lambda_{\text{moy}} = \frac{\alpha}{\beta} = 10.96 \cdot 10^{-5} \text{ déf./h}$$

$$\lambda_{\text{inf}} = \frac{\chi_{0.1}^2(146.4)}{2 \cdot 667490} = 9.36 \cdot 10^{-5} \text{ déf./h}$$

$$\lambda_{\text{sup}} = \frac{\chi_{0.9}^2(148.4)}{2 \cdot 667490} = 12.8 \cdot 10^{-5} \text{ déf./h}$$

On remarque que l'utilisation de la méthode Bayésienne, n'augmente pas dans ce cas la précision de l'encadrement de λ . Ceci est dû au fait que le nombre d'observations est très élevé.

3. Données incomplètes

Faisons ici le même raisonnement que précédemment avec une partie seulement des données :

Historique des défaillances	
TBF (h)	k
2065	5
4427	9
23435	13

Table 35 : données partielles de retour d'expérience sur l'échangeur bouilleur

a. Résolution par l'analyse classique

On obtient ici les données suivantes (on utilise la loi χ^2 pour estimer l'intervalle de confiance) :

$$\lambda_{\text{moy}} = \frac{27}{354823} = 7.6 \cdot 10^{-5} \text{ déf./h}$$

$$\lambda_{\text{inf}} = \frac{\chi_{0.1}^2(54)}{2 \cdot 354823} = 5.8 \cdot 10^{-5} \text{ déf./h}$$

$$\lambda_{\text{sup}} = \frac{\chi_{0.9}^2(56)}{2 \cdot 354823} = 9.85 \cdot 10^{-5} \text{ déf./h}$$

b. Résolution bayésienne

Les données a priori ne changent pas.

Par contre $f(\lambda / T) = \lambda^k \cdot e^{-\lambda \cdot T_c}$ est modifiée car $k = 27$ et $T_c = 354823$.

Les paramètres a posteriori sont donc :

$$\begin{cases} \alpha = 28.2 \text{ déf.} \\ \beta = 362636 \text{ h} \end{cases}$$

On obtient donc les données suivantes :

$$\lambda_{\text{moy}} = \frac{28.2}{362636} = 7.8 \cdot 10^{-5} \text{ déf./h}$$

$$\lambda_{\text{inf}} = \frac{\chi_{0.1}^2(56.4)}{2 \cdot 362636} = 5.97 \cdot 10^{-5} \text{ déf./h}$$

$$\lambda_{\text{sup}} = \frac{\chi_{0.9}^2(58.4)}{2 \cdot 362636} = 10.1 \cdot 10^{-5} \text{ déf./h}$$

On voit bien sur cet exemple que si les données sont moindres, l'estimation Bayésienne converge plus rapidement vers l'intervalle vrai et on pourrait montrer que la méthode est d'autant plus puissante que les données disponibles sont peu nombreuses.

Annexe 4 Programme de traitement de données par la méthode de Cox

Nous présenterons ici l'application développée pour résoudre les problèmes de traitement des données et la détermination des coefficients de Cox. Ce programme a été réalisé dans le cadre d'un DEA encadré conjointement par M. LYONNET et moi même [BOU97].

Le programme réalisé devait être à la fois convivial, facile d'utilisation et le plus général possible. Il masque les difficultés théoriques et les calculs complexes auxquels nous avons été confrontés et qui présentent un intérêt mineur.

1. Démarche

Lorsque nous avons commencé à étudier le modèle de Cox, nous avons rapidement constaté que le traitement des données serait un problème. Nous avons donc dans un premier temps réalisé un programme sous Maple permettant de résoudre le système d'équations aux dérivées partielles à l'aide de procédures et sous-programmes existants. Devant la nécessité d'avoir rapidement des résultats numériques pour appuyer nos recherches théoriques, nous avons choisi d'utiliser un logiciel de calcul évolué et adapté à ce genre de problème. Les calculs préliminaires présentés en groupe de travail ont été calculés ainsi.

En revanche, lorsque nous avons commencé à maîtriser les connaissances théoriques et validé ce modèle pour le traitement des essais accélérés, il nous est apparu indispensable de disposer un programme plus convivial et permettant de pallier aux défauts liés à l'utilisation d'un logiciel de calcul. En effet, seule une personne connaissant suffisamment bien Maple était capable d'utiliser ce programme, et cela représente une formation de durée non négligeable. En outre, il était indispensable de posséder le logiciel Maple pour pouvoir employer le programme.

Le programme développé présentait donc deux inconvénients majeurs :

- coût d'achat du logiciel Maple et nécessité d'une formation,
- difficulté de transport du programme d'un poste de travail à un autre car le nouveau poste doit aussi disposer du logiciel Maple.

Tous ces inconvénients nous ont conduit à utiliser un autre langage de programmation, pouvant délivrer un fichier directement exécutable sans posséder le logiciel support pour la programmation. En revanche, cela nous imposait de mettre en oeuvre notre propre algorithme de convergence (voir chapitre), et de trouver les formules littérales des dérivées partielles puisque nous n'avons plus la possibilité d'avoir recours à des routines existantes. Nous avons choisi l'environnement Delphi pour sa puissance de calcul et sa convivialité d'emploi. Le programme réalisé est présenté ci après.

2. Capacités du programme.

Le but de ce travail n'était pas de mettre au point un logiciel à but commercial mais simplement de concevoir et réaliser un outil de traitement de données pour le laboratoire T.S.I. de l'E.N.I.S.E. et le CETIM de Senlis. Le respect du cahier des charges (à savoir une utilisation facile et la plus générale possible) a dicté la réalisation du programme, plus que l'ergonomie et l'interface avec l'utilisateur (il est parfois long de saisir ou ressaisir les données pour corriger une erreur incongrue). Il a été considéré que l'utilisateur avait suffisamment de connaissances en fiabilité mécanique pour juger de la pertinence des résultats et qu'il était suffisamment familier du modèle de Cox et de son traitement.

Le cahier des charges est rappelé ci-dessous:

- nombre de "gammes" « illimité » (le nombre d'essais n'a pas de limite autres que l'espace mémoire disponible),
- nombre de facteurs d'environnement « illimité » (au problème de mémoire près),
- valeurs prises par les facteurs d'environnement : codées ou réelles.

La précision des calculs a été fixée à 10^{-4} , précision jugée suffisante et engendrant un nombre d'itérations, donc une durée de calculs acceptable.

Le fonctionnement du programme et ses différentes étapes sont détaillées ci-dessous :

Entrée dans le programme :

Cette page permet, à tout moment, de visualiser les entrées et elle servira également à présenter les résultats obtenus (voir figure 86).

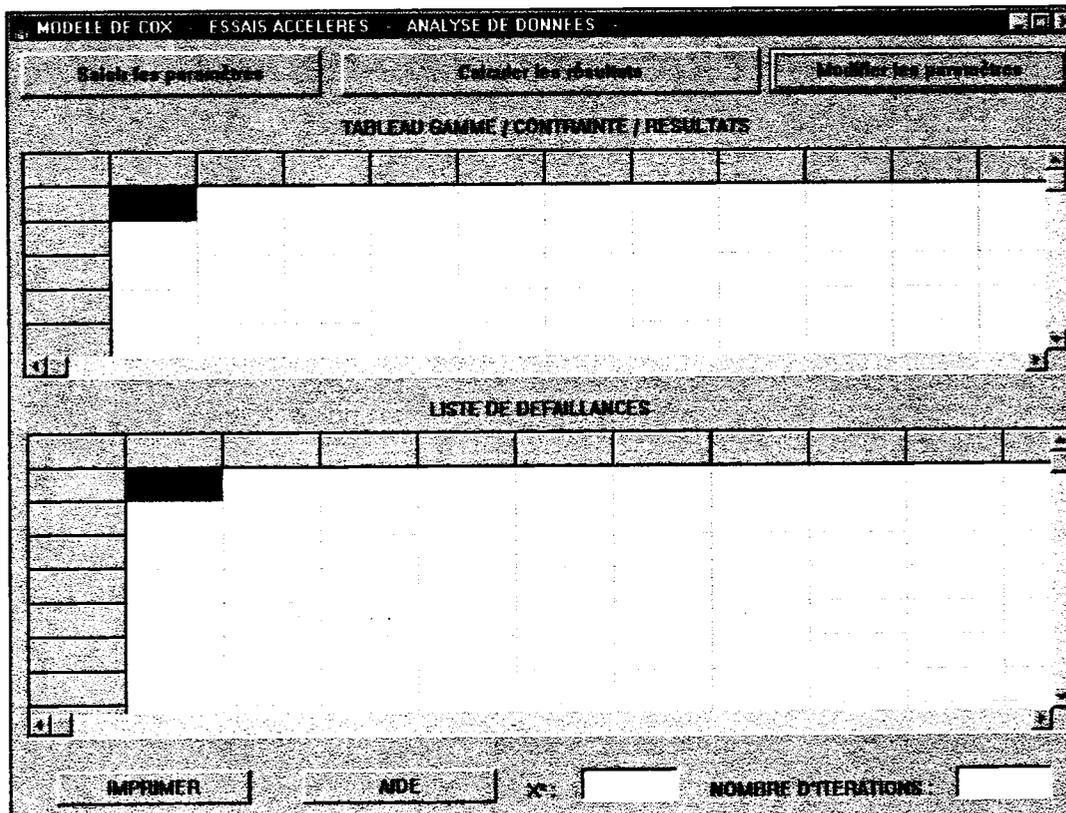


Figure 86 : page de présentation du logiciel

Saisie du nombre de facteurs d'environnement et du nombre de gammes d'essais :
Cet écran est obtenu en sélectionnant l'option "Saisir les paramètres".

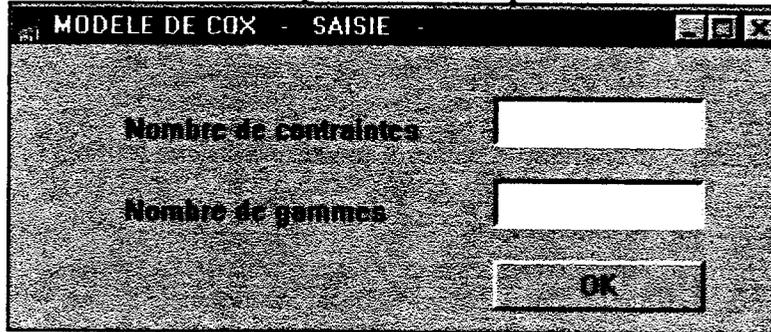


Figure 87 : fiche de saisie du nombre de contraintes et du nombre d'essais
Les trois écrans suivants sont obtenus à partir du choix du nombre de contraintes et du nombre d'essais.

Saisie de la valeur des facteurs d'environnement :

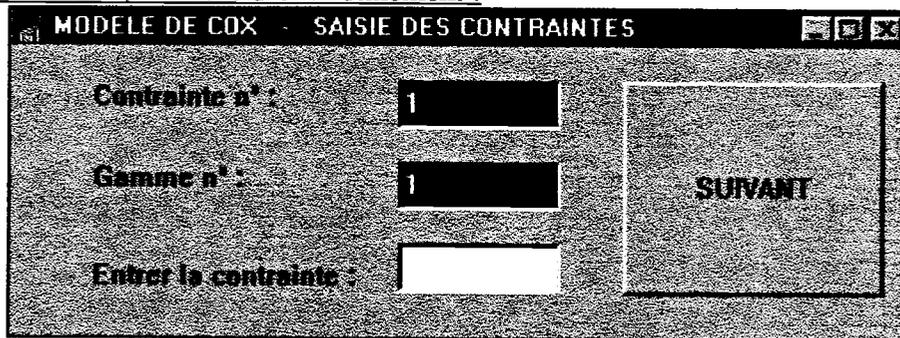


Figure 88 : fiche de saisie de la valeur des contraintes

Saisie les dates de défaillances :

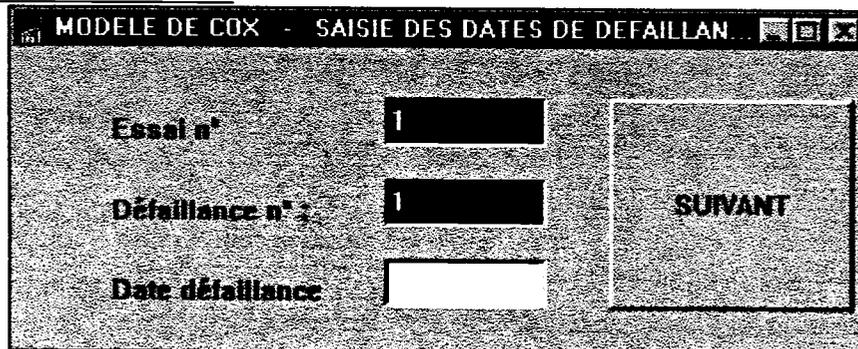


Figure 89 : fiche de saisie des instants de défaillance, essai par essai

Saisie les dates de censures :

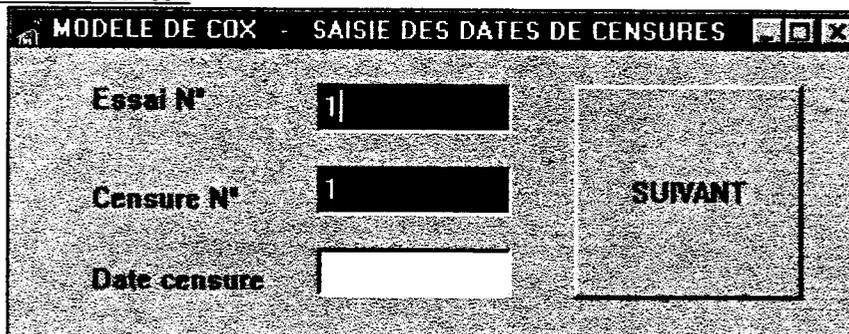


Figure 90 : fiche de saisie des instants de censure, essai par essai

Présentation des résultats :

Les résultats sont calculés et affichés sur la première page en sélectionnant l'option "Calculer les résultats"

The screenshot shows a software window titled 'ANALYSE DE DONNEES' with three buttons at the top: 'Saisir les paramètres', 'Calculer les résultats', and 'Modifier les paramètres'. Below these is a table titled 'TABLEAU GAMME / CONTRAINTE / RESULTATS' with columns for COX, gamme 1, gamme 2, gamme 3, gamme 4, Effet M, and Accel Cp. The data rows are Z1, Z2, and Z3. Below this is a table titled 'LISTE DE DEFAILLANCES' with columns for COX, Del N°1, Del N°2, Del N°3, Del N°4, and Del N°5. The data rows are labeled 'Gamme 1' through 'Censure 4'. At the bottom, there are buttons for 'IMPRIMER' and 'AIDE', and a status bar showing 'x: 3.044' and 'NOMBRE D'ITERATIONS: 47'.

COX	gamme 1	gamme 2	gamme 3	gamme 4	Effet M	Accel Cp
Z1	0.000	1.000	0.000	0.000	0.167	1.182
Z2	0.000	0.000	1.000	0.000	1.656	5.239
Z3	0.000	0.000	0.000	1.000	0.926	2.525

COX	Del N°1	Del N°2	Del N°3	Del N°4	Del N°5
Gamme 1	2819.000				
Gamme 2	2927.000				
Gamme 3	1576.000	2044.000	3121.000		
Gamme 4	2797.000	3306.000			
Censure 1	4068.000	4068.000	4068.000	4068.000	4068.000
Censure 2	4004.000	4004.000	4004.000	4004.000	
Censure 3	4076.000	4076.000			
Censure 4	4040.000	4040.000	4040.000		

Figure 91 : première page après affichage des résultats

Cet écran rappelle la valeur des paramètres d'environnement, et présente les valeurs du test du χ^2 et du nombre d'itérations.

Le nombre d'itérations a été limité à 10000 pour éviter d'avoir à arrêter l'ordinateur en cas de problème. C'est pourquoi ce nombre est affiché avec les résultats : un nombre d'itérations élevé peut signifier que le résultat trouvé n'est pas correct. Cela n'arrive que dans le cas où le nombre de données censurées est élevé, c'est-à-dire le nombre de défaillances est trop faible.

Il est également possible de modifier les paramètres saisis en sélectionnant l'option "Modifier les paramètres". Deux autres procédures sont en cours d'achèvement pour l'impression (procédure opérationnelle) et la sauvegarde des résultats (procédure non opérationnelle pour l'instant).

Le programme répond bien aux objectifs fixés puisqu'il permet de traiter toutes les configurations de données possibles, les censures sont prises en compte quelle que soit leur position.

Annexe 5 : AMDE des vérins et distributeurs hydrauliques et pneumatiques.

Cette annexe regroupe des travaux que nous avons réalisés lors de la phase de préparation de la phase expérimentale de notre doctorat.

Nous avons effectué une enquête auprès des industriels du groupe de travail afin de recenser les modes de défaillances principaux des composants à tester ainsi que leurs modes de fonctionnement et de fabrication.

Les documents présentés ci-après constituent une synthèse des informations recueillies auprès des industriels.

La démarche de type AMDEC a été allégée en omettant la phase de détermination de la criticité des modes de défaillances car notre démarche n'avait pas pour but de recenser les modes de défaillances pour tenter d'y trouver des remèdes mais plutôt pour les connaître et les maîtriser. L'étude menée est donc une étude de type AMDE (Analyse des Modes de Défaillance et de leurs Effets).

Sept industriels ont ainsi été visités et trois autres nous ont fait part de leur expérience par courrier.

