

T1785 db

ECOLE DOCTORALE DE MÉCANIQUE DE LYON
ECOLE CENTRALE DE LYON

Année 1999

N° d'ordre : 99/12

Mémoire de Thèse

pour obtenir le grade de *DOCTEUR*
spécialité *Mécanique*

présentée et soutenue publiquement
par

Julien VINCENT

le 29 janvier 1999

Etude du concept de suspensions actives Applications aux voitures ferroviaires

Jury :

M. BATAILLE,
M. BOURQUIN,
M. GAUTIER,
M. HEBRARD,
M. ICHCHOU,
M. JEZEQUEL,
M. LACÔTE,
M. SCAVARDA,

Président
Rapporteur
Examineur
Examineur
Examineur
Directeur de Thèse
Examineur
Rapporteur





Voiture et Suspension CORAIL Y32

REMERCIEMENTS

Je tiens à remercier tout particulièrement les personnes suivantes

Le jury de thèse

Les rapporteurs et les examinateurs, pour la lecture du mémoire et l'analyse critique, l'intérêt exprimé et développé durant la soutenance.

- M.BATAILLE, Directeur de l'Ecole Doctorale de Mécanique de LYON
- M.BOURQUIN, Directeur de Recherche CNRS, LCPC
- M.GAUTIER, Chargé de Mission Recherche Amont, à la Direction de la Recherche de la SNCF
- M.HEBRARD, Chef de Département Véhicules Produits, à la Direction de la Recherche de RENAULT
- M.ICHCHOU, Maître de Conférence au Laboratoire de Mécanique des Solides de l'Ecole Centrale de LYON
- M.JEZEQUEL, Professeur et Directeur de Recherche au Laboratoire de Mécanique des Solides de l'Ecole Centrale de LYON
- M.LACÔTE, Directeur de la Recherche à la SNCF
- M.SCAVARDA, Professeur et Directeur de Recherche au Laboratoire d'Automatique Industrielle de l'INSA LYON

La hiérarchie SNCF

Pour m'avoir accueilli au sein des équipes de recherche, avoir proposé et soutenu la thèse et les projets l'accompagnant :

- M.LACÔTE, Directeur de la Recherche et de la Technologie de la SNCF
- M.MOULIN, Adjoint au Directeur, en charge des Unités de Recherche
- M.GAUTIER, Chargé de mission en Recherches Amont
- M.CASTEL, Responsable de l'Unité de Recherche Interactions Véhicules Infrastructures

Les équipes SNCF

Pour leurs apports techniques et personnels, en toutes circonstances :

- M.QUETIN, de la Direction de la Recherche et de la Technologie, en charge des études systèmes à l'unité IVI
- Mlle.GUERIN, de la Direction de la Recherche et de la Technologie, en charge des études voies à l'unité IVI
- M.GREGOIRE, de la Direction de la Recherche et de la Technologie, en charge des études aérodynamiques à l'unité IVI
- M.MASMOUDI, prestataire de recherche à la Direction de la Recherche et de la Technologie, participant aux études de dynamique ferroviaire à l'unité IVI

- Mme.GUERRAND, de la Direction de la Recherche et de la Technologie, responsable de l'Unité de Recherche Environnement Confort
- M.PERREZ, M.BESSON, M.CHOR, du service informatique de la Direction de la Recherche et de la Technologie
- M.GABORIT, de la Direction du Matériel et de la Traction, Département Bogie
- M.BERGOIN, de la Direction du Matériel et de la Traction, Département Bogie
- M.COLAS, de la Direction du Matériel et de la Traction, Département Essais
- M.DEMARET, de l'établissement du Périgord
- M.FABREGUES, de l'établissement du Périgord
- M.THOMMERET, de la Direction du Matériel et de la Traction, Département Bogie

Les stagiaires

Pour leurs participations actives aux projets CONFDY et SAGI, et les travaux menés en commun :

- M. LANTA
- M. POTIN
- M. FLEURY
- M. TUR VALIENTE

Les personnes de l'ECL

Pour l'encadrement de la thèse, les suivis théoriques et les échanges techniques :

- M.JEZEQUEL, Directeur de thèse, Directeur du Département de Mécanique des Solides
- M.ICHCHOU, Maître de conférence au laboratoire
- M.PERRARD, Ingénieur de Recherche, Responsable du banc d'essais
- M.JEANPIERRE, Responsable des études mécaniques
- M.CHARLES, Technicien

Les personnes de GIAT Industries

Pour leurs aides actives dans la construction de l'actionneur :

- M.CHEYREZY, Responsable du bureau d'étude de GIAT Industries à TARBES
- M.GUILLOUX, Ingénieur mécanicien
- M.DE OLIEVERA, Ingénieur électronicien
- M.LIABEUF, Charge d'affaires
- M.SIMON, De la Direction du Développement

Les proches

Pour leur aide quotidienne :

- Mlle DUSSART
- Ma famille
- Les connaissances d'ARGENTEUIL

RESUME

Dans des contextes conjoints de mutations du monde ferroviaire, et d'expansion de l'asservissement et du contrôle actif, cette thèse de doctorat de mécanique propose une réflexion sur le **concept de suspensions actives et leurs applications aux voitures ferroviaires.**

Ces études, menées en collaboration entre le Département de Mécanique des Solides de l'Ecole Centrale de LYON et la Direction de la Recherche et de la Technologie de la SNCF, ont permis de développer diverses approches du problème : approches théoriques par recherche de lois de contrôle, approches numériques par simulations des effets de suspensions actives sur des modèles réalistes de véhicules ferroviaires et quantification du confort, approches techniques par la définition de spécifications de choix de technologies et approches expérimentales par la conduite de phases d'essais et la connaissance du comportement dynamique du véhicule.

Les apports majeurs de ce travail résident en des synthèses de lois de contrôle (lois optimales et lois optimales non linéaires), la génération de nouveaux concepts comme le contrôle global (contrôle simultané des mouvements transversaux et mouvements verticaux de la voiture), et le contrôle multilois (contrôle adaptatif utilisant une combinaison linéaire de lois optimales, la combinaison linéaire étant assurée au moyen de pondérations issues d'un calcul de logique floue). La connaissance du système ferroviaire et la volonté de construire des modèles réalistes ont permis l'établissement de simulations indiquant des gains potentiels de confort notoires. Le choix de nouvelles technologies - actionneur électromécanique - est lui aussi innovant dans cette gamme de puissance destinée au contrôle de mouvement de grosses structures mobiles.

Les essais à venir devraient être riches en enseignements et leur diffusion intéressera certainement la communauté des chercheurs. En attendant, ce mémoire, conçu dans un esprit didactique, se limite à une synthèse actualisée.

Mots clé :

Suspensions actives, Dynamique ferroviaire, Confort vibratoire, Voitures ferroviaires
Robustesse, Multilois, Contrôle global
Actionneur Electromécanique

ABSTRACT

In united contexts of railway changes and expansion of active control, this PhD thesis in mechanical engineering deals with the **purposes of active suspensions and their applications to railway coaches**.

Studies have been carried out between Department of Mechanical Engineering of the engineers' school Ecole Centrale de LYON and Department of Research and Technology from the French railway company SNCF. These studies have been developed following different ways : theoretical research of control laws, numerical approaches for simulations of dynamical behaviors for realistic models and calculation of comfort indexes, technical point of view with specifications and choices of technologies, experimental components by testing actuators.

Major contributions for this work lie in synthesis of control laws (optimal ones and, non linear and optimal ones), definition of new concepts such as global control (simultaneous control for both transversal and vertical motions of coaches) and multilaws control (adaptive control using linear combination of optimal control laws, and weights computed as outputs of a fuzzy logic treatment). The knowledge of the railway system and the wish for building realistic mechanical models induce the establishment of simulations and analysis of subsequent comfort improving. The choice of technologies - such as electromechanical actuators - is innovating too for this range-power and the control of such moving great structures.

Tests, which will next take place, will bring many lessons for the researchers' community. This report has been written to be used by as many people as possible, and is a description of the beginning of this railway project.

Key words :

Active suspensions, Railway dynamics, Vibratory comfort, Railway coaches
Robustness, Multilaws control, Global control
Electromechanical actuator

SOMMAIRE

Remerciements	i
Résumé et Abstract	iii
Sommaire	v
Avant propos	1

1. PARTIE 1 : Introduction de la problématique

1.1. Objet d'étude : la voiture ferroviaire	5
1.1.1. Description physique d'une voiture Corail	5
1.1.2. Approche systémique	6
1.1.3. Les Suspensions passives	6
1.1.3.1. Fonctions remplies par les suspensions passives	6
1.1.3.2. Nature des suspensions aujourd'hui utilisées	8
1.2. Le Confort	10
1.2.1. Définition du confort	10
1.2.1.1. Caractère subjectif du confort	10
1.2.1.2. Confort global	10
1.2.1.2.1. Facteurs prépondérants	10
1.2.1.2.2. Indices de confort global	12
1.2.1.3. Confort dynamique	12
1.2.2. Appréciation du confort dynamique	13
1.2.2.1. Norme ISO 2631	13
1.2.2.2. Confort et vibrations	13
1.2.2.3. Origine physique de l'inconfort, Confort et mal des transports	14
1.2.2.4. Les indicateurs du confort	14
1.2.2.4.1. Les indicateurs classiques de confort	15
1.2.2.4.2. Les autres indicateurs du confort	15
1.2.3. Les origines de l'inconfort dynamique	15
1.2.3.1. Le profil des voies	16
1.2.3.2. Les défauts de voie	16
1.2.3.3. Le contact roue-rail	17
1.2.3.4. Les suspensions	18
1.2.3.5. Les équipements transportés par le véhicule	18
1.2.3.6. Les effets aéro-dynamiques	18
1.2.3.7. Les oscillations et vibrations du véhicule : réponse temporelle et comportement modal	19
1.2.4. Les Remèdes : solutions proposées pour accroître le confort	20
1.2.4.1. Exemple de remède global	20
1.2.4.2. Les remèdes passifs	20
1.2.4.3. La pendulation	21
1.2.4.4. Les suspensions actives	21

1.3. Le contexte du travail de recherche	22
1.3.1. Le contexte de recherche en contrôle actif	22
1.3.1.1. Développements généraux	22
1.3.1.2. Applications diverses	23
1.3.1.3. Applications aux suspensions actives	23
1.3.2. Les développements ferroviaires (Approche bibliographique)	23
1.3.2.1. Le contexte ferroviaire	23
1.3.2.2. Les applications ferroviaires	24
1.3.2.2.1. Les technologies pendulaires	24
1.3.2.2.2. Les suspensions actives	31
1.3.2.2.3. Les systèmes magnétiques	37
1.3.3. Hypothèses restrictives bornant ce travail de thèse	38
 2. PARTIE 2 : Approches théoriques du contrôle actif linéaire et non-linéaire	 39
2.1. Lois de Contrôle	39
2.1.1. Panorama du contrôle actif	40
2.1.2. Asservissement, exemple du PID	41
2.1.3. Contrôle optimum	42
2.1.3.1. Théorie, Concepts, Définitions	42
2.1.3.2. Contrôle optimal	44
2.1.3.2.1. Vision temporelle : Linear quadratique	44
2.1.3.2.2. Visions fréquentielles : normes H2 et H ∞	48
2.1.3.2.3. Comparaison des critères et choix	53
2.1.4. Extensions aux contrôles optimaux	56
2.1.4.1. La pré-information	56
2.1.4.2. Le contrôle sous optimal	60
2.1.4.3. Quelques effets de contrôle	60
2.1.5. Contrôles optimaux non-linéaires	61
2.1.6. Autres types de contrôles	63
2.1.7. Multilois	65
2.1.7.1. Motivations	65
2.1.7.2. Concept et équations	65
2.1.7.3. Utilisation de la logique floue	69
2.2. Performance, Stabilité, Robustesse	70
2.2.1. Introduction	70
2.2.1.1. Systèmes linéaires, systèmes non linéaires	70
2.2.1.2. Qualification des incertitudes	71
2.2.1.2.1. Les incertitudes non structurées	71
2.2.1.2.2. Les incertitudes structurées	72
2.2.1.2.3. Exemples de traitement d'incertitudes	73
2.2.1.2.4. Conclusion	73
2.2.2. Performance, Stabilité, Robustesse	73
2.2.2.1. Définitions	73
2.2.2.1.1. Stabilité	73
2.2.2.1.2. Performance	75
2.2.2.1.3. Robustesse	75
2.2.2.2. Etude en transfert, dans le cas monodimensionnel : recherche de majorants	76
2.2.2.2.1. Stabilité	77
2.2.2.2.2. Performance	77
2.2.2.2.3. stabilité robuste	77
2.2.2.2.4. Performance et performance robuste	79
2.2.2.2.5. Analyse des marges	79

2.2.2.3. Etude dans le cas multidimensionnel - MIMO : méthode des sensibilités	80
2.2.2.3.1. Définition des normes	80
2.2.2.3.2. Stabilité	81
2.2.2.3.3. Performance	81
2.2.2.3.4. Stabilité robuste	81
2.2.2.3.5. Performance et stabilité robuste	82
2.2.3. Robustesse des algorithmes	83
2.2.3.1. Analyse de certains algorithmes conventionnels	83
2.2.3.1.1. LQ et LQG	83
2.2.3.1.2. Synthèse H_2	84
2.2.3.1.3. Synthèse H_∞	85
2.2.3.1.4. Conclusion sur les algorithmes précédents	85
2.2.3.1.5. Les autres algorithmes	85
2.2.3.2. Le multilois	86
2.2.3.2.1. Analyse de la stabilité	86
2.2.3.2.2. Pour la stabilité robuste,	87
2.2.3.2.3. Analyse de la performance robuste	88
2.2.4. Etude des déphasages et des retards	89
2.2.4.1. Nature du retard	89
2.2.4.2. Approche par filtre de PADE	89
2.2.4.3. Approche algébrique	90
2.2.4.4. Conclusion	90
2.2.5. Exemples numériques	90
2.2.5.1. Recherche de majorants	91
2.2.5.2. Etudes des sensibilités	92
2.2.5.3. Etude des incertitudes	94
2.2.5.4. Etude du retard	95
2.3. Conclusion	96

3. PARTIE 3 : SIMULATIONS DE SUSPENSIONS ACTIVES DANS UN CONTEXTE FERROVIAIRE 97

3.1. Les objectifs des simulations	97
3.1.1. Quatre objectifs	97
3.1.2. L'accroissement de confort	98
3.2. Mode opératoire	99
3.2.1. Cadre de simulation	99
3.2.1.1. Généralités	99
3.2.1.2. Particularités de ces simulations	100
3.2.2. Les outils de simulation	100
3.2.2.1. Matlab	100
3.2.2.2. VAMPIRE	101
3.2.3. Les modèles mécaniques	102
3.2.3.1. Points communs aux modèles	102
3.2.3.2. Simplifications Mécaniques des modèles	103
3.2.3.3. Les modèles à une dimension	104
3.2.3.4. Les modèles à deux dimensions	104
3.2.3.5. Les modèles à trois dimensions	105
3.2.3.6. Les véhicules pendulaires	106
3.3. Recherches de lois de contrôle	107
3.3.1. Recherches de paramètres pour l'élaboration des retours	107
3.3.2. Simulations	107
3.3.2.1. Exemple d'effets de contrôles par lois LQ sur la dynamique transversale d'un véhicule	108
3.3.2.2. Etude du skyhook et problème lié au traitement de signal	109
3.3.2.3. Etude de l'asservissement d'un système complexe par loi d'action locale ou globale.	110
3.3.3. Analyse de la robustesse	111

3.4. Construction de lois de contrôle pour les suspensions actives de voitures ferroviaires	114
3.4.1. Moyens d'analyse des résultats de simulations	114
3.4.2. Etude de véhicules passifs	114
3.4.3. Critères et objectifs des lois de contrôle	116
3.5. Résultats de simulations tridimensionnelles	116
3.5.1. Les effets des suspensions actives sur les véhicules classiques	117
3.5.1.1. Etude de contrôles transversaux en ligne droite	117
3.5.1.2. Etude de contrôles transversaux en courbe	121
3.5.1.3. Etude de contrôle global multilois	124
3.5.2. Dimensionnement des actionneurs	136
3.5.3. Les effets des suspensions actives sur les véhicules pendulaires	136
3.6. Conclusion et synthèses	140
 4. PARTIE 4 : Phase Expérimentale	 143
4.1. Spécifications	144
4.1.1. Spécification des phases d'essais	144
4.1.2. Actionneurs	144
4.1.2.1. Choix d'une technologie	144
4.1.2.2. Les actionneurs	145
4.1.3. Banc d'essais	146
4.1.4. Implantation sur véhicule	146
4.2. Description des ensembles physiques	146
4.2.1. Actionneurs	146
4.2.2. Banc d'essais	148
4.2.2.1. Vision d'ensemble	148
4.2.2.2. Description complète	149
4.2.3. Implantation de l'actionneur	153
4.2.3.1. Sur banc d'essais	153
4.2.3.2. Sur véhicule	153
4.3. Modélisation du comportement du banc d'essais et des actionneurs	154
4.3.1. Actionneur électrique	154
4.3.1.1. Hypothèses de modélisation	154
4.3.1.2. Mise en équation	156
4.3.1.3. Asservissements et schémas blocs	157
4.3.2. Vérin hydraulique	159
4.3.2.1. Hypothèse de modélisation	159
4.3.2.2. Mise en équation	160
4.3.2.3. Représentation Schémas Blocs	161
4.3.3. Mise en équation du banc	162
4.3.4. Mise en équation du système couplé	163
4.3.4.1. Système mécanique + vérin électrique	163
4.3.4.2. Système mécanique + vérin hydraulique	163
4.3.4.3. Etude des asservissements locaux	164
4.3.4.3.1. Cas de l'actionneur hydraulique	164
4.3.4.3.2. Cas de l'actionneur électromécanique	164
4.3.4.4. Notion de contrôle actif	164
4.4. Résultats d'expérience	166
4.4.1. Caractérisation de fonctionnement du banc d'essais	166
4.4.2. Asservissement du vérin hydraulique	166
4.4.2.1. Identification du vérin hydraulique	166
4.4.2.2. Asservissement en position du vérin hydraulique	167
4.4.2.3. Asservissement en force du vérin hydraulique	168

4.4.3. Asservissement de l'actionneur électromécanique	169
4.4.3.1. Identification de l'actionneur électromécanique	169
4.4.3.2. Asservissement en position de l'actionneur électromécanique	169
4.4.3.3. Asservissement en force de l'actionneur électromécanique	170
4.4.4. Validation du fonctionnement de l'actionneur électromécanique	172
4.5. Perspectives proches	173
 Conclusions	 175
Perspectives	177
Bibliographie	179

ANNEXES I : CONTEXTE DE RECHERCHE

Annexe 1.A : Approche systémique	198
Annexe 1.A.1 : Approche systémique	198
Annexe 1.A.2 : Approche systémique de la suspension active	199
Annexe 1.B. : Véhicules ferroviaires classiques	200
Annexe 1.B.1 : La voiture CORAIL	200
Annexe 1.B.2 : Exemple de modes propres	202
Annexe 1.B.3 : Les défauts de voie géométriques	204
Annexe 1.B.4 : Le contact roue/rail	208
Annexe 1.C. Véhicules ferroviaires pendulaires	211
Annexe 1.C.1 : Technologies de matériels pendulaires actifs	211
Annexe 1.C.2 : Les expériences passées	212
Annexe 1.C.3 : Photos et Schémas de prototypes pendulaires français	213
Annexe 1.D : Le Confort	214
Annexe 1.D.1 : Les indices de confort ferroviaires Nmv, Wz, Nc : Présentation des formulations théoriques et algorithmiques	214
Annexe 1.D.2 : La cinétose	220
Annexe 1.D.3 : Schéma de corps humain considéré comme un système de masses suspendues	222
Annexe 1.E : Applications dans le domaine des suspensions actives	223
Annexe 1.E.1 : Localisation des actionneurs au secondaire	223
Annexe 1.E.2 : Localisation des actionneurs au primaire	225
Annexe 1.E.3 : Comparaison de technologies	226
Annexe 1.F : Histoire de conception et de développement des MAGLEV japonais	228

Annexe 2 : Approches Théoriques

Annexe 2.A : Automatique	230
Annexes 2.A.1 : Correcteur PID	230
Annexe 2.A.2 : Filtre de PADE	232
Annexe 2.B : Modèles et Systèmes	233
Annexe 2.B.1 : Systèmes et formulation	233
Annexe 2.B.2 : Réserve de modèles	234

Annexe 2.C : Contrôle LQ, LQG et extensions	235
Annexe 2.C.1 : Principe d'événement certain	235
Annexe 2.C.2 : Matrice Hamiltonienne et équations de RICCATI - Filtre de KALMAN	236
Annexe 2.C.3 : Pré-information	241
Annexe 2.C.4 : Contrôle sous-optimal	244
Annexe 2.C.5 : Vision asymptotique du contrôle	246
Annexe 2.C.6 : Espace Etat et fonction de transfert	249
Annexe 2.C.7 : Le skyhook	250
Annexe 2.C.8 : Transfert et comportements en basses fréquences de systèmes actifs	252
Annexe 2.D : Théorie H_∞	254
Annexe 2.D.1 : les valeurs singulières	254
Annexe 2.D.2 : Contrôleur H_∞	255
Annexe 2.D.3 : La μ synthèse	258
Annexe 2.E : Robustesse	259
Annexe 2.E.1 : Performance et robustesse pour les contrôles Linear Quadratic	259
Annexe 2.E.2 : Théorie des sensibilités	261
Annexe 2.E.3 : Démonstrations de robustesse	263
Annexe 2.E.4 : Fonction de LYAPUNOV et caractère de stabilité	264
Annexe 2.E.5 : Exemples de comportements robustes	266
Annexe 2.F : Multilois	269
Annexe 2.F.1 : Logique Floue	269
Annexe 2.F.2 : Multilois	272
Annexe 2.F.3 : Analyse de la robustesse d'un multilois	275
Annexe 2.G : Contrôles optimaux non linéaires (Non linear and optimal control)	282
Annexe 2.G.1 : Présentation	282
Annexe 2.G.2 : Etude du cas linéaire	284
Annexe 2.G.3 : Saturation de la force	286
Annexe 2.G.4 : Saturation de la puissance	289
Annexe 2.G.5 : Saturations communes de la force et de la puissance	292
Annexe 2.G.6 : Contrôle semi-actif	298
 Annexes 3 : Simulations dans un contexte routier	 301
Annexe 3.A : Les données des simulations	302
Annexe 3.A.1 : Les données du Logiciel VAMPIRE	302
Annexe 3.A.2 : Modèle de véhicule actif sur VAMPIRE	303
Annexe 3.A.3 : Le Modèle de véhicule Pendulaire	307
Annexe 3.A.4 : Modèles de voies	308
Annexe 3.B : Résultats de simulations	310
Annexe 3.B.1 : Modèle algébrique - Synthèse LQ	310
Annexe 3.B.2 : Contrôle par Synthèse H_2	315
Annexe 3.C : Contraintes sur la voie et sur le matériel pour garantir une bonne circulation	318
Annexe 3.D : Logique Floue	320

Annexes 4 : Phase expérimentale	
Annexe 4.A : Modélisation des actionneurs	324
Annexe 4.A.1 : Les équations de l'actionneur électromécanique	324
Annexe 4.A.2 : Bilan de puissance	326
Annexe 4.A.3 : Les équations du vérin hydraulique	328
Annexe 4.B : Etude des asservissements	330
Annexe 4.C : Formulation optimale du contrôle par variable d'état	332
Notations	335
Autorisation de soutenance	

AVANT-PROPOS

Ce mémoire fait suite à une recherche de trois ans sur le concept de suspensions actives et sur l'application au confort des voitures ferroviaires.

L'étude menée, depuis 1995, en collaboration entre le Laboratoire de Mécanique des Solides de l'Ecole Centrale de LYON et la Direction de la Recherche et de la Technologie de la SNCF a permis d'aborder le domaine des suspensions actives de véhicules, domaine phare de la recherche en mécanique et automatique, et déjà défriché par de nombreuses équipes de recherche. Le monde du transport ferroviaire connaissant aujourd'hui une mutation politique, commerciale et bien évidemment technique ; cette thèse sera force de proposition pour des innovations, des nouveaux concepts, de nouveaux systèmes, de nouvelles technologies....

Cette collaboration, entre laboratoire de recherche et grande entreprise nationale, est née de la présentation d'un *besoin de connaissance et d'analyse* tant scientifique que technico-économique exprimé par l'industriel, et de *l'expérience et de la connaissance* emmagasinées au laboratoire de Mécanique des Solides de l'Ecole Centrale de LYON depuis plus de 10 ans. En effet, ce laboratoire a su analyser théoriquement plusieurs méthodes de contrôle actif avant de les implanter sur des structures (plot d'isolation, siège actif de voiture), et fut prolifique en réalisations d'essais dans les domaines des suspensions actives (transport terrestre ou aérien), l'isolation de structures, le contrôle vibro-acoustique (double vitrage actif), et l'utilisation de technologies d'activation telles que la piézo-électricité, l'hydraulique et l'électromécanique. Pour sa part, l'exploitant souhaitait préparer les trains du futur, en améliorant le confort, en rendant les systèmes plus intelligents dans leur environnement et surtout plus agréables pour le passager ; car si la vitesse était le fer de lance des trente années passées, le confort pourrait être le maître mot des années à venir, donnant lieu à modifications ou créations de nouveaux matériels, de nouveaux systèmes ferroviaires. C'est dans ce contexte de mutation que la Direction de la Recherche et de la Technologie de la SNCF s'enquiert d'une connaissance globale du contrôle actif (de la loi de contrôle à la spécification de la chaîne et de l'actionneur) en vue de réaliser, à terme, une *étude technico-économique* du système de contrôle, et de justifier de l'éventuelle introduction d'organes de suspensions actives au sein de voitures ferroviaires. L'exploitant cherche donc aujourd'hui à évaluer les enjeux, pour pouvoir demain pleinement spécifier ces besoins fonctionnels, en répondant en particulier aux interrogations relatives au degré de complexité utile pour l'établissement des lois de contrôle, et au rapport performance/coût des systèmes.

Ce mémoire fera état des développements conduits dans ce contexte, tant en terme de recherche de lois théoriques de contrôle actif, qu'en terme de simulations dans un domaine ferroviaire. Enfin, les aspects de définition des actionneurs, et les approches expérimentales de validations des concepts théoriques prendront place en fin de document. Cette dernière partie, ne pourra présenter des résultats exhaustifs, les études expérimentales étant en cours au moment de la rédaction de ce rapport, études qui devraient se poursuivre sous le nom du projet de recherche *SAGI*, pour 3 années encore.

La **partie 1** de ce mémoire est une introduction à la problématique et au contexte de recherche.

Le **chapitre premier** présente l'objet de recherche à l'application de suspensions actives : la voiture ferroviaire CORAIL, dans une vision systémique (les trains dans leur environnement) et une vision détaillée de ses pièces constitutives. Le **deuxième chapitre** traite du confort et de ces diverses composantes, puis se focalise sur le confort dynamique, et les indicateurs ferroviaires permettant de le quantifier, conformément à la norme ISO 2631. Enfin sont citées diverses sources excitatrices d'une voiture ferroviaire (qualité de la voie, contact roue-rail, effets aérodynamiques...). Le **troisième chapitre** fait état d'informations relatives aux développements de la théorie du contrôle actif, et aux développements ferroviaires des trente dernières années, une attention particulière étant réservée aux réalisations ferroviaires de mécanismes pendulaires et de suspensions actives. Enfin, le dernier paragraphe énonce la problématique de recherche, avec les objectifs théoriques, les contraintes, et les souhaits de réalisations concrètes qui furent nôtres tout au long de l'étude.

La **partie 2** focalise sur les aspects théoriques, et les recherches de lois de contrôle.

Le **premier chapitre** synthétise diverses méthodes de recherches de correcteurs et de lois de contrôle. Une attention particulière est portée aux lois de contrôle optimales (LQ LQG et synthèses H_2 et H_∞), ainsi qu'aux diverses extensions applicables au contrôle de suspensions actives, telles que la pré-information, le contrôle sous-optimal ; synthèses et comparaisons des méthodes sont également proposées. Un intérêt est également porté aux lois de contrôle non linéaire, à leurs formulations ; nous avons également souhaité les décliner à des cas concrets (présentations d'algorithmes et de résultats) tels que les saturations de force, de puissance des actionneurs, et le contrôle semi-actif. Une nouvelle approche d'une loi de contrôle, utilisant une combinaison linéaire de lois optimales et un calcul de logique floue, est dévoilée sous le nom de multilois, en vue de répondre au mieux aux exigences du comportement dynamique de la voiture ferroviaire. Le **deuxième chapitre** définit les concepts de stabilité, de performance et de robustesse, et propose différents outils permettant de quantifier des marges de gain, de phase et de retard. La robustesse de quelques algorithmes classiques est analysée à l'aide de publications récentes. Nos recherches ont également permis de découvrir certains critères de robustesse pour le contrôle multilois. La fin de chapitre et les annexes proposent sous forme pédagogique illustrations analytiques et numériques, accompagnées de critères graphiques. Enfin, le **troisième chapitre** synthétise les propos précédemment dissertés.

La **partie 3** dresse un bilan des différentes simulations de systèmes actifs conduites sur des modèles ferroviaires réalistes, et définis comme tels pour accroître la pertinence des résultats. Le **premier chapitre** récapitule les objectifs des simulations en insistant sur l'approche confort, et la précision des modèles, les résultats numériques devant conduire à l'étude de la pertinence de l'introduction de suspensions actives, puis aux dimensionnements et spécifications fonctionnelles des actionneurs. Le **deuxième chapitre** rappelle le mode opératoire : logiciels et modèles. Deux logiciels ont été utilisés pour les calculs : MATLAB pour la recherche de lois de contrôle et VAMPIRE pour les simulations de comportements dynamiques de voitures ferroviaires. Le **troisième chapitre** illustre quelques recherches de lois de contrôle sur des modèles plus ou moins complexes, et leurs effets sur la formulation, et l'analyse de la robustesse. Le **quatrième chapitre** est relatif à la construction de lois de contrôle pour des suspensions actives de voitures ferroviaires et aux spécifications des critères et objectifs de ces lois, après analyse des comportements dynamiques d'une voiture CORAIL conventionnelle. Le **cinquième chapitre** présente les résultats de simulations les plus complets obtenus sur des modèles ferroviaires réalistes. Les effets de certaines lois sont présentés, puis sont quantifiés les gains de confort, et les apports de deux concepts originaux étudiés durant cette thèse : le multilois, et le contrôle global des mouvements tant dans le plan transversal que dans le plan vertical. Une application de suspensions actives aux trains pendulaires tend à prouver que nombreux sont les véhicules ferroviaires qui pourraient être rendus plus confortables par l'introduction de suspensions actives. Le **cinquième chapitre** est une synthèse tant quantitative que qualitative des résultats précédents.

La **partie 4** est réservée aux approches expérimentales de la chaîne de contrôle sur banc d'essais par une première validation d'un actionneur électromécanique dit transversal.

Le **premier chapitre** présente spécifications techniques et fonctionnelles préétablies à la réalisation des phases expérimentales pour les actionneurs de suspensions actives, et pour le banc d'essais. Le **deuxième chapitre** illustre l'actionneur électromécanique conçu à partir de nos spécifications, et le banc d'essais construit au laboratoire de Mécanique des Solides pour une première validation. Chaque élément fonctionnel constitutif du banc d'essais y est détaillé. Le **troisième chapitre** fait état de mises en équations des comportements électriques, hydrauliques et dynamiques des éléments constitutifs du banc. Une analyse des asservissements et de la réalisation de la fonction de contrôle actif donne lieu à l'élaboration de schémas bloc. Le **quatrième chapitre** ponctue cette approche expérimentale au moyen de quelques résultats relatifs au comportement du banc d'essais, aux identifications des différents organes, et aux asservissements d'un vérin hydraulique (générateur de perturbations sur le banc d'essais), et à l'actionneur électromécanique (celui-là même qui sera utilisé pour accomplir la fonction de suspension active).

La **conclusion** rappelle les principaux apports de cette thèse, et les **perspectives** déclinent quelques réalisations intéressantes à poursuivre à plus ou moins long terme.

Les **quatre annexes** illustrent, précisent et complètent respectivement chaques parties.

1. PARTIE 1 : INTRODUCTION DE LA PROBLEMATIQUE

Cette première partie s'intéresse au contexte de l'étude. Les deux premiers paragraphes visent à une présentation de la voiture ferroviaire (objet de l'étude d'accroissement du confort) et la définition de la notion de confort. Les développements majeurs techniques et technologiques permettant d'accroître le confort à l'intérieur des trains seront ensuite proposés : les mécanismes pendulaires et les suspensions actives. Suite à cet état de l'art, seront exposés les développements entrepris dans le cadre de cette étude.

1.1. OBJET D'ETUDE : LA VOITURE FERROVIAIRE

L'objet d'étude de cette thèse est relatif à l'accroissement du confort vibratoire à l'intérieur des voitures ferroviaires par introduction d'organes de suspensions actives ; ce premier chapitre décrit sommairement l'objet matériel d'étude : la voiture ferroviaire CORAIL.

1.1.1. DESCRIPTION PHYSIQUE D'UNE VOITURE CORAIL

Les voitures CORAIL sont amplement utilisées par la SNCF (plus de 4000 unités aujourd'hui en service commercial), conçues et construites dans les années 1975.

La voiture ferroviaire est un véhicule comprenant :

- une caisse équipée de sièges et de divers appareillages électriques et pneumatiques, mécaniques,
- deux bogies équipés de systèmes de freinage,
- quatre essieux, chacun des essieux étant équipé de deux roues,
- des éléments de suspensions permettant de lier ces différentes masses : les suspensions primaires localisées entre les essieux et les bogies, et les suspensions secondaires localisées entre les bogies et la caisse de la voiture.
- des éléments permettant la connexion aux autres véhicules ou à la locomotive (crochet, câbles électriques, câbles pneumatiques...).

Pour une définition plus extensive mais également plus technique de la voiture et de ces pièces constitutives, on pourra se référer à l'annexe 1.B.1.