Annexe 5. AMDE des vérins et distributeurs hydrauliques et pneumatiques

1. Vérins hydrauliques :

D'après une enquête réalisée auprès des fabricants de matériel hydraulique (Juin-Juillet 1995)

RECUEIL DES MODES DE DEFAILLANCE ET DE LEURS EFFETS					
Système Vérin hydraulique		Conditions de fonctionnement En fonctionnement			
Elément	Fonction	Mode de défaillance	Cause	Effet	Détection
ANALYSE FONCTIONNELLE SEULEMENT	Interchangeabilité	encombrement et interfaces non conformes			- vérifier la conformité aux normes
	Sécurité	non conformité aux normes	méconnaissance ces normes	- utilisation impossible par le client - mise en cause du fabricant	- vérifier la conformité aux normes
		rupture de pièces mécaniques ou projection	voir fonctions : - production d'efforts - faire course complète - étanchéité	- dommages machine - dommages corporels	- conception assemblages critiques (tige - piston) - pression d'épreuve - tenue aux vibrations
		projection de fluide		- dommages machine - dommages environ. - dommages corporels	- pression d'épreuve - essais d'endurance
	Production d'efforts	pas d'effort ou effort insuffisant	- fuites entre chambres - fuites externes - frottements excessifs - mauvaise définition du produit - coincement	- non maintien de la charge - aucun déplacement	- préconisations fournisseurs - normes - mesures de frottement - mesures de fuite
	Faire une course complète	course trop courte course trop longue	- non respect de la tolérance sur la course - devissage tige - piston (déplacement de la référence tige)	- perturbation du cycle machine - dommages matériels vérin ou machine	- calcul chaînes de côte - freinage de l'ensemble tige - piston
	Assurer une vitesse régulière	vitesse insuffisante vitesse saccadée	- fuites entre chambres - passage fond - tige trop étroit - frottements excessifs	- perturbation du cycle machine - dommages matériels vérin ou à la machine - machine inutilisable	- préconisations fournisseurs - normes - mesures de frottement - mesures de fuite
	Etanchéité	fuites externes	- dimensionnement des pièces mauvais - choix de joints incorrect - dimensionnement des logements incorrect - difficulté de montage des joints	- pollution de l'environ. - rendement plus faible - consommation d'huile - perturbation du cycle machine	- préconisations fournisseurs - normes - mesures de fuite - essais d'endurance
fuites internes		- dimensionnement des pièces mauvais - choix de joints incorrect - dimensionnement des logements incorrect - difficulté de montage des joints	- vitesse insuffisante - perturbation du cycle machine	- préconisations fournisseurs - normes - mesures de fuite - essais d'endurance	

Annexe 5. AMDE des vérins et distributeurs hydrauliques et pneumatiques

A N A , F O N C T ,	Maintenabilité Aptitude au montage et au démontage	pièces d'usure mal définies (en particulier joints)	- mauvaise conception de l'ensemble	- client mécontent - arrêt de fabrication	- montage pré-série - essais des performances - essais d'endurance
		manque d'informations pour le montage ou le démontage	- pas ou mauvaise notice de montage, démontage	- réparations impossibles - mauvais fonctionnement - voir "autres fonctions"	- montage pré-série - essais des performances - essais d'endurance
	Résister à l'environnement	mauvaise résistance au milieu extérieur	- protections insuffisantes - mauvaise détermination des préconisations d'utilisation	- oxydation externe - oxydation interne	- essais de tenue à l'environnement
	Etre identifiable	pas d'identification sur le vérin	- mauvaise définition des opérations de montage - pas d'identification	- pas de pièces de rechange - pas d'interchangeabilité	- contrôle visuel à la livraison

Système Vérin hydraulique		Conditions de fonctionnement En fonctionnement			
Elément	Fonction	Mode de défaillance	Cause	Effet	Détection
Raccord HP	Recevoir l'énergie hydraulique HP	- pas d'alimentation	- raccord obturé - rupture du taraudage - surpression	- non fonctionnement du vérin	- démontage et examen visuel - fuite externe
		- baisse de pression	- fuite externe - obturation partielle	- dégradation, réduction de l'effort, diminution de la vitesse	
Raccord BP	Évacuer le fluide hydraulique vers la bâche	- pas d'évacuation	- raccord obturé	- non fonctionnement du vérin à fonctionnement dégradé	- démontage et examen visuel
		- évacuation réduite	- obturation partielle	- réduction de l'effort - diminution de la vitesse	
		- fuite externe	- usure du taraudage - rupture du raccord	- fonctionnement correct	
Canalisations internes	Alimenter et évacuer les chambres du vérin	- pas d'évacuation et / ou pas d'alimentation	- obturation des canalisations	- non fonctionnement du vérin	- démontage et examen visuel
		- évacuation réduite et / ou alimentation réduite	- obturation partielle des canalisations	- réduction de l'effort - diminution de la vitesse	- mesure de la vitesse de déplacement
		- rupture	- mauvais montage - surpression - pulsation de fatigue	- dépression dans les chambres - non fonctionnement à fonctionnement correct (dépendant du bouchon et de la canalisation)	- fuites externes
Corps	1. Guider le piston	- guidage défectueux	- défaut d'usinage - déformation - usure des bagues	- frottements - usure des joints de tige	- mesure du frottement
	2. Enveloppe du fluide	- fissures - éclatement	- surpression - matériaux impropres - sous-dimensionnement	- perte d'étanchéité - non fonctionnement	- examen visuel
	3. Étanchéité du piston	- défaut d'étanchéité	- rayure de l'alésage - défaut d'usinage - usure du joint - dilatation différentielle - pollution - corrosion	- réduction de l'effort développé - réduction de la vitesse - absence de déplacement	- mesure de la pression différentielle - mesure effort développé
	4. Centrage du vérin	- défaut de centrage - jeu	- défaut d'usinage - défaut de coaxialité - usure de l'épaulement - mauvais montage	- désalignement - usure prématurée des paliers - fuites externes	- examen visuel
	5. Reprise des efforts axiaux	- déformation - fissures - éclatement	- surpression - matériaux impropres - sous-dimensionnement	- perte d'étanchéité - non fonctionnement	- examen visuel
	6. Se fixer sur la machine	- rupture - jeux	- rupture bride de fixation - rupture vis de fixation - vis mal serrées - vibrations	- pas d'effort développé - fonctionnement inégal	- examen visuel

Annexe 5. AMDE des vérins et distributeurs hydrauliques et pneumatiques

Paliers	1. Assurer l'étanchéité chambres chambres vers l'extérieur	- absence d'étanchéité	- joint externe absent - mauvais montage du joint - défaut d'usinage	- pas de pression dans une chambre	- contrôle visuel (fuite importante) - mesure des pressions dans les chambres
		- perte progressive d'étanchéité	- dilatation différentielle - statique extrudé extérieur	- pression réduite dans une chambre	
	2. Assurer l'étanchéité sur la tige de piston vers l'extérieur	- absence d'étanchéité	- mauvais montage des joints dynamiques - défaut d'usinage	- pas de pression dans une chambre	- contrôle visuel (fuite importante) - mesure des pressions dans les chambres
			- dégradation des joints - usure locale de la tige - présence de pollution	- pression réduite dans une chambre	
		- surpression - corrosion de la tige	- baisse de pression dans une chambre	- contrôle visuel, suintement	
	3. Assurer le guidage de la tige	- pas de guidage	- usure des bagues - jeux importants entre tige et palier	- usure prématurée joints dynamiques	- impossible au début
4. Supporter les efforts radiaux	- supportent mal les efforts	- mauvais calculs - géométrie incorrecte - mauvais choix de matériaux des bagues ou paliers	- usure des paliers - usure de la tige - fuites externes	- rayures sur la tige - fuites externes	
	- serrage important	- défaut d'usinage - pollution	- frottements élevés - dégradation des performances	- mesure des vitesses de déplacement - mesure de la pression différentielle	
5. Assurer les butées fin de course du piston	- déplacement réduit	- présence d'un corps étranger - déformation du palier	- course hors tolérance	- mesure de la course butée à butée	
	- déplacement accru	- déformation du palier	- course hors tolérance		
Tige	1. Coulisser dans les paliers	- mouvement dégradé	- corrosion - usure - traitement de surface	- fonctionnement dégradé	- examen visuel
	2. Transmettre déplacement à la charge	- pas de transmission - transmission dégradée	- rupture - usure du filetage - flambage	- non fonctionnement - fonctionnement dégradé	- examen visuel
Piston	1. Transformer pression différentielle effort et déplacement	- effort nul	- joint extrudé - rupture du piston - usure de l'alésage	- fuites entre chambres - non fonctionnement	- mesure des pressions dans les chambres
		- effort réduit	- joint abimé - usure de l'alésage	- fuites entre chambres - fonctionnement dégradé	
	2. Transmettre effort à la tige	- pas de transmission d'effort	- grippage du piston - rupture piston/tige	- non fonctionnement	- examen visuel du blocage - démontage

Annexe 5. AMDE des vérins et distributeurs hydrauliques et pneumatiques

2. Distributeurs hydrauliques :

Système Electro distributeur hydraulique à tiroir		Conditions de fonctionnement En fonctionnement			
Elément	Fonction	Mode de défaillance	Cause	Effet	Détection
Connecteur câblage interne	Recevoir le signal électrique de commande	1. signal non reçu	- mauvais branchement - broche cassée - court circuit - circuit ouvert (fil cassé)	- non fonctionnement de l'électrovalve	- mesure de résistance interne - mesure de résistance d'isolement - essai de claquage
		2. disparition du signal	- cf. cas précédent - mauvais contact entre broches - mauvaises soudures	- non fonctionnement	- démontage, examen visuel
Bobine	Transformer signal électrique en force électro magnétique	1. signal non reçu	- court circuit - circuit ouvert (fil cassé) - surtension	- non fonctionnement de l'électrovalve	- mesure résistance interne - mesure résistance isolement
		2. disparition du signal	- court circuit - circuit ouvert (fil cassé)	- non fonctionnement	
Entrefer	Concentrer flux d'induction	1. pas de flux	- détérioration de l'entrefer	- non fonctionnement	- démontage, examen visuel
Aimant	Créer un flux d'induction	1. pas de flux	- aimant cassé	- non fonctionnement	- démontage, examen visuel
		2. dégradation de la fonction	- désaimantation	- mauvais fonctionnement - performances diminuées	- contrôle débit
Poussoir	Transmettre la force au tiroir	1. pas d'effort transmis	- rupture - grippage - frottement - coincement	- non fonctionnement	- commande manuelle - démontage - examen visuel
		2. dégradation	- frottements	- baisse des performances	- temps de réponse
Coupelle	Transmettre la force au tiroir	1. pas d'effort transmis	- rupture - grippage - frottement - coincement	- non fonctionnement	- commande manuelle - démontage - examen visuel
		2. dégradation	- frottements	- baisse des performances	- temps de réponse
Ressorts	Transformer force en déplacement	1. pas de déplacement	- rupture - coincement	- non fonctionnement (pas de rappel du tiroir)	- fonctionnement erratique
Tiroir	Transformer force en déplacement	1. pas de déplacement	- coincement - grippage - pollution	- pas de débit	- essai commande manuelle de secours
		2. déplacement limité	- frottement - pollution - oxydation - usure - matériaux incompatibles	- débit limité	- mesure débit - temps de réponse - fonctionnement erratique
	Transmettre énergie au récepteur	1. débit ou pression non transmis au récepteur	- grippage	- non fonctionnement	- essai commande manuelle de secours
Corps	Recevoir et distribuer énergie hydraulique HP	1. pas de réception	- mauvais montage, inversion - obstruction canalisation - rupture du corps - joints d'étanchéité	- non fonctionnement - fuites externes	- démontage - examen visuel
		2. pas de distribution	- pollution - obstruction par corps étranger	- non fonctionnement ou mauvais fonctionnement	
	Evacuer et distribuer énergie hydraulique HP	1. pas d'évacuation	- mauvais montage, inversion - obstruction canalisation - rupture du corps - surpression - joints d'étanchéité	- non fonctionnement - montée en pression	
Embase	Assurer l'interface avec le circuit extérieur (alimentation et récepteur)	1. pas d'alimentation	- mauvais montage - obstruction des orifices	- non fonctionnement	- démontage - examen visuel
		2. pas d'évacuation	- cf. ci dessus	- non fonctionnement	
		3. pas d'alimentation du récepteur	- cf. ci dessus	- non fonctionnement	
		4. fuites externes	- défaut d'étanchéité (joints d'embase) - déformation du corps - mauvais serrage du composant sur l'embase	- dégradation des performances à non fonctionnement	- examen visuel

Annexe 5. AMDE des vérins et distributeurs hydrauliques et pneumatiques

3. Vérins pneumatiques :

D'après une enquête réalisée auprès des fabricants de matériel pneumatique (Juin-Juillet 1995)

RECUEIL DES MODES DE DEFAILLANCE ET DE LEURS EFFETS					
Système Vérin pneumatique		Conditions de fonctionnement En fonctionnement			
Elément	Fonction	Mode de défaillance	Cause	Effet	Détection
Boitier	Cohésion du vérin	fuite	corrosion externe	perte de performance	- fuites externes - entrée d'impuretés dans le fluide
			corrosion interne	perte de performance	- fuites externes - dégradation du fluide
		rupture (rare)	surcharge	panne	- fuites externes - arrêt de fonctionnement
Tige	Transmission de puissance	rupture ext. extrémité	contraintes de flexion trop élevées	panne	- arrêt de fonctionnement
		usure	corrosion intérieure	perte de performance puis panne	- fuites externes - rupture - perte de la fonction
			corrosion extérieure	perte de performance puis panne	- fuites externes - rupture - perte de la fonction
		rupture tige - piston	surcharge	absence de puissance développée	- tige sortie entièrement - arrêt fonctionnement
		flambage	sous-dimensionnement	perte de performance puis panne	- rentrée partielle de la tige - blocage
Tirants	Cohésion	jamais de ruptures dues aux surcontraintes car les vérins sont surdimensionnés			
		usure (rare)	corrosion externe	dégradation matérielle	- perte de cohésion si plusieurs tirants sont endommagés
Tube	Guidage du piston	usure	corrosion interne	pollution perte de performance	-dégradation du fluide - fuites internes - vitesse de sortie - vitesse de rentrée
		jamais de ruptures dues aux surcontraintes car les vérins sont surdimensionnés			
Piston	Compression du fluide dans les chambres	rupture (éclatement) (étoilé)	surcharge	perte de performance	- fuites internes - vitesse de sortie - vitesse de rentrée
		usure	corrosion	perte de performance	- fuites internes - vitesse de sortie - vitesse de rentrée
Palier guide (coussinet)	Guidage de la tige	usure	abrasion	perte de performance	- mauvais guidage - vitesse de sortie - vitesse de rentrée
				pollution	- dégradation du fluide
		usure accélérée	défaut de lubrification	perte de performance	- mauvais guidage
				pollution	- dégradation du fluide
fluide pollué (mauvais filtrage)		perte de performance	- mauvais guidage		
		pollution	- dégradation du fluide		

Annexe 5. AMDE des vérins et distributeurs hydrauliques et pneumatiques

Joint étanchéité de la tige	Etanchéité de la chambre au niveau de la tige	usure	abrasion	perte de performance	- fuites externes - vitesse de sortie/rentrée
				pollution	- dégradation du fluide
		usure accélérée	défaut de lubrification	perte de performance	- fuites externes - vitesse de sortie/rentrée
				pollution	- dégradation du fluide
			fluide pollué (mauvais filtrage)	perte de performance	- fuites externes - vitesse de sortie/rentrée
				pollution	- dégradation du fluide
Joint racléur	Etanchéité externe au niveau de la tige	usure	abrasion	entrée particules extérieures dans vérin	- dégradation du fluide
				pollution	- dégradation du fluide
		usure accélérée	défaut de lubrification	entrée particules extérieures dans vérin	- dégradation du fluide
				pollution	- dégradation du fluide
Joint racléur	Etanchéité externe niveau de la tige		environnement nocif	entrée particules extérieures dans vérin	- dégradation du fluide
				pollution	- dégradation du fluide
Joint de piston	Etanchéité entre les chambres	usure	abrasion	perte de performance	- fuites internes - vitesse de sortie/rentrée
				pollution	- dégradation du fluide
		usure accélérée	défaut de lubrification	perte de performance	- fuites internes - vitesse de sortie/rentrée
				pollution	- dégradation du fluide
			fluide pollué (mauvais filtrage)	perte de performance	- fuites internes - vitesse de sortie/rentrée
				pollution	- dégradation du fluide
Joint de amortisseur pneumatique	Etanchéité entre amortisseur et chambre	usure	abrasion	perte de performance	- moins amortissement
				pollution	- dégradation du fluide
		usure accélérée	surcharge	rupture du joint	- plus d'amortissement
				dégradation mécanique	- plus d'amortissement
				rupture du fond	- fuites externes
				allongement des tirants	- fuites externes - vitesse de sortie/rentrée
			défaut de lubrification	perte de performance	- moins amortissement - vitesse de sortie/rentrée
				pollution	- dégradation du fluide
			fluide pollué (mauvais filtrage)	perte de performance	- moins amortissement - vitesse de sortie/rentrée
				pollution	- dégradation du fluide

Annexe 5. AMDE des vérins et distributeurs hydrauliques et pneumatiques

4. Distributeurs pneumatiques :

D'après une enquête réalisée auprès des fabricants de matériel pneumatique (Juin-Juillet 1995)

RECUEIL DES MODES DE DEFAILLANCE ET DE LEURS EFFETS						
Système Distributeur pneumatique		Conditions de fonctionnement En fonctionnement				
Partie puissance						
Elément	Fonction	Mode de défaillance	Cause	Effet	Détection	
Corps	Cohésion	jamais de ruptures dues aux surcontraintes car lesdistributeurs sont surdimensionnés				
	Étanchéité	fuite	corrosion interne	perte de performance	- fuites externes - dégradation du fluide	
			corrosion externe	perte de performance	- fuites externes - dégradation du fluide	
Tiroir	Distribution du fluide	jamais de ruptures dues aux surcontraintes car lesdistributeurs sont surdimensionnés				
		usure	abrasion	dégradation matérielle	- mauvaise distribution	
				perte de performance	- mauvaise distribution	
		usure accélérée	défaut de lubrification	dégradation matérielle	- mauvaise distribution	
				perte de performance	- mauvaise distribution	
fluide pollué (mauvais filtrage)	dégradation matérielle			- mauvaise distribution		
Joints	Étanchéité entre canaux et chambres distribution	usure	abrasion	dégradation matérielle	- dégradation du fluide	
				perte de performance	- fuites internes	
		usure accélérée	défaut de lubrification	dégradation matérielle	- dégradation du fluide	
				perte de performance	- fuites internes	
				fluide pollué (mauvais filtrage)	dégradation matérielle	- dégradation du fluide
					perte de performance	- fuites internes
Entretoises	Fixation des joints	usure	corrosion	dégradation matérielle	- dégradation du fluide - fuites internes	
				libération des joints	- fuites internes - blocage	

Pilotage (pneumatique ou électropneumatique)					
Elément	Fonction	Mode de défaillance	Cause	Effet	Détection
Corps	Cohésion	jamais de ruptures dues aux surcontraintes car lesdistributeurs sont surdimensionnés			
Noyau	Commande	blocage	collage par huile chaude	panne	
			défaillance de la bobine	panne	- détection électrique
			pollution	obturation	- commande inopérante
Ressort	Rappel clapet	rupture	surcharge	panne	- commande inopérante
Events	Évacuation	obturation	pollution	non évacuation fluide	- commande inopérante
Clapets	Contrôle du fluide	usure	corrosion	fuites	- fuites internes - commande inopérante
					frottement

Annexe 6 : Plans d'expériences pour les vérins hydrauliques et pneumatiques.

1. Vérins hydrauliques

a. Objectif du plan :

Débroussailler et rechercher l'influence des facteurs et de leurs interactions (2^{ème} et 3^{ème} ordre) sur la dégradation du composant mesurée par son taux de fuite.

On cherchera, dans le même temps, à appréhender les facteurs les plus importants, chiffrer leurs interactions et modéliser le comportement au cours des essais des différents composants en réponse aux niveaux de contraintes imposés.

b. Réponse choisie :

Pour les vérins, la réponse choisie est le taux de fuite.

Pour les distributeurs, la réponse choisie est également le taux de fuite mais on mesurera aussi le temps de réponse.

La mesure des taux de fuite pour les vérins se fera à l'aide d'un papier buvard pour l'étanchéité au niveau de la tige, en recueillant l'huile fuyant dans un tube gradué pour l'étanchéité du piston. Pour les distributeurs, on mesurera l'huile retournant au réservoir, les deux orifices de service étant bouchés.

Les taux de fuite seront mesurés à intervalles réguliers, afin d'obtenir une évolution détaillée de l'usure des composants. La périodicité des mesures a été choisie égale à une mesure par semaine.

c. Les facteurs :

On peut classer les facteurs en trois grandes catégories :

- les facteurs objets de l'étude,
- les facteurs contrôlés,
- les facteurs perturbateurs.

Pour les deux premières catégories on distinguera les facteurs qualitatifs et les facteurs quantitatifs.

Pour la dernière on distinguera les facteurs bruit des facteurs bloc.

Un facteur bruit représente un facteur susceptible de faire varier la réponse de manière aléatoire en conditions réelles d'utilisation. Il est parfois possible de contrôler ces facteurs en laboratoire.

Un facteur bloc représente une condition expérimentale qui va inévitablement varier au cours des essais et qui est susceptible de modifier un des autres facteurs. On tiendra compte des facteurs blocs en regroupant les essais en blocs où le facteur est sensé ne pas varier.

Annexe 6. Plans d'expériences pour les vérins hydrauliques et pneumatiques

Différents facteurs envisagés :

Facteurs objets de l'étude	Facteurs contrôlés	Facteurs perturbateurs
<p>Facteurs quantitatifs :</p> <ul style="list-style-type: none"> - PMCU - T_f - T_a 	<p>Facteurs qualitatifs :</p> <ul style="list-style-type: none"> - caractéristiques du composant - architecture du banc d'essais - lieu d'expérimentation - méthodes de mesures <p>Facteurs quantitatifs :</p> <ul style="list-style-type: none"> - propreté du fluide (filtration à 25 μm) - cadence d'essai (1Hz) - vitesse d'amortissement - charge (aucune) - caractéristiques du composant - durée ou kilométrage de l'essai - nombre de manœuvres 	<p>Facteurs bruits :</p> <ul style="list-style-type: none"> - hygrométrie ambiante NM - opérateurs M - vibrations (hall d'essai) NM - fixation du montage M - durée d'arrêt (mesures) M - défaillances de l'installation NM - pression atmosphérique NM - marque du composant M <p>Facteurs bloc :</p> <ul style="list-style-type: none"> - temps (saison) pour T_a

Table 36 : facteurs extérieurs influents dans le cas de vérins hydrauliques

Légende : NM facteur Non Maîtrisé
M facteur Maîtrisé

Les facteurs, retenus pour l'étude, sont les suivants :

- Pression Maximum Constante d'Utilisation (PMCU),
- Température du fluide (T_f),
- Température ambiante (T_a).

La PMCU est définie par la norme E48120 de la façon suivante :

"C'est la pression à laquelle un composant peut-être soumis lors d'une utilisation donnée, à l'exception de tout phénomène de surpression dynamique, dans des conditions spécifiées (température, fluide, pollution, environnement et charges extérieures)."