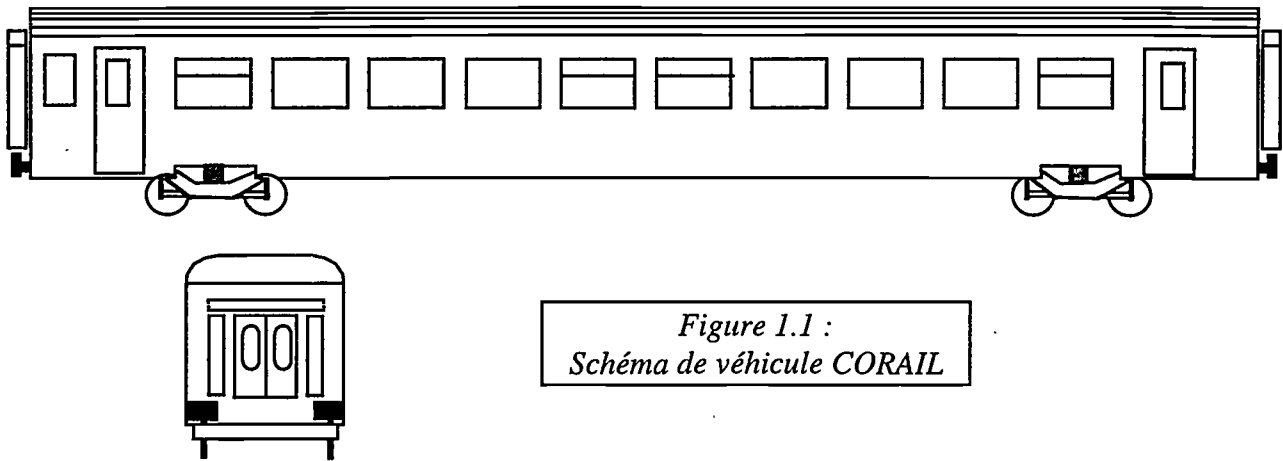


Figure 1.1 :
Schéma de véhicule CORAIL

Les études menées dans le cadre de cette thèse ne s'intéressent qu'au contrôle des mouvements de voitures ferroviaires¹. Aussi, se contentera-t-on de cette unique présentation de matériel ferroviaire comme objet d'étude.

1.1.2. APPROCHE SYSTEMIQUE

La voiture ferroviaire est certes un ensemble physique affichant une certaine unité (liaisons mécaniques entre les pièces constitutives), mais ne peut s'utiliser qu'à travers le système ferroviaire. Si les effets des actionneurs de suspensions actives sont directement appliqués aux points d'attaches sur caisse et bogies, la dynamique de l'ensemble fait référence au système et à son comportement (présenté en annexe 1.A.1) pour la génération du mouvement et des perturbations, les conditions de fonctionnement et les interactions avec les milieux connexes. La figure 1.2 présente cette voiture dans son environnement de fonctionnement. Tenir compte de cet environnement est indispensable pour réaliser une analyse technique du matériel, et proposer un système de contrôle actif utilisable dans ce milieu ferroviaire.

1.1.3. LES SUSPENSIONS PASSIVES

1.1.3.1. FONCTIONS REMPLIES PAR LES SUSPENSIONS PASSIVES

Les suspensions passives remplissent trois fonctions principales : **supporter, isoler, guider**

Supporter les assemblages de masses pesantes, en s'opposant aux effets de la gravité. A titre indicatif, il est précisé qu'une masse de caisse est comprise entre 30 et 40 tonnes, une masse de bogie équipé avoisine 5 tonnes. Ces masses sont ensuite réparties, via les suspensions primaires sur les fusées d'essieux.

¹ Le concept de suspensions actives pourrait se transposer à d'autres véhicules ferroviaires : les rames articulées (type TVG) - pour accroître le confort des passagers à vitesse plus élevée, voire même certains wagons de fret - transport de marchandises dangereuses ou extrêmement fragiles. Des difficultés pour le contrôle de ces structures sont toutefois susceptibles d'être plus importantes, provenant essentiellement des phénomènes de non linéarités des systèmes mécaniques, couplages de structures, mode de résonance de rames (pour les TGV, en particulier on note que le mode de rame dans son comportement transversal est très préjudiciable au confort de la voiture d'extrémité arrière, il est appelé "effet serpent").

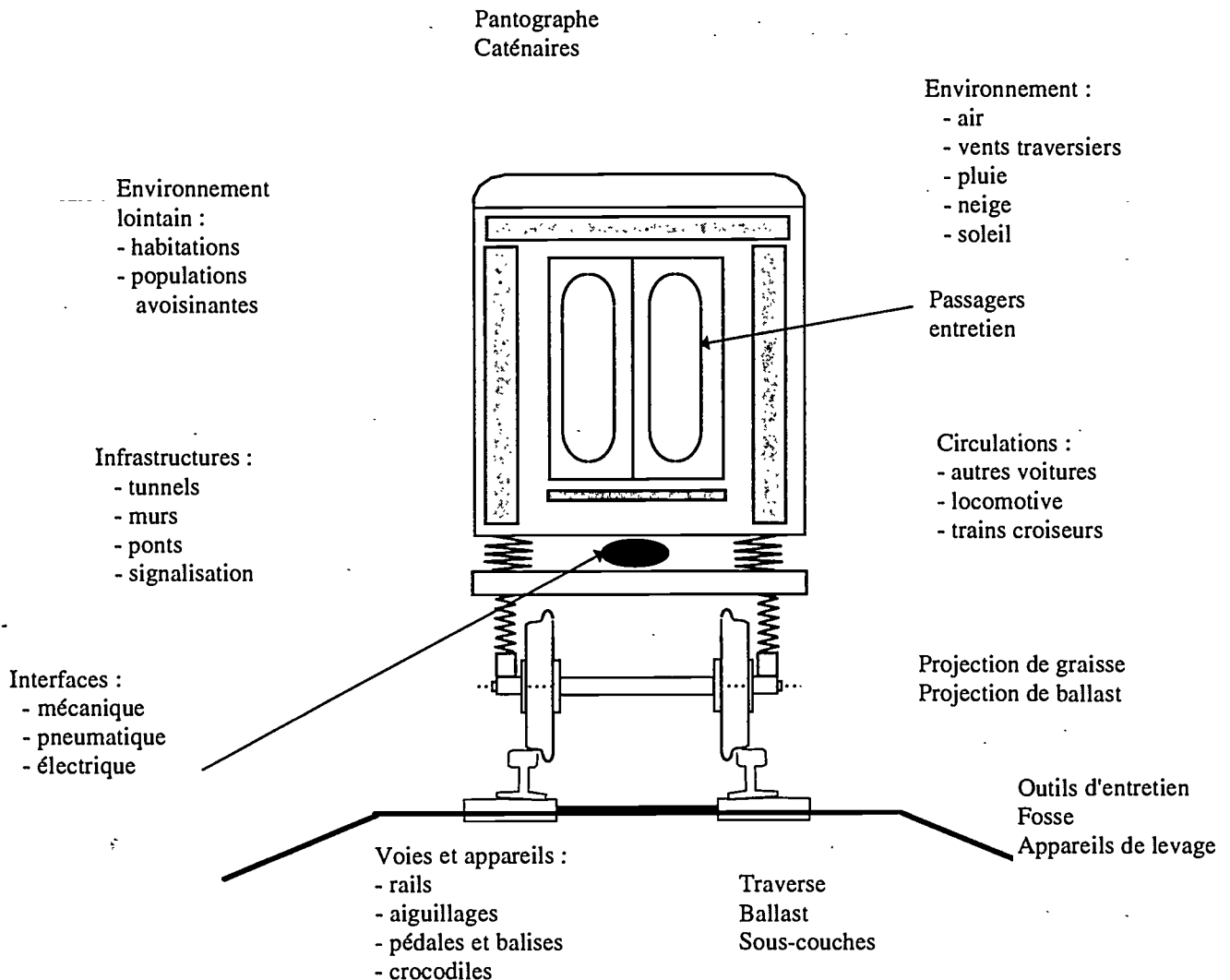


*Figure 1.2 : Approche systémique
Schéma simplifié d'une voiture ferroviaire*

Isoler les passagers des divers mouvements des essieux imprimés soit par la voie, soit par le contact roue/rail, soit par un phénomène aérodynamique, soit par un autre véhicule adjacent, ou les mouvements de chocs. Le premier étage de suspensions (suspensions primaires entre essieux et bogies) admet des fréquences de coupures comprises dans l'intervalle $[5-10]\text{Hz}$, le second étage (suspensions secondaires entre bogies et caisse) admet des fréquences de coupure comprise dans l'intervalle $[0.5\ 3]\text{Hz}$ pour le véhicule Corail.

Guider le véhicule dans l'espace en lui faisant suivre une courbe (on dit alors que le mouvement s'effectue dans un espace à une dimension).

1.1.3.2.NATURE DES SUSPENSIONS AUJOURD'HUI **UTILISEES**

Les informations techniques indiquées ci-après sont issues des références [SNCF-1] et [SNCF-2], [SNCF-3]. Elles font état des comportements des suspensions, et des deux fonctions de base de raideur et d'amortissement.

- **Les raideurs :**

Les éléments de raideurs permettent de contrer la gravité, et de répartir les efforts sur les châssis. Pour réaliser cette fonction de raideur, trois types de ressorts sont classiquement utilisés sur le matériel ferroviaire :

- ⇒ **Ressorts hélicoïdaux**

Ressorts hélicoïdaux en acier, de 200 à 920mm de hauteur à vide. Ces ressorts ont l'avantage de conjuguer les effets de suspensions tant pour les mouvements verticaux que pour les mouvements transversaux et longitudinaux (effet flexicoil total).

Nature des aciers : 45SCD6 ou 50SCD6 [SNCF-2] [SNCF-3]

- ⇒ **Les suspensions pneumatiques**

Selon [SNCF-2], les suspensions pneumatiques se répandent de plus en plus pour un usage sur les voitures voyageurs (TGV y compris) car elles permettent d'améliorer le confort (en particulier sur les voitures de banlieue, afin de rechercher une fréquence de coupure secondaire proche de 1Hz, malgré les variations permanentes de masses en caisses interdisant une trop grande flexibilité) et ces coussins pneumatiques n'ont pas d'autres fréquences propres au delà du fondamental à 1 Hz.

- ⇒ **Les ressorts à lames**

Essentiellement utilisés pour les suspensions de wagons à essieux indépendants. Les caractéristiques de ces ressorts à lames (hautement non linéaires) sont fonctions de 5 grandeurs : nombre de lames, distance entre axes des yeux de la lame maîtresse, sections des lames, flèche ou contre-flèche, diamètre des yeux.... [SNCF-1]

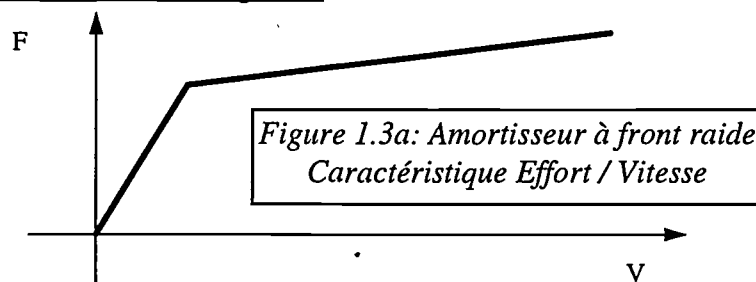
- **Les amortisseurs :**

Deux types d'amortisseurs sont classiquement utilisés dans le domaine ferroviaire :

- ⇒ **Les amortisseurs à comportement visqueux**

Développent un effort linéairement proportionnel à la vitesse relative entre les deux points de fixation des attaches.

- ⇒ **Les amortisseurs à front raide (fig 1.3a)**



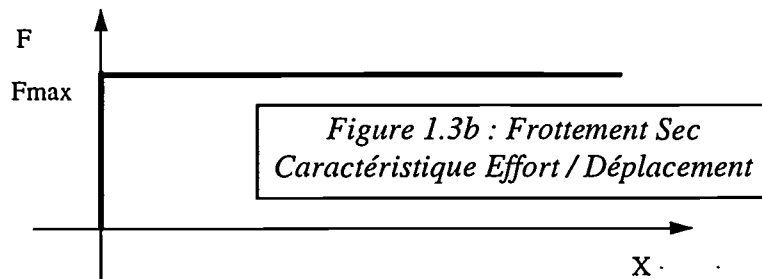
Utilisés en particulier pour solidariser des structures et ainsi réduire les mouvements parasites (les liaisons caisses-bogie anti-lacet des TGV par exemple). L'intérêt est d'amortir fortement les petites vitesses, tout en autorisant les prises de courbes, ou de forts déplacements lors des prises de courbes notamment.

⇒ D'autres sources de dégradations d'énergie

Ce sont celles liées intrinsèquement à la structure même de la caisse, structure soudée avec des liaisons boulonnées ou vissées et la présence inévitable de frottements secs et d'hysteresis (fig 1.3b).

D'autres dégradations d'énergie ont lieu dans les liaisons même entre éléments de suspensions et caisse. Les amortisseurs secondaires, par exemple, sont liés à la caisse via des rotules équipées de matériaux visco-élastiques, qui permettent de réaliser une liaison suffisamment raide pour transmettre parfaitement le mouvement, tout en assurant une fonction de filtrage (des hautes fréquences en particulier, de manière à limiter la transmission dynamique et acoustique : une telle liaison élastique évite les chocs et le passage de vibrations d'un contact acier/acier). Technologiquement, ces liaisons utilisent une armature acier avec élastomère en caoutchouc, ou textile auto-lubrifié.

Toutefois, les dégradations d'énergies dans ces différentes pièces sont relativement faibles en comparaison de celles des amortisseurs visqueux et des amortisseurs à front raide.



• Suspensions et transmissions de mouvements

D'autres éléments de suspensions permettent de guider le véhicule :

⇒ Les bras de transmissions de mouvements et biellettes

Ils permettent notamment la transmission des efforts longitudinaux entre bogie et essieux.

⇒ Les élingues

Qui assurent un rôle de transmission de mouvement longitudinal entre caisse et bogie (bogie CORAIL Y32) par l'intermédiaire de rondelles élastiques.

⇒ Les butées

En particulier les butées transversales secondaires qui permettent de limiter l'amplitude des déplacements transversaux entre caisse et bogie.

Conclusion :

La connaissance de ces différents organes de suspensions permet de mieux les modéliser pour des représentations de véhicules ferroviaires réalistes. Les aspects non-linéaires, parfois assez complexes, interviennent pourtant dans la dynamique du véhicule et la dynamique du contact roue/rail, même si leurs effets ont faible influence.

1.2. LE CONFORT

1.2.1.DEFINITION DU CONFORT

La notion de confort est complexe, elle est associée à un bien-être matériel, à des commodités qui rendent la vie plus agréable, plus facile. La notion est encore plus appréciable lorsqu'un manque de confort est enregistré, par absence ou désagrément ressenti par la personne.

Cette notion est donc subjective. Elle est également omniprésente dans la réflexion sur l'amélioration des trains de demain. C'est un besoin fort exprimé par la population, le rappelait B.CATHELAT, lors du premier forum du réseau des chercheurs SNCF (28/11/97 - CNIT La Défense) [CAT]. L'intervention de ce chercheur en sociologie insistait sur le fait que le train, plus que tout autre moyen de transport, a besoin de soigner le confort et l'accroissement du confort pour les années à venir. L'automobiliste recherche aujourd'hui une voiture "à son image", la plus humaine possible, qui soit un lieu privilégié, un cocon de sécurité et de chaleur, une enceinte protégée et privative.

Si l'automobiliste a le choix lors de l'achat de son véhicule, le passager des réseaux ferré se voit imposer un matériel avec ses services et ses aménagements. Le train est alors ressenti comme un milieu hostile et a priori plus inconfortable que d'autres modes de transport (comme la voiture ou l'avion). Pour améliorer l'image et la satisfaction de ces clients, l'exploitant ferroviaire considère que la recherche de l'accroissement du confort fait partie de ses priorités.

1.2.1.1. CARACTERE SUBJECTIF DU CONFORT

Comme l'indique le rapport sur le confort [SNCF-5], "le confort est un concept éminemment subjectif qui a des composantes psychologiques et physiologiques. Il résulte d'une sensation de bien être qui, en fait, traduit l'absence d'inconfort..." Le confort est à la fois une réponse de l'organisme à un environnement (réaction globale de l'individu) et à une situation (conditions sociales), sous la forme d'actions conjuguées (facteurs physiques et sociaux). La sensation de confort est majoritairement influencée par des paramètres tels que les caractéristiques physiques et psychiques de l'individu, la durée du voyage...

1.2.1.2.CONFORT GLOBAL

1.2.1.2.1.FACTEURS PREPONDERANTS

Le confort global ne peut s'entrevoir qu'en recensant les diverses origines d'agréments et de désagréments ressentis par le passager. C'est ce qu'on a proposé FAVRE, FLORES [FAV] ou encore BOUTONNET [BOU] dans leurs publications de la Revue Générale des Chemins de Fer. CLEON [SNCF-5] décline ces facteurs prépondérants dans l'estimation du confort en 4 groupes:

1. Facteurs physiques liés à l'environnement

- facteurs dynamiques (vibrations) et acoustiques (bruit)...
- facteurs d'ambiance : température, lumière, qualité de l'air
- facteurs d'espace : agencement de la rame + ergonomie

2. Facteurs sociaux

- interactions avec les autres passagers
- organisations des services à l'intérieur du véhicule
- organisation des services dans les terminaux
- organisation globale du mode de transport

3. Facteurs individuels

- facteurs physiques et anthropométriques
- facteurs psychologiques

4. Aspects temporels

- temps d'intégration
- temps de latence
- effet de durée de voyage

FAVRE et FLORES, reprenant une analyse de MAYR ([FAV]), proposent d'appréhender le confort global en disposant autour de l'être humain les différents domaines génériques de confort (cf figure 1.4)

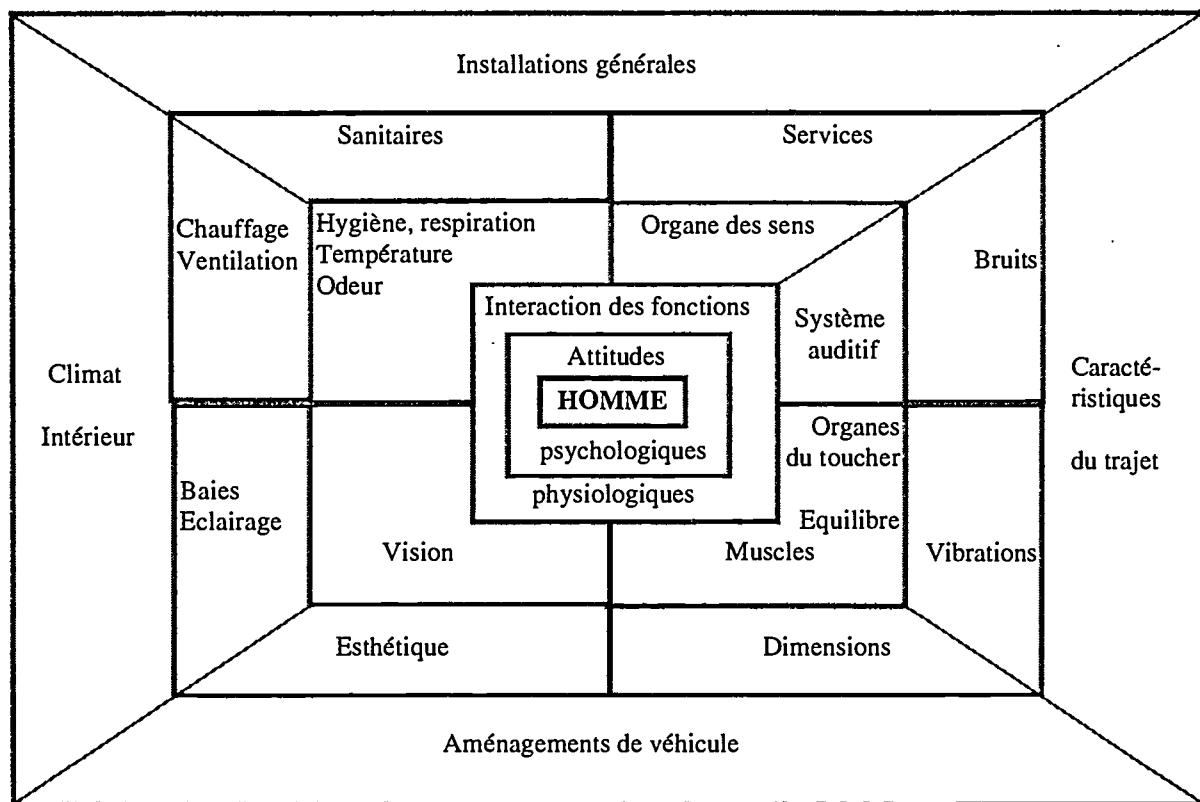


Figure 1.4 : Le confort global : l'homme dans son environnement

1.2.1.2.2. INDICES DE CONFORT GLOBAL

L'établissement d'indices globaux de confort est chose délicate, nécessitant des étapes préliminaires telles que [SNCF-5] :

- * l'association à chaque facteur physique d'un ou plusieurs critères,
 - * la définition pour chaque critère d'un indice de confort,
 - * la traduction de cet indice de critère en échelle de confort,
 - * la combinaison de ces indices pour l'évaluation d'un indicateur global,
 - * l'approbation pour agréer ces indicateurs de facteur en un indicateur global,
- Sans oublier de tenir compte des effets temporels et des effets non linéaires.

Ces indicateurs sont toutefois utiles pour l'industrie ferroviaire et les exploitants dans la mesure où ils permettent de quantifier les ressentis subjectifs des clients, d'inciter des actions de progrès pour différents secteurs de recherche, et de procéder à une vérification globale et uniforme de l'accroissement de la qualité des matériels (indépendamment de l'origine des constructeurs et des exploitants).

Les réseaux Japonais ont récemment proposé deux indices d'estimation du confort global: un indice simple et un indice complexe, tous les deux fruits d'études expérimentales, et de pré-établis empiriques.

Formulation de l'indice simple :

$$C_s = -6.426 * \text{vibrations} - 0.012 * \text{bruit} - 0.0001 * \text{luminosité} + 0.0002 * \text{espace\_entre\_places\_assises} + 4.591$$

Formulation de l'indice complexe :

$$C_c = -1.169 * \text{vibrations} - 0.010 * \text{bruit} - 0.0001 * \text{luminosité} + 0.101 * \text{confort\_places\_assises} + 0.373 * \text{espace\_entre\_places\_assises} + 0.075 * \text{design\_interieur} + 0.451 * \text{odeurs} + 1.530$$

Les valeurs numériques de chacune des quantités sont obtenues comme suit :

Vibrations	Bruit	Luminosité	Espace entre places
accélérations transversales (m/s ²), valeur RMS sur 30 min	Mesures moyennes (dBA) sur 30 min	Luminosité moyenne (Lux) sur 30 min	distance moyenne (mm)

Les autres termes sont quantifiés par des passagers, en réponse à un questionnaire physiologique. Leurs réponses sont notées de 1 à 4 suivant que le ressenti est plutôt agréable ou désagréable.

Confort_places_assises	Design intérieur	Odeurs
1 à 4	1 à 4	1 à 4

1.2.1.3. CONFORT DYNAMIQUE

Le confort dynamique est une fraction du confort global, correspondant à la partie de confort liée aux vibrations ressenties par le passager lors de la circulation du véhicule ferroviaire.

Les vibrations étudiées, le seront dans la bande de fréquence [0 - 20] Hz, c'est à dire dans une bande de fréquence en dehors de toutes sollicitations vibro-acoustiques ou acoustiques, mais en tenant compte des mouvements basse fréquence générateurs potentiels de cinétose (cf

paragraphe 1.2.2.3). Les mouvements pris en compte pour la détermination d'un indicateur de confort ne concernent donc que des mouvements d'oscillations et de vibrations de caisse. Le confort est étudié et analysé pour tout passager, que ce dernier ait adopté une posture dressée, assise ou couchée, quel que soit son sexe ou sa morphologie (taille ...)

1.2.2.APPRECIATION DU CONFORT DYNAMIQUE

1.2.2.1.NORME ISO 2631

Cette norme [ISO2631] expose, sous le titre générique "Vibrations et chocs mécaniques - Evaluation de l'exposition des individus à des vibrations globales du corps", l'analyse de l'appréciation du confort, et le calcul d'indicateurs permettant de quantifier ce confort pour les passagers d'un véhicule, dans le domaine des basses fréquences.

Comme le signale l'introduction de cette norme, "cette norme a pour objet essentiel de définir des méthodes pour quantifier les vibrations globales du corps par rapport à **la santé humaine**, au **confort**, à la **probabilité de la perception des vibrations** et à l'**incidence du mal des transports**. Cette norme traite des vibrations globales du corps à l'exclusion des vibrations transmises directement aux membres (par exemple des machines-outils)... Les véhicules (aériens, terrestres et maritimes)..." sont soumis à cette norme.

1.2.2.2.CONFORT ET VIBRATIONS

Le passager d'un véhicule ferroviaire, est soumis à des vibrations et des oscillations, transmises par le véhicule, via les divers points de contact (points de contact entre corps et structures : pieds, fessier, dos, tête...). Les vibrations perçues par le passager peuvent être réparties en quatre groupes, correspondant à quatre plages de fréquences distinctes, ayant des effets différents sur l'organisme, ou sur la structure (inspiré de [CHA1]) :

Les chocs :

Ce sont des "pointes d'accélération" - correspondant à des mises en butées des organes mécaniques préjudiciables au confort. Dans l'axe longitudinal, les valeurs des chocs sur le matériel roulant peuvent atteindre en caisse 3g crête pendant 100 ms, ce qui correspond à un tamponnement à faible vitesse. Pour les mouvements transversaux et verticaux, les chocs sont transmis par les suspensions à la caisse au franchissement des joints de pont ou appareils de voie ; les pointes d'accélération ont des effets sur une durée voisine de 10 ms (fréquence voisine de 50Hz).

Les vibrations "haute fréquence" : >10Hz

Elles sont liées à des amplitudes d'accélération ou de jerk². Elles sont particulièrement néfastes pour le maintien des liquides dans leurs récipients, et le confort de lecture ou d'écriture.

Les vibrations "moyenne fréquence" : [0.5 - 10] Hz

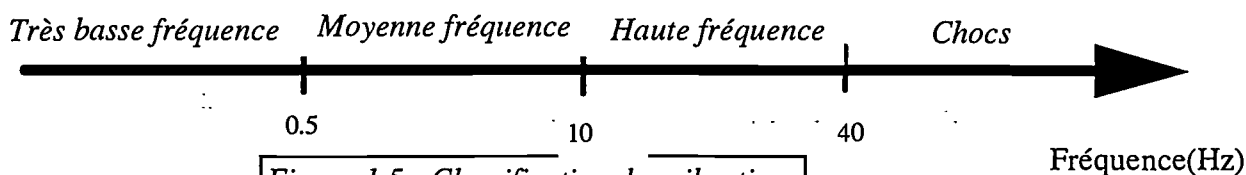
Elles perturbent l'organisme en mettant en résonance des organes de l'être humain. En particulier, de nombreuses fréquences propres de masses corporelles sont recensées dans la

² Le jerk est la dérivée par rapport au temps de l'accélération, soit encore, la dérivée troisième par rapport au temps du déplacement. L'unité du jerk est donc le m/s³

gamme de fréquences 4 à 8 Hz. Ce sont ces oscillations et vibrations de moyenne fréquence qui entreront dans l'établissement des indicateurs de confort ferroviaire.

Les vibrations "très basse fréquence" : $< 0.5\text{Hz}$

Elles sont responsables de l'apparition de la cinétose³



1.2.2.3. ORIGINE PHYSIQUE DE L'INCONFORT, CONFORT ET MAL DES TRANSPORTS

L'être humain, soumis aux vibrations, ressent diverses gênes liées essentiellement à une mise en résonance des masses corporelles, et à la détection de conflits sensoriels.

La mise en résonance des masses corporelles peut être modélisée par des systèmes masses ressorts du type de celui présenté en annexe 1.D.3. Le corps humain connaît deux modes de compression [SNCF-5]: un mode de résonance compris entre 3 et 6 Hz, lié à un mouvement relatif tronc-séant, un mode de résonance compris entre 11 et 14 Hz lié à une compression axiale du torse. Les organes internes peuvent également entrer en résonance, produisant alors un malaise accru. Les fréquences de résonance des différents organes sont les suivantes, pour une personne adulte : résonance de l'estomac entre 4 et 5Hz, résonance du foie entre 4 et 8Hz, résonance du coeur entre 5 et 6 Hz, résonance des reins entre 6 et 12 Hz

De surcroît, l'être humain est muni de nombreux capteurs sensoriels, détectant divers mouvements du corps. La cohérence des informations fournies par ces capteurs sensoriels est susceptible de déclencher un conflit perturbant l'organisme : c'est que l'on appelle le mal des transports ou "la cinétose", analysé en annexe 1.D.2.

1.2.2.4. LES INDICATEURS DU CONFORT

Trois indicateurs de confort ont historiquement été utilisés par les réseaux de Chemin de Fer pour qualifier le confort des voitures ferroviaires : les indices Nc, Wz et Nmv. Le premier (Nc) est un indicateur de note de confort, utilisé depuis bien longtemps par la SNCF. Le second indice Wz est originaire d'outre Rhin. Enfin, l'indicateur Nmv est l'indicateur européen, étendu à l'étude du confort dans les directions transversales, verticales et longitudinales, et tenant compte de la posture du passager (assis couché debout).

Ces indicateurs sont précisés :

- dans la norme ISO 2631 [ISO 2631], fiche UIC513 [UIC]
- dans les rapports ORE ERRI B153 [ORE1 à 22], en particulier le rapport 21 [ORE21]
- dans divers articles, [MOR2] par exemple.

Avec l'arrivée des véhicules pendulaires, d'autres indices sont actuellement employés par certains réseaux, sans toutefois faire l'unanimité, ni être institués par des réglementations européennes. Ces indices cherchent à qualifier les matériels pendulaires dans leurs réactions

³ La cinétose désigne la pathologie du "mal des transport".

nauséuses, et tentent de définir un pourcentage de personnes susceptibles de devenir malades (voir 1.2.2.4.2.).

1.2.2.4.1. LES INDICATEURS CLASSIQUES DE CONFORT

Ces trois indicateurs N_c , W_z et N_{mv} permettent d'évaluer le confort dans les trois directions principales transversales, verticales et longitudinales. Les méthodes permettant de calculer ces indices sont entièrement développées en annexe 1.D.1. Elles utilisent les signaux d'accélération de caisse de véhicule, filtrés par des filtres passe bande plus ou moins complexes. Le calcul de l'indice fait appel à des combinaisons linéaires et des puissances de valeurs RMS d'accélération filtrées. L'indice N_{mv} utilise de surcroît des propriétés statistiques de signaux filtrés (recherche du 95 centile), majorant les perturbations et leurs effets.

Par la suite, l'indicateur utilisé dans ce document sera, préférentiellement, l'indicateur de Note de Confort. Cet indicateur est historiquement celui utilisé par la SNCF et pour lequel nous avons le plus de référence ; c'est un indicateur sensible, évoluant dans une plage de 0 à l'infini (alors que les autres indicateurs sont bornés dans la plage [1-6]). Enfin, c'est un indicateur physique, puisque l'unité en est l'heure (les autres indicateurs n'ont pas cette analogie de durée de trajet supportable).

1.2.2.4.2. LES AUTRES INDICATEURS DU CONFORT

Ce sont de nouveaux indices, non encore retenus par les réseaux exploitants ou les commissions chargées de la rédaction des normes. Aussi, ces nouveaux indices ne seront pas utilisés dans cette thèse. Cependant, une présentation succincte permet de préciser que ces indices s'intéressent à d'autres signaux que les simples accélérations transversales : (signaux de roulis, de vitesse de roulis, de jerk...), sur des plages de fréquences plus basses (entre 0 et 0.5 Hz en particulier), c'est ce que précise l'auteur dans ces différents rapports [FOR1] [FOR2] [FOR3].

<i>Signaux</i>	<i>Traitement</i>	<i>Bande de Fréquence</i>
Accélération Transversale	Moyenne	0-1.5 Hz
Accélération Transversale	Pic à Pic	0.2-1.5Hz, 0.2-0.6Hz
Accélération Verticale	Maximum	0-1.5Hz
Jerk Transversal	Maximum	0.2-0.6Hz
Roulis de caisse	Moyenne	
Vitesse de roulis de caisse	Maximum	0-0.3Hz
Accélération roulis de caisse	Maximum	0-0.3Hz
Vitesse d'avance du mobile	Moyenne	

1.2.3. LES ORIGINES DE L'INCONFORT DYNAMIQUE

Etudier les origines de l'inconfort dynamique, c'est analyser l'ensemble des perturbations qui peuvent conduire à une accélération (transversale, verticale ou longitudinale) du véhicule abritant le passager.

Remarque : par la suite, les accélérations longitudinales ne seront pas prises en compte ; en effet, ni les effets de freinage-accélération du train, ni les effets liés à un possible temponnement entre véhicules ne seront considérés).

1.2.3.1. LE PROFIL DES VOIES

C'est la première source d'excitations.

On assemble sous le terme générique de profil de voie, le tracé en long et en plan de la voie.

Ce tracé inclut :

- des courbes, génératrices d'effets centrifuges dans le plan horizontal, et des raccordements paraboliques
- des dévers⁴ et des insuffisances de dévers⁵ (dès que la vitesse d'avancement est fixée)
- des pentes (montées et descentes), génératrices d'effets centrifuges dans le plan vertical.

1.2.3.2. LES DEFAUTS DE VOIE

Ce sont les imperfections de la voie survenues suite à la pose ou à la dégradation de la voie.

Les défauts sont classiquement regroupés en trois catégories : les défauts de très grande longueur d'onde, les défauts de moyenne longueur d'onde et les défauts de courte longueur d'onde.

La longueur d'onde λ (m) est la représentation spatiale de la périodicité d'un phénomène.

Soit V la vitesse d'avance du train :

Fréquence temporelle	Pulsation Temporelle	Fréquence Spatiale	Pulsation Spatiale
Hz	rad/s	m^{-1}	rad/m
f	$2\pi f$	f/V	$2\pi f/V$
$\omega/2\pi$	ω	$\omega/2\pi V$	ω/V
V/λ	$2\pi V/\lambda$	$1/\lambda$	$2\pi/\lambda$
$V\Omega/2\pi$	$V\Omega$	$\Omega/2\pi$	Ω

Tableau de conversion d'unités

Les défauts de très grande longueur d'onde sont particulièrement préjudiciables pour le confort des véhicules roulants à grande vitesse. Leurs effets ne seront pas étudiés dans ce rapport, qui se concentre sur le cas des véhicules remorqués circulant à moins de 200km/h, voire généralement en-dessous de 160km/h. Pour ces défauts, la longueur d'onde est supérieure à 50m. Les effets de ces défauts sont préjudiciables pour le confort transversal (excitation, effet serpent, couplage avec le contact roue/rail).

Les défauts de moyenne longueur d'onde sont les défauts pour lesquels la longueur d'onde est comprise entre 50 et 5m. Les effets sur la caisse peuvent conduire à un certain décentrage.

Les défauts de courte longueur d'onde ($\lambda < 5m$) sont associés aux irrégularités de la voie : singularités de la voie (appareils de voie et joints de pont, joint de rail, soudure et défauts de soudure...) et aux irrégularités de tracés, aux déformations de la voie (mouvement de tamis des véhicules dû à un contact roue rail dégradé après usure de la table de roulement [CHA2]). Ces défauts sont générateurs de mouvements (déplacements, accélérations) de caisse. Ces défauts seront plus amplement qualifiés dans l'annexe 1.B.3 où seront indiquées les natures des perturbations et leurs représentations fréquentielles sous la forme de filtre de forme.

⁴ Le dévers est la différence d'altitude entre les rails, en courbe (cf annexe 1.B.3)

⁵ L'insuffisance de dévers est la longueur qui, sommée au dévers, permet d'annuler les effets de la force centrifuge ressentie par le passager d'une voiture ferroviaire.

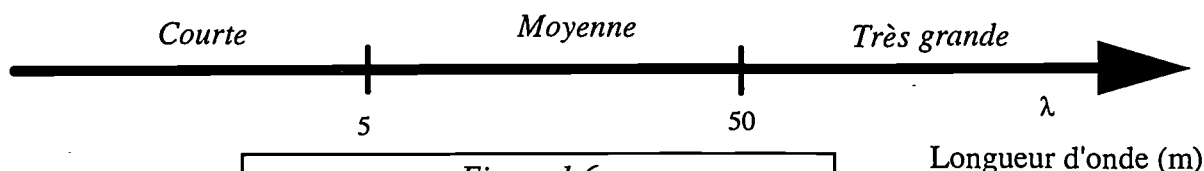


Figure 1.6 :
Longueurs d'onde de défauts de voie

1.2.3.3. LE CONTACT ROUE-RAIL

C'est un phénomène important de la dynamique ferroviaire, car il décrit une physique propre à ce mode de transport. La modélisation du contact roue rail permet de traduire à la fois la nature du contact entre la roue et le rail (et en particulier la nature de la zone de contact), ainsi qu'une estimation des efforts nés de ce contact.

Diverses théories de contacts sont proposées. Aujourd'hui, la formulation majoritairement reconnue est celle du professeur KALKER de l'université de DELFT. L'Annexe 1.B.4 rappelle quelques éléments sur ces théories, qui tiennent compte de la nature des profils de roue et de rail, du glissement d'un solide par rapport à l'autre, et des possibilités physiques de présence de "multi-contacts" ou contacts multiples entre rail et roue.

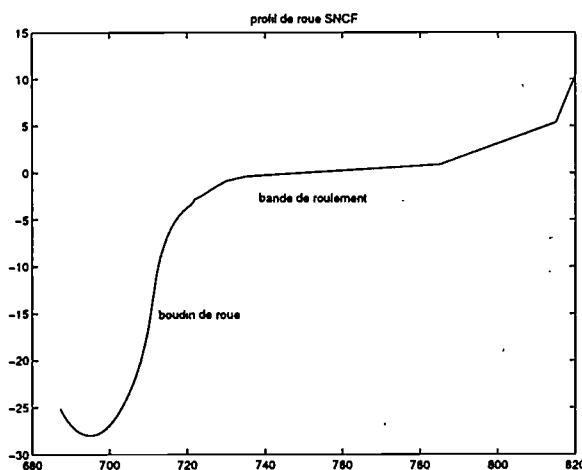


Figure 1.7 : Profil de roue (mm)

Les efforts générés au contact sont directement appliqués à la roue, et donc à l'essieu. Leurs effets se constatent par des déplacements de l'essieu, tant dans ses mouvements longitudinaux, transversaux et verticaux que dans sa rotation de lacet. Ce sont ces mouvements qui vont participer aux sollicitations de la caisse, et qui seront générateurs d'inconfort pour le passager.

1.2.3.4. LES SUSPENSIONS

Les suspensions, définies précédemment (paragraphe 1.2.2), ont pour finalité de supporter, d'isoler et de guider. A ce titre, elles transmettent les mouvements d'un corps à l'autre, et entraînent une réaction globale du véhicule à une perturbation locale (défaut de voie, contact roue/rail...). La transmission des oscillations via un organe de suspension peut être relativement complexe, du fait de la nature même de la suspension, et de la présence de non-linéarités (caractéristiques non linéaires d'un élément de suspensions, hystérésis et frottements secs, butées viscoélastiques...).

Naturellement, les suspensions ont tendance à agir en tant que filtre : elles laisseront donc passer les vibrations de basses fréquences, et également une fraction des vibrations en très hautes fréquences, car le système de liaisons est bien sûr imparfait.

1.2.3.5. LES EQUIPEMENTS TRANSPORTES PAR LE VEHICULE

Certaines excitations internes au véhicule peuvent venir troubler le comportement dynamique de ce dernier : c'est par exemple le cas lors de la présence de moteurs liés à la structure du véhicule remorqué, à la présence de climatiseurs, de compresseurs... Cette excitation ne doit surtout pas être négligée dans le cas de l'estimation du confort d'un véhicule moteur. Le signal généré dans ce cas est à fréquence élevée : 50Hz et multiples, et hautes fréquences dépendantes de la vitesse de rotation du moteur.

1.2.3.6. LES EFFETS AERO-DYNAMIQUES

Les effets aérodynamiques traduisent globalement les effets de surpressions d'air sur les parois du véhicule, et les couplages qui peuvent se créer (fluide-structure). Les effets de l'air sur la dynamique du véhicule sont globalement, en cette année 1998, méconnus. Des projets européens (comme celui dénommé RAPIDE, regroupant les réseaux exploitants et les entreprises SNCF, DBAG, FS, AEA Technology...) visent à étudier les premiers effets sur la dynamique des caisses.

Pour le véhicule ferroviaire, les effets de surpressions aérodynamiques sont particulièrement significatifs (au point d'entraîner une réaction du véhicule) dans les cas de vents traversiers, de croisements de trains, de passages en tunnel (ce dernier cas est toutefois de moindre importance). Ces phénomènes sont accentués par la vitesse, le faible entraxe de voies, et la faible section de tunnels.

Les premières simulations conduites au sein de la Direction de la Recherche de la SNCF indiquent que le phénomène de surpression dû au passage d'un train croiseur entraîne, en ligne droite, quatre pics d'accélération transversales se détachant nettement, pour les efforts et les moments.

Les figures sont représentatives des efforts exercés sur un train (4 caisses) évoluant à 160km/h, croisant un train semblable évoluant à la même vitesse, l'entraxe des voies étant de 3.4m (distance entre les deux centres des voies). Le train est soumis à des efforts transversaux, des moments de roulis et de lacet. Les efforts aérodynamiques sont le fruit d'interpolations et de simulations par méthodes de singularités.

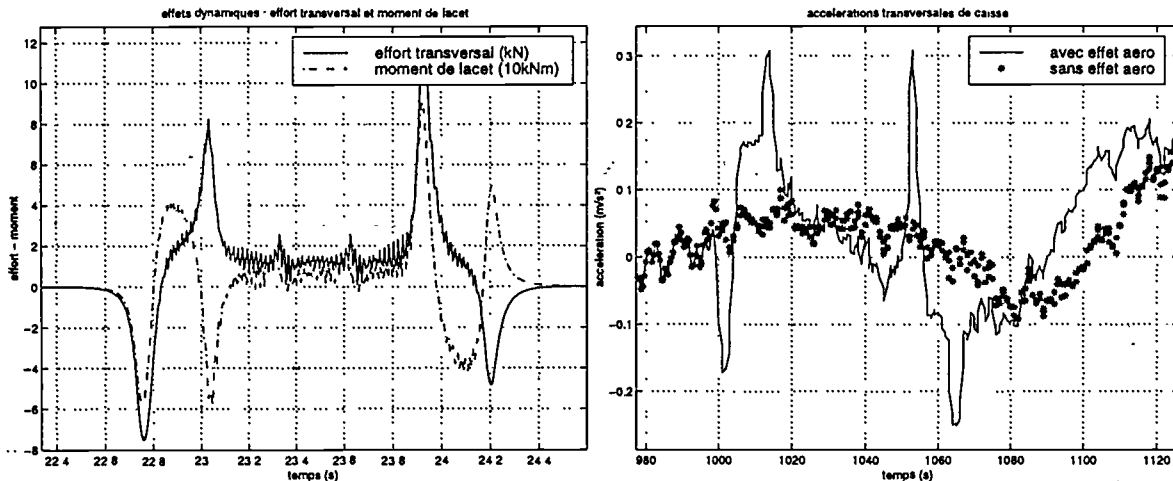


Figure 1.8 : Forces appliquées à une section de la caisse CORAIL, et réponse transversale de cette caisse

1.2.3.7. LES OSCILLATIONS ET VIBRATIONS DU VEHICULE : **REPONSE TEMPORELLE ET COMPORTEMENT MODAL**

Plusieurs sources de sollicitations viennent d'être énoncées : tracé de voie, défauts de voie, contact roue/rail, effets aérodynamiques.... Ces diverses perturbations vont entraîner une réaction du véhicule ferroviaire, et en particulier de la caisse abritant les passagers, dans des mouvements d'oscillations et des mouvements de vibrations (déformation élastique de la structure). Ce qui est réellement ressenti par le passager est le niveau vibratoire qui lui est transmis directement par le siège, lequel siège filtre (cf [ORE 2 4 11 15 17]) les vibrations transmises par la déformation de la structure caisse, et par les oscillations des suspensions.

L'annexe 1.B.2 présente l'intégralité des modes propres d'oscillation pour une caisse de véhicule CORAIL : soit 46 modes propres, avec fréquence propre et taux d'amortissement propre.

Les vibrations (déformations internes des structures) jouent également un rôle important dans l'établissement des notes de confort en un endroit du plancher de caisse, pour les véhicules légers tels que les métros, comme le signalent WEYENBEGH et RAVALARD dans [WEY]. Elles jouent d'ailleurs un rôle considérable en hautes fréquences et pour les aspects vibro-acoustiques. Cependant, sachant que la caisse n'est liée aux autres solides que par quelques points d'attache de fixation, réduire le niveau vibratoire aux points d'attache permettra de réduire le niveau global de vibration du véhicule.

Pour les véhicules CORAIL, le premier mode de flexion de caisse est voisin de 8.5 Hz, et est peu sollicité dans la mesure où les points de fixation des suspensions sont proches des noeuds du mode. Hormis un mode de vibration du pavillon vers 11 Hz, les autres modes de vibration de plancher et de parois ont des fréquences propres au delà de 16 Hz. [SNCF-22].

1.2.4.LES REMEDES : SOLUTIONS PROPOSEES POUR ACCROITRE LE CONFORT

Les remèdes visent à un accroissement du confort du passager, et à la diminution des temps de parcours par augmentation de la vitesse de circulation des trains. Une fois encore, l'analyse peut être globale, ou privilégier un unique concept.

Pour illustrer cette réflexion, il sera présenté, dans un premier temps les remèdes globaux pensés par l'industrie ferroviaire nipponne, puis seront développées les présentations relatives à la pendulation et aux suspensions actives.

1.2.4.1.EXEMPLE DE REMEDE GLOBAL

L'industrie ferroviaire nipponne réfléchissant sur le concept d'accroissement global du confort, a proposé cette démarche de réflexions et d'actions, à différents stades de la conception, pour différents organes constitutifs du **système ferroviaire**.

Cette réflexion sur les remèdes globaux leur a permis de sensibiliser, hiérarchiser et initier de nouveaux projets de recherche, en les coordonnant globalement.

- a. au stade de la conception de voitures : allègement des bogies, réduction des masses suspendues, contrôle de la stabilité en rotation et introduction de mécanismes pendulaires.
- b. au niveau du châssis : renforcement des amortisseurs inter-caisses , amortisseurs anti-lacet et suspension active.
- c. au niveau de l'entretien des bogies : contrôle des surfaces de contact et contrôle de la stabilité en roulis.
- d. concernant l'infrastructure : augmentation des rayons de courbure, aménagement des raccordements paraboliques des entrées et fin de courbes, contrôle de l'écartement du rail, contrôle des niveaux et réduction des irrégularités.

D'autres industries et exploitants ferroviaires ont également engagé cette démarche.

1.2.4.2.LES REMEDES PASSIFS

Ils consistent à modifier les caractéristiques existantes d'un véhicule sans pour autant adjoindre d'autres organes passifs ou actifs.

Pour l'accroissement du confort, on peut en particulier réduire la raideur transversale, et modifier les caractéristiques d'amortissement. L'optimisation de la suspension est toutefois délicate et requiert une grande connaissance technique des produits.

Divers projets de modification des suspensions de voiture CORAIL sont en cours à la Direction du Matériel et de la Traction de la SNCF. Aussi, notre travail portera-t-il exclusivement sur l'introduction d'éléments actifs de suspensions.

1.2.4.3.LA PENDULATION

La pendulation permet d'accroître la vitesse de circulation dans les courbes, en assurant une mise en rotation (active ou passive) des caisses de véhicules, de manière à réduire l'accélération centrifuge ressentie par le passager.

Pour les concepts et formulations mécaniques, on se référera au paragraphe 1.3.2.2.1 qui illustre également la réduction des effets de la force centrifuge (réduction de l'amplitude de l'accélération transversale non compensée).

Les gains attendus par introduction de technologie de pendulation sont des gains en confort, en vitesse et en temps de parcours. Ces gains doivent se faire à coût de modification d'infrastructure le plus faible possible. Une progression des investissements de transformation du tracé se traduit par une amélioration de la qualité de la voie, et une suppression de certains points singuliers (passages à niveaux...) tendant à l'obtention d'une voie de meilleure qualité, que l'on peut parcourir à vitesse plus élevée. Ces investissements restent toutefois inférieurs au coût de construction de nouveaux tracés.

Exemple de modifications, et coûts associés :

Améliorer la voie et maintenir la sécurité	2 à 5 MF /km
Adapter la signalisation (cantonnement)	0.2 à 0.6 MF /km
Renforcer l'alimentation électrique	0.2 à 0.6 MF /km
Supprimer des passages à niveaux (obligatoire pour circuler au delà de 160km/h).	de 7 à 50MF par passage, suivant la configuration du site.

Les gains de vitesse attendus sont variables suivant les pays et les réseaux (ils sont en fait variables en fonction du tracé initial des courbes et de leurs caractères lisses). En Italie, l'ETR 460, par exemple, permet d'accepter des accélérations non compensées de bogie de 1.67m/s^2 pour une accélération ressentie par le passager de 0.65m/s^2 [CAS1] et [CAS2]. L'utilisation de ce train, et la refonte des services offerts ont permis des réductions de temps de parcours de 15 à 35% dans les courbes, après aménagements légers des infrastructures.

1.2.4.4.LES SUSPENSIONS ACTIVES

D'un point de vue général, les suspensions actives sont utilisées dans les transports pour accroître le confort, la stabilité et l'isolation des véhicules (et en particulier des masses abritant les passagers). La caractérisation essentielle des suspensions actives est relative au transfert contrôlé d'énergie (par apport ou dégradation locale), à la délocalisation possible de l'information (pré-information, retour d'état augmenté), au couplage des masses du système par des éléments virtuels de suspensions (éléments de suspensions accrochés à une base fixe, éléments de caractéristiques négatives...).

Le transfert d'énergie : C'est la possibilité de venir, localement, apporter de l'énergie au système, ou a contrario, de venir localement dégrader de l'énergie (par un fonctionnement amortissant). L'énergie peut être apportée par les actionneurs, transducteurs d'énergie (transformation en énergie mécanique d'une énergie de source primaire électrique, hydraulique ou pneumatique...).

Le couplage des masses: c'est la possibilité de créer des éléments virtuels de liaisons, avec des connexions à un solide fixe dans le repère en mouvement lié à la voie. C'est en particulier le fonctionnement recherché par un contrôleur skyhook qui lie virtuellement et étymologiquement les masses au ciel (le "ciel" étant un point fixe dans le repère). Des masses locales peuvent également être couplées virtuellement, par la loi de contrôle, à d'autres masses, vis-à-vis desquelles elles sont physiquement découplées.

La délocalisation d'information

La suspension active permet une délocalisation dans l'espace et dans le temps. Des phénomènes de pré-information peuvent alors être appréhendés.

Dans la littérature [GOO1] les suspensions avec organes actifs sont présentées avec cinq avantages cumulés :

- une fréquence naturelle basse, permettant d'accroître le confort, tout en maintenant des déflexions statiques faibles ;
- de faibles niveaux dynamiques, particulièrement sous les conditions d'excitations transitoires ;
- le maintien des caractéristiques de suspensions quel que soit le chargement ;
- une vitesse élevée de réponse de l'actionneur, quelle que soit la vitesse de progression du véhicule ;
- une grande latitude dans le choix de réponse dynamique.

Le fonctionnement de suspensions actives fait appel à une chaîne de contrôle-commande avec des éléments essentiels que sont : les capteurs, le calculateur dans lequel est implantée la loi de contrôle, l'actionneur assurant la transduction d'énergie.

1.3. LE CONTEXTE DU TRAVAIL DE RECHERCHE

Il semble opportun, à ce moment du rapport, d'analyser le contexte du travail de recherche, en réalisant une synthèse bibliographique des expériences passées, et en précisant les particularités de l'étude menée durant la thèse.

1.3.1. LE CONTEXTE DE RECHERCHE EN CONTROLE ACTIF

Introduire des éléments permettant de contrôler, activement, une fonction d'un véhicule ou d'une structure complexe, voilà un domaine de recherche qui a mobilisé, durant les dernières décennies, équipes de recherche et laboratoires spécialisés.

1.3.1.1. DEVELOPPEMENTS GENERAUX

L'élaboration d'une chaîne de contrôle actif nécessite l'utilisation de produits provenant de technologies diverses, élaborés par des savoirs de spécialistes.

Les actionneurs peuvent avoir des puissances de l'ordre du Watt, fournies par des composants piézo-électriques ou électromagnétiques, à des puissances de plusieurs kilowatt fournies par des systèmes mécaniques, hydrauliques, pneumatiques ou électromécaniques.

Les autres éléments de la chaîne sont classiquement composés de capteurs, de calculateurs (acquisition/traitement temps réel) contenant en particulier la loi de commande élaborée pour le contrôle.

Les compétences requises sont donc celles de mécaniciens des solides et des liquides, électroniciens, électriciens, hydrauliciens, automaticiens...

1.3.1.2.APPLICATIONS DIVERSES

Les développements proposés furent nombreux, et plurifonctionnels : régulation de structures fixes, contrôle actif en acoustique (transmission de sons à travers une paroi, à travers un double-vitrage, propagation de sons dans une conduite, minimisation d'amplitudes sonores dans un environnement...), contrôle actif de suspensions.... Il est très facile d'obtenir des articles traitant de ces sujets dans les périodiques et les actes de congrès référents.

1.3.1.3.APPLICATIONS AUX SUSPENSIONS ACTIVES

Pour les suspensions actives également, les dernières années furent particulièrement prolifiques en travaux et publications, comme le rappelle ELBEHEIRY & AL [ELB] dans sa synthèse de travaux dans le domaine des systèmes de suspensions avancées pour véhicules terrestres.

Cet auteur signale que la recherche dans le domaine du contrôle pour véhicules terrestres s'est focalisée autour d'études telles que l'anti blocage, l'anti patinage, la navigation des systèmes à quatre roues, en particulier pour les études relatives à la route guidée (aide à la conduite proposée aux automobilistes...), et la définition de systèmes de suspensions avancées.

Après un rapide rappel des modèles (de sollicitation, comme de véhicules) utilisés, l'auteur précise les contrôles classiquement utilisés pour modéliser des suspensions actives, semi-actives, actives pré-informées, ou adaptatives..., et fait référence à 553 articles publiés, traitant du sujet !

Les périodiques traitant du sujet du contrôle actif et de l'application aux divers modes de transport des suspensions actives sont nombreux et dédiés. Les citer serait ici fastidieux. Pour l'analyse des suspensions actives ferroviaires, c'est incontestablement *Vehicle System Dynamics* qui fut privilégié.

Le sujet étant donc vaste, il fut décidé que seule une présentation des suspensions actives dans le domaine ferroviaire serait proposée en partie 1.3.2.2.2.

1.3.2.LES DEVELOPPEMENTS FERROVIAIRES (APPROCHE BIBLIOGRAPHIQUE)

1.3.2.1.LE CONTEXTE FERROVIAIRE

Le monde ferroviaire est en perpétuel changement, soumis aux lois de la concurrence. Il doit s'adapter aux nouvelles techniques, au risque de vite paraître désuet, et de perdre des parts de marché (la longue vie des matériels : jusque 50 ans est déjà un facteur péjorant). Les exploitants ferroviaires doivent également se soumettre aux directives des Etats et des ministères de tutelle. Depuis quelques années, ces directives Européennes, émanant de la commission de Bruxelles, encouragent les réseaux ferrés à retrouver une certaine vitalité. C'est ce qui apparaît dans le "*White-paper : a strategy for revitalising the community's railway* », en ces termes : "A clear division of responsibilities is required between the State and the railway", so "it will propose the separation of infrastructure management and transport operations into distinct business units" [WHI].

Ce changement de politique internationale, et les contextes économiques n'invitent pas, aujourd'hui, à la construction intensive de lignes à grande vitesse, permettant des circulations à une vitesse commerciale de 300 km/h et plus. En revanche, l'accroissement de confort et la réduction de temps de parcours, font réfléchir à de nouveaux concepts de trains, nécessitant à la base moins d'investissements. C'est dans ce contexte que trouvent leurs places les matériels ferroviaires pendulaires, et les matériels équipés de suspensions actives, qui peuvent à moindre coûts de transformation, permettre, sur ligne classique, une amélioration de la desserte ferroviaire.

1.3.2.2. LES APPLICATIONS FERROVIAIRES

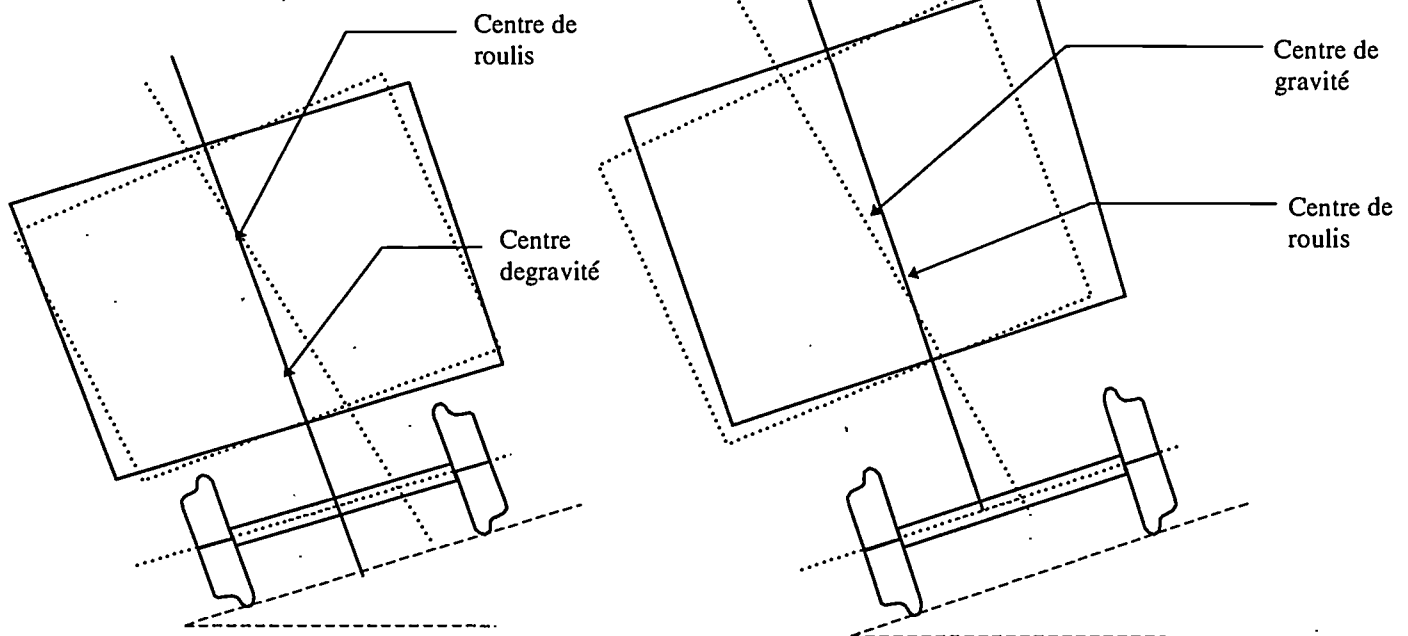
1.3.2.2.1. LES TECHNOLOGIES PENDULAIRES

A. PRÉSENTATION GÉNÉRALE DES DIVERSES TECHNOLOGIES.

A1 : ASPECTS GÉNÉRAUX

Quelle que soit la technologie retenue, elle doit combiner des aspects de puissance et de compacité, de manière à pouvoir s'intégrer au système ferroviaire, ainsi que des critères de sécurité et de coûts restreints.

Historiquement, les trains pendulaires se classent en deux familles : ceux pour lesquels la pendulation est assurée naturellement, sans aucun apport d'énergie (la rotation est assurée par les seuls efforts centrifuges, le centre de rotation du véhicule étant placé au-dessus du centre de gravité), et ceux équipés de mécanismes de pendulation active, avec apport d'énergie au moyen d'actionneurs⁶. Seules les applications relatives à cette deuxième famille de train seront dissertées, car ces matériels sont les seuls à nécessiter asservissement et contrôle.



Pendulaire passif : la voiture s'incline sous les seuls effets de forces centrifuges : il n'est pas besoin de l'équiper de servo-actionneurs.
(exemple du TALGO)

Schéma des mécanismes pendulaires actifs : la voiture s'incline sous les effets de forces délivrées par de puissants actionneurs (cas de la plus grande majorité des trains pendulaires)

Figure 1.9a : Deux technologies pendulaires

— Véhicule classique
- - - Véhicule pendulaire

de transformer une énergie (pneumatique, hydraulique, électrique), en déplacement suivant un axe (vérins) ou plusieurs (cousins pneumatiques).

A2 : PRINCIPE MÉCANIQUE DE LA PENDULATION

Ce bilan des forces, pour un train classique et un train pendulaire, dans une circulation en courbes montre que les efforts centrifuges ressentis par le passager sont plus faibles dans le cas d'un véhicule pendulaire que dans le cas d'un véhicule classique (cf figure 1.9b)

NB : pour simplifier la présentation, on néglige les aspects de souplesse.

Etude des accélérations transversales non compensées ressenties par le passager

Pour le train classique, la caisse est parallèle à la voie, elle fait donc un angle Θ_d avec

l'horizontal
$$\gamma_{nc}(\text{train\_classique}) = \frac{V^2}{R} - g \cdot \Theta_d \quad (1.1)$$

Pour un train pendulaire, la caisse fait un angle de Θ avec le plan de voie, soit un angle

$\Theta_d + \Theta$ avec l'horizontal.
$$\gamma_{nc}(\text{train\_pendulaire}) = \frac{V^2}{R} - g \cdot (\Theta_d + \Theta) \quad (1.2)$$

Ces deux dernières relations traduisent l'équation fondamentale de la dynamique en projection sur l'axe transversal, le véhicule étant soumis aux seuls effets centrifuges, et à l'action du poids. On appelle γ_{nc} , l'accélération non compensée.

Et l'on montre ainsi que la rotation de la caisse entraîne une réduction des accélérations non compensées ressenties par les passagers.

$$|\gamma_{nc}(\text{train\_classique})| > |\gamma_{nc}(\text{train\_pendulaire})| \quad (1.3)$$

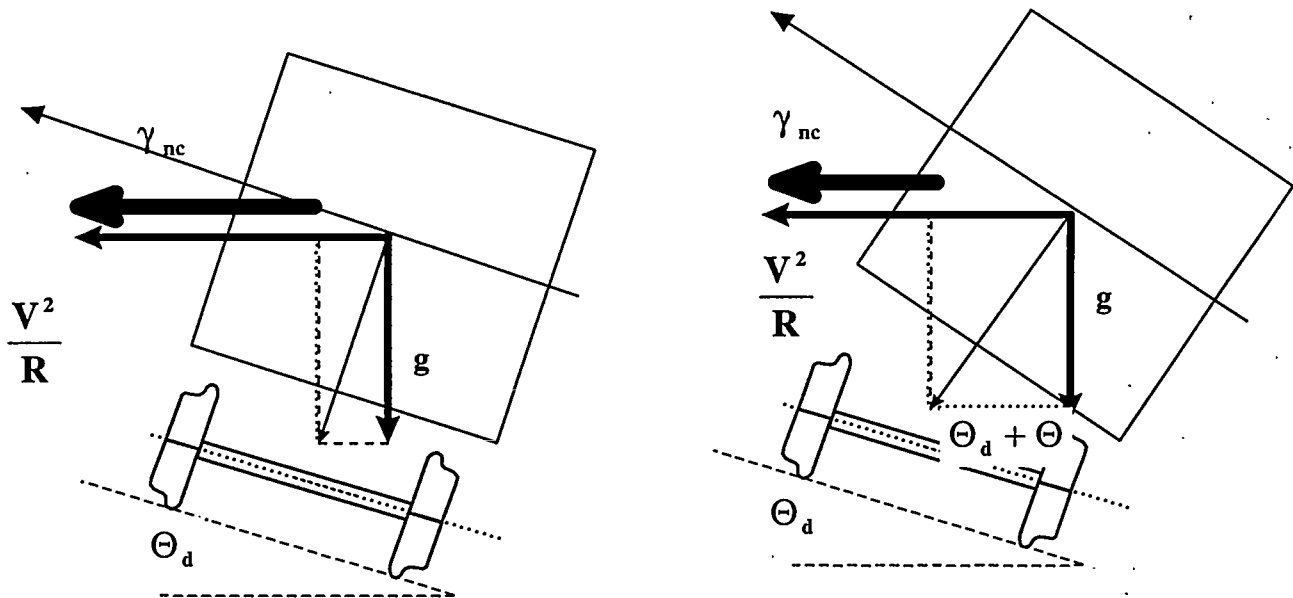


Figure 1.9b:
Passage en courbe d'un train classique / Passage en courbe d'un train pendulaire

Θ_d : angle de dévers (rad) $\Theta_d = \frac{d}{e}$ V : vitesse (m/s) R : rayon de courbure (m)
 d : dévers (mm) e : écartement (mm)
 γ_{nc} : accélération non compensée (m/s²) g : accélération de la pesanteur (m/s²)

A3 : ASPECTS MÉCANIQUES :

La technologie de l'activation est avant tout liée à la réalisation mécanique de la pendulation. Trois grandes classes de systèmes ont aujourd'hui été proposées, dissociables sur le simple critère de localisation du mécanisme d'activation par rapport à la suspension secondaire.

- a). localisation du mécanisme pendulaire au-dessus de la suspension secondaire,
- b). localisation du mécanisme pendulaire en-dessous de la suspension secondaire,
- c). localisation du mécanisme pendulaire en parallèle (exemple de la barre de roulis active) avec la suspension secondaire, voire confondue avec cette dernière (coussins pneumatiques verticaux actifs), c'est ce que présente schématiquement l'annexe 1.C.1.

Dans les cas a et c, le mécanisme pendulaire tend à accroître le déplacement transversal entre caisse et bogie, là où sont localisées des butées transversales de mouvement. C'est pour cette raison que certains constructeurs (FIAT en particulier) adjoignent au système pendulaire un système actif de centrage de la caisse par rapport au bogie. Ce système est assuré par un actionneur lent, utilisant par exemple une technologie pneumatique (c'est le cas des pendolino ETR). Le basculement de la caisse est assuré soit par des systèmes autorisant une rotation pure (se sont les systèmes japonais de rouleau et de berceau "bearing guide"), soit par des mécanismes 4 barres, composés de biellettes.

A4 : CHOIX DE L'ACTIONNEUR ET DE LA TECHNOLOGIE DÉDIÉE

La force nécessaire à la rotation de la caisse est fournie par un actionneur, utilisant une des trois énergies suivantes : énergie pneumatique avec de l'air sous pression, énergie hydraulique avec de l'huile sous pression, énergie électrique.

Différents choix technologiques d'actionneurs ont été proposés par différents constructeurs. Dans le passé, deux technologies ont réellement été implantées pour une utilisation commerciale ; il s'agit de la pendulation par actionneur pneumatique, et de la pendulation par actionneur hydraulique, avec débit réglé à partir de servo-valves électrohydrauliques ou électropneumatiques (cf annexe 1.C.2). Aujourd'hui, d'autres technologies sont proposées, les actionneurs électromécaniques et les actionneurs hydropneumatiques. Les actionneurs électromécaniques semblent préférentiellement capter l'attention tant en Allemagne, qu'au Japon, qu'en France.

A5 : ÉTABLISSEMENT DE LA LOI DE CONTRÔLE

Les lois de contrôle sont majoritairement construites sous la forme d'un suivi de consigne en boucle ouverte ou en boucle fermée.

L'établissement de la consigne.

Cette phase est relative à la construction de la consigne que le correcteur s'efforcera de faire suivre. Cette consigne est élaborée, classiquement, à partir d'informations mesurées par des accéléromètres et/ou des gyromètres placés sur bogie. Ces informations sont ensuite traitées, filtrées, sommées, échantillonnées, de manière à obtenir une connaissance de l'accélération transversale non compensée par le dévers de voie. Cette accélération γ sera convertie en angle

Θ (équation 1.2) et subira un coefficient multiplicateur correspond à un pourcentage recherché de réduction. Des études menées depuis les années 1970, en Angleterre et en Suède ont indiqué que chercher à atteindre une réduction de 100% de l'accélération transversale ressentie est préjudiciable au "bien-être" du passager. Aussi, un taux de 50 à 75% est-il classiquement recherché, car assurant un meilleur confort selon [USD].

La mesure

C'est la mesure de l'angle entre caisse et bogie, c'est ce signal qui doit suivre la consigne.

Le correcteur

C'est le bloc contenant le contrôleur, équipé d'un filtre de type PID, des blocs de retards, saturation... Historiquement, les correcteurs ont été généralement choisis et réglés de manière empirique. Aujourd'hui, les correcteurs sont plus finement étudiés. Bien qu'ils intègrent de plus en plus de fonctions de non linéarité (saturations), de sécurité et de fiabilisation, ils restent globalement simples.