Les facteurs contrôlés

Ce sont des facteurs que l'on ne souhaite pas étudier mais que l'on suppose influents sur la réponse. On assure leur constance au cours des essais pour ne pas fausser l'interprétation des résultats. Les facteurs qui ont été relevés sont les suivants :

- les caractéristiques qualitatives et quantitatives du composant, c'est-à-dire sa technologie, les matériaux utilisés, ses dimensions, tolérances...
- le lieu d'expérimentation, tous les essais seront effectués dans un même local du CETIM,
- l'architecture du banc d'essai, tous les essais seront effectués sur le même banc,
- les méthodes de mesure, on mesurera un taux de fuite global par perte de charge,
- la propreté du fluide, il sera filtré à 25 μm pour se rapprocher des conditions industrielles,
- la cadence d'essai, fixée à 1 Hz, est conforme avec les spécifications des composants,
- essai sans charge,
- la vitesse d'amortissement qui sera réglée de façon identique pour tous les composants,
- la durée ou le kilométrage de l'essai (3000 km pour les vérins),
- le nombre de manœuvres qui découle du kilométrage et de la course adoptée.

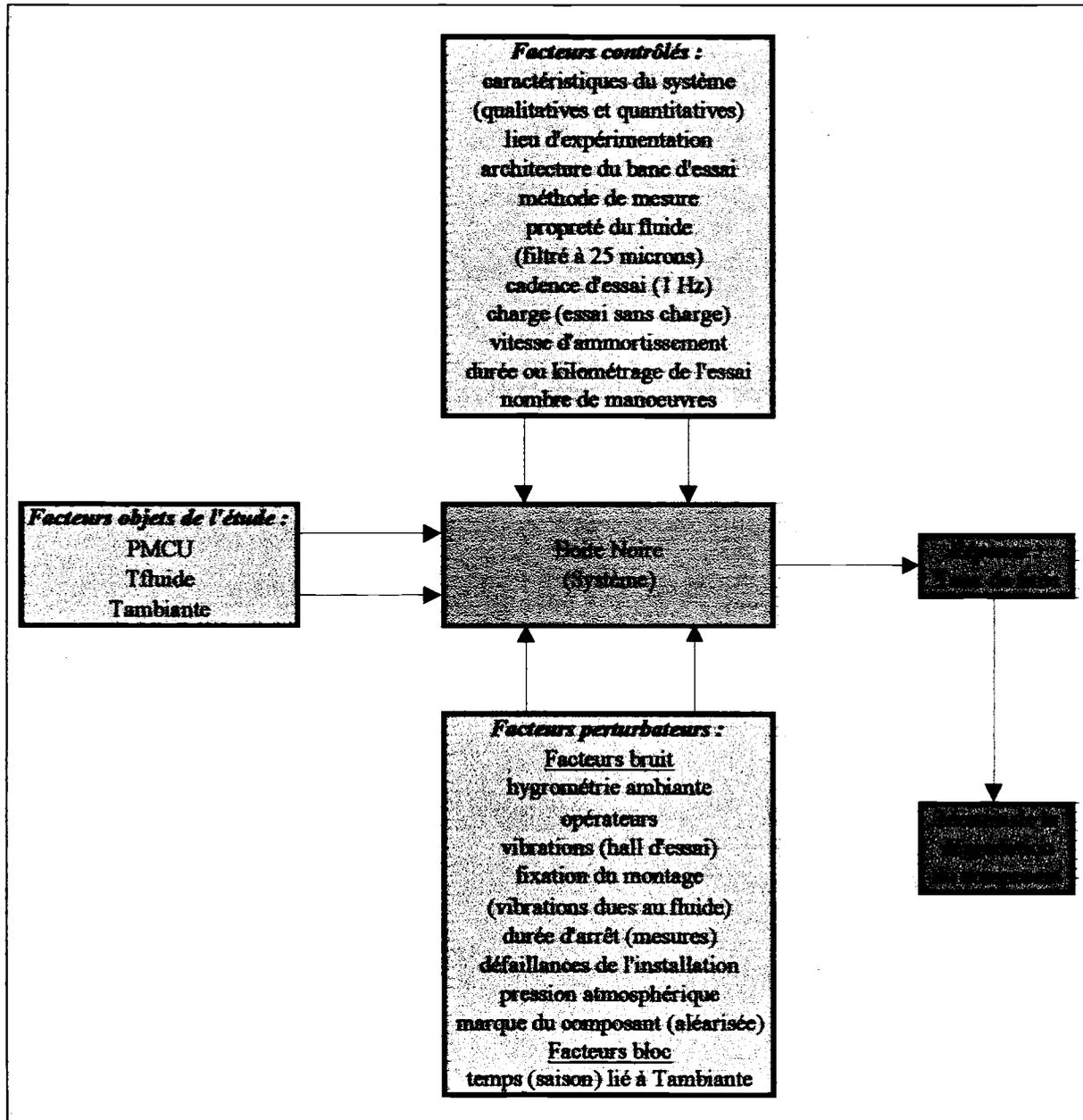


Figure 92 : schéma blocs des facteurs considérés pour l'étude

Les facteurs perturbateurs

Les facteurs bruit seront si possible maîtrisés; dans le cas contraire, ils seront aléarisés :

- hygrométrie ambiante,
- pression atmosphérique,
- vibrations dues aux autres utilisateurs du hall d'essais,
- fixation du montage pour éviter les vibrations dues au fluide,
- opérateurs qui seront toujours les mêmes,
- arrêts pour les mesures, de façon régulière et répétable,
- défaillances de l'installation,
- marque des composants.

Annexe 6. Plans d'expériences pour les vérins hydrauliques et pneumatiques

Pour ce dernier facteur, il a finalement été choisi d'utiliser des composants standards provenant de différents constructeurs. L'affectation des composants à chaque essai (c'est-à-dire à chaque combinaison des facteurs objets de l'étude) sera effectuée de manière aléatoire.

Le facteur bloc du temps (saison) sera négligé car tous les essais seront effectués dans une ambiance contrôlée, dans des enceintes isolées et la température ambiante sera ainsi totalement contrôlée.

Pour des problèmes de durée d'essais, deux essais seront menés de front, dans quatre conditions d'essais différentes, chaque essai comportant 3 composants.

d. Contraintes :

→ coût des composants élevé

→ durée des essais : 2.5 mois

Ces contraintes guideront le choix du nombre de répétitions. De plus, la campagne d'essais ne devant pas excéder 18 mois, le nombre d'essais sera limité et on ne pourra donc pas effectuer plus de 14 essais (2*7).

e. Etude des facteurs :

A priori, si on suppose que l'évolution de la réponse en fonction des facteurs est non linéaire, il faut envisager des facteurs à 3 modalités (c'est-à-dire 3 valeurs différentes pour un facteur).

Nous nous intéresserons également aux interactions tant d'ordre 2 que d'ordre 3 (les interactions sont les actions combinées de plusieurs facteurs en même temps).

Interactions soupçonnées :

Ordre 0 :

Constante = moyenne de la réponse sur l'ensemble des essais

Ordre 1

PMCU

T_f

T_a

Ordre 2 :

$PMCU * T_f$

$T_f * T_a$

Ordre 3 :

$PMCU * T_f * T_a$

L'interaction d'ordre 2, $PMCU * T_a$, est supposée négligeable.

Analyse des degrés de liberté (ddl) :

Interactions	ddl
Ordre 0	
Constante	1
Ordre 1	
PMCU	2
Tf	2
Ta	2
Ordre 2	
PMCU*Tf	4
Tf*Ta	4
Ordre 3	
PMCU*Tf*Ta	8
TOTAL	23

Table 37 : analyse des ddl dans le cas des essais des vérins hydrauliques

Pour réaliser un plan d'expériences exploitable, le nombre de combinaisons différentes des facteurs doit être supérieur ou égal au nombre de degrés de liberté du modèle. Ainsi, il apparaît tout de suite qu'un tel modèle ne peut pas être approché en respectant nos contraintes. Si on néglige l'interaction d'ordre 3, le nombre de degrés de liberté du modèle devient 15 et pourrait convenir. Pourtant, avec des facteurs à trois niveaux, on se heurte à des problèmes de résolution des plans qui ne permettent pas d'appréhender les interactions d'ordre 2. En effet, pour un plan de résolution R , les facteurs d'ordre x sont confondus avec les interactions d'ordre $R - x$. Les plans existant pour des facteurs à trois niveaux sont de résolution 3 ce qui confond les facteurs d'ordre 1 et les interactions d'ordre 2 ($3 - 1$).

Enfin, contrairement à ce qui se passe pour le cas des facteurs à deux niveaux, les interactions entre facteurs à trois niveaux sont contenues dans plusieurs colonnes (nombre de ddl des interactions supérieur au nombre de ddl des facteurs) ce qui pose de graves problèmes lorsque l'on cherche à réduire le nombre de combinaisons.

La complexité des problèmes avec des facteurs à trois niveaux rend quasi impossible l'utilisation de plans d'expériences orthogonaux au sens strict ou même au sens large (cas où tous les facteurs ne sont pas tous représentés dans les mêmes proportions).

f. Construction du plan d'expériences

Le but final du plan d'expériences étant de modéliser la réponse (taux de fuite) d'un composant en fonction de facteurs, dont l'influence est a priori non linéaire (voir loi d'Arrhénius pour la température par exemple), et de leurs interactions il convient de rechercher des plans plus originaux, non orthogonaux. A ce titre, le plan central composite apparaît comme particulièrement intéressant [BEN94]. En effet, ce type de plans intègre à la fois un plan complet de facteurs à deux niveaux et des essais supplémentaires comportant une valeur centrale qui permet d'évaluer la variance de répétabilité et des extrema qui permettent d'évaluer la non linéarité pour les facteurs d'ordre 1. On notera cependant que, par rapport au modèle choisi au départ, on perd l'information relative au caractère non-linéaire des interactions.

Annexe 6. Plans d'expériences pour les vérins hydrauliques et pneumatiques

Dans le cadre de notre étude à trois facteurs, le plan central composite serait le suivant :

Essai	Facteur 1	Facteur 2	Facteur 3	
1	0	0	0	valeur centrale
2	1	1	1	plan complet
3	1	1	-1	
4	1	-1	1	
5	1	-1	-1	
6	-1	1	1	
7	-1	1	-1	
8	-1	-1	1	
9	-1	-1	-1	
10	α	0	0	non linéarités facteur 1
11	$-\alpha$	0	0	
12	0	α	0	non linéarités facteur 2
13	0	$-\alpha$	0	
14	0	0	α	non linéarités facteur 3
15	0	0	$-\alpha$	

Table 38 : plan central composite appliqué au cas des vérins hydrauliques

- l'essai n°1 correspondant à la valeur centrale,
- les essais 2 à 9 constituant le plan complet à deux facteurs,
- les essais 10-11, 12-13 et 14-15 permettant d'estimer respectivement la non-linéarité des facteurs 1, 2 et 3.

Si on appelle P, T et Θ les trois facteurs de notre étude, le plan d'expérience choisi permet d'estimer un modèle de la forme suivante :

$$Q = \bar{Q} + a_1 \cdot P + a_2 \cdot P^2 + b_1 \cdot T + b_2 \cdot T^2 + c_1 \cdot \Theta + c_2 \cdot \Theta^2 + ab_1 \cdot PT + ac_1 \cdot P\Theta + bc_1 \cdot T\Theta + abc_1 \cdot PT\Theta$$

où Q est la réponse mesurée.

La valeur centrale et les extrema α et $-\alpha$ seront choisis en accord avec les industriels, la valeur de α étant connue à partir du nombre N d'essais du plan complet ($\alpha = N^{0.25} = 1.68$). On en déduit alors aisément les valeurs des niveaux correspondant au plan complet à deux facteurs :

Niveau	Valeur du facteur	PMCU (bar)	T _f (°C)	T _a (°C)
$-\alpha$	min	60	35	0
-1	$moy - \frac{\max - moy}{\alpha}$	72	45	14
0	$moy = \frac{\min + \max}{2}$	90	60	35
1	$moy + \frac{\max - moy}{\alpha}$	108	75	56
α	max	120	85	70

*Table 39 : valeurs des niveaux des paramètres du plan central composite
Vérins hydrauliques*

Annexe 6. Plans d'expériences pour les vérins hydrauliques et pneumatiques

Ce plan comporte 15 combinaisons ce qui est légèrement supérieur à nos contraintes. Le nombre de répétitions pour une bonne estimation de la variance de répétabilité est de 6 pour le point central, de 3 pour les autres essais pour des problèmes de coût des composants.

2. Vérins pneumatiques

a. Objectif du plan :

Débroussailler et rechercher l'influence des facteurs et de leurs interactions (2ème et 3ème ordre) sur la dégradation du composant mesurée par son taux de fuite.

On cherchera, dans le même temps, à appréhender les facteurs les plus importants, chiffrer leurs interactions et modéliser le comportement au cours des essais des différents composants en réponse aux niveaux de contraintes imposés.

b. Réponse choisie :

Pour les vérins, la réponse choisie est le taux de fuite.

Pour les distributeurs, la réponse choisie est également le taux de fuite mais on mesurera aussi le temps de réponse.

On mesurera une chute de pression et on déduira par calcul le taux de fuite à partir de la loi des gaz parfaits :

$$PV = nRT$$

Les taux de fuite seront mesurés à intervalles réguliers, afin d'obtenir une évolution détaillée de l'usure des composants. La périodicité des mesures a été choisie égale à une mesure par semaine.

c. Les facteurs :

On peut classer les facteurs en trois grandes catégories :

- les facteurs objets de l'étude,
- les facteurs contrôlés,
- les facteurs perturbateurs.

Pour les deux premières catégories on distinguera les facteurs qualitatifs et les facteurs quantitatifs.

Pour la dernière on distinguera les facteurs bruit des facteurs bloc.

Un facteur bruit représente un facteur susceptible de faire varier la réponse de manière aléatoire en conditions réelles d'utilisation. Il est parfois possible de contrôler ces facteurs en laboratoire.

Un facteur bloc représente une condition expérimentale qui va inévitablement varier au cours des essais et qui est susceptible de modifier un des autres facteurs. On tiendra compte des facteurs blocs en regroupant les essais en blocs où le facteur est sensé ne pas varier.

Annexe 6. Plans d'expériences pour les vérins hydrauliques et pneumatiques

Différents facteurs envisagés :

Facteurs objets de l'étude	Facteurs contrôlés	Facteurs perturbateurs
Facteurs quantitatifs : - PMCU - T_f - T_a	Facteurs qualitatifs : - caractéristiques du composant - architecture du banc d'essais - lieu d'expérimentation - méthodes de mesures Facteurs quantitatifs : - propreté du fluide (filtration à 40 μm) - cadence d'essai (1Hz) - vitesse d'amortissement - charge (0,5 kg) - caractéristiques du composant - durée ou kilométrage de l'essai - nombre de manœuvres - point de rosée de l'air - concentration en huile de l'air	Facteurs bruits : - hygrométrie ambiante NM - opérateurs M - vibrations (hall d'essai) NM - fixation du montage M - durée d'arrêt (mesures) M - défaillances de l'installation NM - pression atmosphérique NM - marque du composant M Facteurs bloc : - temps (saison) pour T_a

Table 40 : facteurs extérieurs influents dans le cas de vérins pneumatiques

Légende : NM facteur Non Maîtrisé

M facteur Maîtrisé

Les facteurs retenus pour l'étude, sont les suivants :

- Pression Maximum Constante d'Utilisation (PMCU), définie par la norme E48120 :
 "C'est la pression à laquelle un composant peut-être soumis lors d'une utilisation donnée, à l'exception de tout phénomène de surpression dynamique, dans des conditions spécifiées (température, fluide, pollution, environnement et charges extérieures)."
- Température du fluide (T_f),
- Température ambiante (T_a).

Les facteurs contrôlés

Ce sont des facteurs que l'on ne souhaite pas étudier mais que l'on suppose influents sur la réponse. On assure leur constance au cours des essais pour ne pas fausser l'interprétation des résultats. Les facteurs qui ont été relevés sont les suivants :

- les caractéristiques qualitatives et quantitatives du composant, c'est-à-dire sa technologie, les matériaux utilisés, ses dimensions, tolérances...
- le lieu d'expérimentation, tous les essais seront effectués dans un même local du CETIM,
- l'architecture du banc d'essai, tous les essais seront effectués sur le même banc,
- les méthodes de mesure, on mesurera un taux de fuite global par perte de charge,
- la propreté du fluide, il sera filtré à 40 μm pour se rapprocher des conditions industrielles,
- la cadence d'essai, fixée à 1 Hz, est conforme avec les spécifications des composants,
- la charge du vérin, fixée à 0,8 kg d'après la norme CNOMO E06.22.115.N,
- la vitesse d'amortissement qui sera réglée de façon identique pour tous les composants,
- la durée ou le kilométrage de l'essai (3000 km pour les vérins),
- le nombre de manoeuvres qui découle du kilométrage et de la course adoptée,
- le point de rosée du fluide (entre 2 et 5°C),
- la concentration en huile de l'air qui sera mesurée régulièrement.

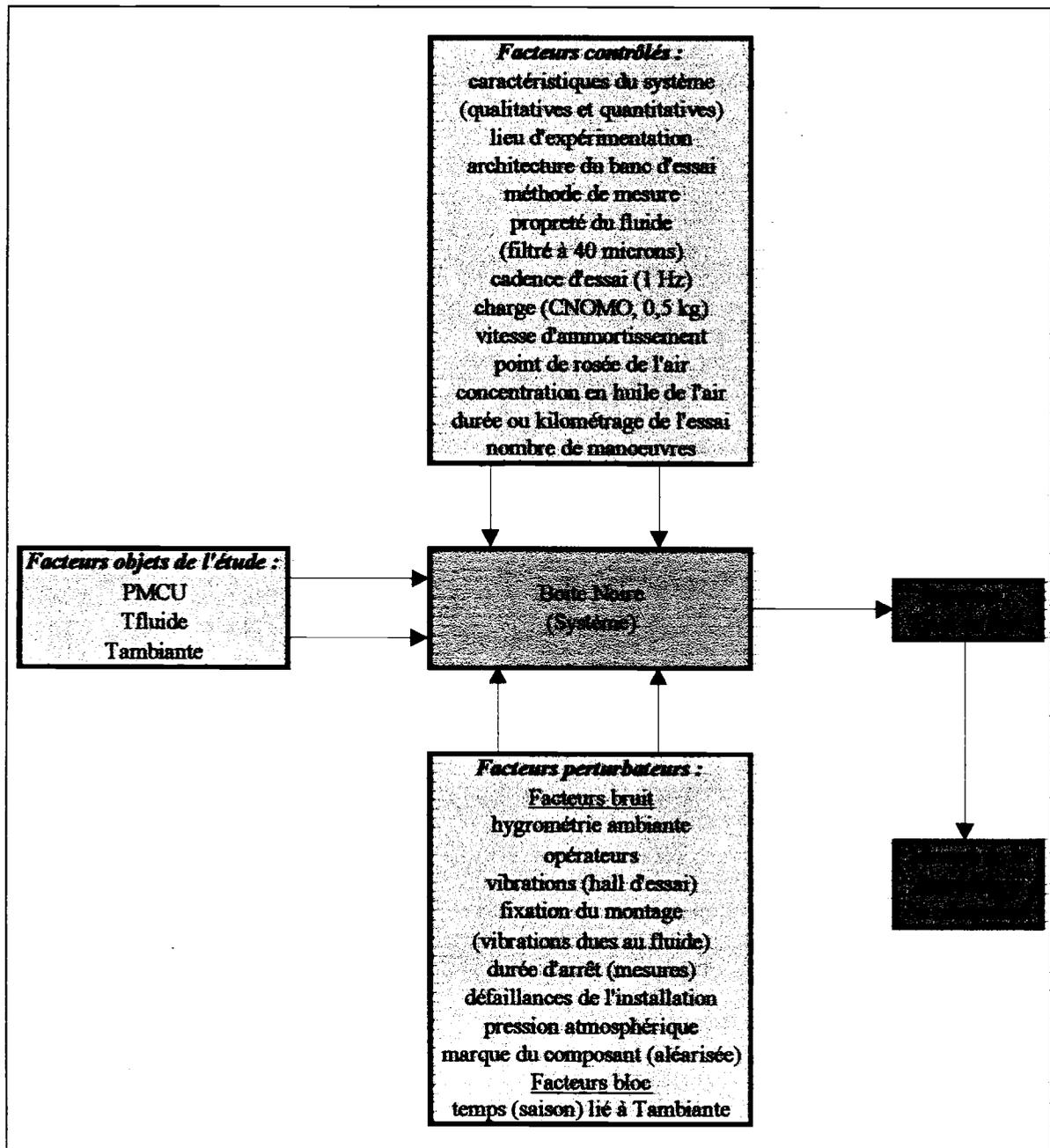


Figure 93 : schéma blocs des facteurs considérés pour l'étude

Les facteurs perturbateurs

Les facteurs bruit seront si possible maîtrisés; dans le cas contraire, ils seront aléarisés :

- hygrométrie ambiante qui pourra influencer sur le point de rosée du fluide,
- pression atmosphérique,
- vibrations dues aux autres utilisateurs du hall d'essais,
- fixation du montage pour éviter les vibrations dues au fluide,
- opérateurs qui seront toujours les mêmes,
- arrêts pour les mesures, de façon régulière et répétable,
- défaillances de l'installation,
- marque des composants.