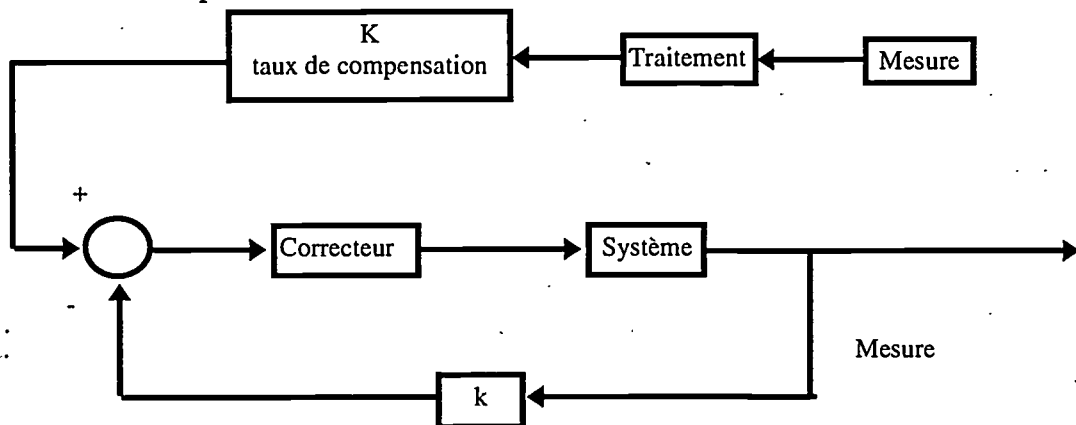


Figure 1.10 : Schéma général de correcteur pour train pendulaire

Les schémas de contrôle des véhicules pendulaires ETR 450 et X2000 et des trains japonais par exemple sont proposés dans divers livres et publications [USD] et [JAP].

B. HISTORIQUE DES TRAINS PENDULAIRES

Nombreuses furent les expériences menées dans les années 1960 et 1970 sur les développements de véhicules pendulaires. Mais les premières expériences françaises furent conduites par la SNCF sur la célèbre voiture MAUZIN-CHARTET.

B1 : L'HISTORIQUE DES RÉSEAUX JAPONAIS

Les réseaux japonais sont les plus grands utilisateurs des trains pendulaires, avec plus de 120 circulations quotidiennes [USD] et [OKA1] en 1993.

L'historique de la construction de matériels pendulaires dans l'archipel du levant est le suivant:

- 1970 les JNR mettent au point un premier prototype à inclinaison passive S381,
- 1973 construction des premières rames de série de cette technologie,
- 1984 premier système contrôlé testé sur du matériel,
- 1989 prototype de véhicule à pendulation active de série S2000,
- 1992 : premier prototype de rame pendulaire active : S8000.

L'engouement pour le pendulaire, au Japon, est flagrant, et tant les réseaux que les organismes de recherche (RTRI - Railway Technical Research Institute) participent aux projets de recherche sur ces techniques.

Les voies japonaises (majoritairement à écartement étroit : 1067mm) sont souvent très sinueuses. L'intérêt de l'exploitation de matériel pendulaire réside donc dans le potentiel d'accroissement des vitesses :

Accroissement de vitesse	Conditions requises matériel/voie
15 à 20 km/h	pendulation naturelle
20 km/h	rayons de courbe inférieurs à 400m
25 km/h	rayons de courbe inférieurs à 600m
30 à 45 km/h	rayons supérieurs à 800m

B2 : DÉVELOPPEMENT ENTREPRIS DANS LES ANNÉES 80-90 :

Les années 80-90 furent des années fastes pour la construction de matériels pendulaires. On célébra notamment la naissance des matériels suivants :

Italie	ETR 450, ETR 460, ETR 470, ETR480
Allemagne	VT610 VT611
Suède	X2000
Finlande	S220
Japon	S381 S2000 S281 S8000 S283 S7000 S383 S883
Canada	LRC

B3 : QUELQUES GRANDES FAMILLES DE PENDULAIRES

- Le programme anglais **APT** (*Advance Passenger Train*) (1970-1985) [BOO]

Ce programme visait à la construction d'un train novateur sur plusieurs plans techniques, relatifs tant à la dynamique qu'à l'aérodynamique.... Les domaines de recherche portaient sur les points suivants :

Profil aérodynamique	Caisses allégées
Train articulé	Centre de gravité bas
Mécanisme de pendulation	Freinage hydraulique
Suspensions pneumatiques nouvelles	Transmission mécanique
Bogies allégés	

Ce train ne fut toutefois pas exploité commercialement, et connu quelques problèmes lors de ses tests qualitatifs.

- Les "**Pendolino**" italiens (développés par FIAT Ferroviaria avec le premier prototype ETR401 construit il y a 25 ans), équipés de vérins hydrauliques et de capteurs gyroscopiques. Le mécanisme de pendulation est situé sous la suspension secondaire, et le véhicule nécessite donc un centrage de caisse réalisé par un vérin transversal secondaire pneumatique [CAS1][CAS2]. La famille des pendolino s'est exportée en Europe via l'Allemagne, la Suisse et la Finlande, et maintenant l'Espagne, l'Angleterre et le Portugal.

- La famille des **X2000** (début des années 1990), développée par Adtranz, utilise des actionneurs hydrauliques permettant un angle de rotation de 7° de la caisse, avec un taux de compensation d'insuffisance de 70%.
- Les **pendulaires japonais**, utilisent majoritairement des systèmes pneumatiques et hydrauliques, pour des angles de pendulation faibles de 5° (mais qui est déjà important sur les voies à écartement étroit).

Quelques nouveautés techniques

C'est incontestablement le Japon, qui, depuis 20 ans, est le précurseur commercial et technique des véhicules pendulaires [OKA2] [WAK] [JAP]. Il détient le record du nombre de prototypes construits, ainsi que le nombre de trains existants. Le Japon, aujourd'hui, se tourne vers de nouvelles technologies d'activation (hydropneumatique et surtout électromécanique), et teste des prototypes de véhicules pendulaires à vitesse élevée (>200 km/h).

C. PRÉSENTATION GÉNÉRALE DES DIVERSES AVANCÉES TECHNOLOGIQUES.

La construction des matériels pendulaires et les divers essais préliminaires engagés ont été propices aux développements de nouveaux systèmes, à l'intégration ou au développement de nouvelles technologies, de nouveaux concepts.

C1 : DES AVANCÉES SUR LE PLAN DE LA CONCEPTION MÉCANIQUE

Des avancées technologiques ont été requises par les véhicules pendulaires de manière à permettre à la caisse de s'incliner par rapport à la voie, au moyen d'*actionneurs fiables* et bravant toutes conditions climatiques, tout en assurant une *captation de courant* quand le pantographe équipe un élément de rame pendulaire. De surcroît, un véhicule pendulaire circulant plus vite sur des lignes classiques, ses passages successifs ont tendance à plus détériorer la voie que ne le ferait un véhicule classique, circulant moins vite; aussi, a-t-il parfois été nécessaire de réfléchir à de *nouveaux bogies moins agressifs pour la voie* : les bogies à essieux orientables, s'inscrivant plus facilement dans les courbes [AND1] et [AND2]. Des avancées notoires ont également été proposées dans le domaine de l'*allègement des structures* (pour l'APT en particulier [BOO]), et le dimensionnement au choc (aspect sécurité passive dans [AND1] et [AND2]).

C2 : DES AVANCÉES SUR LE PLAN DE LA CONCEPTION DES ACTIONNEURS

Les nouvelles recherches dans le domaine du pendulaire ont conduit à la construction et à l'utilisation de *vérins électromécaniques*. Ce sont ces vérins qui sont décrits dans les articles relatifs aux dispositifs allemands Neiko (constructeur AEG - Adtranz). Des informations de principe sont disponibles dans les articles [HAR] [HEI]. SAUER [SAUE1] [SAUE2] présente l'actionneur électrique, proposé par Adtranz, en rappelant que ce système est dérivé directement du système de positionnement de la tourelle du char LEOPARD2 (photo en annexe 1.C.1). Les avantages reconnus de tels actionneurs sont : une technologie électromécanique alliant rapidité et précision, puissance et efficacité, avec des avantages de compacité, faible poids, faible maintenance (sans utilisation de lubrifiants en particulier).

Poids de l'actionneur	105kg	Course de l'actionneur	330mm
Force maximale	80kN	Tension d'alimentation	325V DC

Remarque : Des informations permettant de comparer les systèmes hydrauliques et électriques sont proposées dans l'article [FER]

D'autres technologies sont également proposées par les Japonais sur le nouveau train E991 dénommé TRYZ [SAS]. Ce formidable train d'essais (trois véhicules équipés de trois systèmes différents de pendulation utilisent, pour une des caisses, une suspension hydropneumatique).

C3 : DES AVANCÉES DES SCHEMAS DE CONTRÔLE ET LES DÉTECTIONS D'ENTRÉES DE COURBES

Le schéma d'asservissement proposé antérieurement (figure 1.10) est très simple, mais didactique. Les schémas implantés dans les véhicules sont toutefois plus complexes. Ils peuvent également se complexifier dans un cadre d'optimisation de temps de parcours par la recherche d'effets de pré-information, et/ou d'accroissement de la qualité de la consigne à suivre. Des schémas de contrôle utilisant des *balises de repère de la position* du train et des fichiers embarqués du tracé de courbes pourraient alors être employés. Ces techniques sont d'ores et déjà utilisées au quotidien au JAPON [HIG]. Il existe en effet un enjeu certain à développer des systèmes de détection qui permettent de prévoir une entrée de courbe (préannonce, préinformation), de manière à réagir sans retard, voire avec anticipation dans les phases transitoires.

D'autres articles présentent des travaux menés dans le domaine de l'élaboration de la consigne ou de la boucle d'asservissement. KIRAT [KIR], en particulier, propose une *détection originale au moyen de deux gyroscopes* détectant tant les vitesses de rotation transversale que longitudinale. L'intérêt reste toutefois discutable...

D. LES EXPÉRIENCES FRANÇAISES

D1 : LES EXPÉRIENCES DU PASSÉ

Les premiers essais de pendulaires ont été conduits en FRANCE en 1954, "avec un *compartiment pendulaire* oscillant autour d'un axe situé à sa partie supérieure et monté à l'intérieur d'une voiture ordinaire" [SNCF-8].

Puis vint la construction en 1956 de la voiture MAUZIN-CHARTET (photo et schéma en annexe 1.C.3), sous la forme d'une automotrice non motorisée, qui demanda prouesses techniques. Cette voiture permettait une rotation de $\pm 18^\circ$, record absolu si l'on se rappelle que les trains actuels admettent classiquement de 5 à 9° de rotation, au maximum. Les ingénieurs ferroviaires planchèrent sur les problèmes de couple de frottement [SNCF-9], ou de mécanismes de pendulation avec des liaisons [SNCF-10], sur la définition d'un nouveau bogie avec roues indépendantes [MAU1]. Des études furent alors lancées, de manière à étudier sur un plan théorique les aspects mécaniques (pour le véhicule en pendulation libre en particulier) puis automatiques du contrôle avec introduction d'un asservissement [SNCF-11] [SNCF-12] [SNCF-13] [SNCF14] [JOL1]. Les résultats d'études furent comparés aux essais et des études de pré-annonce des consignes furent même par la suite initiées. Cette pré-annonce était proposée par transformation d'informations à partir de balises placées au sol en entrées et sorties de courbes [SNCF15]. Si ce système de détection permettait une bonne inclinaison du véhicule, l'asservissement souffrait toutefois d'un problème crucial de retard, entre l'établissement de la consigne et l'application de la force, d'après JOLY.

D2 : D'AUTRES EXPÉRIENCES

D'autres véhicules pendulaires furent également conçus par la SNCF. Une voiture *Grand Confort* (schéma annexe 1.C.3) fut en particulier transformée en voiture CID (Compensation de l'insuffisance de dévers) à la fin des années 1960, et le TGV fut réfléchi pour être décliné en version pendulaire, sous l'appellation *TGV002* [NOU]. Enfin, l'épopée se poursuit, aujourd'hui, par la transformation d'une rame *TGV PSE* de manière à la rendre pendulaire, mais l'expérience est trop récente pour pouvoir intégrer des éléments d'analyse dans ce rapport.

E. CONCLUSION SUR LES APPORTS DES TRAINS PENDULAIRES EN TERME DE RÉDUCTION DE TEMPS DE PARCOURS :

Les gains enregistrés par les réseaux les plus expérimentés dans l'utilisation du pendulaire sont de l'ordre de 25% sur tout un parcours, lorsque l'introduction sur une ligne d'un train pendulaire s'accompagne d'un accroissement de la puissance motrice, et d'une amélioration notoire de la ligne. Ce gain peut avoisiner les 25 à 30% dans les courbes pour des pays tels que le Japon ou l'Italie [CAS2]. En France, le gain attendu par l'utilisation de trains pendulaires serait plus faible, du fait même de la nature des tracés des voies françaises, et des règlements français qui accordent aujourd'hui des vitesses de circulation plus élevées pour les trains classiques en courbes que les réseaux italiens ou japonais.

Les limitations des systèmes pendulaires sont aujourd'hui :

- 1° le confort ressenti par le passager, et en particulier lors des prises de courbes, le système pendulaire (mécanique de la pendulation et contrôle) générant des mouvements de très basse fréquence potentiellement nauséeux pour certaines personnes.
- 2° la tenue de la voie au vieillissement sous sollicitations transversales fortes et répétées en courbe, compte tenu des augmentations de vitesse envisagées.
- 3° la boucle de contrôle avec ses retards. En effet, aujourd'hui, les systèmes pendulaires sont des systèmes lents, travaillant avec des périodes d'échantillonnage de 0.1s, pour nombre de trains européens.
- 4° l'amélioration de l'infrastructure est souvent indispensable (rectification de courbes, modification de sous stations, de passages à niveaux...)

1.3.2.2. LES SUSPENSIONS ACTIVES

Depuis plus de 30 ans, nombreux furent les développements proposés dans le domaine des suspensions actives. Les études et simulations furent pléthoriques, développées tant par les réseaux que par les constructeurs, avec la collaboration de laboratoires de recherche d'universités ou d'écoles. Les principaux foyers de recherche sont d'une part l'Europe avec l'Angleterre, l'Allemagne, l'Italie, La Suède et la France, d'autre part, le Japon, le Canada, et enfin de nouvelles nations: essentiellement des pays d'Asie et l'Australie. En parallèle à ces études, et selon les cultures nationales, furent élaborés des prototypes, testés sur banc d'essais puis en grandeur nature sur des trains. Toutefois, le nombre d'utilisations quotidiennes des suspensions actives ferroviaires est encore très limité. Mais ce nombre a augmenté ces dernières années, grâce aux progrès de l'électronique, des actionneurs, et à la maturité acquise aujourd'hui sur ce sujet.

A. LES DIVERSES APPLICATIONS

Historiquement diverses applications furent proposées pour l'utilisation des suspensions actives. La plus ancienne est certainement celle visant à l'*accroissement du confort* du passager par introduction d'actionneurs pour *contraindre les mouvements* soit dans le plan transversal, soit dans le plan vertical. Dans les dix dernières années, des propositions de *contrôle des mouvements des essieux et de bogies* furent proposés en vue d'accroître la stabilité du bogie (augmentation de la valeur de vitesse critique) ou d'améliorer les performances de circulations en courbes (meilleure inscription en courbe des bogies de manière à réduire les efforts transversaux au contact roue/rail : c'est le contrôle de la cinématique des essieux tant dans les mouvements longitudinaux que transversaux). Enfin, d'autres utilisations furent déclinées telles que celles visant à l'*isolation de sources vibratoires* (comme les moteurs). Les techniques d'isolation ne seront pas développées dans ce mémoire, car elles ne sont pas spécifiques au domaine ferroviaire et à ses comportements dynamiques. D'autres développements ont également été élaborés, pour le *contrôle des mouvements de pantographe* en particulier, de manière à assurer le meilleur contact entre l'archet et la caténaire, pour éviter tout décrochement et tout arc électrique.

Historiquement, il est constaté que les développements des trains pendulaires ont permis de solliciter les développements des projets de suspensions actives. En effet, nombre de technologies utilisées dans la chaîne de contrôle commande pouvaient s'exporter, d'un projet de recherche vers l'autre. C'est également les projets en pendulaire qui sont à la base de réflexions du contrôle de plusieurs degrés de liberté, dans divers plans (verticaux et transversaux).

Dans ce mémoire, on se limitera aux études de suspensions actives localisées en parallèle avec les suspensions secondaires, et destinées à accroître le confort des passagers.

Classement des suspensions actives :

Il existe différents moyens de classer les systèmes de suspensions asservies :

- en les nommant « actif » ou « semi-actif » en fonction de la consommation énergétique,
- en analysant la largeur et la gamme de fréquence de l'actionneur,
- en focalisant sur la source de puissance et la technologie d'activation,
- en s'intéressant aux utilisations requérant une suspension active, ou au nombre de mouvements contrôlés.

Le premier point concerne la distinction entre suspensions actives et suspensions semi-actives. Sous le vocable de "suspensions actives" sont regroupées les suspensions consommatrices d'énergie, alors que les suspensions semi-actives se contentent de dégrader de l'énergie, dans un comportement amortissant. Cette distinction en deux classes est particulièrement sensible dès que l'on parle de réalisations physiques des actionneurs, dans la mesure où les niveaux de puissances requis en consommation ou en dissipation sont complètement différents.

Le second est relatif à l'étendue et la localisation fréquentielle du contrôle. Comme le signale GOODALL [GOO1], "un système à faible largeur de bande ne peut être utilisé que pour maintenir dans une position moyenne la suspension dans sa plage de travail, en évitant tout contact avec les butées et autorisant peut-être un accroissement de la souplesse des suspensions conventionnelles..." "Un système large bande peut être utilisé de manière à rechercher d'autres améliorations de performances, telles que l'amortissement par rapport à une vitesse absolue, l'accroissement de l'amortissement modal sans accroissement de la transmissibilité de la suspension en hautes fréquences ", c'est l'avantage proposé notamment par les suspensions skyhook.

B. PRÉSENTATION GÉNÉRALE DES TECHNOLOGIES ET TECHNIQUES DE COMMANDE

B1 : TECHNOLOGIE DES ACTIONNEURS

Le problème des suspensions actives, avant d'être lié à un problème d'asservissement ou d'établissement de lois de contrôle, est lié à la recherche d'actionneurs performants dans la gamme de fréquence, de puissance, de déplacements désirés. Différentes technologies ont aujourd'hui été testées et éprouvées. Deux articles précieux de GOODALL et HEDRICK présentent les résultats de ces études

GOODALL cite les conclusions de ses études sur les technologies dans l'article [GOO2].

Technologie	Avantages	Faiblesses	Paramètres importants
Vérins servo-hydrauliques	Facilité d'utilisation pour un véhicule déjà équipé en hydraulique	Pertes hydrauliques, fiabilité, dégradation en cas de non fonctionnement prolongé	Compressibilité de l'huile et caractéristiques des servo-valves, pression et débit
Actionneur électro-mécanique	Compacité globale, mais l'actionneur reste toutefois plus gros que l'actionneur hydraulique	Vis à billes ou à rouleaux transformant le mouvement de rotation moteur en mouvement de translation.	Couple moteur et dissipation thermique. Réversibilité de la vis et frottement sec.

GOODALL signale aussi la possible utilisation d'actionneurs électro-magnétiques, sans véritablement la qualifier ou la quantifier. Enfin, en 1981 déjà, HEDRICK avait analysé les diverses technologies pouvant s'appliquer à la construction de suspensions actives ferroviaires. Ces conclusions sont présentées dans l'annexe 1.E.3, extrait d'une publication [HED].

L'évolution aidant, toutes ces technologies ont progressé. Toutefois, les technologies électro-magnétique et électro-mécanique ont sensiblement profité des dernières évolutions d'électrotechnique et d'électronique de commande. Ce sont ces deux technologies qui, depuis moins de deux ans, sont les plus étudiées dans les projets de recherche, tant en Europe qu'au Japon.

B2 : LOI DE COMMANDE

Depuis plus de 30 ans, nombreuses furent les lois de commande proposées pour le contrôle des suspensions. Diverses classes de contingentements sont proposées, GOODALL en particulier [GOO3], classe les lois de contrôle proposées pour l'asservissement des suspensions ferroviaires en deux grandes catégories : "les stratégies classiques, les plus utilisées, qui requièrent à la fois un contrôle haute fréquence de manière à isoler le passager des perturbations aléatoires du mouvement et en basse fréquence de manière à suivre les mouvements..." et "les stratégies de contrôle optimal", plus complexes à mettre en oeuvre à cause du besoin de retour de l'état... A ce propos, GOODALL indique que les théories de contrôle optimal ne lui paraissent pas les plus pertinentes dans la mesure où elles visent à des minimisations quadratiques, et non pas de grandeurs pics. Cette interprétation nous paraît discutable lorsque l'on recherche un accroissement de confort, vu les traitements requis pour le calcul des indices de confort, puisque les actions recherchées sont justement celles visant à une réduction des valeurs RMS des accélérations considérées (cf chapitre 1.2).

Mais les classes de problèmes peuvent être approchées de manière encore plus exhaustive. Ces diverses lois de contrôle seront présentées dans la partie 2 de cette présente thèse. Il sera en particulier cité les contrôleurs PID, les contrôles adaptatifs, très peu utilisés pour le contrôle des suspensions, les contrôles optimaux, permettant d'obtenir un contrôle proportionnel à l'état du système.

Deux autres appellations sont récurrentes dans les publications de contrôle de suspensions ferroviaires : le contrôle semi-actif et le contrôle (actif ou semi-actif) pré-informé. La première appellation correspond à un fonctionnement de l'actionneur de manière à avoir un effet amortissant à viscosité variable (voir paragraphe 2.1.5. et annexe 2.G) ; c'est ce qu'ont proposé en particulier BOICHOT [BRE1] ou ROTH [ROT]. La pré-information, pour sa part, permet d'introduire une connaissance sur la nature de la sollicitation avant que cette dernière ne vienne perturber le système. Le contrôle permet alors de construire une sommation dépendant d'un retour d'état, mais également de la sollicitation du système. C'est ce qu'a proposé depuis 1981 le Professeur JEZEQUEL [JEZ1], en associant même semi-actif et pré-information [JEZ2]. Ce système de pré-information (voir paragraphe 2.1.4) est particulièrement adapté au domaine ferroviaire, dans la mesure où ce transport guidé se déplace en fait selon un seul degré de liberté : l'abscisse curviligne. Deux roues distantes de D , devraient voir le même obstacle avec un décalage temporel de $T=D/V$, où V est la vitesse d'avance du train.

C. HISTORIQUE DES SUSPENSIONS ACTIVES

On distingue trois utilisations.

C1 : POUR LES SUSPENSIONS ACTIVES IMPLANTÉES EN PARALLÈLE AVEC DES SUSPENSIONS SECONDAIRES

Selon GOODALL [GOO3], "il est de plus en plus reconnu que les suspensions actives pour les véhicules ferroviaires peuvent offrir un véritable moyen d'améliorer le compromis entre confort et déflexion de suspension. L'auteur dresse dans [GOO1] un tableau récapitulatif des principaux prototypes de suspensions actives ferroviaires. Ce tableau, augmenté des dernières études convexes, est proposé en annexe 1.E.1.

Le pays aujourd'hui le plus avancé dans le domaine des suspensions actives est une fois encore le JAPON. Alliant les expériences des réseaux, des centres de recherche publics, et des formidables connaissances de l'électronique de contrôle, les japonais ont su développer des suspensions actives utilisant diverses sources de puissances, et allier ces suspensions aux mécanismes de pendulation, ou les implanter sur des trains circulant à 300km/h.

SASAKI [SAS] rappelle les premières expériences de suspensions pneumatiques et hydrauliques, et souligne la volonté de tester des contrôles simultanés de mouvements transversaux et de mouvements verticaux. TAJIMA [TAJ] relate, les premières expériences sur les trains à grandes vitesses, en octobre 1991 : essais de suspensions actives sur les séries S400 à 240km/h. IWAMOTO [IWA] précise les tests préliminaires, avec actionneurs hydrauliques, sur le prototype WIN350, SHINKANSEN ayant roulé à 300km/h en octobre et novembre 1994. SAKURAI [SAK] conclue par les dernières expériences connues, sur les shinkansen S500 à 300km/h : le train prototype était équipé avec des suspensions actives et des suspensions semi-actives localisées ainsi :

- les voitures d'extrémités étaient équipées d'actionneurs actifs, en vue de réduire les effets des influences aérodynamiques. La suspension active est assurée par un actionneur pneumatique en parallèle avec l'amortisseur visqueux passif. La loi de

contrôle est un H_∞ , avec pour observation les accélérations transversales et verticales, de manière à réduire les vibrations transversales dans le domaine [1-3] Hz, de moitié en valeur RMS.

- les voitures équipées de pantographes (5 et 13), et les voitures de première classe (8,9,10) sont équipées de suspensions semi-active. La suspension semi-active est réalisée par un amortisseur hydraulique à caractéristique variable. Le contrôle est basé sur la théorie du sky-hook, et calcule le coefficient nécessaire en fonction de l'accélération transversale observée. La viscosité est modifiée par des électrovalves rapides venant obstruer le nombre des opercules permettant le passage de l'huile. Le semi-actif réduit d'un tiers environ les accélérations transversales (valeurs RMS).

Ce train fonctionne maintenant en circulation commerciale, avec des fonctions semi-actives uniquement.

Et les recherches continuent, en particulier pour améliorer les systèmes actifs, par des lois de contrôle les plus appropriées. HIRATA relate en particulier des études sur les lois H_∞ ([HIR]) les lois de contrôle H_∞ , sur les degrés de liberté de lacet d'une part, roulis et transversal d'autre part, avec des gains intéressants, et une superbe corrélation à l'expérience), et MORAN disserte des utilisations de réseaux de neurones à l'université de TOKYO [MORA].

C2 : POUR LES SUSPENSIONS ACTIVES IMPLANTÉES À L'ÉTAGE PRIMAIRE DE SUSPENSIONS

Des projets de recherche ont conduit à l'étude de l'introduction de suspensions actives au primaire, afin *d'accroître la vitesse limite de stabilité des essieux* (les essieux connaissent naturellement une vitesse critique de stabilité dans leur mouvement de lacet, cette vitesse trouve son origine dans les non linéarités du contact roue/rail). L'autre application possible est *le contrôle de l'orientation, en courbe, du bogie dans la voie*, de manière à limiter les efforts transversaux générés par le contact roue/rail (les efforts transversaux sont d'amplitude élevée dès que l'essieu avance « en crabe »).

GOODALL [GOO1] rappelle les expériences menées dans un tableau reproduit en annexe 1.E.2.

SHEN [SHE] propose en particulier de contrôler des mouvements de lacet des essieux par introduction d'éléments actifs longitudinaux, en série avec des raideurs.

Cependant, aucun système de ce type n'est aujourd'hui utilisé commercialement, car ils mettent en jeu les aspects sécuritaires de la circulation. Un actionneur bloqué, dans son fonctionnement stabilisant au primaire, et la stabilité de l'essieu est remise en question.

C3 : POUR LES SUSPENSIONS ACTIVES VEILLANT AU PILOTAGE DU PANTOGRAPHE

Divers modèles ont été proposés. Il est proposé en bibliographie l'article de THOMPSON [THO].

D. EXTENSIONS AUX SUSPENSIONS ACTIVES HYBRIDES

On regroupe sous le terme d'hybrides, des systèmes ferroviaires combinant l'utilisation d'un des concepts précédemment cités, et d'une fonction de circulation à grande vitesse par exemple. Il a déjà été décrit l'utilisation fréquente de dispositifs pendulaires et de suspensions actives avec actionneurs travaillant à basse fréquence de manière à centrer la caisse par rapport aux bogies.

Le concept de train pendulaire à grande vitesse et de train pendulaire actif est aujourd'hui en pleine effervescence, avec les prototypes japonais et la construction des deux démonstrateurs TGV français (TGV -R équipé de suspensions actives, TGV-PSE pendulaire), où celle programmée de l'American flyer pour le corridor nord est des USA.

E. LES EXPÉRIENCES FRANÇAISES

L'expérience relatée ci-après fut celle de la *Suspension Transversale Asservie*, développée à la fin des années 1980 sur une voiture CORAIL, dont les essais de 1988 à 1993 sont rapportés dans les recueils [SNCF-16] [SNCF-17] [SNCF-18] [SNCF-19] [SNCF-20] [SNCF-21].

"Le but de cette recherche est de permettre la mise en place de flexibilités transversales sensiblement plus grandes, très favorables à l'égard du confort en alignement, sans augmentation des jeux bogie-caisse, ni appoint complémentaire de rigidité au moyen de butées caoutchouc, pour le franchissement des courbes."

Le montage expérimental, effectué sur la voiture CORAIL n°226, diffère d'une suspension classique par la présence d'un système pneumatique disposé transversalement entre bogie et caisse, au droit des butées. Les principales fonctions de ce système sont :

- en alignement : de permettre le libre mouvement transversal de la caisse, autour de la position d'équilibre, sur la grande flexibilité de la suspension secondaire.
- en courbe : d'assurer un rappel transversal de caisse suffisant, permettant d'éviter l'appoint de rigidité sous la forme assez peu satisfaisante de butées progressives.

Deux systèmes d'asservissement ont été proposés :

- un premier asservissement par commande mécanique (jeu de biellettes)
- un second asservissement par commande électrique PID, donnant de meilleurs résultats en terme de rapidité de pendulation avant tout.

Les meilleurs gains obtenus par le système STA commandé par asservissement électrique étaient les suivants

	en alignement	en courbe
Voiture STA + amortisseur (actif)	de 13.4h à 18.9h	de 9.6h à 14.7h en fonction des configurations testées à vide, de 10.3 à 12.9h en charge
Voiture classique de référence (passif)	de 9.1 à 9.9h	de 7.9 à 8.7h

En particulier, les expérimentateurs constataient que les amortisseurs transversaux à double tarage atténuent les réactions brusques de la caisse.

Si globalement les gains de confort étaient significatifs, le système était difficile à régler pour obtenir un accroissement de confort uniforme (tant pour les portions de lignes droites, que pour les portions de courbes, que pour les entrées ou sorties de courbes). D'autres études sont aujourd'hui conduites sur un TGV-R, mais aucune référence bibliographique n'est disponible, les essais se poursuivent au cours de l'année 1999.

F. CONCLUSION SUR LES GAINS APPORTÉS PAR LES SUSPENSIONS ACTIVES :

Les différentes expériences à travers le monde indiquent qu'il est possible de réduire les valeurs RMS (Root Mean Square) d'accélération transversales de 25 à 50% avec des suspensions actives, et de 10 à 30% avec des suspensions semi-actives. Les facteurs importants du contrôle semblent être la puissance et la vitesse de réaction de l'actionneur, les temps de retard.

Les tendances sont aujourd'hui à l'utilisation de plus en plus évidente de ces systèmes actifs, de manière à accroître le confort des passagers, tant dans les mouvements transversaux (lacet et tangage) que dans les mouvements verticaux (vertical et tangage).

Sur les technologies, la tendance actuelle est l'étude des systèmes électromécaniques et électromagnétiques, actionneurs qui ne nécessitent aucune transformation préalable de l'énergie sous forme électrique ou sous forme hydraulique.

1.3.2.2.3. LES SYSTEMES MAGNETIQUES

Seront regroupés sous ces termes les véhicules de transport guidé du type train à sustentation magnétique. Deux projets sont aujourd'hui spécialement avancés : le projet TRANSRAPID Allemand, et surtout le projet MAGLEV japonais (cf annexe 1.F pour l'historique du MAGLEV [TSU]). D'autres études ont particulièrement progressé : celles relatives à la construction du projet SWISSMETRO (métro à sustentation magnétique devant se déplacer entre diverses grandes villes de Suisse).

Si ces trains ne sont pas forcément équipés de suspensions actives, il semble intéressant de citer les efforts fournis, au cours des projets d'étude, de manière à développer des contrôles appropriés au pilotage le meilleur. C'est ce qu'ont présenté les Japonais, dans une comparaison des lois H_∞ et LQ [NAK], ou les Suisses dans leurs études relatives aux asservissements non-linéaires de suspensions électromagnétiques [ZAY1], [ZAY2].

1.3.3. HYPOTHESES RESTRICTIVES BORNANT CE TRAVAIL DE THESE

Ce sont les développements exposés tout au long de cette thèse, en réponse aux objectifs suivants, définis tant par le laboratoire de recherche que par l'exploitant ferroviaire.

Ces objectifs initiaux étaient l'acquisition de connaissances sur les principes de contrôle actif et de suspensions actives, avec en particulier une connaissance globale de la chaîne de contrôle, tant du point de vue théorique que technique, puis une réflexion sur d'éventuelles améliorations, traduisant un esprit d'innovation propre à un travail de thèse. Suite à des simulations réalistes de comportements de suspensions actives sur des matériels ferroviaires, l'analyse qualitative et quantitative des gains de confort devait induire les prémices d'une étude de faisabilité pour la construction d'un prototype à échelle réelle. L'exploitant souhaitait initier, à partir des conclusions de la thèse, une étude technico-économique en vue de réfléchir à l'accroissement du confort sur les véhicules de demain, des applications pouvant se décliner aux matériels actuels rénovés et aux matériels ultérieurement construits.

L'exploitant ferroviaire avait toutefois souhaité fixer quelques contraintes pour les simulations dynamiques, et un espoir, de voir les réductions des accélérations transversales en caisse réduite de plus de 20%. La Direction de la Recherche et de la Technologie (qui n'a pas vocation à transformer le matériel ferroviaire) roulant ne souhaitait pas modifier les caractéristiques de suspensions actuelles, et souhaitait que soit réalisé un prototype utilisable sur véhicule CORAIL équipé de bogies Y32, et implantable avec le moins de modifications possibles. Des contraintes de simulation indiquaient une exigence de réalisme dans les modèles créés, pour traduire au mieux le comportement de voitures françaises CORAIL, sur des tracés classiquement parcourus par ces dernières. Enfin, il fut volontairement choisi de ne fixer aucune restriction de consommation énergétique des actionneurs, sous l'hypothèse que ces derniers pourraient être suffisamment alimentés tout au long des parcours, par le courant provenant de la caténaire. Cette dernière condition est particulièrement importante, car elle s'oppose à des hypothèses de restriction d'énergie qui conduisent à la préférence de systèmes semi-actifs. Dans cette étude, ce sont donc des systèmes actifs qui seront privilégiés.

Les parties suivantes du mémoire font état de développements chronologiques d'approches théoriques, de simulations numériques et de réalisations d'essais.

2. PARTIE 2 : APPROCHES THEORIQUES DU CONTROLE ACTIF LINEAIRE ET NON-LINEAIRE

Cette partie vise à une présentation de développements théoriques des lois de contrôle, lois applicables dans le cas de contrôle de suspensions ferroviaires. L'objectif n'est pas une analyse exhaustive des différents algorithmes permettant d'établir des lois, mais une présentation restreinte de quelques algorithmes classiques, et de quelques méthodes permettant de comparer ces algorithmes. Le deuxième chapitre proposera des définitions et des outils permettant de qualifier le contrôle vis-à-vis de ces performances, stabilités et robustesses. Des représentations numériques et analytiques accompagneront le texte ; les performances des lois seront évaluées sur des systèmes simples (idéalisées) ; les simulations sur modèles de voitures ferroviaires seront présentées en partie 3.

2.1. LOIS DE CONTROLE

La recherche de lois théoriques a occupé une place importante de cette thèse, la motivation étant aiguïlée par la volonté d'obtenir la loi la meilleure, la loi "optimale"....

Cette quête a conduit à examiner un panel important d'algorithmes de construction de lois de contrôle, certains particulièrement connus dans le domaine du contrôle actif en mécanique (comme les lois LQ et LQG), d'autres plus connus chez les automaticiens (synthèses H_2 et H_∞ , puis déclinaisons)... L'intérêt suscité conduisit à rechercher critères et distinctions permettant de différencier les algorithmes et les résultats obtenus, et de les qualifier d'optimaux ; puis à élargir la réflexion à de possibles extensions, dans le domaine linéaire et dans le domaine non linéaire du contrôle. Enfin, un algorithme innovant de contrôle, appelé "multilois" est proposé de manière à répondre au mieux aux exigences du contrôle de suspensions ferroviaires.

De manière à agrémenter les formulations théoriques, les effets du contrôle seront simulés et analysés sur un modèle à deux degrés de liberté, appelé aussi "quart de caisse" dans la littérature, et présenté en annexe 2.B.1. Bien que le schéma "quart de caisse" soit conservé pour toutes les présentations, les paramètres de dimensionnement pourront varier (paramètres de masses, de raideurs et d'amortissement). La comparaison actif/passif étant proposée en permanence, les effets du contrôle seront analysés pour chacun des graphes proposés.

Les équations liées à la dynamique et au contrôle de ces schémas seront écrites dans un formalisme de représentation continue, et non pas dans le domaine discret. Le passage de la représentation continue à la formulation discrète (et réciproquement), peut se réaliser via des algorithmes proposés dans le livre de SAGE par exemple [SAG]. Ces algorithmes sont aujourd'hui bien connus ; les décliner dans le cadre de cette recherche serait sans grand intérêt.

Les systèmes étudiés au début de ce paragraphe sont des systèmes mécaniques linéaires, invariants dans le temps, ce qui signifie que les caractéristiques mécaniques et géométriques du système n'évoluent pas au cours du temps, et que l'intégralité des réponses des organes de suspensions sont linéaires, sans présence aucune de butées.

Classiquement, les systèmes mécaniques sont classés en quatre types :

LTI	Représentation linéaire, invariante dans le temps
LTV	Représentation linéaire, connaissant des évolutions dans le temps
NLTI	Représentation non linéaire, invariante dans le temps
NLTV	Représentation non linéaire, connaissant des évolutions dans le temps

Tableau de classification des types de contrôle

Dans la suite du paragraphe, sont proposés, pour des systèmes linéaires n'évoluant pas dans le temps, des contrôles non linéaires (car soumis à saturation), ou correspondants (dans le cas du "multi-lois"), à l'établissement d'un retour comme combinaison linéaire de différents contrôles.

2.1.1.PANORAMA DU CONTROLE ACTIF

Le contrôle actif moderne (régulation automatique et utilisation d'organes électroniques) est véritablement né dans les années 60, comme l'indiquent BERKMAN et BENDER [BERK], avec des problèmes de contrôle optimal de vibrations, des méthodes de placements de pôles et du contrôle à énergie minimale. Ces premières études étaient essentiellement initiées par les laboratoires de recherche. Par la suite, nombreuses furent les applications qui débouchèrent sur des prototypes, construits et expérimentés dans les années 1980 : contrôle en acoustique, isolations de moteurs, construction de matériaux actifs... Enfin, les années 1990 ont vu le lancement de nouvelles technologies, et de systèmes opérationnels de contrôles actifs (suspensions, isolations...), avec l'aboutissement de nouveaux algorithmes et de nouvelles synthèses de contrôleurs.

Durant toutes ces années, nombreuses furent les méthodes proposées pour la synthèse de contrôleurs. Seules quelques méthodes seront présentées dans ce rapport, mais une vision globale de la complexité des méthodes pourrait être présentée de la sorte (figure 2.1), comme l'ont publiée YAMAMOTO et TERADA [YAM]:

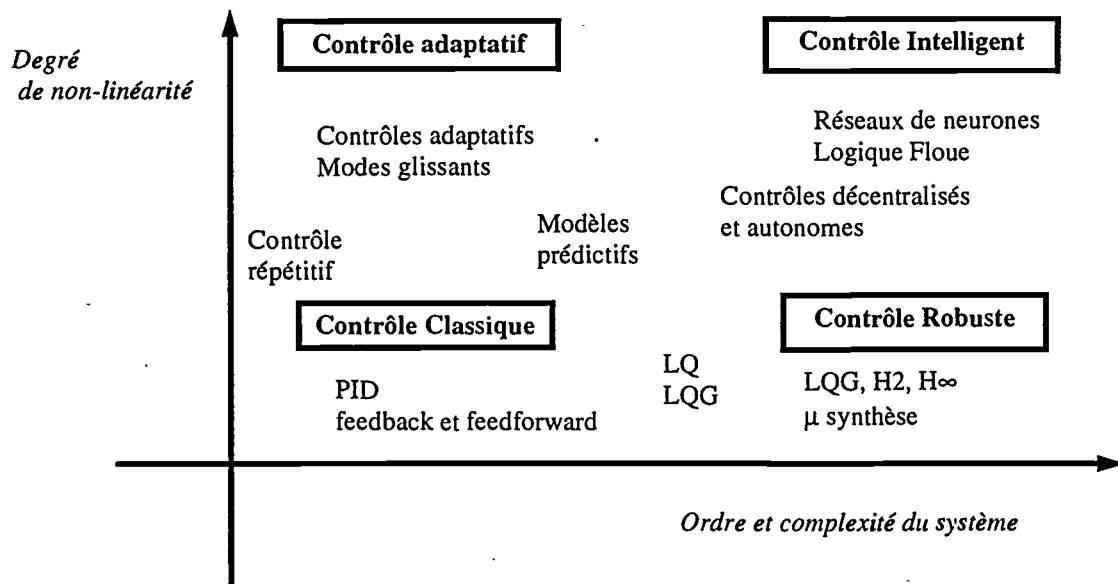


Figure 2.1 :
Classification des contrôles

2.1.2. ASSERVISSEMENT, EXEMPLE DU PID

L'asservissement est la base même de l'automatique. Il vise à "relier deux grandeurs physiques de manière à ce que l'une obéisse aux variations de l'autre".

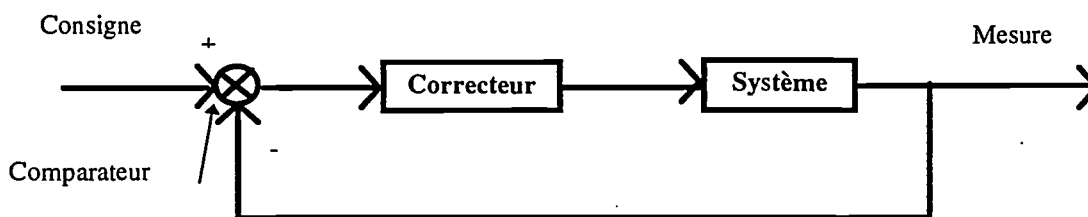


Fig 2.2 : Schéma d'asservissement

Ce schéma (figure 2.2) est celui d'un asservissement classique, en vue de faire coller la sortie mesurée à la consigne. Le correcteur établit un transfert entre l'erreur issue du comparateur, et l'entrée du système. Divers correcteurs peuvent être mis en oeuvre. Les plus classiquement utilisés sont les correcteurs PID (Proportionnel Intégral Dérivée). Ces correcteurs ont une fonction de transfert théorique du type : $G_{ir}(s) = \left(k_p + \frac{k_i}{s} + s.k_d \right)$, (2.1)

établissant donc une réponse linéaire proportionnelle aux termes d'intégrale et de dérivée du signal, et du signal lui-même, via des gains à optimiser en fonction des critères choisis. L'annexe 2.A.1 présente quelques résultats de simulations des effets de correcteurs PID.

La nature des correcteurs peut être très diverse. Simplement, l'industrie, aujourd'hui, utilise majoritairement la correction PID. Les avantages classiquement énoncés, selon P.de LARMINAT [LAR] sont les suivants :

- Il est standardisé du point de vue du matériel, et on le trouve dans les technologies,
- Il est standardisé sur le plan conceptuel : tous les automaticiens connaissent l'effet spécifique des trois actions,
- Le PID peut être réglé sur le site, empiriquement, par un technicien qui observe les réponses en boucle fermée et rectifie son réglage selon des principes parfois informulés, mais efficaces..."

Toutefois, le correcteur PID demeure un correcteur efficace dans le cas où cette régulation peut entièrement être construite à partir d'un signal d'erreur, pour un système ayant à la base un transfert simple, avec un nombre de pôles limité. Les correcteurs PID peuvent certes être groupés, pour être associés en parallèle ou en cascade. Mais un PID ne permettra jamais un retour d'état complet, pour un système ferroviaire actif, puisqu'il s'applique à une seule dimension. Enfin, si le correcteur PID utilisé pour un asservissement en déplacement permet d'obtenir des gains conséquents pour un réglage grossier, l'utilisation d'un correcteur PID est plus complexe pour une régulation de l'accélération d'une masse d'un système mécanique. En effet, la régulation des accélérations conduit à faire naître des pôles dont la partie réelle s'approche de zéro, pôles très sensibles à l'évolution de la structure (notamment aux variations de masses).

Les asservissements, et les correcteurs PID sont classiquement utilisés pour piloter les mouvements des trains pendulaires ; et même si les circuits ont été fiabilisés de manière à assurer la sécurité du système actif (limitations et récurrence), le correcteur de base reste, aujourd'hui encore, et pour de nombreux constructeurs de matériels pendulaires, le correcteur PID. Le pilotage des suspensions actives requiert d'autres algorithmes permettant d'établir une loi de contrôle proportionnelle à **un état** du véhicule ferroviaire, un état de plus grande dimension que celui fourni par un seul capteur physique. C'est pourquoi d'autres recherches furent sollicitées de manière à établir un contrôle plus complexe, pour un système complexe multi-dimensions.

NB : Des correcteurs PID seront utilisés pour les asservissements des actionneurs, dans leurs boucles internes de contrôle (cf partie 4, paragraphes 4.4.2 et 4.4.3).

2.1.3.CONTROLE OPTIMUM

Différents algorithmes ont été élaborés de manière à rechercher des lois de contrôle optimum. Ce paragraphe a pour objet la présentation de ces modèles, et l'analyse comparative des algorithmes et des outils permettant l'élaboration des retours.

Quelques précisions sont toutefois requises avant les développements plus algorithmiques.

La première précision est relative aux prérequis indispensables à l'élaboration des recherches des contrôles optimaux. La seconde est relative à la notion d'optimum : comment définit-on un optimum, quelle quantité compare-t-on ?

2.1.3.1.THEORIE, CONCEPTS, DEFINITIONS

Les algorithmes suivants ont été élaborés pour traiter de systèmes LTI, pour lesquels un modèle de connaissance est disponible (ce qui signifie que l'ingénieur chargé du contrôle peut disposer d'une représentation fiable du système à contrôler invariante dans le temps, obtenue après identification¹ du modèle mécanique par exemple.

¹ Pour les aspects d'identification on pourra en particulier se référer à l'ouvrage de LANDAU [LAN]).

Les développements ultérieurs insisteront sur trois étapes de l'élaboration du contrôle optimal que sont la minimisation d'un critère quadratique sous contrainte, la reconstruction d'état, et la recherche d'un contrôle optimal par retour proportionnel à l'état (ou à l'état reconstruit).

A propos de l'optimum :

L'optimum est défini pour un **modèle**, en minimisation d'un **critère** (ou indice de coût), pour une évolution dans un **environnement**.

Le critère de minimisation sera appliqué soit à une fonctionnelle quadratique (un indice de coût), dans le cas des méthodes Linear Quadratic et dérivées, soit à une fonction de transfert dans le cas des normes de HARDY (fonction de transfert entre la perturbation et les variables de sorties du système, choisie par l'opérateur).

L'environnement est important dans la phase de reconstruction d'état, dans la mesure où les propriétés statistiques des signaux d'excitation du modèle sont utilisées pour l'établissement de la reconstruction d'état.

Le modèle ou représentation algébrique de la forme suivante, peut être obtenu après

identification, par exemple...
$$\begin{cases} \dot{\mathbf{X}} = \mathbf{A}\mathbf{X} + \mathbf{B}\mathbf{u} + \mathbf{G}\mathbf{w} \\ \mathbf{Y} = \mathbf{C}\mathbf{X} + \mathbf{D}\mathbf{u} \end{cases} \quad (\text{cf annexe 2.B.1}) \quad (2.2)$$

Deux questions primordiales sont posées dès la définition des matrices permettant l'établissement du modèle de connaissance : les matrices A,B,C permettent-elles d'assurer un contrôle stable, et autorisent-elles une reconstruction de l'état du système ?

Deux outils ont permis d'approfondir ces points :

Système commandable :

Le système (A,B,C,D) est commandable si son sous-espace commandable est de rang n.

$$\mathbf{A} \in \mathbb{C}^{n \times n} \quad \begin{bmatrix} \mathbf{A} & \mathbf{A}\mathbf{B} & \mathbf{A}^2\mathbf{B} & \dots & \mathbf{A}^{n-1}\mathbf{B} \end{bmatrix} \text{ est de rang } n \quad (2.3)$$

On peut alors contrôler tous les degrés de liberté du système.

Système observable :

Le système (A,B,C,D) est observable si le sous espace non observable est réduit à 0

$$\ker \begin{bmatrix} \mathbf{C} \\ \mathbf{C}\mathbf{A} \\ \mathbf{C}\mathbf{A}^2 \\ \dots \\ \mathbf{C}\mathbf{A}^{n-1} \end{bmatrix} \text{ est réduit à } 0 \quad (2.4)$$

On peut reconstruire tous les degrés de liberté de l'état du système à partir des seules composantes du vecteur de mesure.

Dans la suite de la thèse, les systèmes pour lesquels on cherche à synthétiser un contrôle sont commandables et observables.

2.1.3.2. CONTROLE OPTIMAL

2.1.3.2.1. VISION TEMPORELLE : LINEAR QUADRATIQUE

Les contrôles suivants (LQ et LQG) ont souvent été proposés pour le contrôle de suspensions de véhicules, comme le rappelle ELBEHEIRY dans sa classification [ELB1]. Certaines applications ont déjà été proposées pour le domaine ferroviaire [ROB1] et [OUY1].

A. Linear Quadratic (LQ)

La méthode LQ est la plus simple des méthodes pour la recherche d'un contrôle optimum, proportionnel à l'état complet du système. Cette méthode connaît ses limites dans l'application sur un système mécanique réel, dans la mesure où elle suppose, à chaque instant, qu'à l'entrée du contrôleur soient présentées l'intégralité des composantes du vecteur d'état X.

L'objectif de la méthode est formulé en ces termes : trouver la solution X qui minimise l'indice de coût du contrôle J, en respectant la dynamique du système.

$$\dot{X} = AX + Bu + Gw \quad (2.5)$$

X : état du système, u : contrôle, w : perturbation aléatoire (bruit blanc)²

$$\text{Fonctionnelle quadratique où indice de coût}^3 : J = \frac{1}{2} E \left[\int_0^{\infty} (u^t R u + X^t Q X) dt \right], \quad (2.6)$$

indice quadratique donc d'inspiration énergétique.

Q (respectivement R) est une matrice de pondération sur l'état (respectivement l'action).

Deux grandes méthodes de résolutions permettent de résoudre ce problème : le calcul variationnel, et les équations de LAGRANGE. C'est cette dernière formulation qui sera privilégiée tout au long de cette thèse. Les lecteurs qui s'intéressent à une écriture formelle des équations d'EULER LAGRANGE, conditions de WEIESTRASS-ERDMAN, problème de BOLZA ou équations d'HAMILTON JACOBI BELLMAN pourront se référer aux ouvrages de SAGE et WHITE [SAG] traitant des systèmes de contrôles optimaux. La formulation variationnelle du problème y est également présentée.

$$\text{Soit le Lagrangien du système : } H = \frac{1}{2} (X^t Q X + u^t R u) + \lambda^t (AX + Bu - \dot{X}) \quad (2.7)$$

en appliquant le principe d'événement certain (cf annexe 2.C.1).

Où λ est un multiplicateur de LAGRANGE, de même dimension que X.

Les équations de LAGRANGE, pour le système isolé, s'écrivent alors :

$$\frac{d}{dt} \frac{\partial H}{\partial \dot{X}_i} - \frac{\partial H}{\partial X_i} = 0 \quad X_i : i\text{ème coordonnée de X} \quad (2.8)$$

² Si l'excitation du système est aléatoire de bruit rose (bruit blanc filtré), une première opération est requise pour intégrer le filtre dans les matrices A et G (les filtres pouvant être de la forme de ceux définis en annexe 1.B.3, ou plus généralement des filtres passe bas).

³ Le terme E dans l'écriture de l'indice de coût correspond à une espérance mathématique sur les différents échantillons.

Soit ici :

$$\frac{d}{dt} \frac{\partial H}{\partial \dot{X}} - \frac{\partial H}{\partial X} = -\dot{\lambda} - QX - A'\lambda = 0 \quad (2.9)$$

$$\frac{\partial H}{\partial \lambda} = AX + Bu - \dot{X} = 0 \quad (2.10)$$

$$\frac{\partial H}{\partial u} = Ru + B'\lambda = 0 \quad (2.11)$$

Et le caractère optimal du contrôle est décrit par l'équation :

$$\frac{\partial H}{\partial u} = 0 \quad (2.12)$$

Le caractère de minimum se vérifie par le caractère convexe

$$\frac{\partial^2 H}{\partial u^2} = R \quad (2.13)$$

est strictement positif dans la mesure où la matrice R est une matrice symétrique définie positive.

L'annexe 2.C.2 détaille entièrement les calculs de recherche du contrôleur, qui s'expriment sous la forme : $u = -R^{-1}B'KX$ retour proportionnel à l'état

avec $KA + A'K + Q - KBR^{-1}B'K = 0 \quad (2.15)$

L'équation (2.15) est une équation de RICCATI, à horizon infini car les valeurs des dérivées sont considérées comme nulles ; on utilise cette équation tout au long de cette deuxième partie...

Cette méthode est la plus couramment utilisée par les spécialistes mécaniciens du contrôle actif. HROVAT par exemple, chez FORD, a longuement travaillé à son épanouissement [HRO], c'est également la méthode la plus utilisée au laboratoire de Mécanique des Solides de l'Ecole Centrale de LYON.

A titre d'exemple, on présente ci-après un modèle quart de caisse, modèle n°5 (voir annexe 2.B.2) pour lequel on cherche à réduire les déplacements entre les deux masses.

Le contrôle actif est obtenu par méthode LQ avec pondérations sur les déplacements d'une part et sur le contrôle d'autre part.

Figure 2.4 :
Déplacement relatif
entre les deux masses

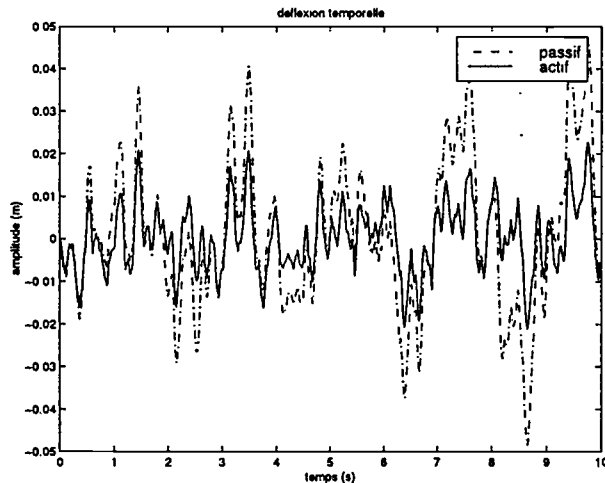
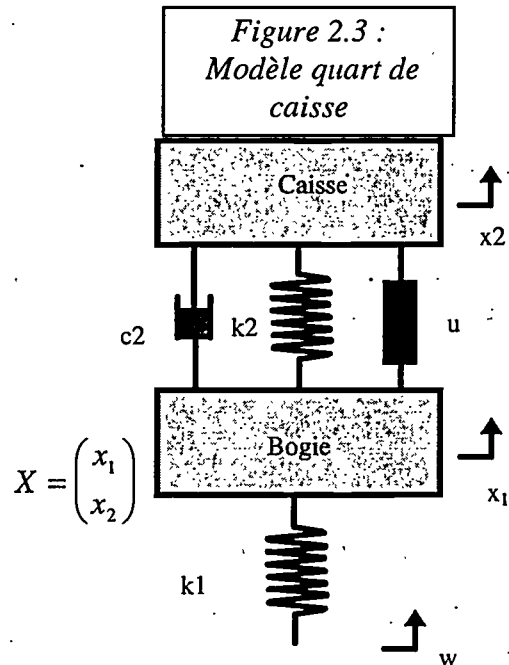


Figure 2.3 :
Modèle quart de
caisse



Le contrôle actif permet de réduire notablement la valeur RMS du déplacement entre les deux masses. En effet, la variance du déplacement relatif pour le modèle passif vaut $2.62 \cdot 10^{-4} \text{ m}^2$, la variance pour le système actif est réduite à $7.20 \cdot 10^{-5} \text{ m}^2$.

Remarque 1 : si w n'est pas un signal de type aléatoire, on se reportera à l'annexe 2.C.1, traitant des événements certains.

Remarque 2 : l'indice de coût peut également contenir un terme $\dot{X}^T N u$ ou un terme $\dot{X}^T T \dot{X}$, traduisant une pondération sur l'accélération ou sur le jerk (avec couplage état-action).

Dans le cas de l'adjonction d'un terme quadratique de vitesse ou d'accélération, la fonctionnelle quadratique J s'écrit alors :

$$J = \lim_{t_f \rightarrow \infty} \frac{E}{2} \left[X^T(t_f) Z X(t_f) + \int_0^{t_f} (X^T Q X + u^T R u + \dot{X}^T T \dot{X}) dt \right]$$

$$J = \lim_{t_f \rightarrow \infty} \frac{E}{2} \left[X^T(t_f) Z X(t_f) + \int_0^{t_f} (X^T (Q + A^T T A) X + 2 X^T A^T T B u + u^T (R + B^T T B) u) dt \right]$$

que l'on écrit encore :

(2.16)

$$J = \lim_{t_f \rightarrow \infty} \frac{E}{2} \left[X^T(t_f) Z X(t_f) + \int_0^{t_f} (X^T Q' X + 2 X^T N' u + u^T R' u) dt \right]$$
(2.17)

$$Q' = Q + A^T T A \quad N' = A^T T B \quad R' = R + B^T T B$$

Le contrôle prend alors la forme : $u = -R'^{-1} (B'^T K + N'^T) X$

(2.18)

où la matrice K représente la solution de l'équation de RICCATI associée à la matrice Hamiltonienne H_m .

Matrice Hamiltonienne : $H_m = \begin{bmatrix} A - B R'^{-1} N'^T & -B R'^{-1} B^T \\ -Q' + N' R'^{-1} N'^T & -A^T + N' R'^{-1} B^T \end{bmatrix}$

(2.19)

Equation de RICCATI :

$$0 = K(A - B R'^{-1} N'^T) + (A - B R'^{-1} N'^T)^T K + (Q' - N' R'^{-1} N'^T) - K(B R'^{-1} B^T) K$$
(2.20)

La résolution est donc tout aussi classique et utilise les mêmes outils avec ou sans présence du terme de couplage entre état et action ($X^T N' u$). Toutefois, la présence de ce terme de couplage aura des conséquences sur la robustesse du contrôle, comme signalé en partie 2.2.3.1.

B. Linear Quadratic Gaussian (LQG)

Cette méthode est une des plus anciennes, et elle découle directement de l'approche LQ (Linear Quadratic) avec toutefois une reconstruction d'état. Sa naissance peut être située aux environs de l'année 1960. Cette méthode donne lieu à deux étapes successives : la première est associée à la reconstruction d'état (estimation de l'état du système alors que seule une partie de cet état est mesurable et mesuré Y - c'est en cette particularité que le LQ se distingue du LQG), la seconde à la recherche d'un contrôle optimum pour un critère quadratique défini (un indice de coût, comme dans la méthode LQ). Ce sont également ces théories qui sont les plus connues et les plus utilisées au sein du laboratoire de Mécanique des Solides de l'ECL ; les développements, formalismes, écriture des algorithmes sont amplement présentés dans les thèses [OUY1] [ROB1] [VAN].

La première étape est constituée par la recherche d'un filtre de KALMAN (recherche d'un estimateur $\hat{X}$ du vecteur d'état X). Ce filtre utilise certaines propriétés des signaux de

perturbations, présuppose que ces signaux sont des bruits blancs (donc à moyenne nulle), non corrélés, et de variances connues, d'où le sigle LQG.

$$\text{Soit le système différentiel observé } \begin{cases} \dot{\mathbf{X}} = \mathbf{A}\mathbf{X} + \mathbf{B}\mathbf{u} + \mathbf{G}\mathbf{w} \\ \mathbf{Y} = \mathbf{C}\mathbf{X} + \mathbf{D}\mathbf{u} + \mathbf{v} \end{cases} \quad (2.21)$$

$\mathbf{X}$: vecteur d'état du système,

$\mathbf{Y}$: variables observées,

$\mathbf{w}$: perturbation, signal d'excitation du système,

$\mathbf{u}$: vecteur contrôle,

$\mathbf{v}$: perturbation, bruit de mesure

Des conditions statistiques sont requises sur les signaux de perturbations, de manière à vérifier leur caractère aléatoire, et leur parfait découplage (aucune corrélation entre signaux).

$$\begin{aligned} \mathbf{E}[\mathbf{w}(t)\mathbf{w}(\tau)^t] &= \mathbf{V}_1\delta(t-\tau) & \mathbf{E}[\mathbf{v}(t)\mathbf{v}(\tau)^t] &= \mathbf{V}_2\delta(t-\tau) & \mathbf{E}[\mathbf{w}(t)\mathbf{v}(t)^t] &= \mathbf{0} \\ \mathbf{E}[\mathbf{w}(t)] &= \mathbf{0} & \mathbf{E}[\mathbf{v}(t)] &= \mathbf{0} \end{aligned} \quad (2.22)$$

L'estimateur $\hat{\mathbf{X}}$, de l'état $\mathbf{X}$, doit vérifier deux conditions, ce qui le déterminera entièrement : il doit être de même moyenne que $\mathbf{X}$, et doit minimiser la variance de l'erreur $\mathbf{X} - \hat{\mathbf{X}}$. Ce qui

$$\text{conduit aux équations : } \dot{\hat{\mathbf{X}}} = \mathbf{A}\hat{\mathbf{X}} + \mathbf{B}\mathbf{u} + \mathbf{K}_f(\mathbf{Y} - \mathbf{C}\hat{\mathbf{X}} - \mathbf{D}\mathbf{u}) \quad (2.23)$$

$$\mathbf{K}_f = \mathbf{P}\mathbf{C}^t\mathbf{V}_2^{-1} \quad (2.24)$$

$$\text{avec } \mathbf{A}\mathbf{P} + \mathbf{P}\mathbf{A}^t + \mathbf{G}^t\mathbf{V}_1\mathbf{G} - \mathbf{P}\mathbf{C}^t\mathbf{V}_2^{-1}\mathbf{C}\mathbf{P} = \mathbf{0} \quad (2.25)$$

Cette dernière équation est une formulation d'une équation de RICCATI sous l'hypothèse de contrôle en temps infini, seule la solution stationnaire de l'équation différentielle est retenue. Le calcul est possible dès que la matrice $\mathbf{V}_2$ est inversible. On pourra se référer à l'annexe 2.C.2 pour l'aspect de reconstruction.

La seconde étape est associée à la recherche du contrôleur optimum. L'outil mathématique utilisé est là encore l'équation de RICCATI et l'indice de coût que l'on cherche à minimiser se présente sous la forme d'une fonctionnelle quadratique :

$$\mathbf{J} = \lim_{t_f \rightarrow \infty} \frac{\mathbf{E}}{2} \left[\mathbf{X}^t(t_f)\mathbf{Z}\mathbf{X}(t_f) + \int_0^{t_f} (\mathbf{X}^t\mathbf{Q}\mathbf{X} + \mathbf{u}^t\mathbf{R}\mathbf{u})dt \right] \quad (2.26)$$

$\mathbf{X}(t_f)$ étant la position à l'instant final. On la prendra nulle pour t_f grand.

Minimiser cette quantité (sous contrainte de respect de l'équation différentielle du mouvement, reviendra à minimiser l'énergie transportée par certaines variables du système.

La loi de contrôle optimum prend la forme suivante :

$$\mathbf{u} = -\mathbf{R}^{-1}\mathbf{B}^t\mathbf{K}\hat{\mathbf{X}} = \mathbf{K}_c\hat{\mathbf{X}} \quad (2.27)$$

avec $\mathbf{K}$ solution d'une équation de RICCATI

$$\mathbf{K}\mathbf{A} + \mathbf{A}^t\mathbf{K} + \mathbf{Q} - \mathbf{K}\mathbf{B}\mathbf{R}^{-1}\mathbf{B}^t\mathbf{K} = \mathbf{0} \quad (2.28)$$

Le contrôle est donc proportionnel à l'estimateur de l'état du système.

En ce qui concerne la stabilité du système, il faut étudier l'influence du contrôle, mais également l'influence de la reconstruction d'état, et le couplage entre ces deux actions. En fait, les deux équations différentielles associées au système contrôlé s'écrivent :

$$\begin{pmatrix} \dot{\mathbf{X}} \\ \dot{\hat{\mathbf{X}}} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \mathbf{A} & \mathbf{BK}_c \\ \mathbf{K}_r\mathbf{C} & \mathbf{A} - \mathbf{K}_r\mathbf{C} + \mathbf{BK}_c \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \mathbf{X} \\ \hat{\mathbf{X}} \end{pmatrix} + \mathbf{K}_r \begin{pmatrix} \mathbf{0} \\ \mathbf{Y} \end{pmatrix} + \mathbf{G} \begin{pmatrix} \mathbf{w} \\ \mathbf{0} \end{pmatrix} \quad (2.29)$$

L'étude de la stabilité du système donne lieu à l'analyse de la partie réelle des valeurs propres

$$\alpha, \text{ définies par } \det \begin{pmatrix} \mathbf{A} - \alpha\mathbf{I} & \mathbf{BK}_c \\ \mathbf{K}_r\mathbf{C} & \mathbf{A} - \mathbf{K}_r\mathbf{C} + \mathbf{BK}_c - \alpha\mathbf{I} \end{pmatrix} = 0 \quad (2.30)$$

Si on modifie ce déterminant en ajoutant à la première colonne la seconde, puis en soustrayant à la seconde ligne la première, on constate que

$$\det \begin{pmatrix} \mathbf{A} - \alpha\mathbf{I} & \mathbf{BK}_c \\ \mathbf{K}_r\mathbf{C} & \mathbf{A} - \mathbf{K}_r\mathbf{C} + \mathbf{BK}_c - \alpha\mathbf{I} \end{pmatrix} = \det \begin{pmatrix} \mathbf{A} + \mathbf{BK}_c - \alpha\mathbf{I} & \mathbf{BK}_c \\ 0 & \mathbf{A} - \mathbf{K}_r\mathbf{C} - \alpha\mathbf{I} \end{pmatrix} = \det(\mathbf{A} + \mathbf{BK}_c - \alpha\mathbf{I}) * \det(\mathbf{A} - \mathbf{K}_r\mathbf{C} - \alpha\mathbf{I}) \quad (2.31)$$

Le deuxième terme ne dépend que de la reconstruction d'état, et le premier ne dépend que du contrôle. Il y a donc séparation des influences du contrôle et de la reconstruction.

2.1.3.2. VISIONS FREQUENTIELLES : NORMES H2 ET H ∞

A. Norme H2

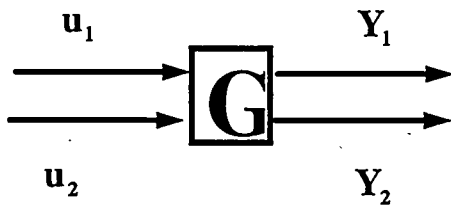
La synthèse H2 a connu un développement presque simultané avec la méthode LQG (années 1960). Elle est particulièrement utilisée depuis le début des années 1980, bénéficiant de l'engouement pour la synthèse H ∞ . Cette synthèse utilise la norme 2 de HARDY, définie comme suit : Soit G un transfert matriciel G(j ω)

$$\|G\|_2 = \sqrt{\frac{1}{\pi} \int_0^\infty \text{tr}(G(j\omega)G^*(j\omega))d\omega} = \sqrt{\frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{+\infty} \text{tr}(G(j\omega)G^*(j\omega))d\omega} \quad (2.32)$$

dans le domaine fréquentiel. Il est évident que ce critère est un critère quadratique (donc énergétique, analogue à ceux définis pour les méthodes LQG).

On recherche le contrôleur K permettant de minimiser $\|T_{y_1 u_1}\|_2$, la norme 2 du transfert entre l'entrée u_1 du système et la sortie Y_1 . Le schéma de résolution de cette méthode est le suivant : reconstruction d'état puis recherche d'un contrôleur optimum proportionnel à l'état reconstruit.