Annexe 6. Plans d'expériences pour les vérins hydrauliques et pneumatiques

Pour ce dernier facteur, il a finalement été choisi d'utiliser des composants standards provenant de différents constructeurs. L'affectation des composants à chaque essai (c'est-à-dire à chaque combinaison des facteurs objets de l'étude) sera effectuée de manière aléatoire.

Le facteur bloc du temps (saison) sera négligé car tous les essais seront effectués dans une ambiance contrôlée, dans des enceintes isolées et la température ambiante sera ainsi totalement contrôlée.

Pour des problèmes de durée d'essais, quatre essais seront menés de front, dans quatre conditions d'essais différentes, chaque essai comportant 5 composants.

d. Contraintes :

→ coût des composants

→ durée des essais : 4 mois en pneumatique

Ces contraintes guideront le choix du nombre de répétitions. De plus, la campagne d'essais ne devant pas excéder 18 mois, le nombre d'essais sera limité et on ne pourra donc pas effectuer plus de 16 essais (4×4).

e. Etude des facteurs :

A priori, si on suppose que l'évolution de la réponse en fonction des facteurs est non linéaire, il faut envisager des facteurs à 3 modalités (c'est-à-dire 3 valeurs différentes pour un facteur). Nous nous intéresserons également aux interactions tant d'ordre 2 que d'ordre 3 (les interactions sont les actions combinées de plusieurs facteurs en même temps).

Interactions soupçonnées :

Ordre 0 :

Constante = moyenne de la réponse sur l'ensemble des essais

Ordre 1

PMCU

T_f

T_a

Ordre 2 :

PMCU* T_f

T_f * T_a

Ordre 3 :

PMCU* T_f * T_a

L'interaction d'ordre 2 PMCU* T_a est supposée négligeable.

Analyse des degrés de liberté (ddl):

Interactions	ddl
Ordre 0	
Constante	1
Ordre 1	
PMCU	2
Tf	2
Ta	2
Ordre 2	
PMCU*Tf	4
Tf*Ta	4
Ordre 3	
PMCU*Tf*Ta	8
TOTAL	23

Table 41 : analyse des ddl dans le cas des essais des vérins pneumatiques

Pour réaliser un plan d'expériences exploitable, le nombre de combinaisons différentes des facteurs doit être supérieur ou égal au nombre de degrés de liberté du modèle. Ainsi, il apparaît tout de suite qu'un tel modèle ne peut pas être approché en respectant nos contraintes. Si on néglige l'interaction d'ordre 3, le nombre de degrés de liberté du modèle devient 15 et pourrait convenir.

Pourtant, avec des facteurs à trois niveaux, on se heurte à des problèmes de résolution des plans qui ne permettent pas d'appréhender les interactions d'ordre 2. En effet, pour un plan de résolution R , les facteurs d'ordre x sont confondus avec les interactions d'ordre $R - x$. Les plans existant pour des facteurs à trois niveaux sont de résolution 3 ce qui confond les facteurs d'ordre 1 et les interactions d'ordre 2 ($3 - 1$).

Enfin, contrairement à ce qui se passe pour le cas des facteurs à deux niveaux, les interactions entre facteurs à trois niveaux sont contenues dans plusieurs colonnes (nombre de ddl des interactions supérieur au nombre de ddl des facteurs) ce qui pose de graves problèmes lorsque l'on cherche à réduire le nombre de combinaisons.

La complexité des problèmes avec des facteurs à trois niveaux rend quasi impossible l'utilisation de plans d'expériences orthogonaux au sens strict ou même au sens large (cas où tous les facteurs ne sont pas tous représentés dans les mêmes proportions).

f. Construction du plan d'expériences

Notre problème cherchant à modéliser la réponse (taux de fuite) d'un composant en fonction de facteurs, dont l'influence est a priori non linéaire (voir loi d'Arrhénius pour la température par exemple), et de leurs interactions il convient de rechercher des plans plus originaux, non orthogonaux.

A ce titre, le plan central composite apparaît comme particulièrement intéressant [BEN94]. En effet, ce type de plans intègre à la fois un plan complet de facteurs à deux niveaux et des essais supplémentaires comportant une valeur centrale qui permet d'évaluer la variance de répétabilité

Annexe 6. Plans d'expériences pour les vérins hydrauliques et pneumatiques

et des extrema qui permettent d'évaluer la non linéarité pour les facteurs d'ordre 1. On notera cependant que, par rapport au modèle choisi au départ, on perd l'information relative au caractère non-linéaire des interactions.

Dans le cadre de notre étude à trois facteurs, le plan central composite serait le suivant :

Essai	Facteur 1	Facteur 2	Facteur 3	
1	0	0	0	valeur centrale
2	1	1	1	plan complet
3	1	1	-1	
4	1	-1	1	
5	1	-1	-1	
6	-1	1	1	
7	-1	1	-1	
8	-1	-1	1	
9	-1	-1	-1	
10	α	0	0	
11	$-\alpha$	0	0	
12	0	α	0	non linéarités facteur 2
13	0	$-\alpha$	0	
14	0	0	α	non linéarités facteur 3
15	0	0	$-\alpha$	

Table 42 : plan central composite appliqué au cas des vérins pneumatiques

- l'essai n°1 correspondant à la valeur centrale,
- les essais 2 à 9 constituant le plan complet à deux facteurs,
- les essais 10-11, 12-13 et 14-15 permettant d'estimer respectivement la non-linéarité des facteurs 1, 2 et 3.

Si on appelle P, T et Θ les trois facteurs de notre étude, le plan d'expérience choisi permet d'estimer un modèle de la forme suivante :

$$Q = \bar{Q} + a_1 \cdot P + a_2 \cdot P^2 + b_1 \cdot T + b_2 \cdot T^2 + c_1 \cdot \Theta + c_2 \cdot \Theta^2 + ab_1 \cdot PT + ac_1 \cdot P\Theta + bc_1 \cdot T\Theta + abc_1 \cdot PT\Theta$$

où Q est la réponse mesurée.

La valeur centrale et les extrema α et $-\alpha$ seront choisis en accord avec les industriels, la valeur de α étant connue à partir du nombre N d'essais du plan complet ($\alpha = (N)^{0.25} = 1.68$).

On en déduit alors aisément les valeurs des niveaux correspondant au plan complet à deux facteurs (voir table 43).

Ce plan comporte 15 combinaisons ce qui est compatible avec nos contraintes. Le nombre de répétitions pour une bonne estimation de la variance de répétabilité est de 6 pour le point central, de 5 pour les autres essais.

Annexe 6. Plans d'expériences pour les vérins hydrauliques et pneumatiques

Niveau	Valeur du facteur	PMCU (bar)	T _f (°C)	T _a (°C)
-α	min	3	25	0
-1	$moy - \frac{\max - moy}{\alpha}$	4.6	34	14
0	$moy = \frac{\min + \max}{2}$	7	47.5	35
1	$moy + \frac{\max - moy}{\alpha}$	9.4	61	56
α	max	11	70	70

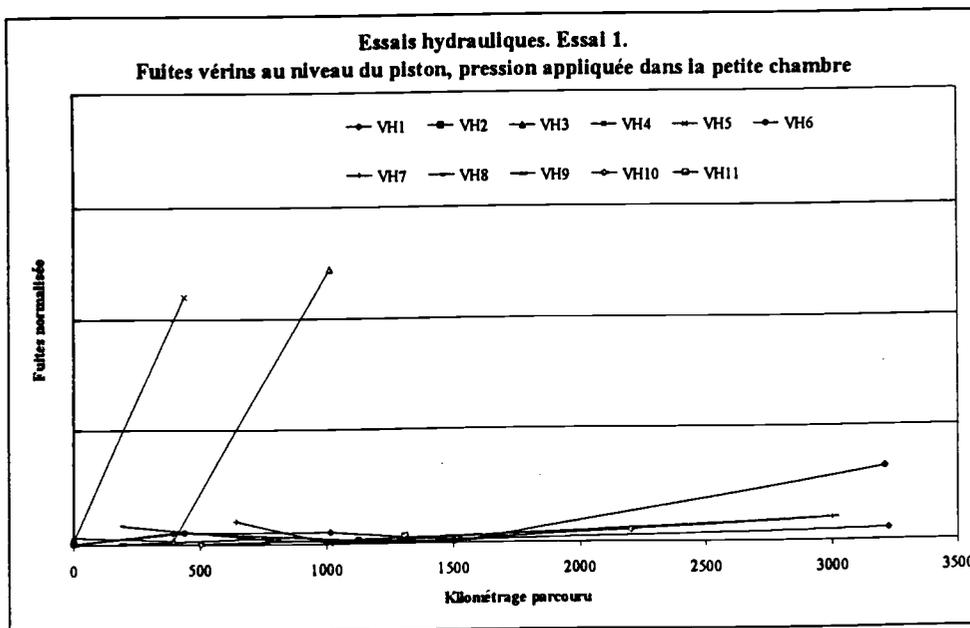
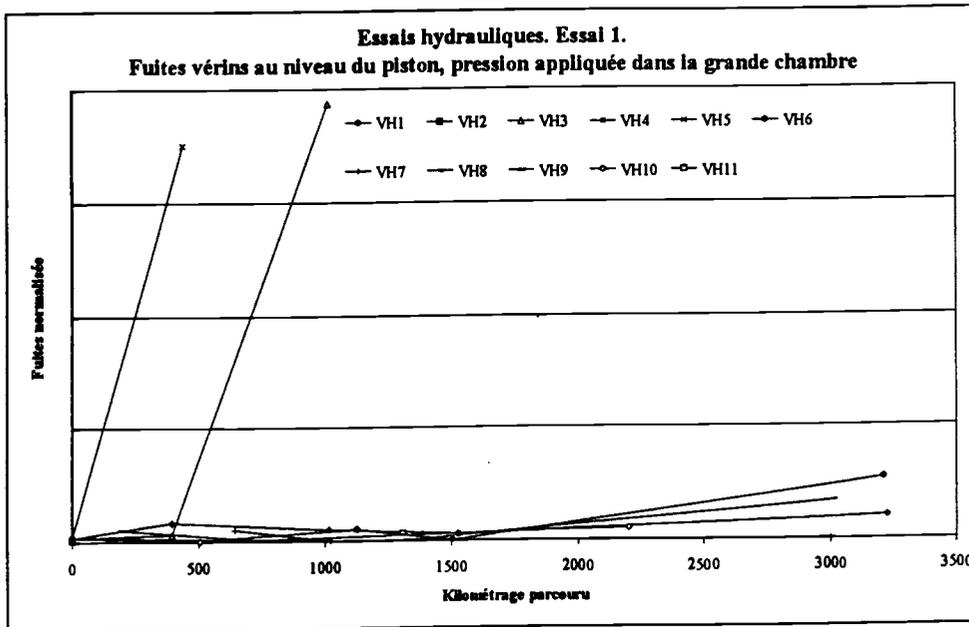
*Table 43 : valeurs des niveaux des paramètres du plan central composite
Vérins pneumatiques*

Annexe 7 : mesures de fuites des composants hydrauliques et pneumatiques

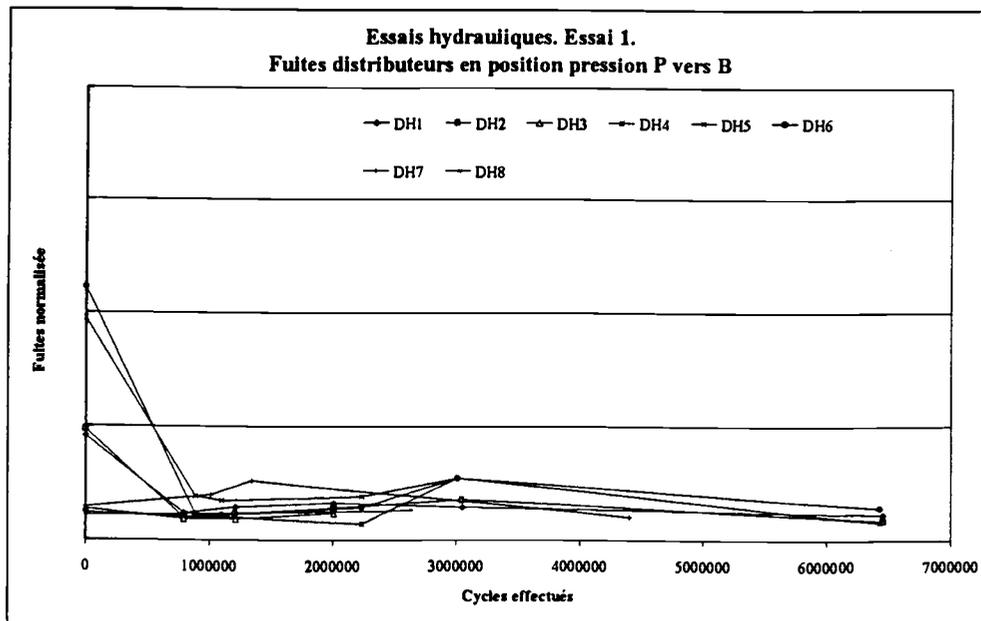
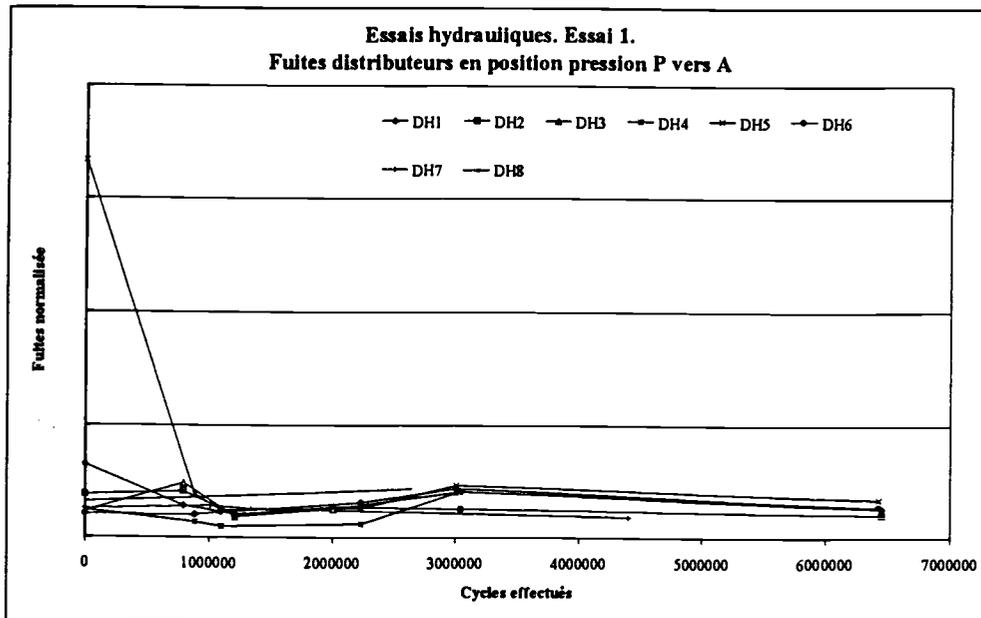
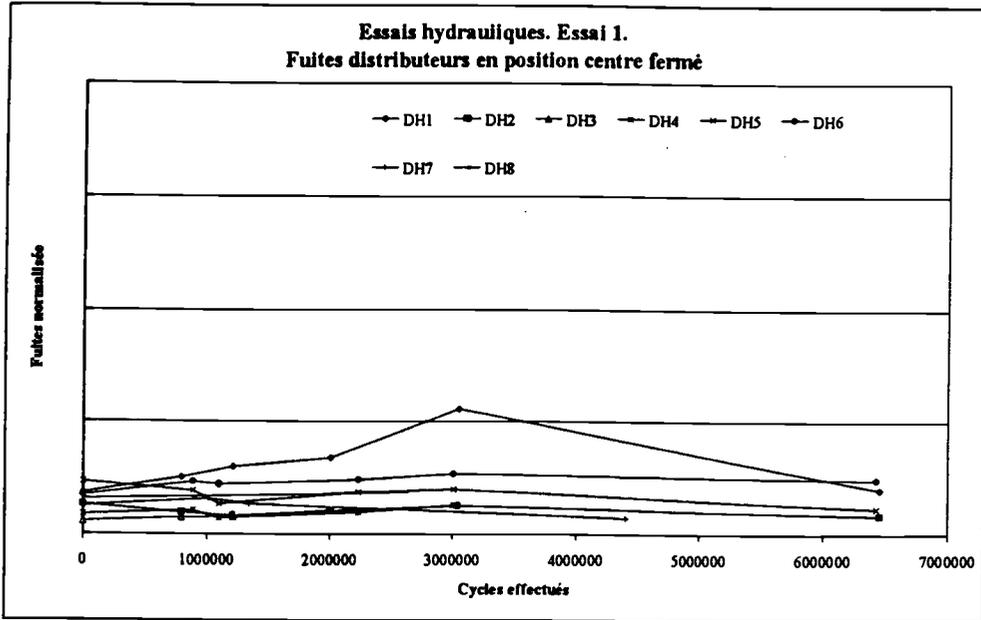
1. Essais hydrauliques

Essai 1

Pression	Température de fluide	Température ambiante
90 bar	60 °C	35 °C

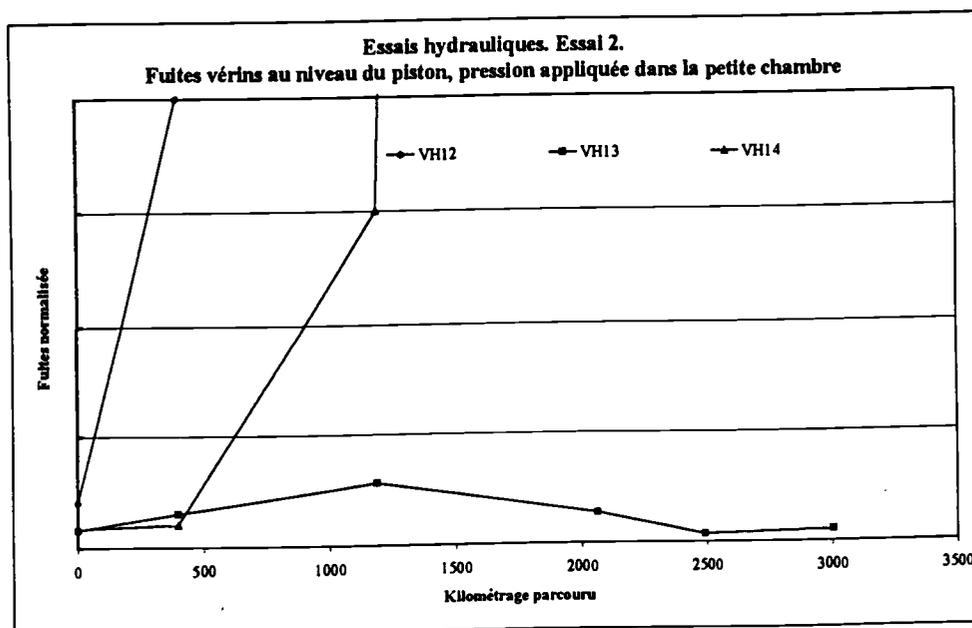
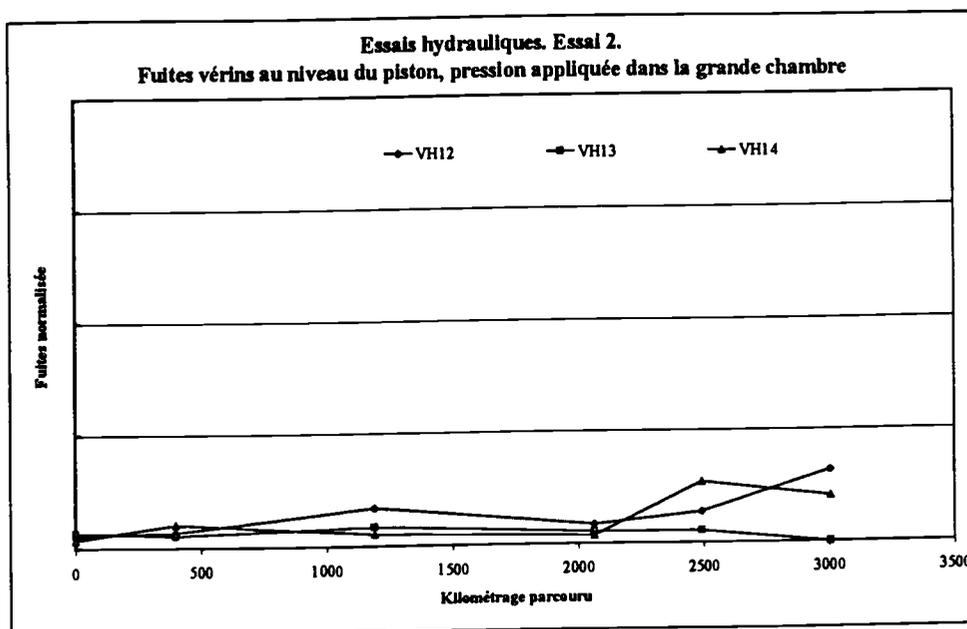