Soit un système modélisé de la sorte :



G : système mécanique

K : correcteur

Figure 2.5 :
Schéma bloc du système passif

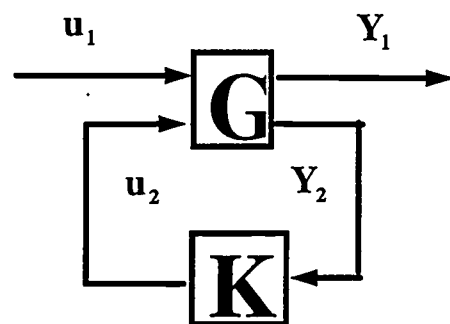


Figure 2.6 :
Schéma bloc du système actif

X : état du système,

Y_1 : vecteur d'observation, u_1 : vecteur de perturbations aléatoires

Y_2 : vecteur de sorties pour l'établissement du contrôle, u_2 : vecteur de contrôle

$$\text{Représentation matricielle} \quad \begin{cases} \dot{X} = AX + B_1 u_1 + B_2 u_2 \\ Y_1 = C_1 X + D_{11} u_1 + D_{12} u_2 \\ Y_2 = C_2 X + D_{21} u_1 + D_{22} u_2 \end{cases} \quad (2.33)$$

L'espace H_2 de HARDY est un espace de BANACH, il contient l'ensemble des fonctions, de variable fréquentielle (s), dont le module au carré est intégrable dans le demi-plan droit ($\text{Re}(s) > 0$). L'espace H_2 est un sous espace fermé de l'espace L_2 des fonctions fréquentielles de carré intégrable, espace de HILBERT lié à la norme de fonction

$$\|F\|_2 = \left(\frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{+\infty} |F(j\omega)|^2 d\omega \right)^{1/2} \quad (2.34)$$

On pourra consulter l'ouvrage de FRANCIS [FRA1] pour préciser ces aspects formels.

Contrairement à la méthode LQG, la synthèse H_2 ne laisse aucune latitude sur la formulation de l'indice de coût, ni sur la recherche du filtre de KALMAN.

L'hypothèse formulée sur les bruits est la suivante :

$$\text{- Le bruit excitateur du système est alors } Gw(t) = B_1 u_1(t) \quad (2.35)$$

$$\text{- De même, le bruit de mesure est de la forme } v(t) = D_{21} u_1(t) \quad (2.36)$$

On suppose que la variance du signal u_1 est unitaire.

La reconstruction d'état prend alors la forme suivante : avec $\hat{X}$ estimateur de l'état X

$$\dot{\hat{X}} = A\hat{X} + B_2 u_2 + K_f (Y_2 - C_2 \hat{X} - D_{22} u_2) \quad (2.37)$$

$$K_f = (\Sigma C_2^t + B_1 D_{21}^t) (D_{21} D_{21}^t)^{-1} \quad (2.38)$$

$$\Sigma A^t + A\Sigma - (\Sigma C_2^t + B_1 D_{21}^t) (D_{21} D_{21}^t)^{-1} (\Sigma C_2^t + B_1 D_{21}^t)^t + B_1 B_1^t = 0 \quad (2.39)$$

La recherche du contrôleur, grâce à l'indice de coût $J = \lim_{T \rightarrow \infty} E \left(\int_0^T Y_1^t Y_1 dt \right)$ devient :

$$J = \lim_{T \rightarrow \infty} E \left(\int_0^T (X^t u_2^t) \begin{pmatrix} C_1^t C_1 & C_1^t D_{12} \\ D_{12}^t C_1 & D_{12}^t D_{12} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} X \\ u_2 \end{pmatrix} dt \right) \text{ en posant } D_{11} = 0. \text{ On}$$

constate alors que l'indice de coût induit un couplage entre l'état X et l'action u_2 .

$$u_2 = K_c \hat{X} \quad (2.40)$$

$$K_c = - (D_{12}^t D_{12})^{-1} (B_2^t P + D_{12}^t C_1) \quad (2.41)$$

$$A^t P + PA - (PB_2 + C_1^t D_{12}) (D_{12}^t D_{12})^{-1} (B_2^t P + D_{12}^t C_1) + C_1^t C_1 = 0 \quad (2.42)$$

en s'assurant préalablement que le système $(A \ B_2 \ C_2)$ est bien un système observable et contrôlable. A nouveau, c'est donc l'équation de RICCATI qui a servi à reconstruire l'état du système, dans un premier temps, puis à rechercher le contrôleur optimum pour cet état reconstruit, dans un second temps.

Exemple numérique :

Pour un système quart de véhicule (modèle n°6 - voir annexe 2.B.2 et figure (2.7)), dont on chercha à réduire l'accélération de la masse supérieure. On choisit les vecteurs :

$$\text{Vecteur d'observation} \quad Y_1 = [x_2 - x_1 \quad \beta \ddot{x}_2]^t \quad (2.43)$$

$$\text{Vecteur de sortie} \quad Y_2 = x_2 - x_1 + \ddot{x}_1 \quad (2.44)$$

On étudie transferts et réponses temporelles pour deux valeurs de β :

pour $\beta=0.05$ (on souhaite réduire moyennement l'accélération de caisse)

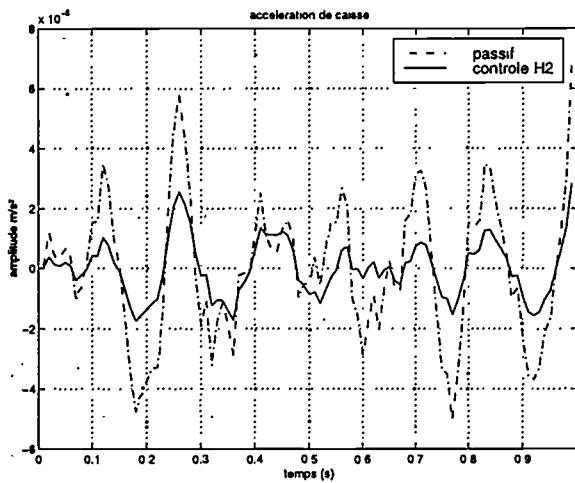


Figure 2.7 : Accélération de caisse $\beta=0.05$

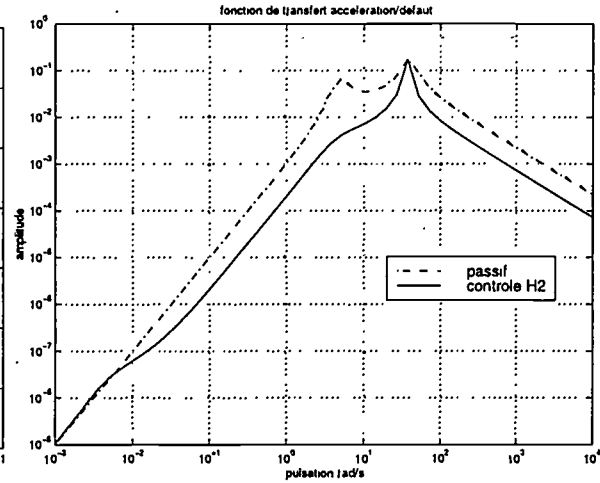


Figure 2.8 : Transfert $\beta=0.05$

La réponse obtenue pour $\beta=0.5$ permet un plus grand apport du contrôle actif, et une plus grande réduction de la valeur RMS d'accélération de caisse par rapport au passif. On constate également sur les réponses des transferts qu'un gain de 1000 est visualisé au voisinage du premier pic de résonance. Les réponses en transferts permettent également de constater la réduction quadratique des signaux, donc énergétique en notant une réduction de l'aire sous la courbe.

pour $\beta=0.5$ (on souhaite réduire fortement l'accélération de caisse)

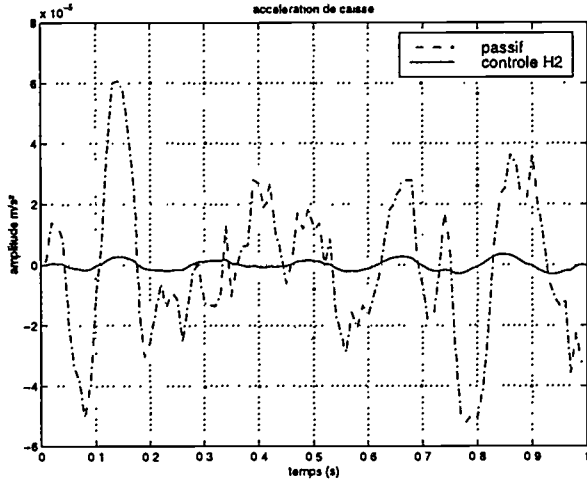


Figure 2.9 : Accélération de caisse $\beta=0.5$

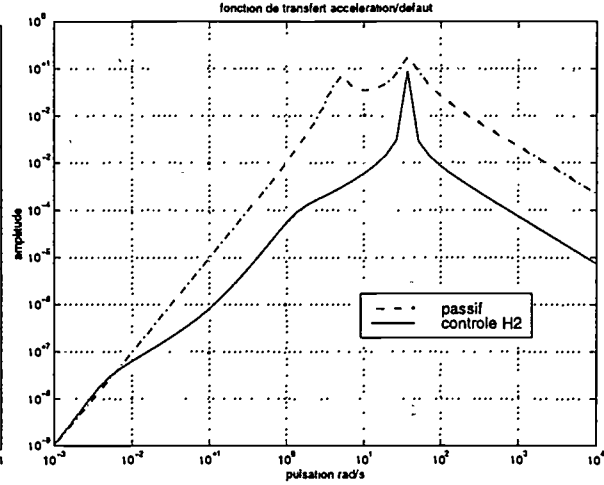


Figure 2.10 : Transfert $\beta=0.5$

B. Norme H_∞

La synthèse H_∞ , comme la synthèse H_2 , utilise une norme exprimée dans un espace fréquentiel. Cette norme est la norme H_∞ de HARDY, qui s'écrit :

$$\|G\|_\infty = \sup(\bar{\sigma}(G(j\omega)); \omega \in \mathfrak{R}), \text{ pour un transfert matriciel } G(j\omega) \quad (2.45)$$

$$\bar{\sigma} \text{ représentant le module de la plus grande valeur singulière, } \sigma_i = \sqrt{\lambda_i(G)\lambda_i^*(G)} \quad (2.46)$$

la i ème valeur singulière, λ_i étant la i ème valeur propre.

L'annexe 2.D.1 présente les propriétés principales des valeurs singulières.

L'espace de HARDY H_∞ est un espace de BANACH, sous espace fermé de L_∞ , espace de LEBESGUE regroupant les fonctions fréquentielles bornées. L'espace H_∞ contient les fonctions de variables complexes, analytiques, bornées dans le demi-plan droit, et la norme H_∞ a la forme suivante :

$$\|F\|_\infty = \sup\{|F(s)|, \operatorname{Re}(s) > 0\} = \sup\{\|FX\|_2, X \in H_2; \|X\|_2 = 1\}. \quad (2.47)$$

Une fois encore c'est la représentation fréquentielle du contrôle qui est privilégiée.

Géométriquement, la norme H_∞ de F peut être interprétée comme la distance maximale dans le diagramme de NYQUIST, entre le point $F(s)$ (pour s décrivant le demi-plan droit) et l'origine. [FRA1]

La formulation du problème est identique à celle décrite pour la synthèse H_2 . Cependant, on ne connaît pas d'algorithme permettant de rechercher le contrôle optimum. Seule une méthode itérative permet de trouver le contrôleur tel que le système en boucle fermée vérifie :

$$\|T_{y_1 u_1}\|_\infty < \gamma. \quad (2.48)$$

Ce critère n'est plus un critère quadratique, mais une minimisation du pic de plus grande amplitude.

A nouveau, les outils mathématiques privilégiés seront les matrices Hamiltoniennes et les équations de RICCATI. La recherche du contrôleur se réalisera en deux étapes, une étape de

reconstruction de l'espace, et une étape de recherche du contrôleur optimum pour cet espace reconstruit.

Cependant, et contrairement aux algorithmes utilisés pour les méthodes LQG ou synthèse H2, ces étapes ne pourront se faire successivement. BERNSTEIN et HADDAD signalent que le principe de séparation n'est plus valide [BERN], les algorithmes induisant un couplage dans la résolution des équations de contrôle et de reconstruction.

Conceptuellement, l'idée majeure de cette synthèse est de venir polluer les matrices Hamiltoniennes par des termes relatifs aux excitations u_1 , et proportionnels au carré de la grandeur γ . Tout se passe comme si on réalisait un contrôle non pas pour le système initialement décrit en (2.33), mais pour ce système, qui serait excité par la "pire" des excitations. Cette excitation serait proportionnelle au carré de la quantité γ , et proportionnelle au contrôle (matrice de contrôle * vecteur d'état reconstruit). On la qualifie de pire, car c'est elle qui maximise la norme $\|Y_1\|_2^2 - \gamma^2 \|u_1\|_2^2$.

(2.49)

L'introduction de cette excitation supplémentaire à deux conséquences importantes :

1) le coefficient du filtre de KALMAN est modifié : le coefficient initial du filtre de Kalman est multiplié par le terme $(I - Y_\infty X_\infty / \gamma^2)^{-1}$,

(2.50)

où X_∞ est la solution de l'équation de RICCATI, à horizon infini, associée à la recherche du contrôleur, et Y_∞ est la solution de l'équation de RICCATI, à horizon infini, associée à la reconstruction d'état - moyennant une condition sur le rayon spectrale du carré des matrices:

$$\rho(X_\infty Y_\infty) < \gamma^2 \quad (2.51)$$

(cf annexe 2.D.2)

2) le principe de séparation, recherches successives du filtre de KALMAN, puis du contrôleur optimum, n'est plus vérifié.

L'annexe 2.D.2 proposera un algorithme de recherche de contrôleur par méthode H_∞ .

Exemple numérique : modèle quart de véhicule (modèle n°6 - voir annexe 2.B.2)

Objectif : réduction de l'accélération de la masse supérieure

$$\text{Vecteur d'observation : } Y_1 = [x_1 - x_2 \quad \alpha \cdot \ddot{x}_2 \quad \beta \cdot \ddot{x}_1 \quad u_2] \quad (2.52)$$

$$\text{Vecteur de contrôle : } Y_2 = x_1 - x_2 + \ddot{x}_1 \quad (2.53)$$

Les transferts entre accélération de la masse supérieure et défauts de voie sont présentés pour deux couples de valeurs de α et β

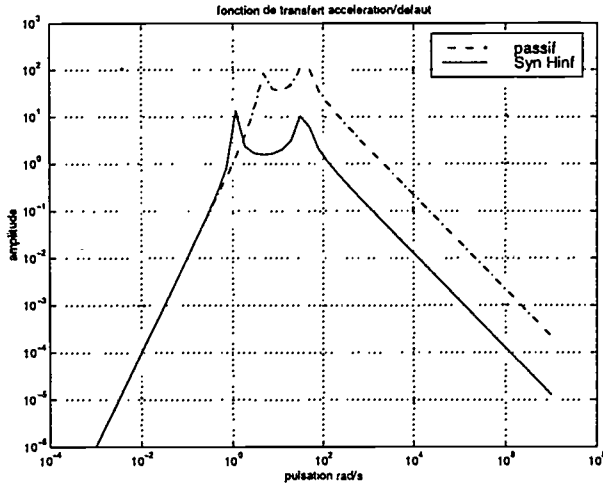


Figure 2.11 : transfert accélération/défaut
 $\alpha=10000 \quad \beta=0.01$

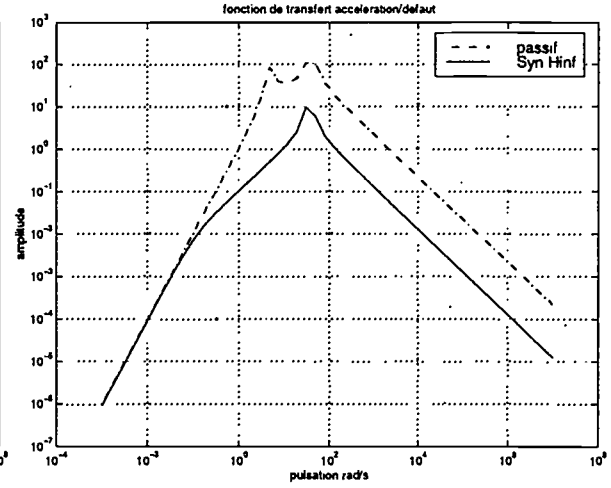


Figure 2.12 : transfert accélération/défaut
 $\alpha=10000 \quad \beta=0.0001$

Le système contrôlé, avec objectif de réduction des accélérations de la masse supérieure, remplit pleinement sa fonction en affichant des réductions de gains très importantes (par rapport aux mêmes gains obtenus pour les systèmes passifs) sur les transferts entre accélération et défauts. Toutefois, les contrôleurs H_∞ peuvent induire des comportements de systèmes contrôlés assez singuliers dans le domaine des fréquences moyennes. On peut en effet constater la naissance d'un plateau dans la fonction de transfert, rappelant que le contrôle H_∞ vise avant tout à réduire l'amplitude du plus grand pic de la fonction de transfert, au détriment parfois d'une réduction énergétique du signal.

La synthèse H_∞ a été choisie par les japonais du RTRI pour la commande de suspensions actives, comme le rappelle HIRITA et AL [HIR]. L'objectif était la réduction des amplitudes des mouvements transversaux et des mouvements de lacet.

2.1.3.2.3. COMPARAISON DES CRITERES ET CHOIX

Cette partie a pour objet de comparer à la méthode LQG, les différentes méthodes dont les algorithmes ont été ici présentés : contrôleur PID, synthèse H_2 et H_∞ .

COMPARAISON avec le contrôleur PID

Il est intéressant de souligner que les paramètres du contrôleur PID peuvent être réglés de manière optimale sous une formulation de recherche de contrôleur par méthode LQG. C'est ce qui a été présenté récemment dans un article de la revue Vehicle System Dynamics [RAV].

Cette recherche de PID optimum nécessite deux étapes. La première consiste en une réécriture du système en introduisant une composante supplémentaire au vecteur d'état : la composante

$$\text{intégrale. L'état } \mathbf{X} = \begin{bmatrix} \mathbf{x}_1 \\ \mathbf{x}_2 \\ \dot{\mathbf{x}}_1 \\ \dot{\mathbf{x}}_2 \end{bmatrix} \text{ est changé en état, } \tilde{\mathbf{X}} = \begin{bmatrix} \mathbf{x}_1 \\ \mathbf{x}_2 \\ \dot{\mathbf{x}}_1 \\ \dot{\mathbf{x}}_2 \\ \int (\mathbf{x}_1 - \mathbf{x}_2) dt \end{bmatrix} \quad (2.54)$$

La seconde étape consiste en la recherche d'un contrôleur proportionnel à une partie de l'état :

$$\mathbf{u} = \mathbf{M}\mathbf{Y} \quad \text{avec} \quad \mathbf{Y} = \mathbf{C}\mathbf{X} = \begin{bmatrix} \mathbf{x}_1 - \mathbf{x}_2 \\ \dot{\mathbf{x}}_1 - \dot{\mathbf{x}}_2 \\ \int (\mathbf{x}_1 - \mathbf{x}_2) dt \end{bmatrix}. \quad (2.55)$$

Le PID est alors considéré comme un contrôle LQG de type sous-optimal. Le paragraphe 2.1.4.2. indique la marche à suivre de manière à déterminer $\mathbf{F}$,

connaissant $\mathbf{C} = \begin{bmatrix} 1 & -1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & -1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$. (2.56)

NB : cette méthode a cependant l'inconvénient de proposer une matrice $\mathbf{A}$ d'état non inversible. Une opération est donc préalablement requise pour la conditionner de manière adéquate (cf [RAV]).

COMPARAISON avec les méthode H2 et H ∞

Comparaison synthèse H2 avec la méthode LQG :

La synthèse H2 est incontestablement moins souple pour la recherche d'un contrôleur en mécanique. En effet, l'indice de coût est directement formulé par l'écriture même du système. Changer cet indice de coût, ce qui est parfois nécessaire, implique de pondérer *a priori* les variables de sortie $\mathbf{Y}_1$. De plus, une contrainte est également présente sur les choix des variables utilisées pour la reconstruction d'état. Deux hypothèses liées à : l'inversibilité des matrices $\mathbf{D}_{21}\mathbf{D}_{21}^t$ et $\mathbf{D}_{12}^t\mathbf{D}_{12}$ contraignent ce choix.

Comparaison synthèse H ∞ et méthode LQG

Si ces deux recherches de contrôleurs font appel aux mêmes outils mathématiques : matrices Hamiltoniennes et équations de RICCATI, elles se différencient notamment dans la prise en compte des excitations, et lors de la recherche du filtre de KALMAN et du contrôleur optimum.

Cette différence est si flagrante, qu'il n'existe pas d'algorithme permettant de rechercher le contrôleur optimum avec une synthèse H ∞ (problème de non séparation des 2 étapes de construction). Seule une approche itérative permet de résoudre le problème standard.

La méthode LQG fait appel à des notions physiques de bruits de capteurs, la synthèse H ∞ est en revanche complètement opaque à ces notions : il est difficile de justifier la pollution du signal d'excitation par un bruit proportionnel au contrôle !

C'est pourquoi BERNSTEIN précise que "*la méthode LQG est basée sur des propriétés statistiques fixes de signaux, alors que la synthèse H ∞ utilise un signal de perturbations déterministes de puissance finie.*" Une résolution du contrôle par méthode LQG est préférable si on possède des informations relatives aux propriétés statistiques des excitations. Une synthèse H ∞ est privilégiée dans le cas où :

- on ne possède aucune information sur l'excitation,
- on cherche à minimiser la réponse de plus grande amplitude, et celle-là uniquement,
- la recherche du contrôleur n'est pas trop soumise à des impératifs fréquentiels, et en particulier, de réduction d'amplitudes sur une faible bande de fréquence.

Synthèse

Comme signalé en début d'article, on constate que ces quatre méthodes de recherche de contrôleurs sont proches : elles cherchent à minimiser un indice de coût sous contrainte, en reconstruisant l'état du système à partir des variables observées (variables bruitées), et en déterminant un retour optimal proportionnel à l'état reconstruit. Ces deux étapes sont successives pour les méthodes LQG, H_2 , elles sont en revanche couplées pour la synthèse H_∞ (le principe de séparation n'est plus vérifié). De plus, chaque méthode restreint, par les contraintes du calcul matriciel utilisé, le choix des variables observées, pour la reconstruction d'état.

Toutefois, la méthode la plus fidèle à la physique du modèle semble être la méthode LQG, chère aux mécaniciens. En effet, la synthèse H_2 présuppose des bruits de variance égale à 1, la synthèse H_∞ et la méthode LQG/LTR (cf 2.2.3.1.1) viennent modifier les grandeurs initiales, transformant des valeurs physiques intrinsèques au système en variables et poids.

En ce qui concerne la robustesse, on indique que ni performance robuste ni stabilité robuste ne sont assurées, a priori, pour aucune des synthèses. On portera donc une attention soutenue à ces considérations, utilisant une méthode de pondérations, ou vérifiant a posteriori la robustesse pour un jeu d'incertitudes choisies (cf paragraphe 2.2.3).

Extensions

Elles sont nombreuses et peuvent s'appliquer pour chacune des méthodes. La plus connue est certainement celle consistant en une introduction de saturations dans le contrôle, conduisant à l'établissement d'un contrôle non linéaire (cf paragraphe 2.1.6), la saturation peut affecter tant la force que la puissance, ou une modélisation de comportement semi-actif avec viscosité variable et saturation de la viscosité.

La norme H_∞ est un outil qui est utilisé pour la recherche de contrôleurs plus complexes, prenant en particulier en compte les incertitudes du système (cf annexe 2.E.3 pour une simple définition). Citons la *méthode de pondérations* (cf DOYLE [DOY1]), et la *μ synthèse* (propriétés de la valeur singulière structurée μ - DK itération) [PAC1]. Ces deux méthodes permettent de rechercher des contrôleurs dynamiques garantissant robustesse, performance et stabilité des systèmes contrôlés.

Conclusion sur les comparaisons des méthodes LQ, LQG, H_2 et H_∞ :

En conclusion, ces quatre contrôles optimaux peuvent être utilisés pour des contrôles actifs d'organes mécaniques (des suspensions de véhicule par exemple). On doit cependant vérifier que les hypothèses des synthèses choisies sont compatibles avec les données initiales qualifiant le système : données sur les perturbations, sur le contenu du vecteur d'observation.... Ces hypothèses initiales sont fondamentales pour orienter le choix du chercheur, chaque loi de contrôle pouvant conduire, peu ou prou, et après recalage des pondérations, aux mêmes résultats, en terme de gain pour les méthodes H_2 et LQG. La méthode H_∞ conserve sa particularité liée à la définition même de la borne supérieure (minimisation du pic de plus grande amplitude).

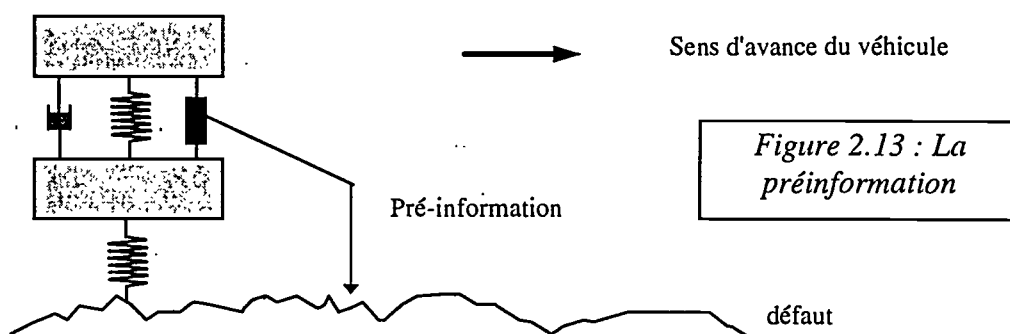
2.1.4. EXTENSIONS AUX CONTROLES OPTIMAUX

Ce paragraphe est constitué d'un groupement d'illustrations, de déclinaisons et d'extensions aux recherches de contrôles optimaux.

2.1.4.1. LA PRE-INFORMATION

Préinformation "feedforward"⁴ :

La préinformation consiste à utiliser des signaux perturbant le système, de manière à construire un contrôle, avant même que le système ne rencontre les défauts de perturbations. C'est une notion qui a été amplement développée par TOMIZUKA dans les années 1975, reprenant des idées de BENDER [TOM1] et [TOM2].



TOMIZUKA propose de définir une méthode permettant de rechercher un contrôle préinformé optimum, en démontrant que la pré-information est susceptible d'améliorer de manière significative les gains en performance.

Aujourd'hui, le formalisme est bien connu, et les gains enregistrés par l'apport de la préinformation peuvent être notoires, comme le remarque SHARP dans ces nombreuses publications (notamment [SHA]) ; et nombreuses sont les utilisations proposées, tant dans le domaine ferroviaire [JEZ1] [JEZ2], que dans le domaine des véhicules routiers classiques ou tout-terrains ([LAN] et la voiture Off-road Itis Car).

L'avantage de la pré-information pour le contrôle de véhicules ferroviaires est manifeste quand on sait que, selon MOREAU [MOR] "en dynamique verticale, le système des forces appliquées ne fait pas intervenir les propriétés non linéaires du contact roue-rail. Le système de force est défini par les irrégularités de la voie qui imposent la trajectoire de l'essieu". Chaque essieu verra donc les mêmes perturbations verticales, avec un déphasage. Pour le comportement transversal du véhicule ferroviaire, le contact avec ces jeux fonctionnels introduit des non-linéarités. Mais l'influence de la force centrifuge est également une force qui s'applique aux véhicules successifs avec un déphasage.

Les courbes (figures 2.14 et 2.15) permettent de visualiser les bienfaits du contrôle, pour un système quart de caisse présenté en annexe 2.B.2 (modèle 6), par réduction de la valeur RMS du signal à contrôler (ici l'accélération de la masse supérieure), et précise que la participation

⁴ Si le feedback consiste à "nourrir" le correcteur d'un "retour d'état", le feedforward le "nourrit" d'informations "venant de l'avant", c'est à dire relatives à la perturbation du signal, à un instant précédant

du terme de pré-information dans le terme de contrôle global est loin d'être négligeable. D'autres résultats de simulations sont présentés en annexe 2.C.3.

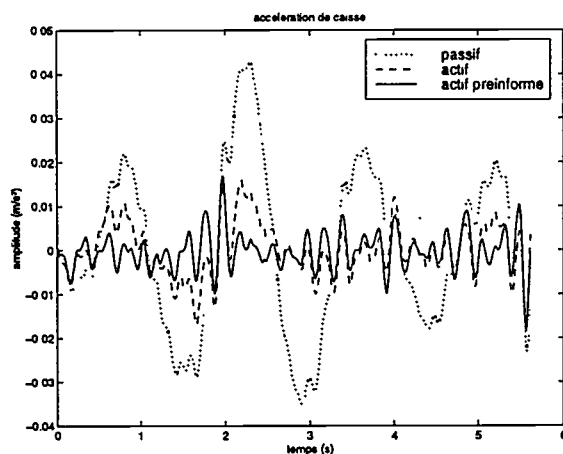


Figure 2.14 : Accélération de caisse

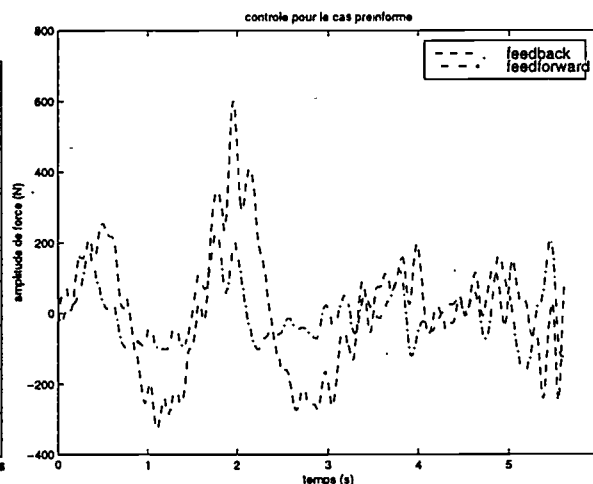


Figure 2.15 : Composante de feedback et de feedforward du contrôle

Sachant que le véhicule Corail mesure 26m, et que la distance entre les deux bogies est de 18m, il est intéressant de mesurer les apports de la pré-information pour les distances de 9m (distance bogie - milieu de caisse), 18m (distance entre deux bogies), 26m (longueur d'une caisse)...

Distance de pré-information	9m	18m	26m
Indice de coût contrôle actif	$3.37 \cdot 10^{-5}$	$3.31 \cdot 10^{-5}$	$3.16 \cdot 10^{-5}$
Indice de coût contrôle pré-informé	$3.11 \cdot 10^{-5}$	$2.14 \cdot 10^{-5}$	$2.23 \cdot 10^{-5}$

Les résultats présentés dans le tableau sont issus de calculs de valeurs d'indices de coûts, soit la moyenne des valeurs de l'expression $\mathbf{X}'(t)\mathbf{Q}\mathbf{X}(t) + \mathbf{u}'(t)\mathbf{R}\mathbf{u}(t)$ où Q et R sont les matrices de pondération de la fonctionnelle quadratique.

Préinformation dans les trains

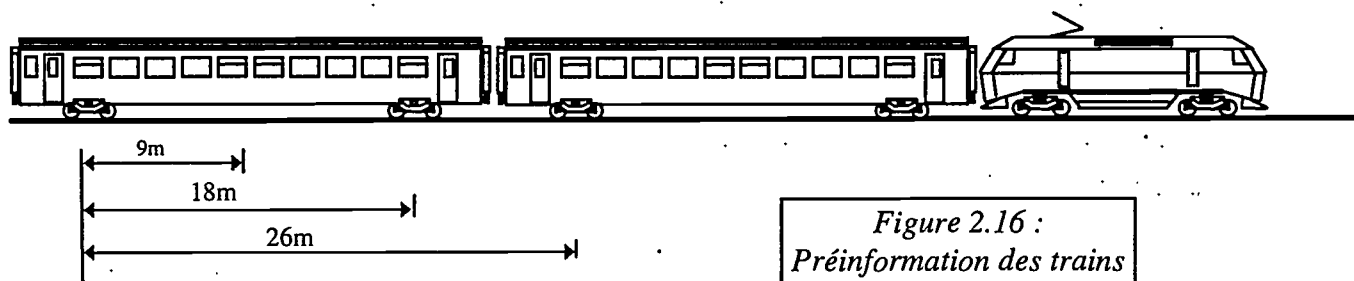


Figure 2.16 : Préinformation des trains

En conclusion, un optimum est donc à rechercher de manière à optimiser le temps de pré-information. Ce temps dépend de la nature du signal excitateur, de l'écriture de la fonctionnelle quadratique, et de la stabilité du système contrôlé, de la vitesse simulée d'avance du mobile. Dans notre exemple numérique, un gain de 35% par rapport à un système actif classique est enregistré. Toutefois, le gain que l'on peut attendre d'un tel système n'est pas toujours aussi conséquent.

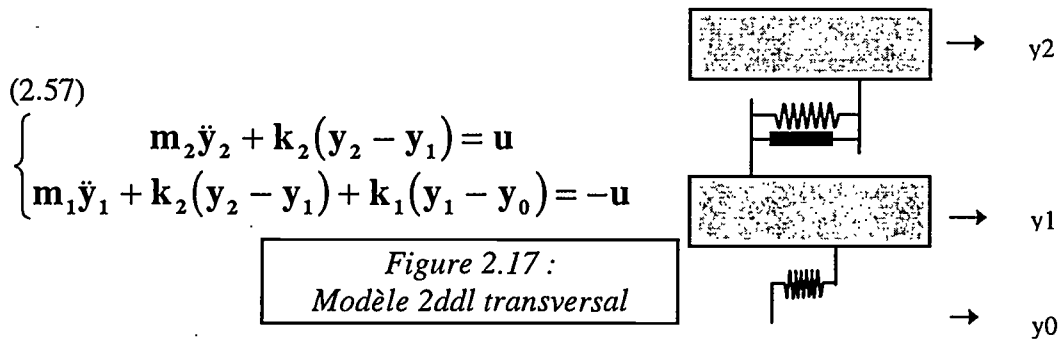
Préannonce par établissement d'une consigne opposée à l'accélération centripète $-m\ddot{y}$.

L'idée sous-jacente est de consigner à l'actionneur le développement d'une force permettant de contrer les effets de l'accélération centripète subie par le véhicule en courbe, laquelle force peut être approchée par anticipation (donnant lieu à une représentation automatique équivalente à une correction anticipatrice - cf MARET [MAR]). L'accélération centripète peut être calculée à chaque instant à partir d'une mesure accélérométrique pseudo-statique filtrée par un filtre passe-bas.

Remarque 1 : De manière à réaliser une anticipation de la commande (et laisser le temps nécessaire pour filtrer le signal), il est préférable que le capteur soit localisé sur un bogie d'une voiture précédant la voiture équipée des actionneurs.

Remarque 2 : L'accélération transversale mesurée par un capteur situé sur un bogie permet de bien appréhender l'amplitude et la variation de l'accélération centripète, dans la mesure où le plan du bogie est presque celui de la voie (cette association revient à négliger les effets de souplesse en roulis de la suspension primaire, suspension particulièrement raide).

Cette préannonce est particulièrement efficace pour le comportement en courbe du véhicule (action de centrage de la caisse par rapport au bogie), comme le soulignent les services de la Direction du Matériel et de la Traction.



(cf annexe 2.B.2 modèle 4 pour une connaissance numérique des paramètres du système)

Dans une pleine courbe, la masse est soumise à une accélération centripète constante ; dans le cas où l'actionneur ne délivre aucune force, l'équation dynamique liée de la masse supérieure s'écrit :

$$m_2 (\ddot{y}_{2stat} + \ddot{y}_{2dyn}) + k_2 (y_2 - y_{20} + y_{20} - y_1) = 0 \quad (2.58)$$

$$\begin{cases} m_2 \ddot{y}_{2stat} + k_2 (y_{20} - y_1) = 0 \\ m_2 \ddot{y}_{2dyn} + k_2 (y_2 - y_{20}) = 0 \end{cases} \quad (2.59) \quad \text{et} \quad \ddot{y}_2 = \ddot{y}_{2stat} + \ddot{y}_{2dyn} \quad (2.60)$$

La première équation indique que l'accélération pseudo-statique est compensée par un

décentrage de la caisse.
$$y_{20} - y_1 = \left| \frac{m_2 \ddot{y}_{2stat}}{k_2} \right| \quad (2.61)$$

Une action de recentrage peut se faire de deux manières :

- la manière classique consistant à raidir la suspension : $\mathbf{u} = -\mathbf{k}'(\mathbf{y}_2 - \mathbf{y}_1)$ (2.62)

$$\text{d'où l'on conclut} \quad \mathbf{y}_{20} - \mathbf{y}_1 = \frac{\mathbf{m}_2 \ddot{\mathbf{y}}_{2\text{stat}}}{\mathbf{k}_2 + \mathbf{k}'} < \left| \frac{\mathbf{m}_2 \ddot{\mathbf{y}}_{2\text{stat}}}{\mathbf{k}_2} \right| \quad (2.63)$$

$$\mathbf{y}_2 - \mathbf{y}_{20} = \frac{\mathbf{m}_2 \ddot{\mathbf{y}}_{2\text{dyn}}}{\mathbf{k}_2 + \mathbf{k}'} < \left| \frac{\mathbf{m}_2 \ddot{\mathbf{y}}_{2\text{dyn}}}{\mathbf{k}_2} \right| \quad (2.64)$$

La suspension secondaire est donc raidie, ce qui a pour effet de réduire le décentrage, au détriment de la réduction d'accélération.

- la seconde consistant à annuler l'effet de l'accélération centripète :

$$\mathbf{u} = -\mathbf{m}_2 \ddot{\mathbf{y}}_{2\text{stat}} \quad (2.65)$$

$$\mathbf{y}_{20} - \mathbf{y}_1 = 0 \quad (2.66)$$

$$\mathbf{y}_2 - \mathbf{y}_{20} = \left| \frac{\mathbf{m}_2 \ddot{\mathbf{y}}_{2\text{dyn}}}{\mathbf{k}_2} \right| \quad (2.67)$$

La suspension a conservé sa souplesse d'origine

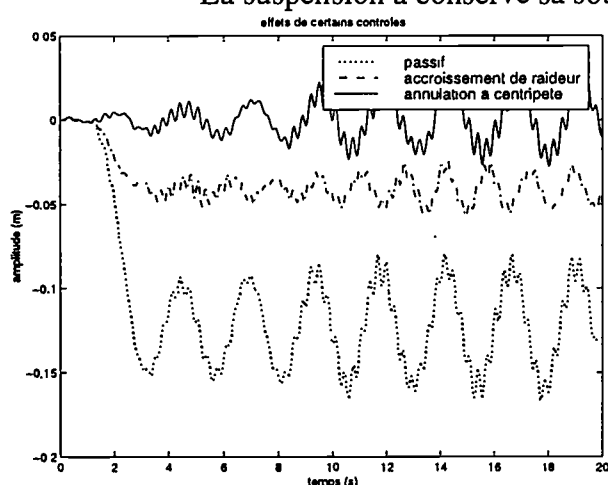


Figure 2.18 : Déplacements relatifs

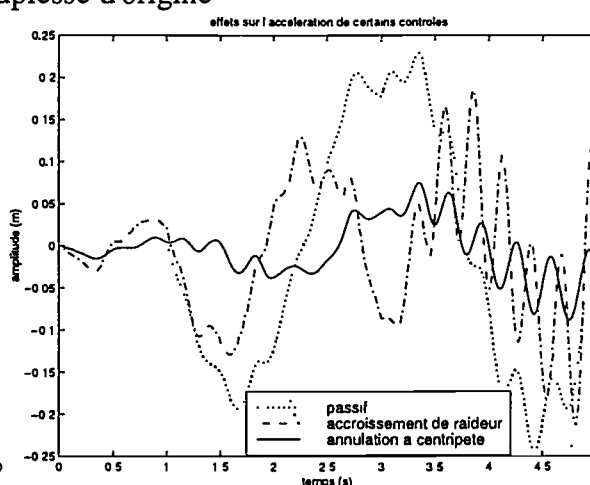


Figure 2.19 : Accélération de caisse

L'accroissement de raideur permet de réduire le décentrage sans l'annuler, tout en augmentant la fréquence propre de la suspension.

L'annulation de la force centrifuge permet de centrer le signal, sans changer la fréquence propre de résonance, et en réduisant même l'accélération transversale ressentie par le passager. Ce contrôle permet donc un accroissement du confort transversal.

Modèle	Passif	Accroissement de raideur	Annulation des efforts centrifuges
Accélération de la caisse : variance de signaux	0.017(m/s ²) ²	0.0063 (m/s ²) ²	0.0011 (m/s ²) ²

2.1.4.2. LE CONTROLE SOUS OPTIMAL

Il a été proposé et formalisé la première fois par KOSUT, dans son article datant du début des années 1970 [KOS]. L'attention est portée sur la recherche d'un contrôle optimum sous contrainte. L'observation du système étant incomplète (pour des raisons physiques et économiques), le contrôleur sera établi, sans reconstruction d'état, proportionnellement aux seules composantes du vecteur d'observation.

Soit $Y = CX$, le vecteur d'observation (2.68)

On cherche le contrôle minimisant l'indice de coût en lui imposant la forme suivante :

$$u = F \cdot X = M \cdot Y \quad (2.69)$$

Le retour est maintenant proportionnel à la sortie, et non plus à l'intégralité de l'état.

L'annexe 2.C.4 présente les algorithmes permettant de rechercher ce contrôleur.

Les effets sont notoires, comme le prouve cet exemple.

$Y = [x_1 \quad -x_2 \quad 0 \quad 0]$ où x_1 représente le déplacement de la masse inférieure, et x_2 représente le déplacement de la masse supérieure pour un modèle « quart de caisse ».

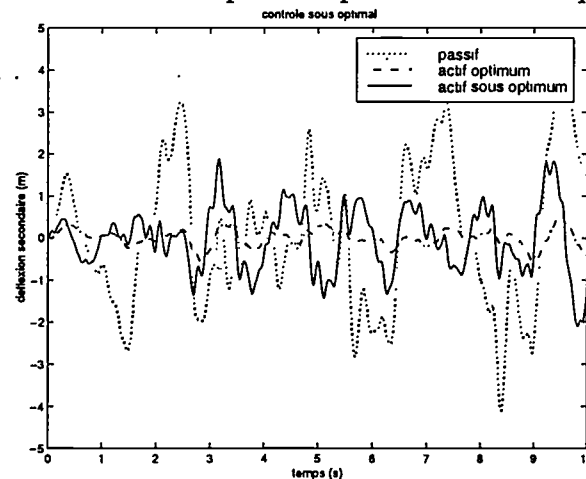


Figure 2.20 : Evolution temporelle de la distance entre les deux masses, pour un système à deux degrés de liberté, en choisissant un retour optimal, et un retour sous-optimal, proportionnel au seul degré de liberté de distance entre les deux masses.

L'indice de coût du système, pour les trois cas de simulation vaut :

passif	actif optimal	actif sous optimal
$1.51 \cdot 10^2$	3.1	$3.197 \cdot 10^1$

Le contrôle établi avec un retour proportionnel à un état incomplet permet déjà de constater un gain notable de l'indice de coût.

2.1.4.3. QUELQUES EFFETS DE CONTROLE

Ce paragraphe, et les résultats présentés en annexes, à usage didactique, permettront aux lecteurs de se sensibiliser sur les problèmes du contrôle et la notion de compromis dans l'établissement et la recherche d'une loi de contrôle.

L'annexe 2.C.5 sensibilise aux contrôles simultanés des déplacements et des accélérations, traduisant une volonté simultanée d'amélioration du confort et de la tenue de route. L'annexe 2.C.6 établit la dualité dans les formulations entre représentation d'état et fonction de transfert.

L'annexe 2.C.7. présente le contrôle skyhook (l'amortisseur "accroché au ciel", et délivrant une force proportionnelle à une vitesse absolue de mobile - et non pas proportionnelle à une vitesse relative entre deux mobiles). Enfin, l'annexe 2.C.8 fait état des variations des transferts et de leurs représentations sous influence de suspensions actives.

2.1.5. CONTROLES OPTIMAUX NON-LINEAIRES

On appelle Contrôle Optimal non linéaire un contrôle établi de manière à être optimal, tout en respectant des contraintes de non-linéarités. Ces non-linéarités sont souvent présentées sous forme de saturations traduisant une limitation physique du fonctionnement de l'actionneur : saturation de la force délivrée par un actionneur, saturation de la puissance globale consommée, saturation de la viscosité dans le cas d'un contrôle semi-actif. D'un point de vue mathématique, la force délivrée par l'actionneur n'est plus une fonction de classe C^1 , mais une fonction continue par morceaux C^1_{lm} .

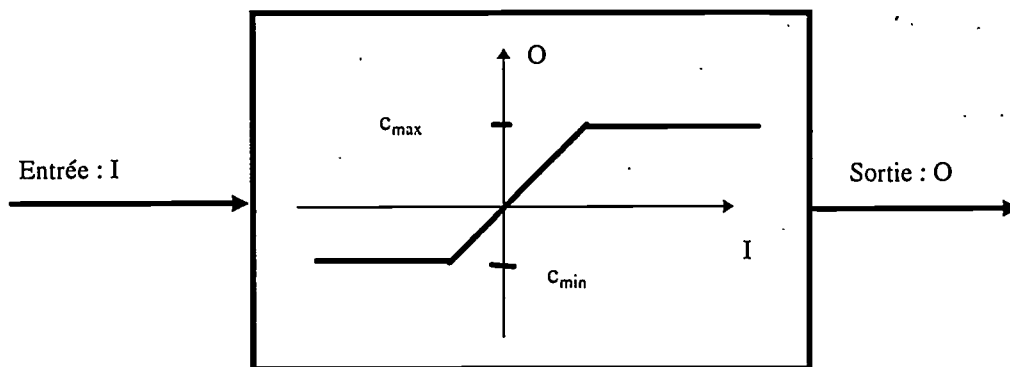


Figure 2.21:
Principe de la saturation entraînant une
discontinuité des signaux de sortie.

L'étude de ces contrôles est formatrice dans la mesure où elle permet de rechercher une loi de contrôle optimale en intégrant des préoccupations physiques, elle a également l'avantage de ne plus présenter le contrôle semi-actif comme le seul contrôle non-linéaire réputé, mais propose sa banalisation via une loi de saturation (la saturation de la viscosité). C'est du moins la présentation que nous souhaitons en faire dans ce document, en étendant les travaux de VINCENT et GRANTHAM aux cas de la saturation de la puissance, et aux saturations conjointes de la force et de la puissance. L'uniformisation des méthodes et des traitements est à ce titre intéressante.

L'introduction de contrôle non linéaire a toutefois quelques inconvénients, comme le signalent VINCENT et GRANTHAM [VINC] dans leur livre Nonlinear and Optimum Control Systems. Les saturations peuvent faire apparaître un phénomène géométrique appelé cycle limite, pour peu que le système ait une dimension supérieure ou égale à 2. Ils définissent un domaine d'attraction, domaine géométrique regroupant l'ensemble des positions initiales qui assurent la stabilité du système contrôlé isolé ; au delà de ce domaine géographique, la stabilité du système n'est plus assurée.

VINCENT et GRANTHAM décrivent ce phénomène en ces termes :

"Nous avons vu que pour l'établissement de boucle ouverte de contrôle linéaire, $u(t)$ ne pose aucun problème pour la recherche des solutions de l'équation différentielle $\dot{\mathbf{X}} = \mathbf{f}(\mathbf{X}, \mathbf{u})$. La principale différence entre les contrôles linéaires et les contrôles linéaires par morceaux est

que la solution $X(t)$ n'est plus différentiable aux instants où $u(t)$ est discontinu. A de tels instants, la trajectoire peut avoir des changements correspondant aux variations discontinues de la vitesse de la masse contrôlée.

L'annexe 2.G présente des résultats obtenus pour des contrôles optimaux non linéaires, représentatifs de cas de saturations de forces (annexe 2.G.3), de puissances (annexe 2.G.4), de saturation conjointe de force et de puissance (annexe 2.G.5), et enfin de viscance, dans une modélisation de contrôle semi-actif (2.G.6).

Le modèle étudié est un modèle à 4 degrés de liberté de la forme suivante :

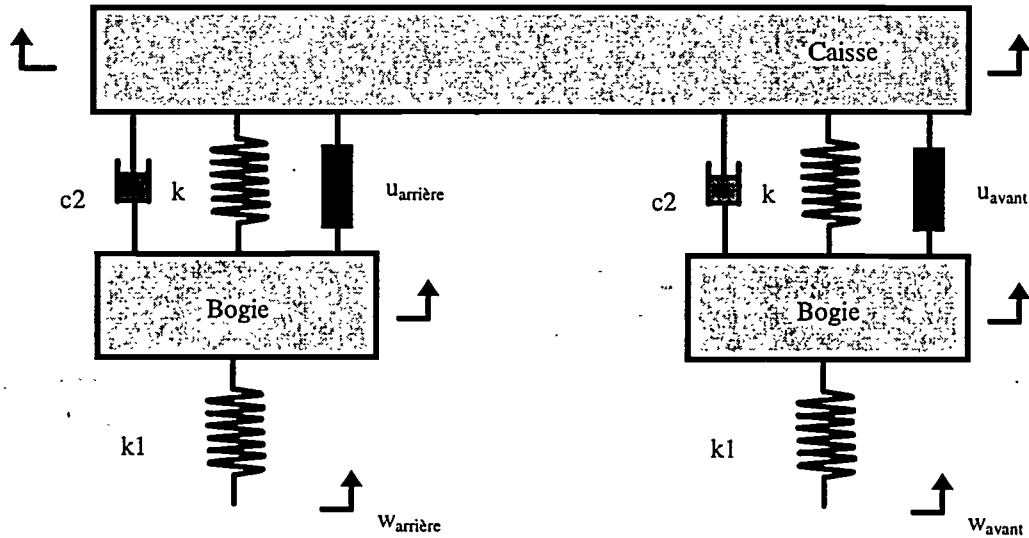


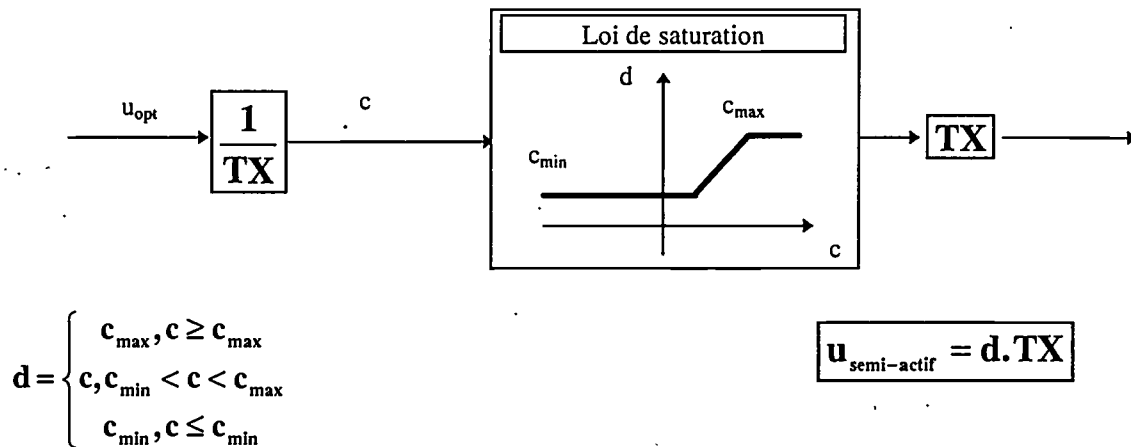
Figure 2.22 : Modèle à 4 ddl pour l'étude des contrôles optimaux non linéaires

Les annexes 2.G précisent les valeurs des différentes grandeurs mécaniques du modèle, et présente les algorithmes de résolution pour chacun des contrôles.

Application au contrôle semi actif par limitation de la viscance:

Ce contrôle purement dissipatif obtenu par saturation de la viscance selon le schéma suivant :

NB : TX représente la *vitesse relative* entre les deux points d'attache de l'actionneur à la structure.



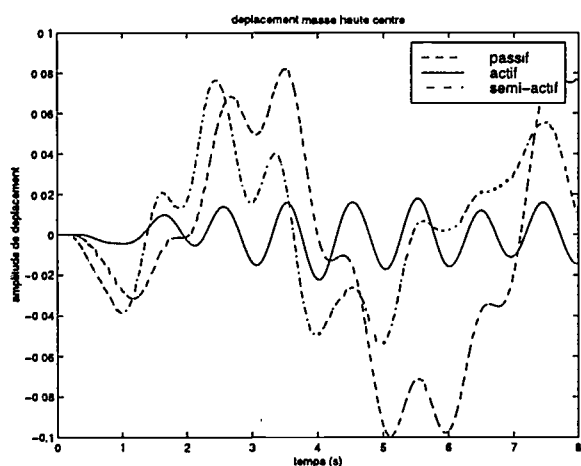


*Figure 2.23 :
Déplacement de masse supérieure
Contrôle semi-actif*

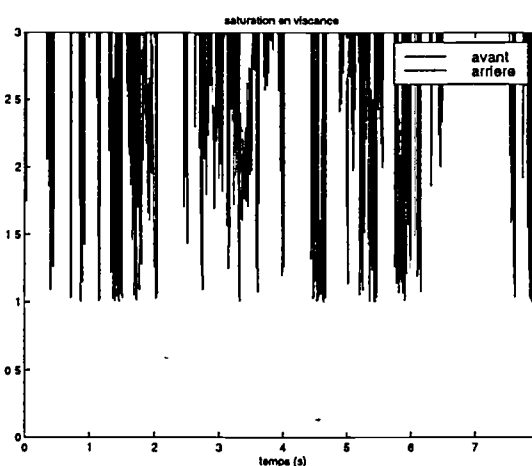


*Figure 2.24 :
Variation des viscosités
Contrôle semi-actif*

Ces deux courbes traduisent la dynamique du système contrôlé par des lois semi-actives.

La figure 2.23 permet de vérifier que le contrôle semi-actif est bien une solution intermédiaire entre le passif et le contrôle actif, dans la mesure où les gains sont moindres et les puissances dissipées sont toujours positives (le contrôle semi-actif se contente de dissiper l'énergie du système sans en apporter). Cette dissipation se réalise via une modélisation d'amortisseur à caractéristique variable, et la courbe 2.24 traduit cette variation de viscosité au cours du temps.

Ces schémas de résolutions de contrôles optimaux non linéaires nous ont paru intéressants dans la mesure où ils permettent de modéliser des non linéarités physiques des actionneurs, utiles en particulier lors des aspects expérimentaux. Nous réfléchissons aujourd'hui, au sein du laboratoire, à d'autres déclinaisons et d'autres extensions, dans le domaine du contrôle global du véhicule au moyen de plusieurs actionneurs, les équations prenant en compte les liens énergétiques entre les actionneurs.

2.1.6. AUTRES TYPES DE CONTROLES

Au titre de curiosités, d'autres synthèses sont ici évoquées :

CRONE

La synthèse d'un correcteur CRONE (Commande Robuste d'Ordre Non Entier) consiste en un travail sur les gabarits du transfert en boucle ouverte sur le plan de BLACK, en essayant de suivre en particulier les courbes d'iso-amortissement, et en décrivant au mieux : [OUS2] [OUS1] [BER].

- le comportement du procédé aux basses fréquences afin d'assurer une bonne précision statique
- le gabarit généralisé au voisinage de la fréquence de résonance
- le comportement du procédé aux hautes fréquences,

Soit 7 paramètres à régler, pour chacune des résonances sur le plan de black

$$\text{Expression de la transmittance : } \beta(s) = \prod_{k=N^-}^{k=N^+} \beta_k(s) \quad (2.70)$$

$$\beta_k(s) = C_k^{\text{sign}(b_k)} \left(\frac{\omega'_k}{\omega_k} \frac{1 + s/\omega_{k+1}}{1 + s/\omega_k} \right)^{a_k} \left[\left(\frac{\omega'_k}{\omega_k} \frac{1 + s/\omega_{k+1}}{1 + s/\omega_k} \right)^{ib_k} \right]_{C_j}^{-\text{sign}(b_k)} \quad (2.71)$$

Aujourd'hui, une phase expérimentale d'implantation sur une Citroën BX est en cours, avec la participation de la société SAMM en particulier, filiale du groupe PSA. Mais aucun résultat n'a, à notre connaissance, été publié à ce jour.

Ce contrôle est toutefois complexe, impliquant un ordre élevé de polynômes de sensibilité et de sensibilité inverse [BER].

LMI

D'autres types de contrôles semblent également très intéressants pour la recherche de contrôleurs, dans le cas où le système est soumis à des incertitudes : ce sont les contrôles proposés par le laboratoire de mathématiques appliquées de l'Ecole Nationale des Techniques Avancées. Ces méthodes s'appellent problème de moindre carré, ou mieux encore, "optimisation convexe en dimension finie par inégalités linéaires matricielles" (LMI). Les recherches de contrôleurs sont contraintes par des équations de LYAPUNOV matricielles, dépendant des paramètres d'incertitudes des systèmes. Toutefois, notre curiosité n'a pu, faute de temps, se repaître de ces nouvelles techniques. [ELG1] et [ELG2]

LES CONTROLES ADAPTATIFS

Enfin, il existe une autre grande classe de contrôleurs, ceux obtenus par approche adaptative, et qui ne requièrent pas, préalablement, de connaissance sur la structure ni sa représentation. Le contrôle adaptatif fait appel à des techniques d'identification et de contrôle par filtrage numérique (filtres de type FIR -finite impulse response, ou de type IIR - infinite impulse response). L'article [ICH] propose une synthèse de ces méthodes et le livre de WIDROW et STEARNS [WID] permet de préciser tous les détails nécessaires sur les algorithmes.

<u>Contrôle Adaptatif</u>	<u>Contrôle optimal avec modèle de connaissance</u>
Représentation numérique par des filtres du modèle	Représentation par modèle de connaissance
Un signal de référence : la source perturbatrice	Plusieurs sources de sollicitations
Minimisation de l'erreur établie comme la différence entre la source et la mesure	Minimisation de critère, Minimisation quadratique sur différents signaux mélangeant action et état
Choix de filtres numériques	Choix de pondérations, et choix de méthodes de calcul

LES ALGORITHMES PLUS COMPLEXES : LOGIQUE FLOUE et RESEAUX DE NEURONES

D'autres algorithmes ont encore été proposés, et sont aujourd'hui très prisés pour le contrôle de systèmes connaissant quelques non-linéarités criantes : ce sont les méthodes utilisant la logique floue, ou les réseaux de neurones. Ces synthèses ne seront pas abordées dans cet ouvrage de thèse. On pourra se référer à quelques ouvrages de référence introduisant ces techniques et les déclinant aux problèmes de contrôle ou d'optimisation, comme ceux de [SAK] et [IRW]...

2.1.7. MULTILOIS

2.1.7.1. MOTIVATIONS

Définition :

On regroupe sous ce terme de **multilois** les algorithmes de contrôle utilisant des qualités de contrôles optimaux et de contrôles adaptatifs.

Le contrôle initial est défini de manière à contrôler au mieux (minimisation d'indice de coût) un système dans un environnement et pour un critère. Bien que non optimum à chaque instant, le multilois doit permettre, par son caractère adaptatif, de répondre aux évolutions de ces trois quantités, afin de conserver le plus souvent le caractère optimum du contrôle. C'est un contrôle que l'on cherche robuste, adaptatif et intelligent (cf figure 2.1).

Physiquement, ce besoin de modifier le contrôle intervient à diverses reprises dans le cas des voitures ferroviaires :

- modification du système par modification de la masse....
- modification du critère : centrage de la caisse, réduction d'accélération...
- modification de l'environnement : qualité de voie, vents traversiers et trains croiseurs, passage sur des appareils de voie.

Ce besoin est aujourd'hui croissant pour les scientifiques du contrôle. L'article de KARNOP [ELB2], en particulier, souligne, après avoir testé différents contrôles (optimal, sous-optimal, semi-actif...), un intérêt pour disposer d'un contrôle adaptatif, ou l'adaptation permettrait de prendre en compte une connaissance affinée de l'environnement. Nous étendrons la requête d'évolution possible de l'environnement aux évolutions de modèle et de critère.

2.1.7.2. CONCEPT ET EQUATIONS

Le concept repose sur une notion de base : l'introduction d'une variable, évoluant dans le temps, variable directement utilisée dans la recherche de la loi de contrôle.

Cette variable permet de gérer l'application de diverses lois de contrôle parfois antagoniste, comme celles liées d'une part à l'amélioration du confort et celles liées à l'optimisation de la tenue de route du véhicule.

Différents algorithmes ont aujourd'hui été proposés. Ils diffèrent sur deux points :

- l'élaboration de cette variable (variant dans le temps).
- la participation de cette variable dans la recherche du contrôle

Plusieurs schémas de contrôle multilois ont été proposés récemment, ce qui prouve l'intérêt développé par la communauté des automaticiens. En revanche, ces propositions de contrôle sont trop récentes pour faire école. Nous avons nous-mêmes proposé un nouveau type de contrôle multilois, par méconnaissance première des autres méthodes proposées depuis peu (la dernière a été publiée au second trimestre de l'année 1998), et par souhait de proposer un contrôle le plus adapté au contexte et aux contraintes ferroviaires, avec la volonté affichée de permettre l'étude de robustesse du contrôle proposé.

A. Schéma proposé par VENHOVENS [VEN]

Ce contrôle consiste à ajuster les caractéristiques de raideur de manière à améliorer le confort du véhicule, en faisant évoluer les lois de contrôle entre un retour amortissement pur, et un retour en skyhook, permettant de résoudre le compromis entre tenue de route et confort

$$\mathbf{F}_{act} = (1 - q) \cdot c_{sky} \cdot \dot{\mathbf{x}}_2 + q \cdot c_{high} \cdot (\dot{\mathbf{x}}_2 - \dot{\mathbf{x}}_1) \quad (2.72)$$

$q=0$ procure le meilleur confort, $q=1$ permet la meilleure tenue de route.

Les conclusions de l'auteur étaient celles-ci : ce contrôle peut être appliqué sur une phase expérimentale, les calculs pouvant être menés en temps réel. L'auteur souhaitait toutefois réfléchir aux moyens de programmer finement l'algorithme, et formaliser l'aspect de stabilité du contrôle en analysant la sensibilité aux bruits et la stabilité globale.

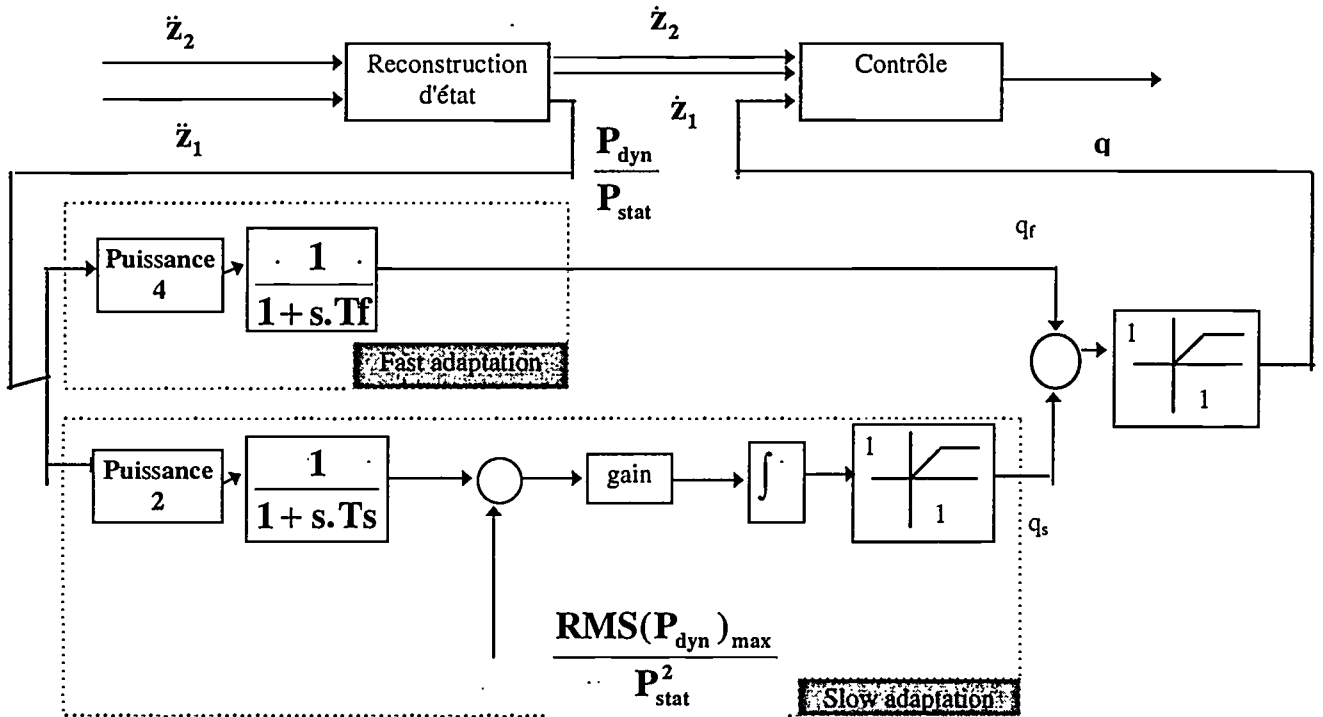


Figure 2.25 : Schéma du multilois de Venhovens

B. Schéma proposé par YU [YU]

Ce schéma propose l'utilisation d'une matrice de pondérations variables, $Q(t)$

$$Q(t) = Q_0 + Q_1(q_1(t), q_2(t)), \quad (2.73)$$

avec calcul de la solution du retour d'état $K(t)$ à chaque pas de temps, en fonction de $q_1(t)$ et de $q_2(t)$.

Les paramètres $q_1(t)$ et $q_2(t)$ sont obtenus après traitements non linéaires ressemblants à un traitement par cas, alimenté par la mesure des quantités d'espace de travail de la suspension et d'écrasement estimé du pneu du véhicule....

L'auteur constatait un gain de 5 à 15% par rapport aux gains obtenus avec des contrôles classiques de type LQ. L'auteur se félicite également de pouvoir obtenir un gain ponctuel très important (amélioration ponctuelle importante, en réponses à sollicitations)...

Toutefois, aucune information relative à l'étude de la stabilité et à la robustesse du contrôle n'est fournie dans l'article. Les auteurs ne se penchent pas non plus sur le cas de brusques variations des paramètres $q_1(t)$ et $q_2(t)$ susceptibles de faire réagir violemment le système (discontinuité dans la force à appliquer).

C. Schéma proposé au cours de cette thèse [VIN3].

Voici la première contribution à la réflexion sur un nouveau type de contrôle adaptatif, nommé multilois, et élaboré dans le cadre de cette thèse de doctorat, pour intégrer au mieux les exigences ferroviaires.

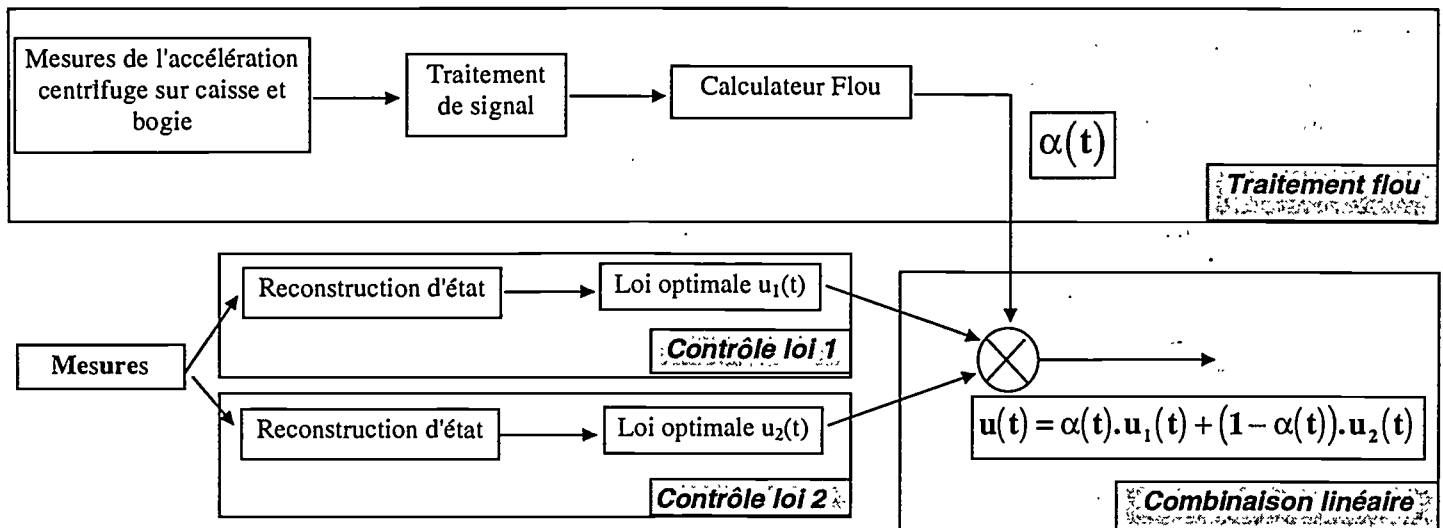


Figure 2.26. : Schéma du contrôle multilois

Soit un système mécanique mis en équation sous la forme $\dot{\mathbf{X}} = \mathbf{A}\mathbf{X} + \mathbf{B}\mathbf{u} + \mathbf{G}\mathbf{w}$ (2.74)

Soit deux contrôles optimaux distincts :

Premier contrôle : $\mathbf{u} = \mathbf{K}_1\mathbf{X}$ (2.75)

Soit $\dot{\mathbf{X}} = (\mathbf{A} + \mathbf{B}\mathbf{K}_1)\mathbf{X} + \mathbf{G}\mathbf{w}$, $\mathbf{A} + \mathbf{B}\mathbf{K}_1$ stable⁵ (2.76)

Deuxième contrôle : $\mathbf{u} = \mathbf{K}_2\mathbf{X}$

Soit $\dot{\mathbf{X}} = (\mathbf{A} + \mathbf{B}\mathbf{K}_2)\mathbf{X} + \mathbf{G}\mathbf{w}$, $\mathbf{A} + \mathbf{B}\mathbf{K}_2$ stable. (2.77)

⁵ Une matrice M est stable si et seulement si ses valeurs propres sont toutes à parties réelles strictement négatives. (cf paragraphe 2.2.2.1.1)

L'approche multilois, correspondant à la construction d'un contrôle par combinaison de deux contrôles optimaux, en introduisant une variable α évoluant dans le temps.

$$\text{Soit } \alpha(t) \in [0 \quad 1], \forall t, \quad (2.78)$$

on propose de construire le contrôle sous la forme suivante

$$\mathbf{u}(t) = (\alpha(t)\mathbf{K}_1 + (1 - \alpha(t))\mathbf{K}_2)\mathbf{X}(t) \quad (2.79)$$

$$\mathbf{u}(t) = \alpha \cdot \mathbf{u}_1(t) + (1 - \alpha) \cdot \mathbf{u}_2(t)$$

Ce contrôle n'est pas un contrôle optimum, en ce sens qu'il n'est pas forcément associé, pour chaque valeur de α , à la minimisation d'une fonctionnelle quadratique sous contrainte. Le

$$\text{retour } \mathbf{K} = \alpha\mathbf{K}_1 + (1 - \alpha)\mathbf{K}_2 \quad (2.80)$$

n'est pas nécessairement solution d'une équation de RICCATI.