Annexe 7. Mesures de fuites des composants hydrauliques et pneumatiques

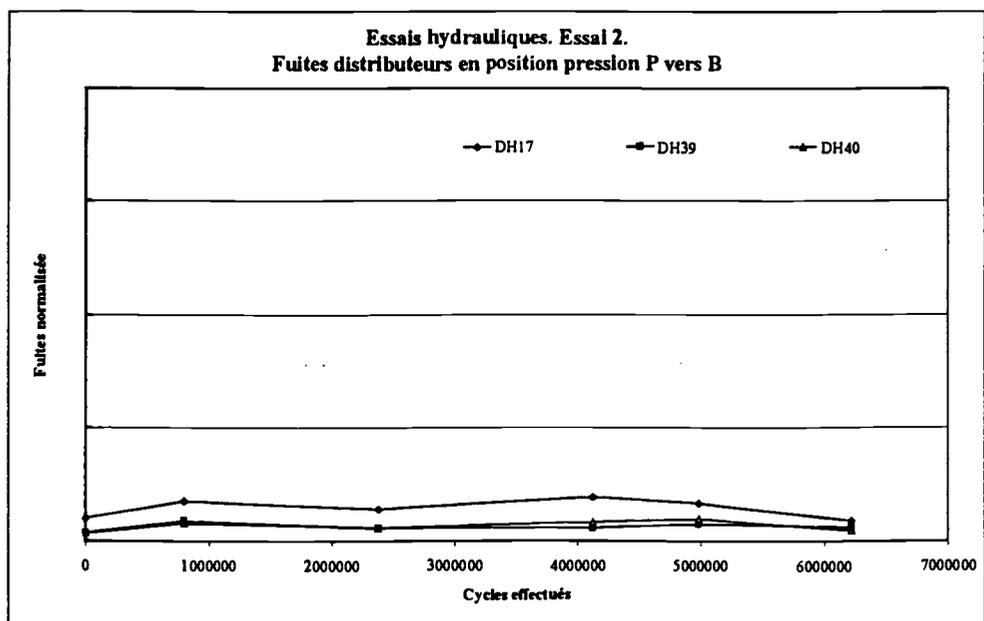
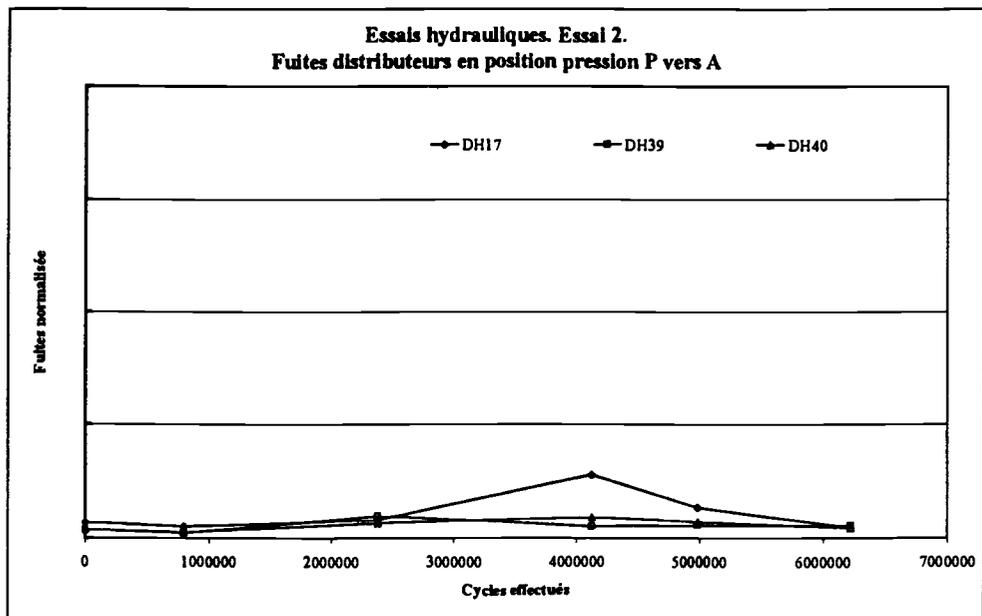
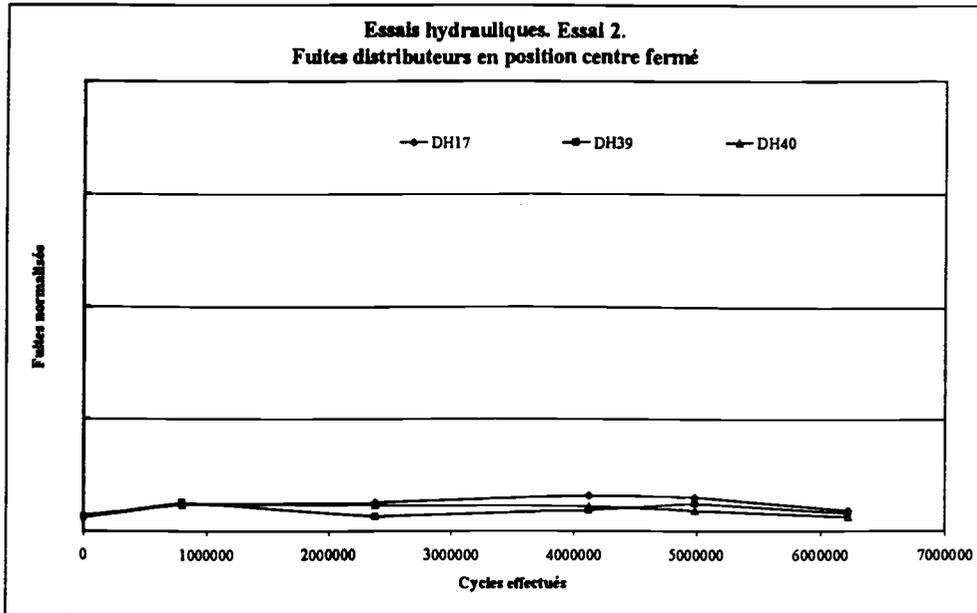


Essai 2

Pression	Température de fluide	Température ambiante
108 bar	75 °C	56 °C



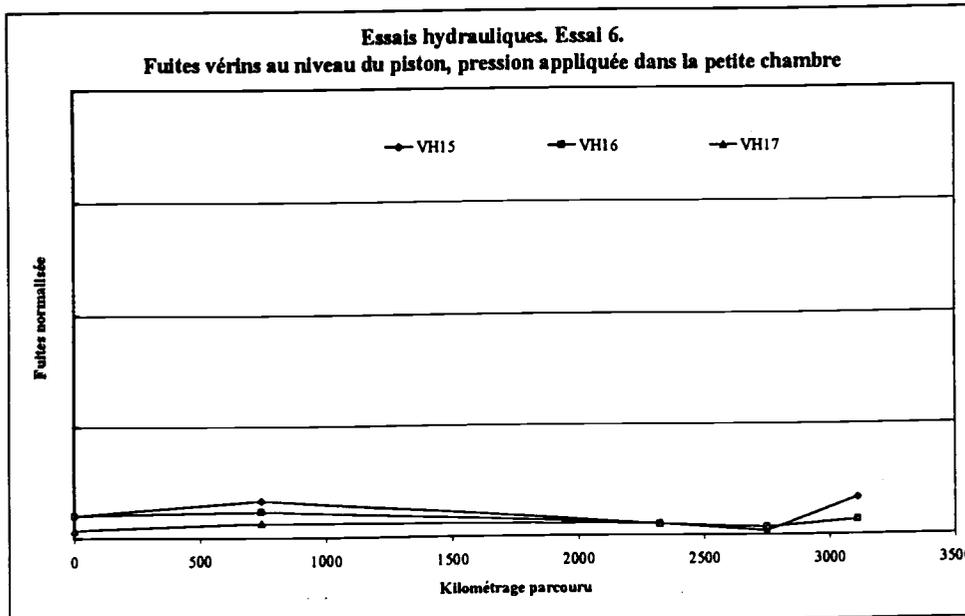
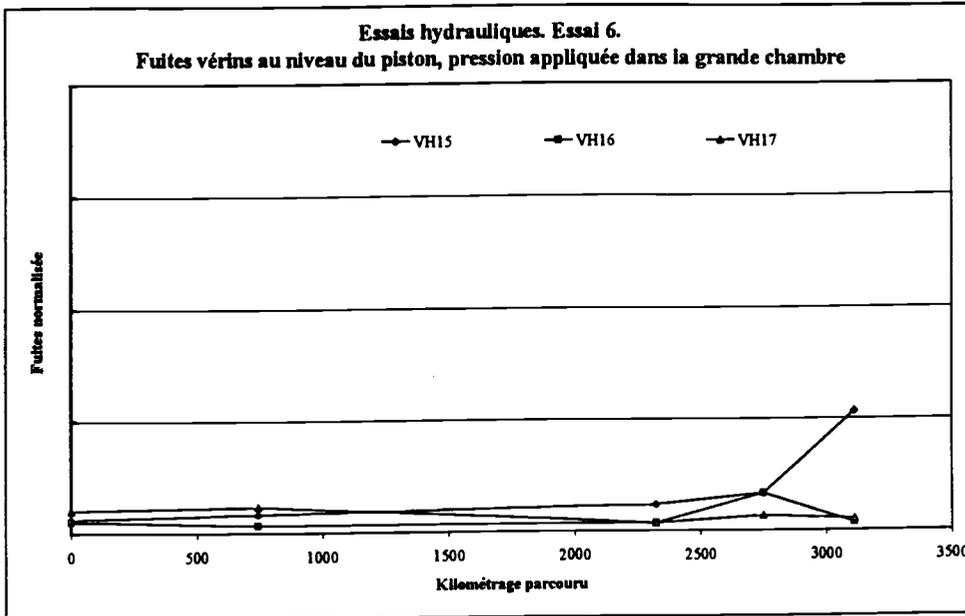
Annexe 7. Mesures de fuites des composants hydrauliques et pneumatiques



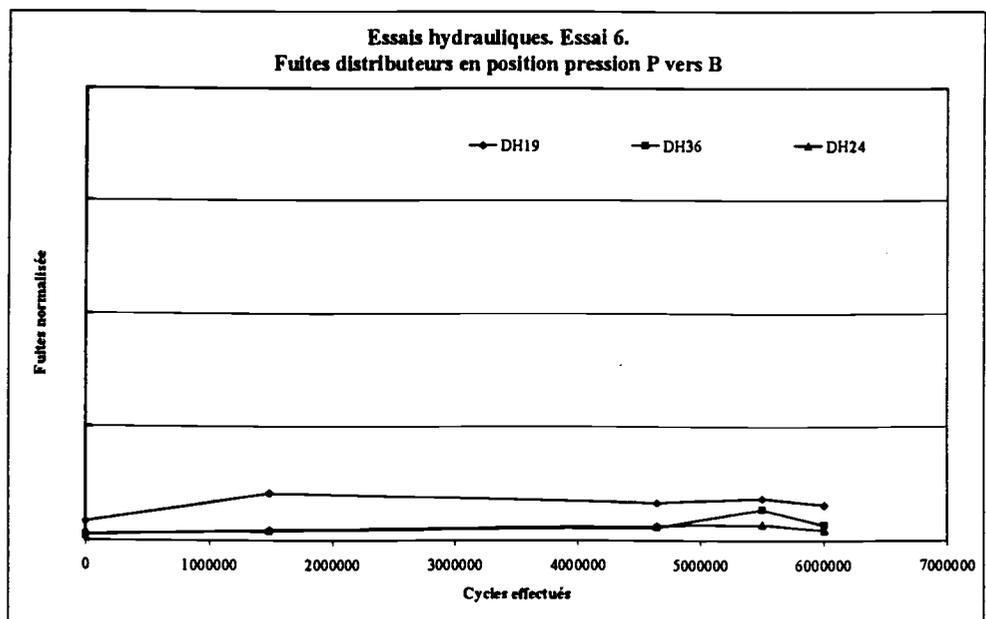
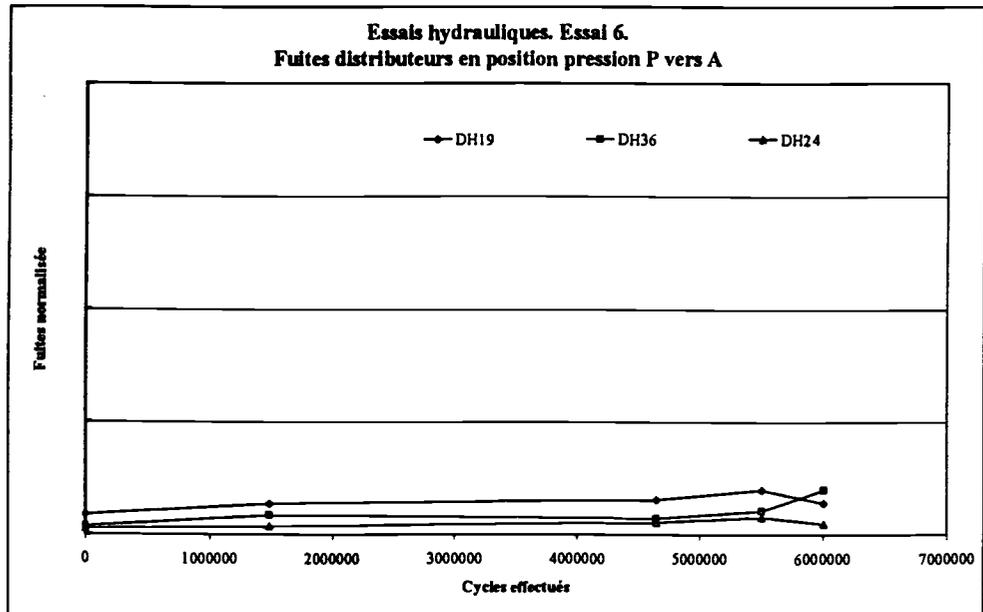
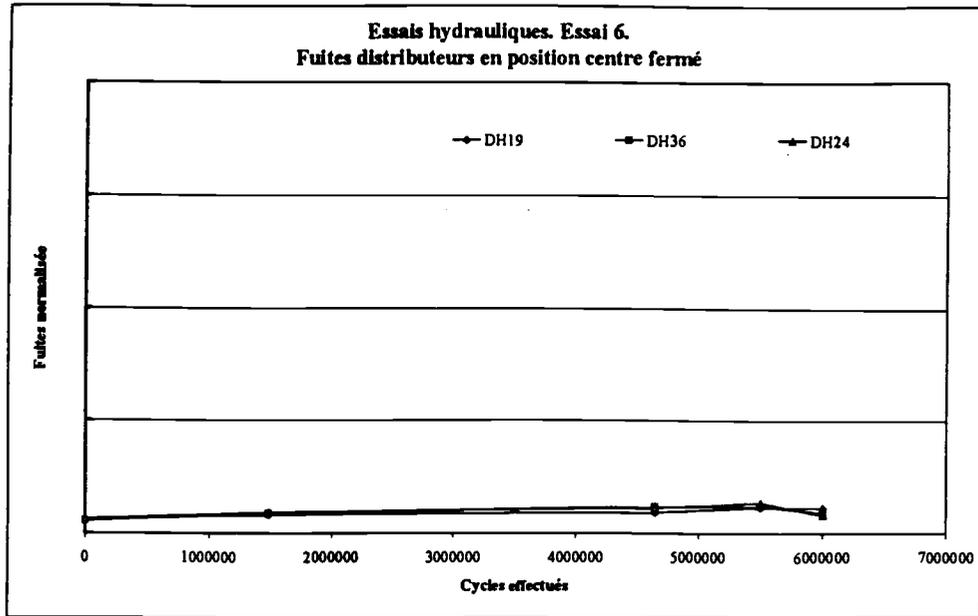
Annexe 7. Mesures de fuites des composants hydrauliques et pneumatiques

Essai 6

Pression	Température de fluide	Température ambiante
72 bar	75 °C	56 °C



Annexe 7. Mesures de fuites des composants hydrauliques et pneumatiques

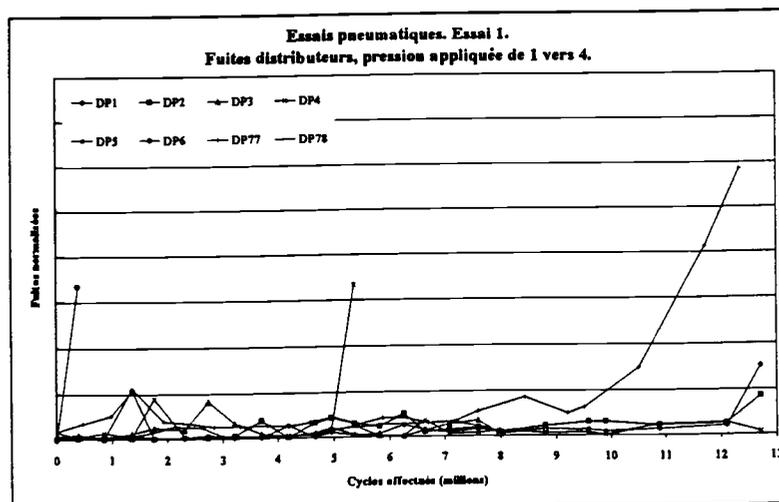
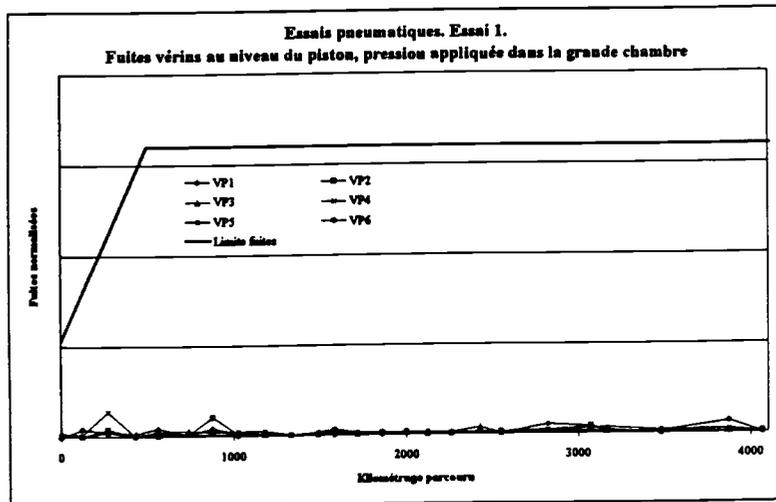
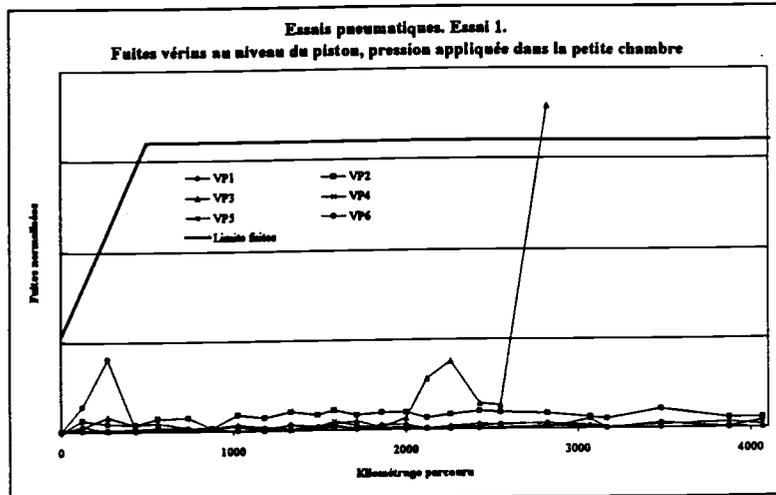


Annexe 7. Mesures de fuites des composants hydrauliques et pneumatiques

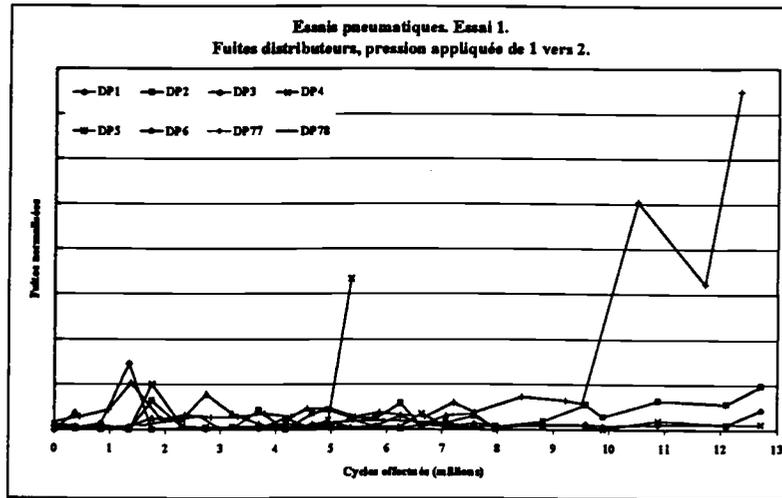
2. Essais pneumatiques

Essai 1

Pression	Température de fluide	Température ambiante
7 bar	47.5 °C	35 °C

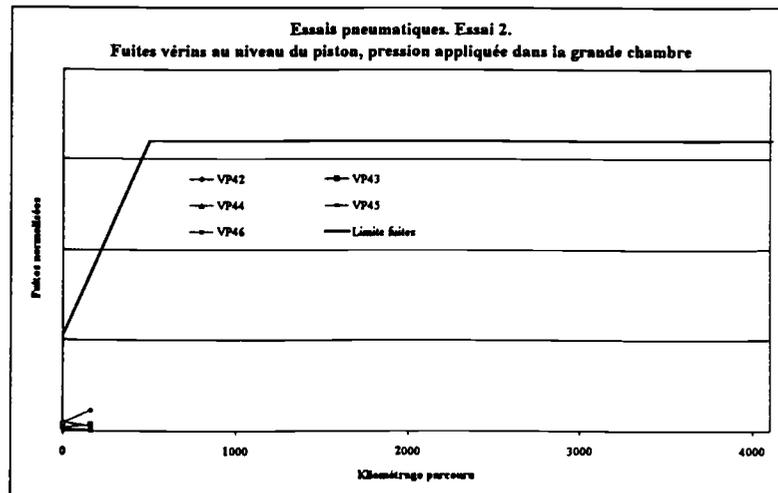
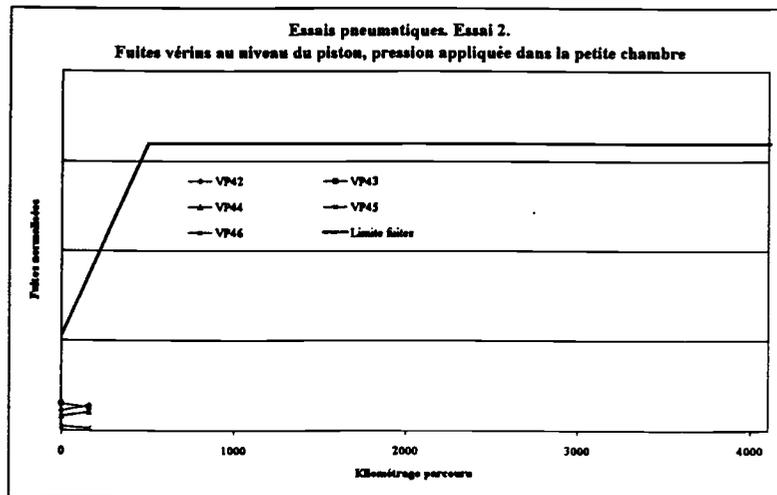


Annexe 7. Mesures de fuites des composants hydrauliques et pneumatiques

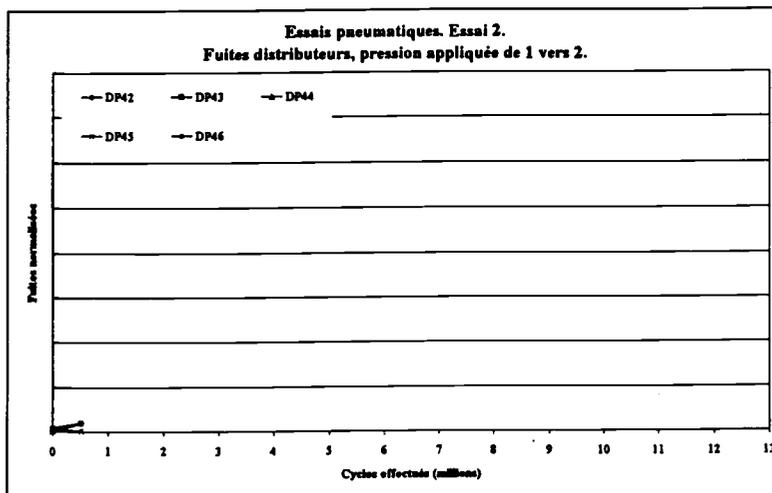
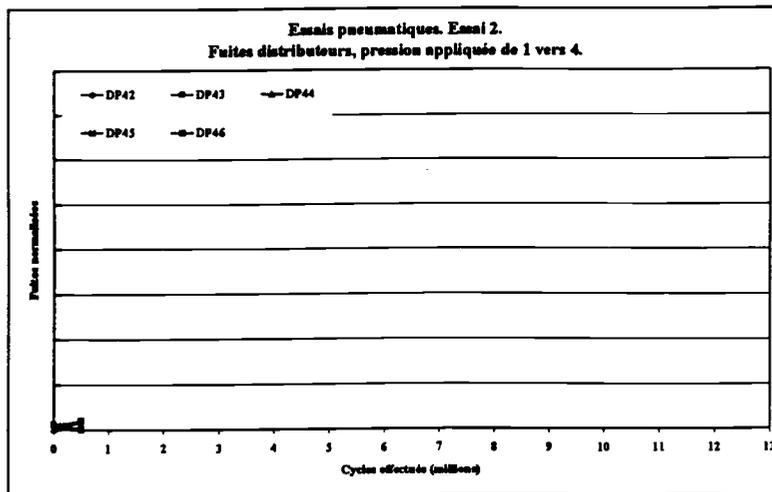


Essai 2

Pression	Température de fluide	Température ambiante
9.4 bar	61 °C	56 °C

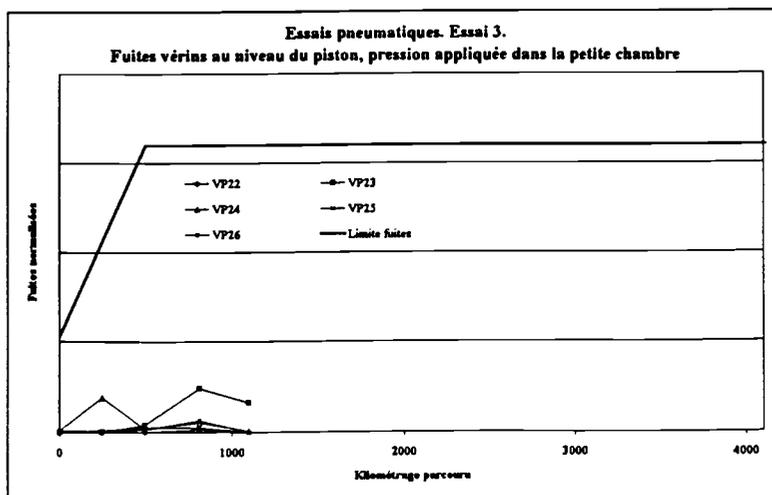


Annexe 7. Mesures de fuites des composants hydrauliques et pneumatiques

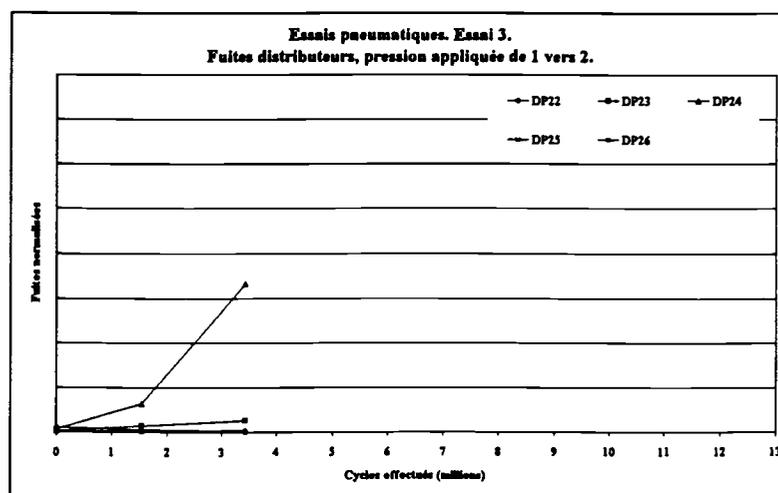
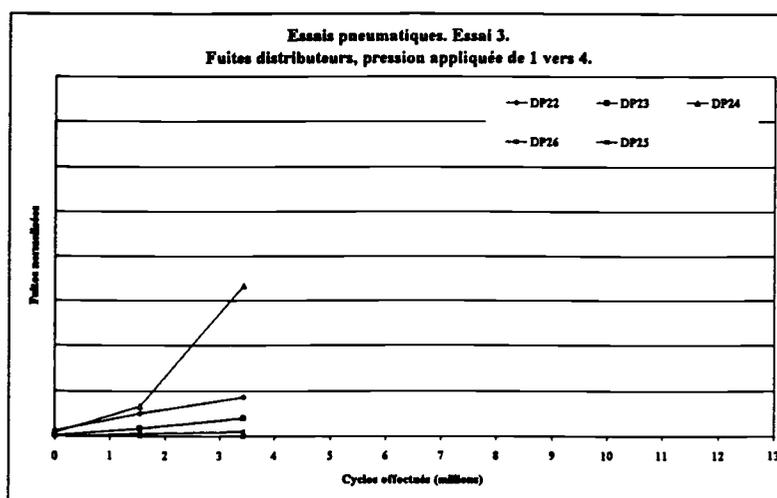
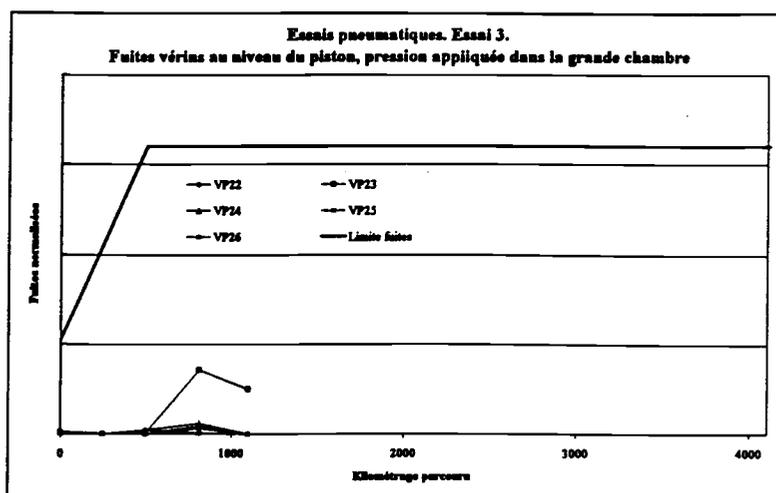


Essai 3

Pression	Température de fluide	Température ambiante
9.4 bar	61 °C	14 °C



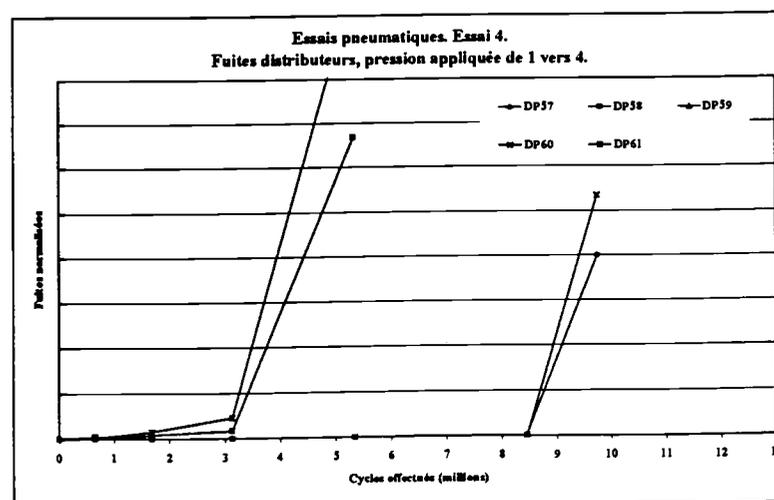
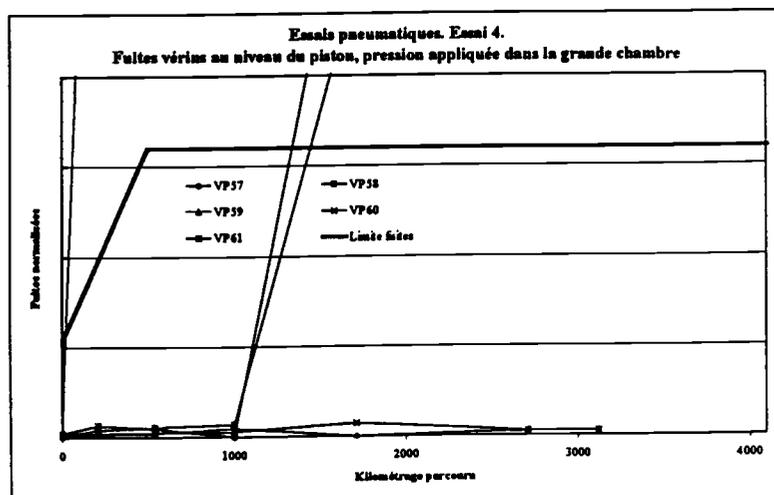
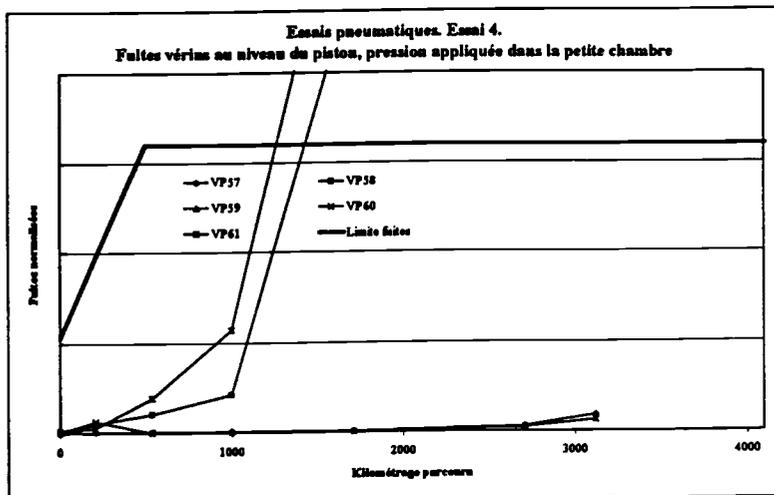
Annexe 7. Mesures de fuites des composants hydrauliques et pneumatiques



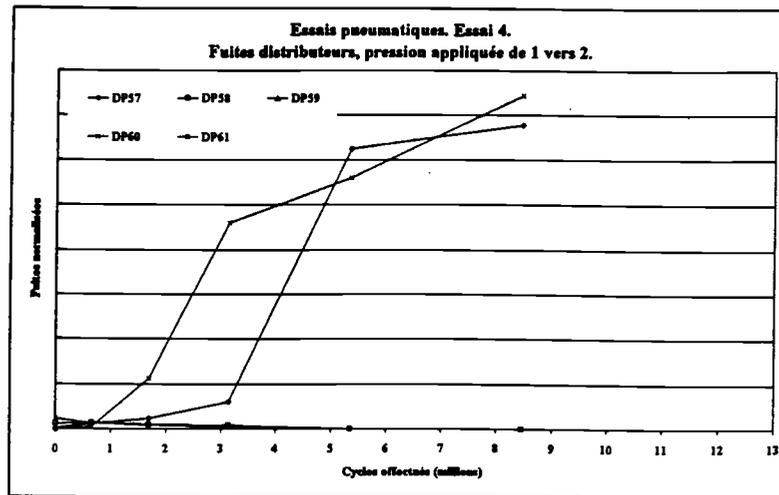
Annexe 7. Mesures de fuites des composants hydrauliques et pneumatiques

Essai 4

Pression	Température de fluide	Température ambiante
9.4 bar	34 °C	56 °C

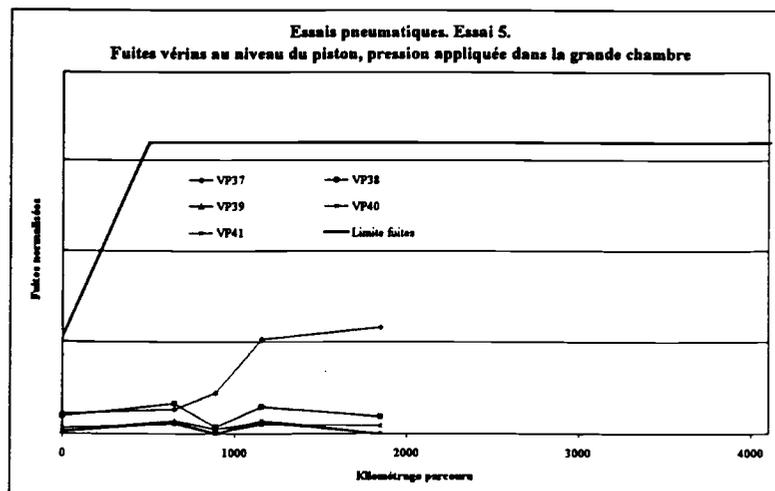
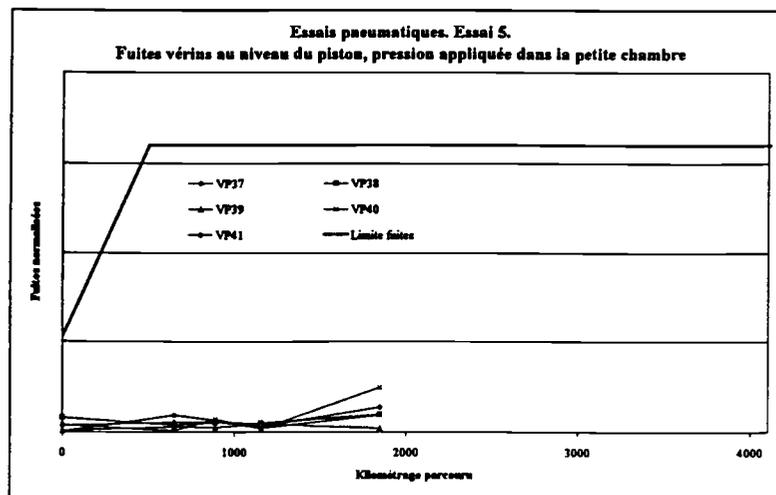


Annexe 7. Mesures de fuites des composants hydrauliques et pneumatiques

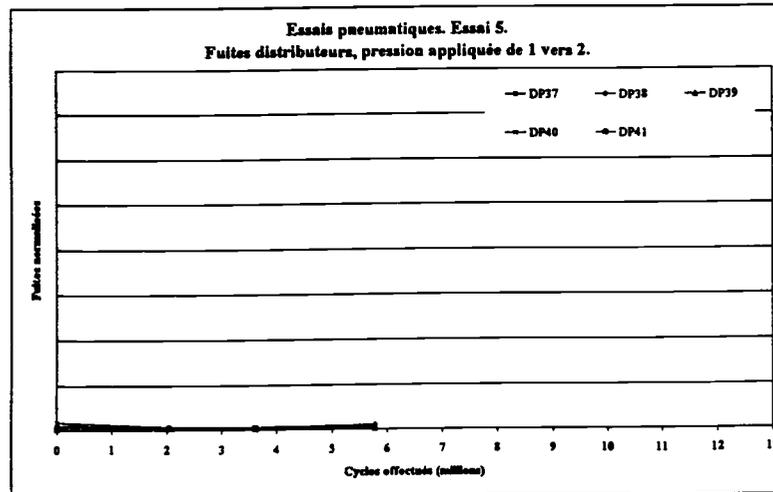
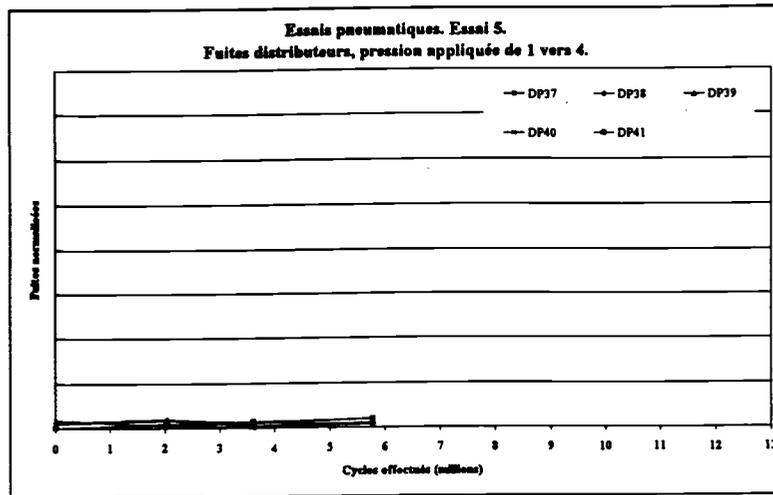


Essai 5

Pression	Température de fluide	Température ambiante
9.4 bar	34 °C	14 °C

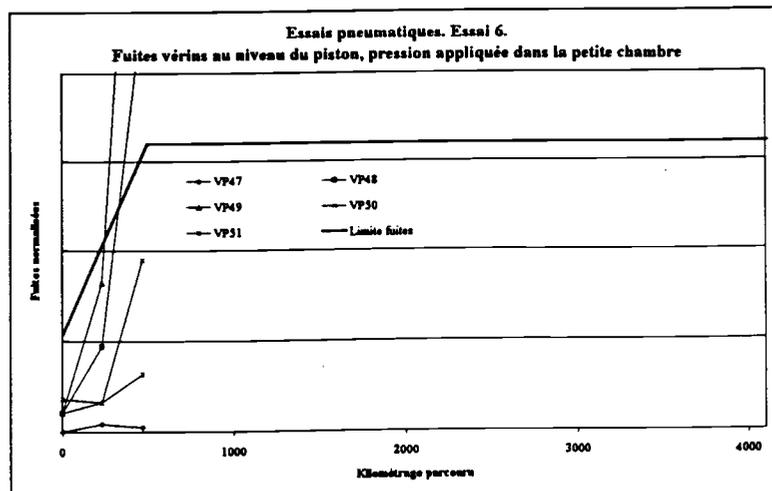


Annexe 7. Mesures de fuites des composants hydrauliques et pneumatiques

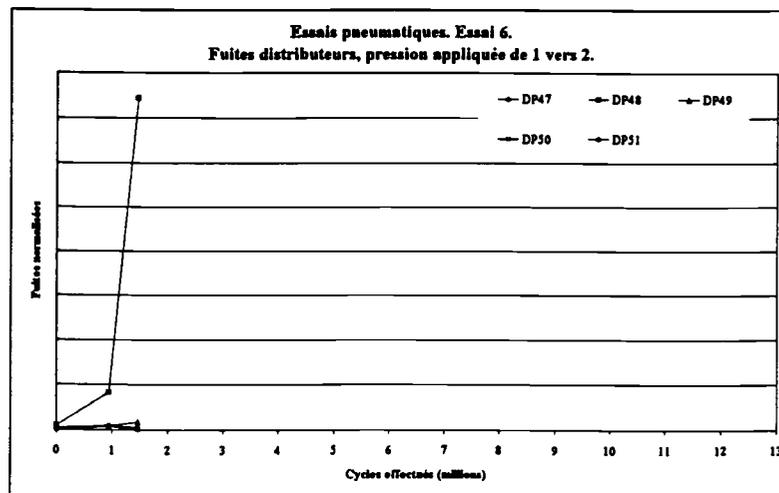
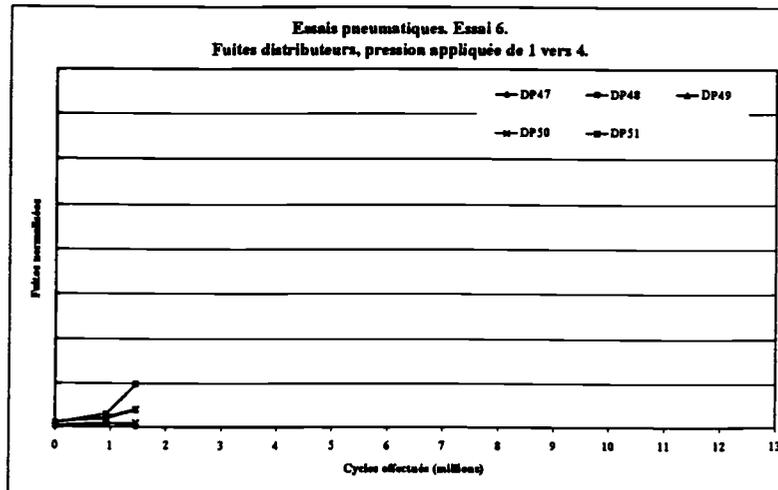
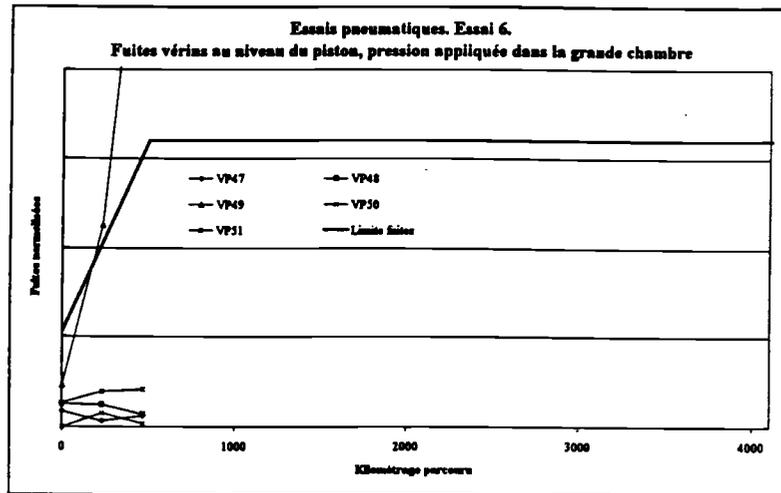


Essai 6

Pression	Température de fluide	Température ambiante
4.6 bar	61 °C	56 °C



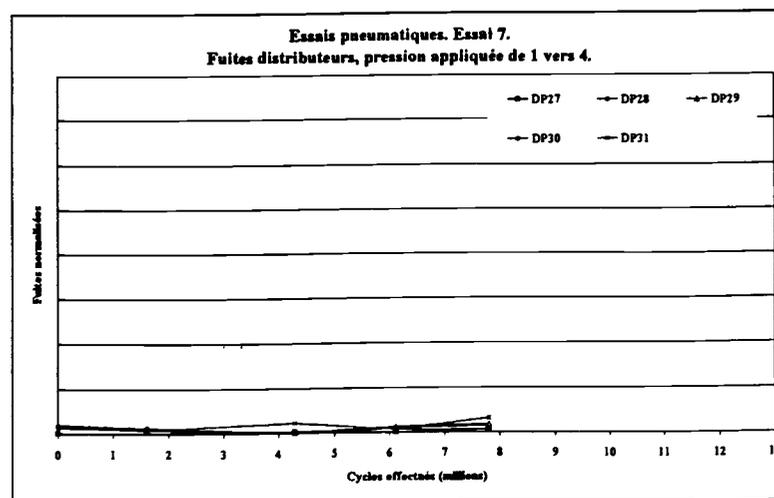
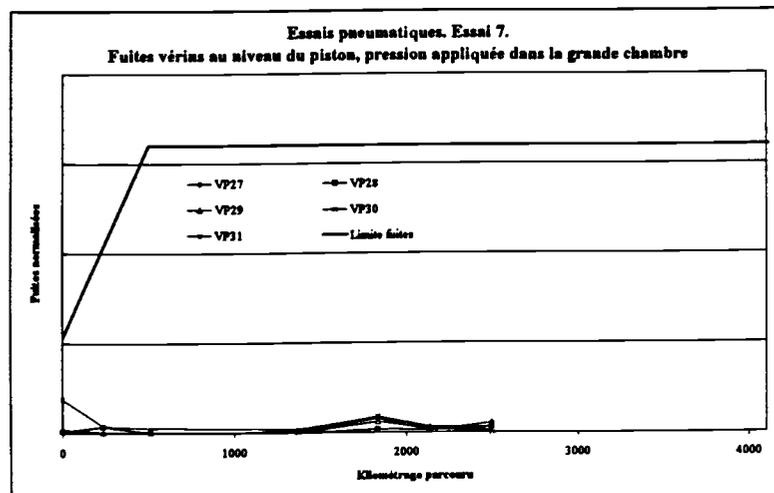
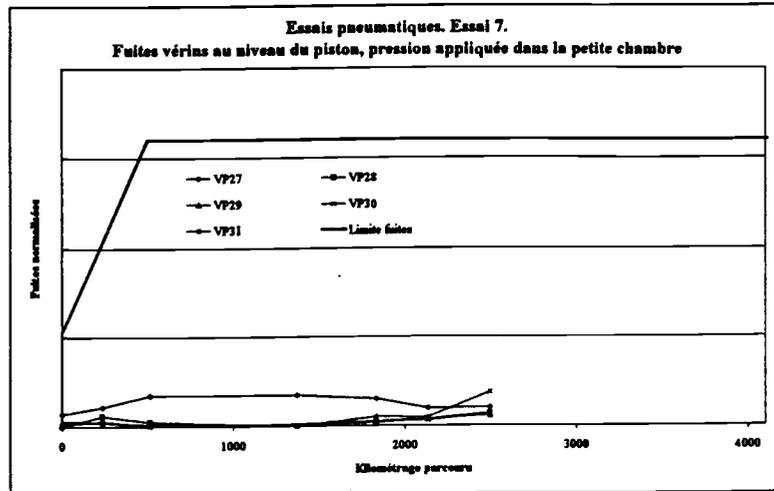
Annexe 7. Mesures de fuites des composants hydrauliques et pneumatiques



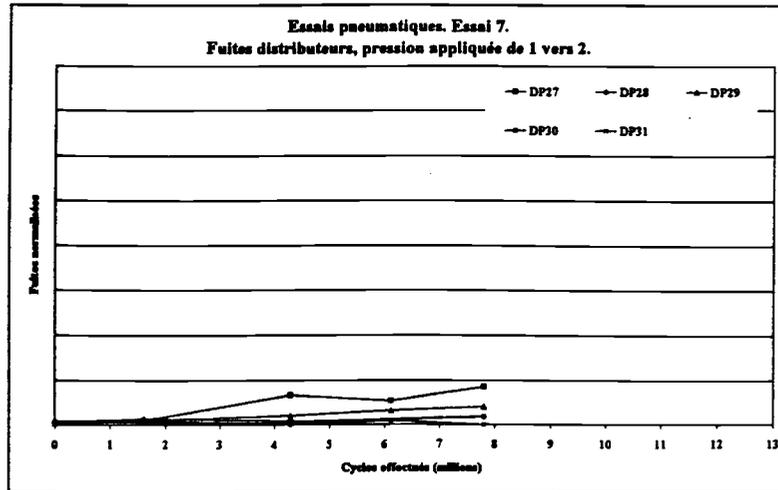
Annexe 7. Mesures de fuites des composants hydrauliques et pneumatiques

Essai 7

Pression	Température de fluide	Température ambiante
4.6 bar	61 °C	14 °C

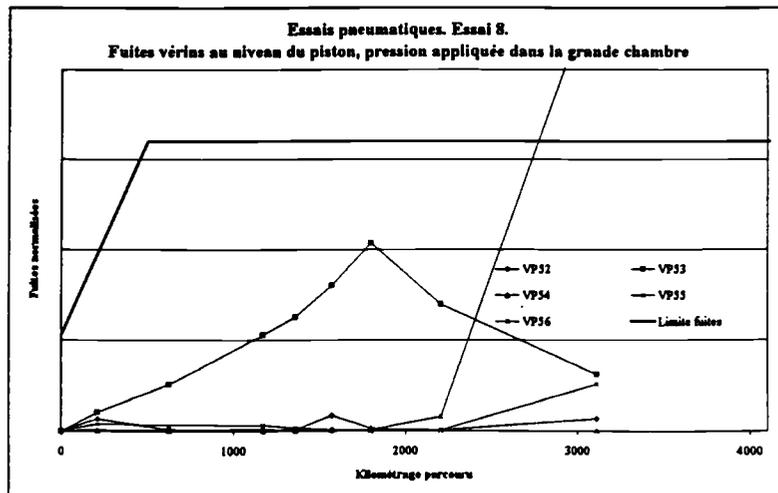
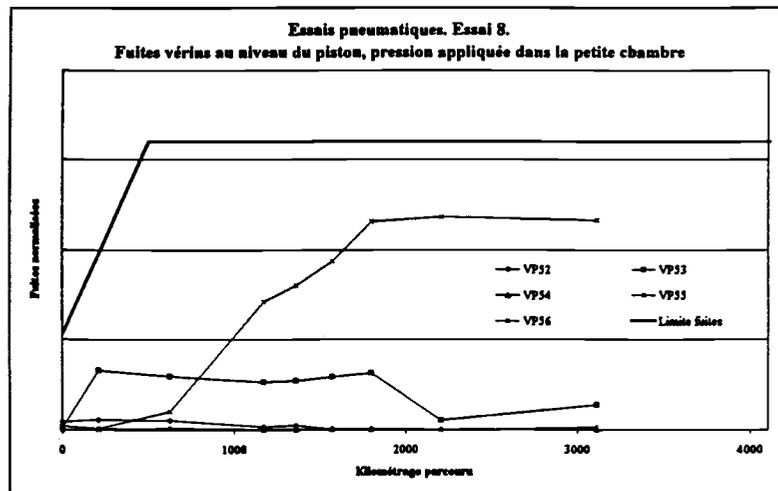


Annexe 7. Mesures de fuites des composants hydrauliques et pneumatiques

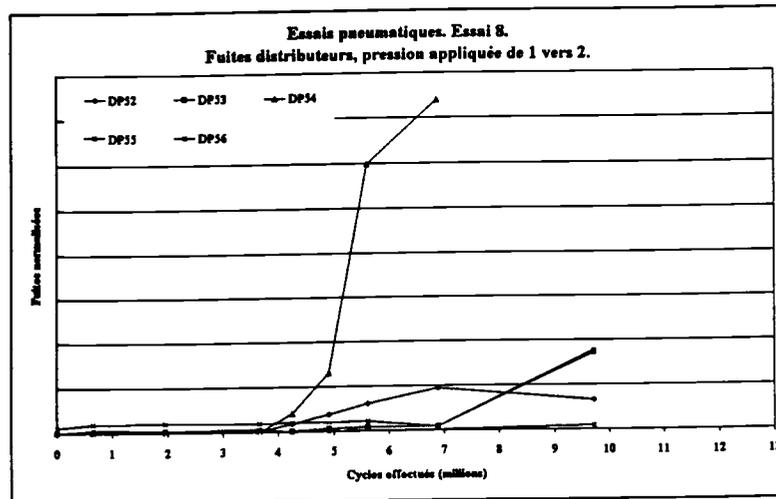
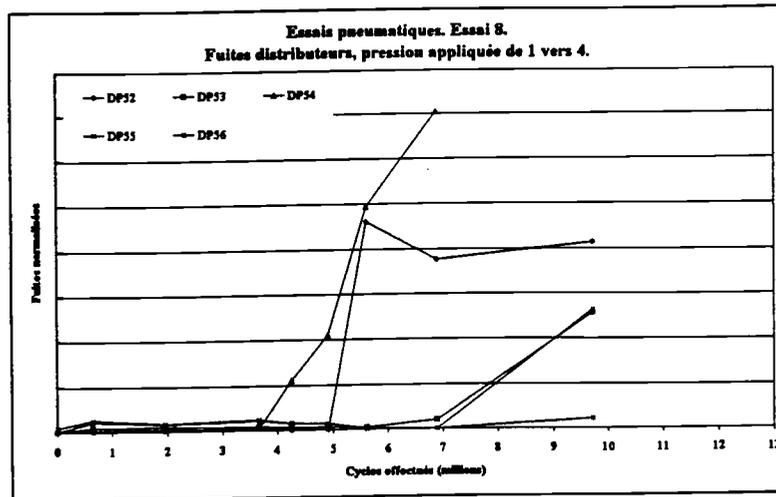


Essai 8

Pression	Température de fluide	Température ambiante
4.6 bar	34 °C	56 °C

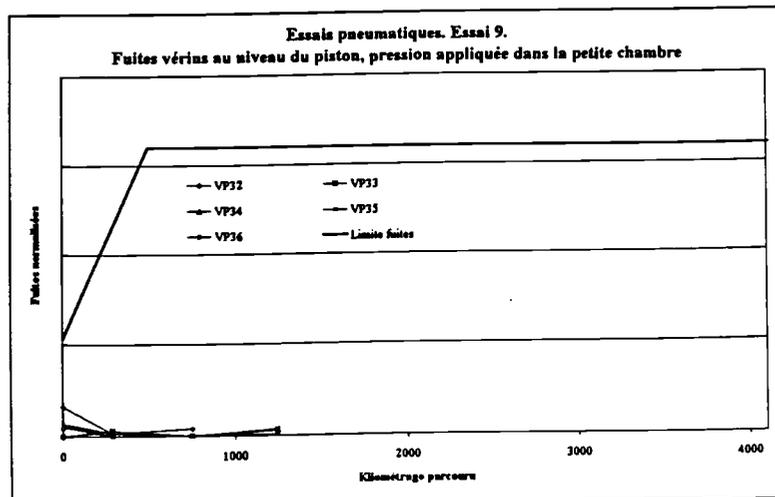


Annexe 7. Mesures de fuites des composants hydrauliques et pneumatiques

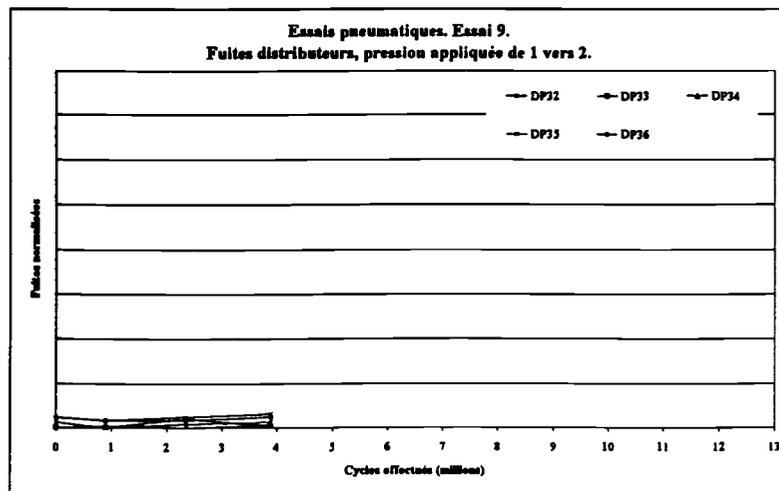
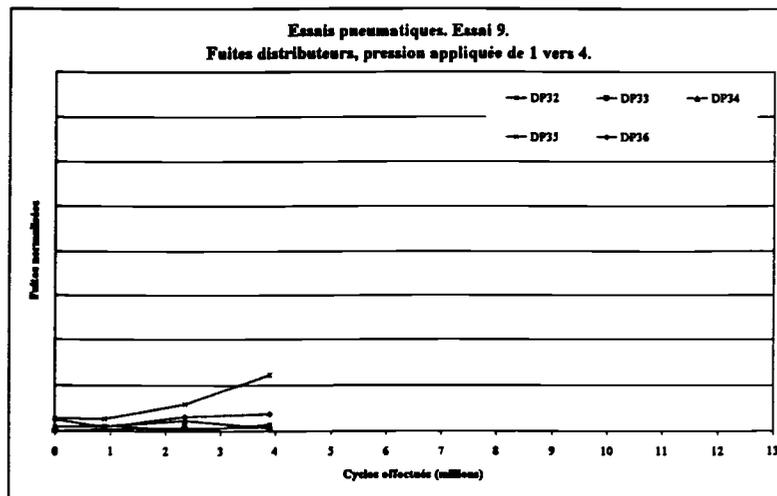
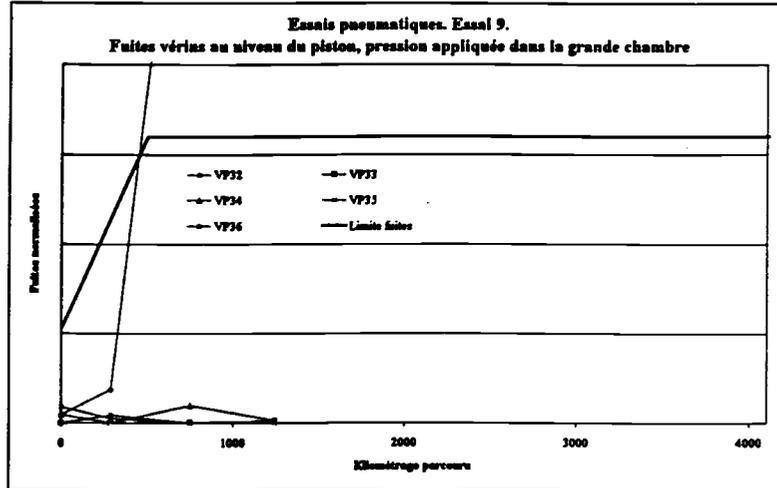


Essai 9

Pression	Température de fluide	Température ambiante
4.6 bar	34 °C	14 °C



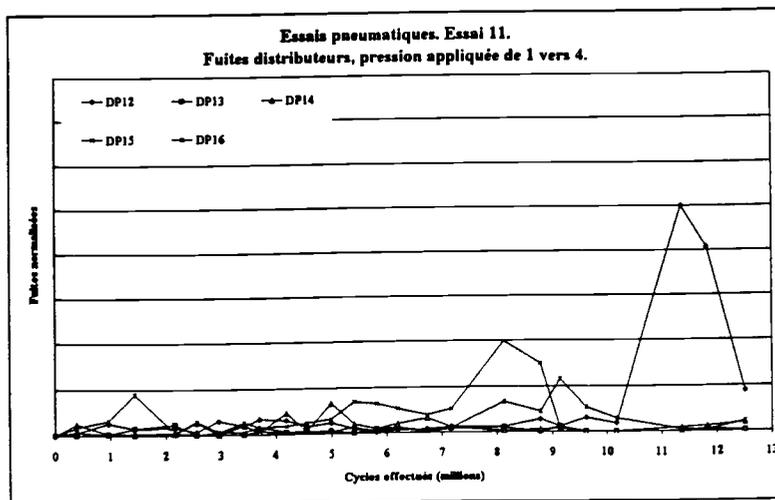
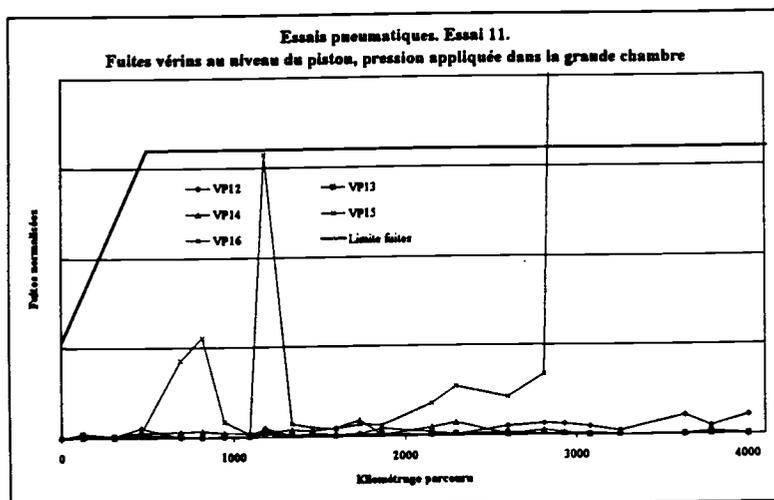
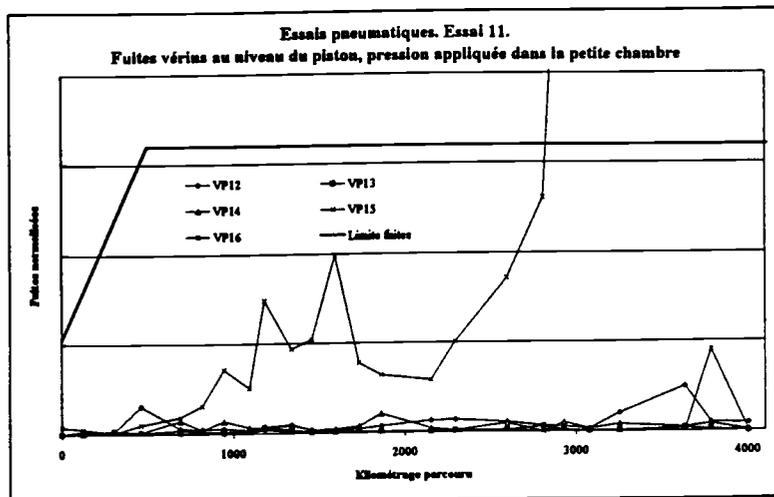
Annexe 7. Mesures de fuites des composants hydrauliques et pneumatiques



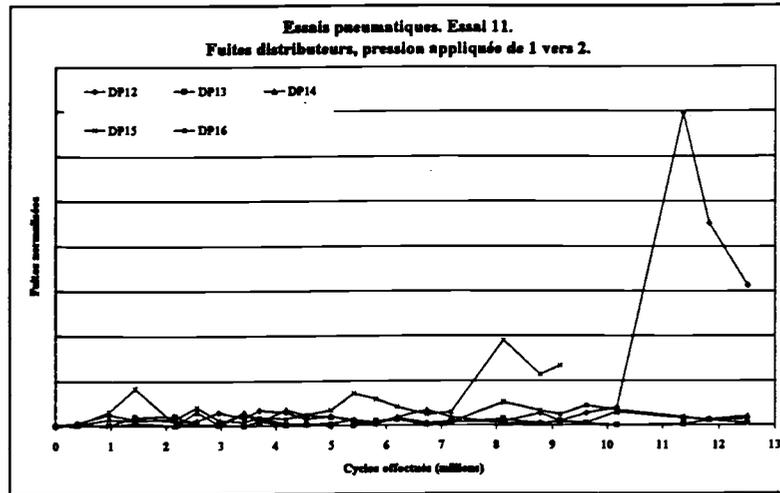
Annexe 7. Mesures de fuites des composants hydrauliques et pneumatiques

Essai 11

Pression	Température de fluide	Température ambiante
3 bar	47.5 °C	35 °C

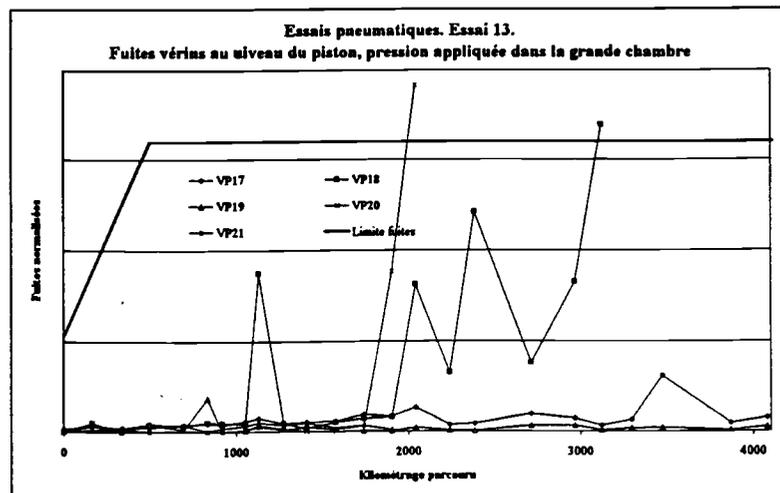
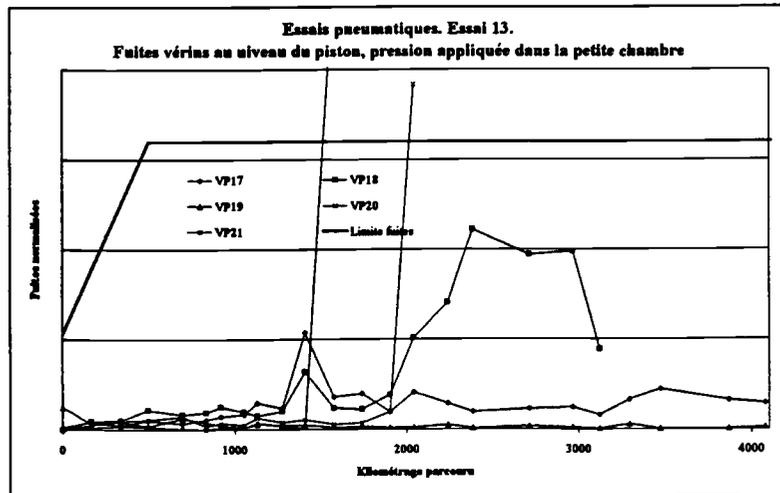


Annexe 7. Mesures de fuites des composants hydrauliques et pneumatiques

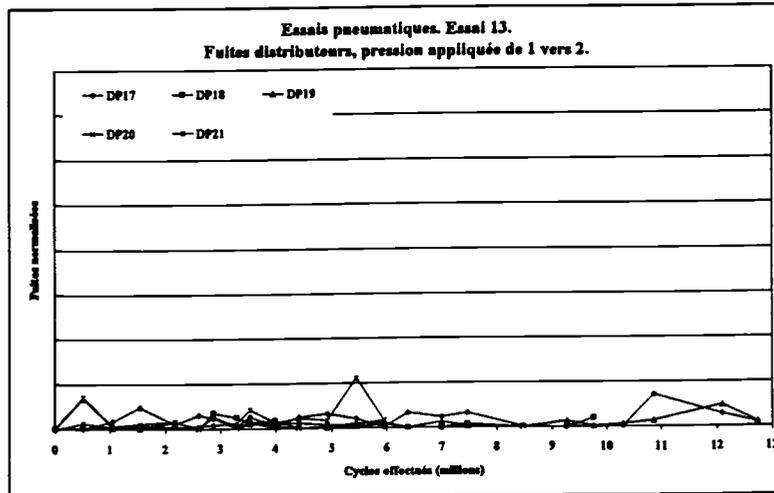
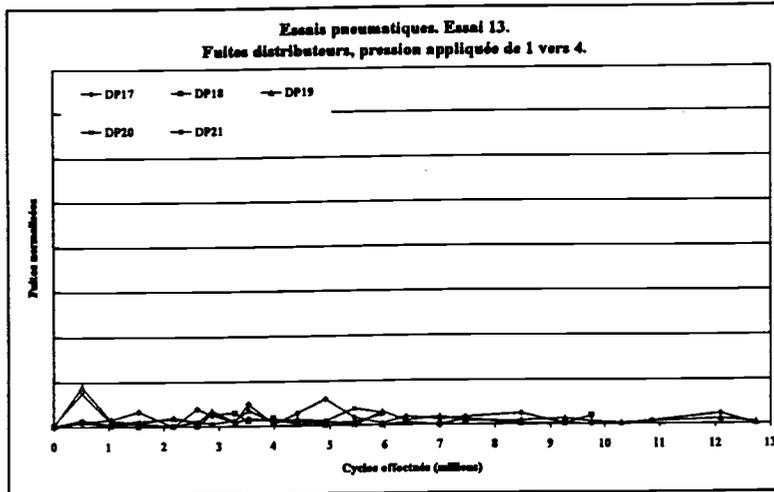


Essai 13

Pression	Température de fluide	Température ambiante
7 bar	25 °C	35 °C

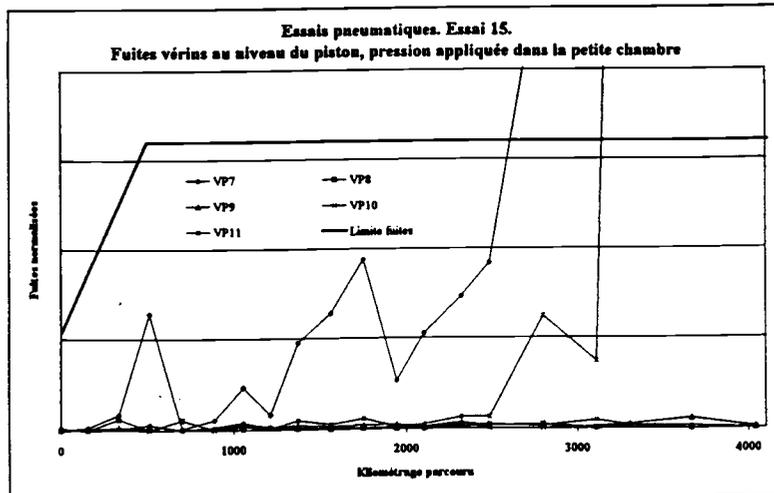


Annexe 7. Mesures de fuites des composants hydrauliques et pneumatiques

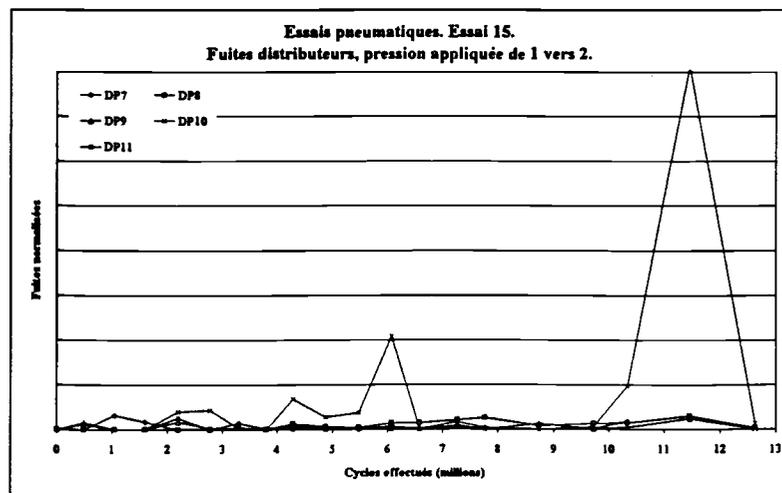
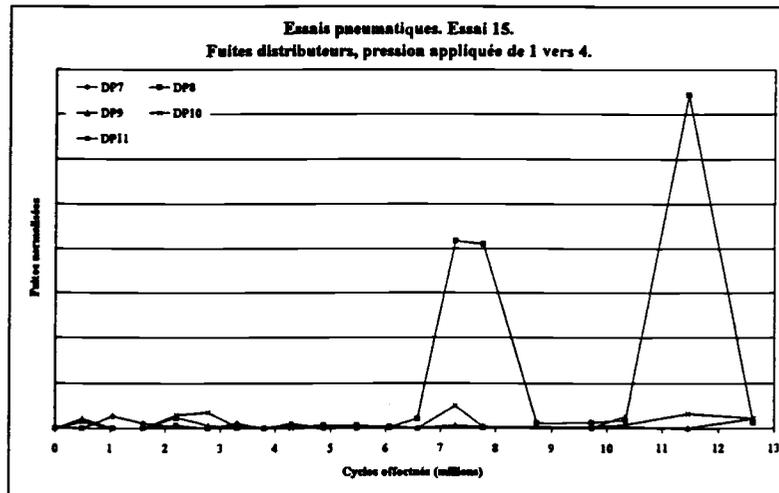
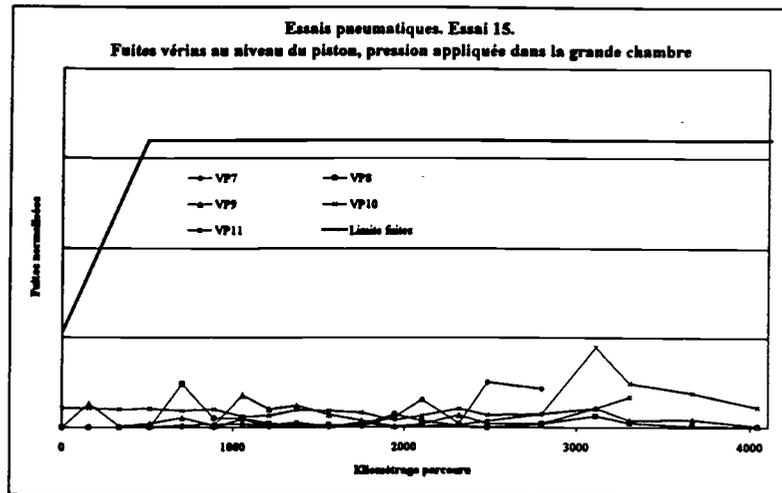


Essai 15

Pression	Température de fluide	Température ambiante
7 bar	47.5 °C	0 °C



Annexe 7. Mesures de fuites des composants hydrauliques et pneumatiques



AUTORISATION DE SOUTENANCE

Vu les dispositions de l'arrêté du 30 Mars 1992,

Vu la demande du Directeur de Thèse

Monsieur P. LYONNET

et les rapports de

Monsieur M. GABRIEL
Professeur des Universités - ESSTIN - 2, rue J. Lamour - 54500 VANDOEUVRE

et de

Monsieur J.Ch. MARE
Maître de Conférences - INSA DE TOULOUSE - Complexe Scientifique - 31077 TOULOUSE Cedex

Monsieur AUGÉ Jean-Christophe

est autorisé à soutenir une thèse pour l'obtention du grade de **DOCTEUR**

Spécialité : **Mécanique**

Fait à Ecully, le 16 juin 1998

P/Le Directeur de l'E.C.L.
Le Directeur
de l'Administration de la Recherche



F. LEBOEUF

RESUME

Dans l'industrie, et notamment au niveau des fabricants de composants hydrauliques et pneumatiques, il est de plus en plus important de maîtriser la fiabilité des produits fabriqués. La détermination de cette fiabilité exige le développement de méthodes de réduction de la durée et du coût des essais.

Les techniques bayésiennes sont une première étape vers la réduction des durées d'essais nécessaires à l'estimation de la fiabilité. Une seconde consiste à modéliser l'influence de l'environnement sur le comportement de composants afin de pouvoir estimer les performances de ces composants dans des conditions données sans aucun essai.

La méthode que nous avons développée permet de calculer à la fois les facteurs environnementaux permettant de passer d'un essai à un autre et la loi de fiabilité de base d'un composant. Cet outil fournit un modèle complet de la fiabilité d'un composant; on détermine alors la fiabilité à partir des valeurs des contraintes extérieures appliquées (pression, température, fréquence...).

MOTS-CLES

Hydraulique - Pneumatique - Validation de fiabilité - Modélisation de l'environnement - Hasard proportionnel - Essais accélérés - Analyse bayésienne - Analyse de données.

ABSTRACT

In industry, specially for fluid power components manufacturers, control of products reliability is getting more and more important. Estimating reliability demands to develop new methods to reduce time and cost of experiments.

A first step dealing with this problem can be to use bayesian methods. A second step can be to determine a model of environment's influence on components' behaviour. Then, components' performances can be estimated without any experiment.

Thanks to the designed method, both environment factors (used to deduce results in some test conditions from others) and standard component reliability distribution (reliability distribution of the component under so called "standard" conditions) can be estimated. The tool provides a complete model of the component's reliability; reliability in given conditions can then be calculated from the stresses values (pressure, temperature, frequency...).

KEYWORDS

Hydraulics - Pneumatics - Reliability demonstration - Environment modelisation - Proportional hazards - Accelerated testing - Bayesian analysis - Data analysis.