Cette méthode a été proposée pour les raisons suivantes :

- Dans les phases non transitoires, ce sont des contrôles optimaux qui sont appliqués, contrôles définis en réponse à un contexte connu pour les trois paramètres (système, environnement, objectif).
- Dans les phases transitoires, un passage progressif d'une loi à l'autre est proposé. Un passage non progressif est source de non linéarités, et donc de perturbations de la dynamique du véhicule, tels des chocs, ou des efforts trop importants dans les suspensions, ou au contact roue/rail.
- Les contrôles sont définis et implantés a priori ; le calculateur n'a donc pas en charge l'élaboration en temps réel (in the loop) de ces contrôles, opération parfois gourmande en temps de calcul
- Cette méthode est généralisable à une combinaison de plusieurs lois de contrôle, et elle est souple d'utilisation, la variable α pouvant être obtenue en solution de divers traitements. Dans notre cas, c'est un traitement par logique floue qui est proposé, et contribuant à ce que l'on appelle l'intelligence du contrôle (voir le paragraphe ci-après).
- Cette méthode est rapide, nécessitant le seul calcul de $\alpha(t)$ à chaque pas de temps par les méthodes de logiques flous. Il n'y a cependant pas de calcul matriciel d'optimisation (calcul proposé par YU et gourmand en temps).

Cette méthode est particulièrement adaptée au contexte ferroviaire, où deux lois de contrôle peuvent être proposées :

- une loi visant à la réduction des accélérations centripètes en courbe
- une loi visant à la réduction des accélérations dynamiques en ligne droite.

Mais d'autres lois de contrôle répondant à d'autres objectifs peuvent également être proposées, comme le contrôle de caisse en zone d'aiguillage, l'adaptation à des variations de masse lors des montées et descentes successives des passagers....

Avant de proposer ce contrôle, il faut toutefois s'assurer :

- du processus de calcul de α
- de la bonne stabilité du système contrôlé
- de la robustesse du système contrôlé.

Ces questions seront débattues en partie 2. Cependant, on constate, d'ores et déjà, que la stabilité sera assurée si, pour toute valeur de α , $\mathbf{A} + \alpha\mathbf{BK}_1 + (1 - \alpha)\mathbf{BK}_2$ est stable.

Une seconde source d'instabilité peut venir de l'établissement de la variable α . Il faut donc s'assurer de la stabilité du processus mis en place pour l'élaboration de α . En fait, tout problème serait écarté si la fonction $\alpha(t)$ était la plus lisse⁶ possible.

Les autres aspects de stabilité ne seront pas abordés. Le contrôle se fera à chaque instant, sans connaissance des actions antérieures. Le paramètre α sera réglé de manière à être toujours dans un proche voisinage de 0 ou de 1, sauf dans les zones transitoires, qui n'occupent jamais plus de 1/5 du temps. Enfin, la stabilité de l'ensemble dépendra également de la stabilité de l'algorithme de recherche de α .

On souligne enfin que le théorème de séparation, s'il est valable pour chacune des lois 1 et 2, est encore valable pour le multilois, comme le démontre l'annexe 2.F.2.

2.1.7.3. UTILISATION DE LA LOGIQUE FLOUE

L'algorithme multilois proposé dans le paragraphe précédent nécessite l'utilisation d'un calculateur pour l'établissement de la variable α .

Différents calculateurs peuvent être proposés :

- un calculateur établi de manière empirique, intégrant filtrage et traitement de signal, répondant à une analyse empirique, telle celle menée par VENHOVENS. Un tel système à l'avantage de sa simplicité au détriment de la qualité du signal de sortie α , et de son caractère évolutif.
- un calculateur programmé en logique floue, qui permet :
 - d'assurer la stabilité légendaire (non prouvée mais éprouvée) des calculateurs flous
 - la traduction de la connaissance du comportement dynamique de la caisse en règle d'inférence du système : c'est la traduction mathématique du raisonnement humain.
 - l'évolution possible et aisée par introduction de nouvelles règles, et établissement d'un multicontrôle à partir de n lois de contrôle optimal.
 - de construire un traitement permettant d'éviter toutes variations brusques de la pondération $\alpha(t)$. Cependant, $\alpha(t)$ étant issue d'un traitement numérique, on ne peut pas garantir des propriétés de caractères lisses ou de continuité.

On se référera à l'annexe 2.F.1 pour une présentation générale de la logique floue, et de son implantation dans un calculateur.

Remarque : la littérature fait également état de contrôleurs flous pour lesquels la sortie est directement l'action, contrairement au cas proposé dans cette thèse où la sortie du calculateur flou n'est qu'une variable servant à construire l'action par combinaison de lois de contrôle optimal. Ces calculateurs décrits dans la littérature nécessitent toutefois de bien connaître le comportement du système et la connaissance par un expert des mécanismes de contrôle permettant de palier à toutes situations.

Remarque : le multilois avec logique flou peut se généraliser avec utilisation de plus de deux lois de contrôle optimales, comme le souligne l'annexe 2.F.2. La robustesse du multilois sera étudiée par la suite, avec des critères spécialement définis pour ce nouvel algorithme.

⁶ Il faut entendre le caractère lisse des fonction au sens des variétés différentielles [LAF].

"Une application d'un ouvert U de $\mathbb{R}^p$ dans $\mathbb{R}^q$ est de classe C^1 si toutes ces dérivées partielles d'ordre 1 existent et sont continues sur U tout entier, de classe C^p si ces dérivées partielles sont de classe C^{p-1} , et enfin de classe C^∞ (on dira aussi lisse) si elle est de classe C^p pour tout entier p ."

2.2. PERFORMANCE, STABILITE, ROBUSTESSE

2.2.1.INTRODUCTION

La partie précédente a proposé des algorithmes permettant de rechercher des contrôleurs, afin d'assurer au système une évolution stable et performante. La stabilité du système contrôlé était fournie par les algorithmes (équations de RICATI et potentiel de LYAPUNOV), la performance (minimisation de la fonctionnelle quadratique) était assurée par le caractère optimum de ces contrôles.

Cependant, seul le modèle algébrique était assuré de ces caractères de stabilité et de performance. Ce contrôle permettra-t-il d'obtenir les mêmes résultats pour le système mécanique réel, pour lequel le modèle algébrique n'est qu'une représentation imparfaite ?

C'est l'étude de la robustesse, avec des outils spécifiques, qui conduira à l'analyse et parfois à la mise en œuvre de nouvelles synthèses sous conditions.

2.2.1.1.SYSTEMES LINEAIRES, SYSTEMES NON LINEAIRES

Dans la réalité physique, le système mécanique a un comportement beaucoup plus complexe que celui de son modèle linéaire, écrit pour la recherche de la loi de contrôle. En effet, le système est généralement entaché de certaines irrégularités, de certains comportements non linéaires dus à la complexité même de la structure. Enfin, le modèle ne peut pas prendre en compte la richesse modale du système réel, aussi certaines dynamiques (en particulier en hautes fréquences) sont-elles occultées ; il est en de même pour certaines variations paramétriques...

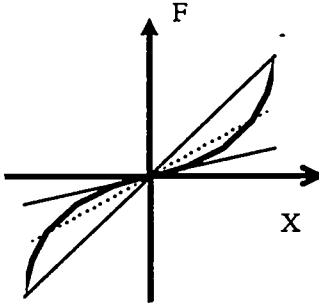
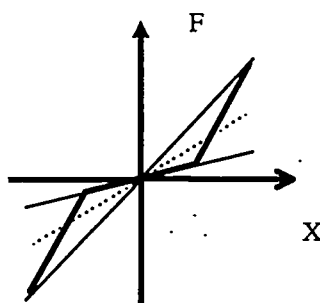
On propose dans cette partie de présenter certaines représentations, certaines formulations, en vue d'analyser ou de synthétiser un contrôleur permettant de garantir performance et stabilité au système mécanique réel. Cette formulation consiste en une représentation algébrique du modèle, intégrant des incertitudes de connaissance : incertitudes structurées et incertitudes non structurées.

Les causes d'apparition de ces incertitudes se situent principalement :

- dans la complexité du système mécanique (qui peut être une structure complexe, continue, ayant une densité modale importante),
- dans la variation du modèle mécanique (certains paramètres évoluant avec le temps, ou lors de changements rapides, comme la fluctuation de masse lors de la montée ou la descente de passagers en gare),
- dans la nature des suspensions, et leurs caractéristiques (induisant des jeux fonctionnels, des frottements...).

Pour les suspensions ferroviaires par exemple, les non-linéarités des raideurs proviennent de deux phénomènes essentiellement :

- la nature convexe de la loi de raideur,
- la présence de butées élastiques non linéaires.

Raideur non linéaire convexe	Butée élastique ou visco-élastique
$F = k \cdot \text{sign}(X) X ^\alpha$ $\alpha \in [1 \ 3]$	$F = kX \quad \text{si } -X_0 \leq X \leq X_0$ $F = kX_0 + k'(X - X_0) \quad \text{si } X > X_0$ $F = -kX_0 + k'(X + X_0) \quad \text{si } X < -X_0$
	

2.2.1.2. QUALIFICATION DES INCERTITUDES

La qualification des incertitudes est amplement présentée dans les articles de référence de DOYLE [DOY4], et a été reprise de manière concise et didactique par GALLET dans sa thèse de Doctorat [GAL]. Ces articles invitent à une formulation de la non linéarité, de l'incertitude, et à sa mise en équation afin de permettre analyse et synthèse de correcteur.

2.2.1.2.1. LES INCERTITUDES NON STRUCTUREES

Les incertitudes non structurées représentent généralement des éléments variant en fonction de la fréquence, tels les modes de système continu non pris en compte dans le modèle, telles les saturations des actionneurs, et des transducteurs de puissance.

D'un point de vue algébrique, ces incertitudes peuvent être représentées soit sous forme additive, soit sous forme multiplicative. Soit G , le processus initial, $\tilde{G}$ celui avec incertitudes.

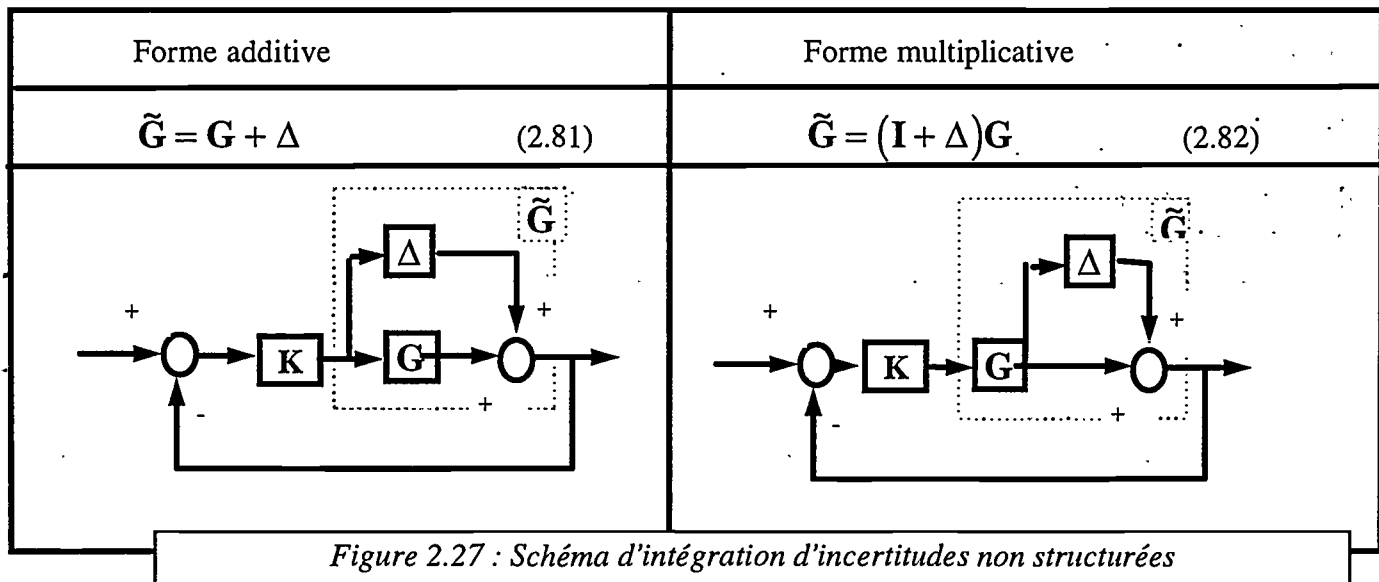


Figure 2.27 : Schéma d'intégration d'incertitudes non structurées

Les représentations algébriques sont modifiées de la manière suivante :

A la forme initiale du contrôle (2.83) succède une représentation (2.84) , traduisant l'introduction d'incertitudes pour le transfert entre Y_2 et u_2 .

$$\begin{bmatrix} A & B_1 & B_2 \\ C_1 & D_{11} & D_{12} \\ C_2 & D_{21} & D_{22} \end{bmatrix} \quad (2.83) \qquad \begin{bmatrix} A & 0 & 0 & B_1 & B_2 \\ 0 & A_{inc} & 0 & 0 & B_{inc} \\ 0 & C_{inc} & 0 & 0 & D_{inc} \\ C_1 & 0 & 0 & D_{11} & D_{12} \\ C_2 & 0 & D_{20} & D_{21} & D_{22} \end{bmatrix} \quad (2.84)$$

Les incertitudes sont introduites dans le schéma interne : $\begin{cases} \dot{X}_0 = A_{inc} X_0 + B_{inc} u_2 \\ Y_0 = C_{inc} X_0 + D_{inc} u_2 \end{cases} \quad (2.85),$

schéma perturbé par le contrôle u_2 . La perturbation due aux incertitudes s'écrit suivant la formule (2.87). Par hypothèse de représentation, seule la sortie Y_2 est perturbée par ces incertitudes : $Y_2 = D_{20} u_0 + D_{21} u_1 + D_{22} u_2 \quad (2.86) \qquad u_0 = \Delta Y_0 \quad (2.87)$

2.2.1.2.2. LES INCERTITUDES STRUCTUREES

Les incertitudes structurées représentent des variations paramétriques dans le système dynamique : incertitudes dans la représentation espace-état et donc incertitudes dans le placement des pôles et des zéros, incertitudes dans les gains et les phases. Elles traduisent une mauvaise connaissance des paramètres de masse, raideur, amortissement, frottement...

D'un point de vue algébrique, ces incertitudes peuvent être représentées comme suit, selon la formulation proposée par DOYLE en particulier [DOY4].

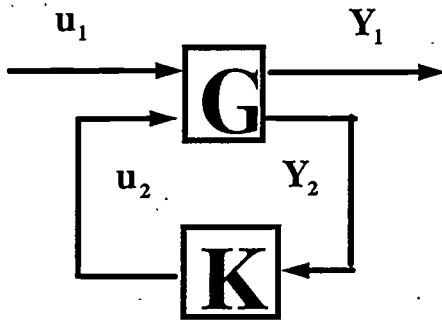


Figure 2.28 : Représentation système actif nominal

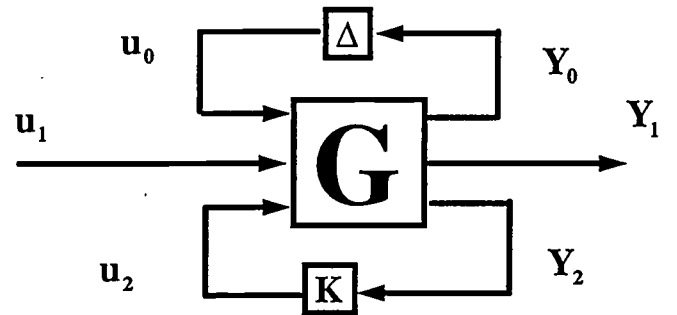


Figure 2.29 : Représentation du système avec incertitudes structurées

G : système mécanique, K : correcteur Δ : incertitudes

Dans le cas d'incertitudes structurées, la représentation d'état a la forme (2.88) devient maintenant (2.89)

$$\begin{bmatrix} A & B_1 & B_2 \\ C_1 & D_{11} & D_{12} \\ C_2 & D_{21} & D_{22} \end{bmatrix} \quad (2.88) \qquad \begin{bmatrix} A & B_0 & B_1 & B_2 \\ C_0 & D_{00} & D_{01} & D_{02} \\ C_1 & D_{10} & D_{11} & D_{12} \\ C_2 & D_{20} & D_{21} & D_{22} \end{bmatrix} \quad (2.89)$$

Remarque : il est préférable de rechercher le schéma sous la forme $D_{01}=0$ $D_{02}=0$, de manière à limiter au maximum les participations de l'incertitude sur la seule variable $Y_0 = D_{00} \cdot u_0$

Les équations différentielles associées sont :

$$\begin{cases} \dot{X} = AX + B_0 u_0 + B_1 u_1 + B_2 u_2 \\ Y_0 = C_0 X + D_{00} u_0 + D_{01} u_1 + D_{02} u_2 \\ Y_1 = C_1 X + D_{10} u_0 + D_{11} u_1 + D_{12} u_2 \\ Y_2 = C_2 X + D_{20} u_0 + D_{21} u_1 + D_{22} u_2 \end{cases} \quad (2.90)$$

L'équation liée aux incertitudes : $u_0 = \Delta \cdot Y_0$, avec Δ , matrice d'incertitudes

L'équation liée au contrôle : $u_2 = K \cdot Y_2$ (2.91)

2.2.1.2.3.EXEMPLES DE TRAITEMENT D'INCERTITUDES

Des exemples sont développés en annexe 2.E.5 ; ils représentent et modélisent les incertitudes les plus courantes pour les voitures ferroviaires comme celles liées à des caractéristiques convexes de suspensions, des variations de raideur avec le temps, et de masse lors de la montée de passagers.

2.2.1.2.4.CONCLUSION

L'introduction d'incertitudes dans le schéma nominal entraîne une modification des équations et des schémas de représentation, des schémas algébriques.

Cette nouvelle formulation peut être utilisée pour l'analyse de la stabilité de l'ensemble, une fois le contrôle défini pour le système nominal, ou être utilisée pour la synthèse d'un nouveau contrôleur, pour le schéma modifié de représentation. La μ synthèse (ou DK itération), est une méthode particulièrement recommandée dans ces situations (cf annexe 2.D.3).

Ces méthodes de modélisations des incertitudes et de traitements ne seront pas développées plus amplement dans cette thèse, qui privilégie avant tout les représentations linéaires, sans avoir de connaissances quantifiées des paramètres de chaque voiture ferroviaire.

2.2.2.PERFORMANCE, STABILITE, ROBUSTESSE

2.2.2.1.DEFINITIONS

2.2.2.1.1.STABILITE

Un système linéaire est stable si et seulement si sa réponse impulsionnelle tend vers 0 quand t tend vers l'infini. Autrement formulé, le système est stable si l'intégralité des pôles de la fonction de transfert est à parties réelles strictement négatives.

Soit le système
$$\begin{cases} \dot{X} = AX + Bu + Gw \\ Y = CX + Du \end{cases} \quad (2.92)$$

$$Y = H_{\text{sys}}(s) \cdot u \quad H_{\text{sys}}(s) = D + C \cdot (sI - A)^{-1} \cdot B \quad (2.93)$$

Le système (A,B,C,D) est stable si la fonction de transfert H_{sys} qui lui est associée n'a pas de pôle à partie réelle positive.

Le système (A,B,C,D) est dit stable de "manière interne" si toutes les racines de $\det(sI - A)$ sont à partie réelle négative.

Les automaticiens ont l'habitude d'utiliser des critères analytiques pour constater la stabilité d'un processus SISO (Single Input Single Output): ce sont par exemple les critères de NYQUIST ou de ROUTH. Le critère de NYQUIST simplifié ou critère de revers, comme l'indique MARET [MAR], permet de déduire la stabilité d'un processus lorsqu'on connaît la réponse fréquentielle du système en boucle ouverte : " Un système de régulation automatique, dont la transmittance $H_{sys}(j\omega)$ en boucle ouverte ne possède aucun pôle à partie réelle positive, est stable en boucle fermée si, et seulement si, en parcourant son lieu de NYQUIST, $H_{sys}(j\omega)$ dans le sens des ω croissants de 0 à l'infini, on laisse le point critique $(-1+j*0)$ à sa gauche"

Le critère de ROUTH est un critère algébrique utilisant pour seule information les coefficients des polynômes de la fonction de transfert en boucle ouverte (cf MARET). [MAR]

On peut avoir une connaissance illustrée de la stabilité du système en traçant sur un plan complexe, la localisation de chacun des pôles du système, comme l'indique MARET dans son livre traitant de la Régulation Automatique. Cette méthode consiste à définir des marges de stabilité :

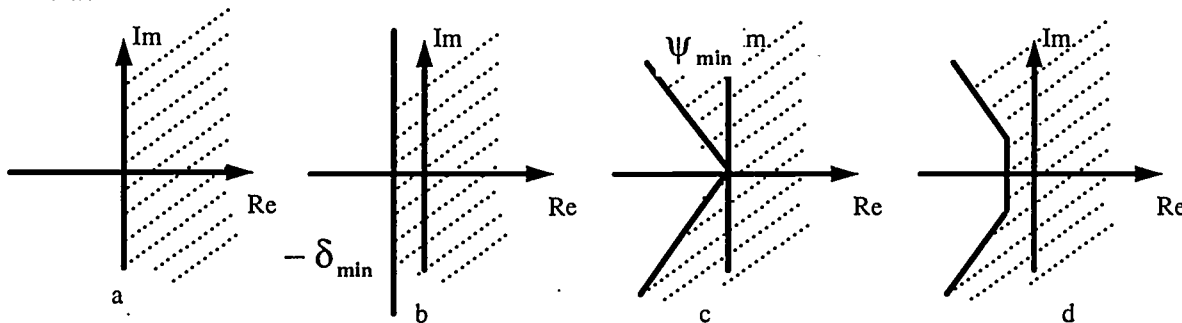


Figure 2.30 : Les marges de stabilité :
localisation des pôles du transfert

Dans le cas *a*, la stabilité est garantie, mais aucune marge n'est tolérée, ce qui signifie que la stabilité n'est plus assurée si le système mécanique diffère même légèrement du modèle utilisé pour la recherche du contrôleur.

Dans le cas *b*, une marge de stabilité absolue est obtenue, dès que les pôles de la fonction de transfert sont situés à gauche de l'axe $-\delta_{min}$. Les réponses temporelles décroîtront au moins comme $\exp(-\delta_{min}t)$

Dans le cas *c*, c'est une marge de stabilité relative qui est assurée, dans la mesure où un amortissement minimal $\xi_{min} = \sin(\psi_{min})$ est garanti. Cependant, certains pôles peuvent avoir une partie réelle négative, très proche de 0.

Le cas *d* enfin, combine marge absolue et marge relative de stabilité, en garantissant une valeur maximale de partie réelle, et un amortissement minimum.

On définit en particulier le contour d'EVANS, qui garanti, pour un système en régime libre, une seule oscillation complète. Ce contour implique une marge de stabilité absolue, et une

marge de stabilité relative obtenue pour un taux d'amortissement $\xi = 0.5$, soit un angle $\psi = 30^\circ$.

Si les critères de NYQUIST et de ROUTH sont limités aux systèmes SISO, les systèmes MIMO requièrent d'autres critères qui seront présentés par la suite. En revanche, la recherche de marges de stabilité tant relatives qu'absolues est reductible pour les systèmes MIMO, tant dans une représentation transfert (recherche des pôles et localisation dans le plan complexe) que pour une représentation espace-état (recherche des valeurs propres de la matrice du système contrôlé).

2.2.2.1.2.PERFORMANCE

La performance du contrôle se constate dans son aptitude à atteindre l'objectif fixé. Cet objectif peut être le suivi d'une consigne pour un asservissement, une minimisation de critère dans le cas d'un contrôle optimum, ou la minimisation d'un transfert, comme dans le cas des synthèses H_2 et H_∞ (cf paragraphe 2.1.3).

L'opérateur pourra constater, après avoir défini un premier contrôle, les performances du système en visualisant des réponses tant dans le domaine fréquentiel que dans le domaine temporel, et en les comparant aux cas passifs.

Des critères simples de performances peuvent être le calcul de l'indice de coût, d'un gain en dB sur une plage de fréquence, d'une valeur RMS de signal...

D'autres tests plus évolués seront présentés par la suite.

2.2.2.1.3.ROBUSTESSE

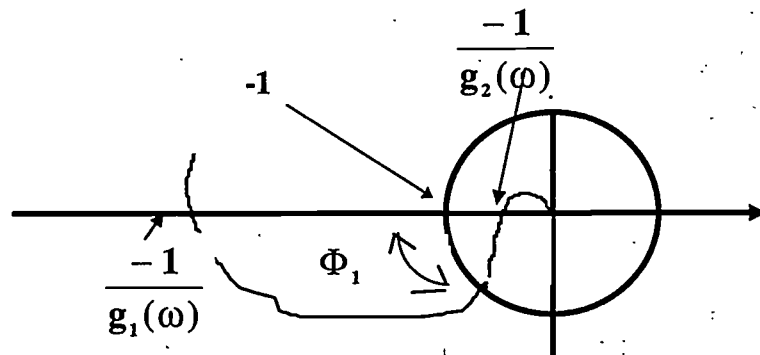
La robustesse est la qualité que possède un contrôle qui assure la stabilité (stabilité robuste) et la performance (performance robuste) à un système physique entaché de certaines incertitudes. La robustesse ne peut se définir que pour **un système, un domaine d'incertitudes limité, et un contrôle**.

Pour les systèmes SISO (une entrée, une sortie), les automaticiens ont l'habitude de définir deux marges : marges de gain et marges de phase. Plus ces marges sont restreintes, moins le contrôle est robuste, plus les risques de divergence et de mauvaises performances sont élevés si le système mécanique réel a un comportement différent de celui du modèle algébrique.

* g_1 et g_2 sont les gains lorsque le transfert coupe l'axe des abscisses.

* l'angle ϕ_1 est celui pour lequel le transfert à un module unité.

Figure 2.30 :
Marge de gain
Marge de phase
sur la courbe en $j\omega$



Définition de la Marge de gain : M_g

$$M_g =]g_1 \quad g_2[\quad \text{avec} \quad \frac{-1}{g_1} = \max\{L(j\omega_i), \arg(j\omega_i) = \pi, L(j\omega_i) < -1\} \quad (2.94)$$

$$\frac{-1}{g_2} = \min\{L(j\omega_i), \arg(j\omega_i) = \pi, L(j\omega_i) > -1\} \quad (2.95)$$

Définition de la Marge de phase : M_p

$$M_p = \min\{\Phi_i\}, \quad \text{avec} \quad \begin{cases} |L(j\omega_i)| = 1 \\ \arg(L(j\omega_i)) = \pi + \Phi_i, \dots 0 < \Phi_i < 2\pi \end{cases} \quad (2.96)$$

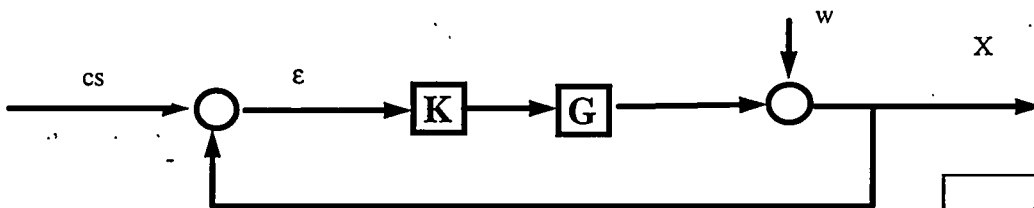
Ces marges sont des localisations graphiques de l'éloignement du transfert au point d'instabilité localisé en $(-1;0)$.

La stabilité robuste décrit une propriété d'un contrôle à rester stable, pour un système mécanique différent de sa représentation en modèle algébrique.

La performance robuste sera la propriété d'un contrôle de garantir non seulement la convergence mais en plus l'efficacité d'un contrôle pour un système mécanique réel, entaché de toutes ces incertitudes.

2.2.2.2. ETUDE EN TRANSFERT, DANS LE CAS
MONODIMENSIONNEL : RECHERCHE DE MAJORANTS

Dans le cas des systèmes SISO, P de LARMINAT [LAR] et DOYLE [DOY2] proposent d'analyser la robustesse des contrôles en analysant le comportement du transfert $L=KG$, transfert du système contrôlé en boucle ouverte.



cs : consigne
w : perturbation

x : mesure
ε : écart

Figure 2.31 :
Schéma bloc pour l'étude
du transfert

$L = GK$ G, transfert du processus initial, K, transfert du contrôle, du correcteur
On définit deux transferts :

la sensibilité (S)	la sensibilité inverse (T) :
$S = \frac{e}{d} = \frac{1}{1 + GK} \quad (2.97)$	$T = \frac{x}{c} = \frac{GK}{1 + GK} = 1 - S \quad (2.98)$
Transfert en boucle fermée entre perturbation w et écart ε	Transfert en boucle fermée entre mesure x et consigne cs

2.2.2.2.1. STABILITE

Le critère des marges de stabilité défini en 2.2.2.1 convient toujours. On conseille de l'appliquer. Il faut cependant écrire préalablement les équations relatives au système global augmenté des lois de contrôle, augmenté de la reconstruction d'état, augmenté des incertitudes.

2.2.2.2.2. PERFORMANCE

Philippe de LARMINAT précise deux types de performances : les performances statiques ou pseudo-statiques définies en basses fréquences et les performances robustes ou dynamiques définies en particulier pour les hautes fréquences.

Performances statiques (comportement en basses fréquences) :

$$\text{Soit } S(0) = \lim_{s \rightarrow 0} \frac{1}{1 + G(s)K(s)} \quad (2.99)$$

$$\text{Si on impose que } S(0) \text{ soit petit, c'est à dire } |S(0)| < m_0 \ll 1, \quad (2.100)$$

$$\text{soit encore } |K(s)G(s)| > \frac{1}{m_0} \gg 1, \quad (2.101)$$

on sera assuré de bonnes performances statiques, de rejet de perturbations pour les composantes en très basses fréquences.

Si le raisonnement est maintenant étendu au voisinage de 0, on propose de trouver un transfert dont le module sera majorant de la sensibilité, sur tout un fermé contenant 0.

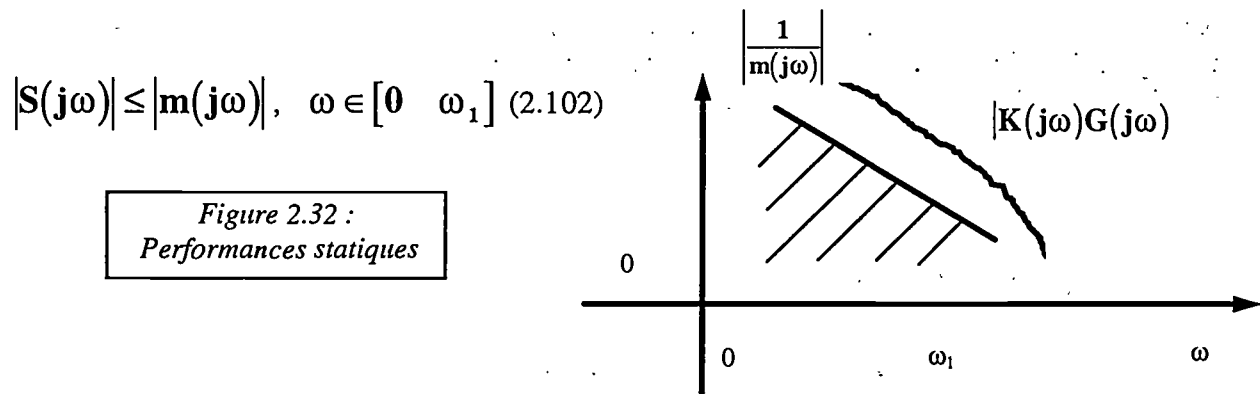


Figure 2.32 :
Performances statiques

Sur toute la plage $\omega \in [0 \quad \omega_1]$, on est assuré d'une performance du système au rejet des perturbations. Le filtre $m(j\omega)$ peut être qualifié de majorant en basses fréquences.

2.2.2.2.3. STABILITE ROBUSTE

La recherche de la performance robuste est motivée par la présence d'incertitudes dans la connaissance du système mécanique réel. Le modèle utilisé pour la recherche du contrôle est entaché d'incertitudes, notées $\Delta G(j\omega)$.

Soit $L = KG$ le transfert en boucle ouverte nominal

$$\text{Les incertitudes notées } \frac{\Delta L(j\omega)}{L(j\omega)} = \frac{\Delta G(j\omega)}{G(j\omega)} \quad (2.103)$$

Soit $l(j\omega)$ un transfert pour lequel le module est un majorant de l'erreur :

$$|l(j\omega)| \geq \left| \frac{\Delta L(j\omega)}{L(j\omega)} \right| = \left| \frac{\Delta G(j\omega)}{G(j\omega)} \right| \quad \text{sur toute la plage de fréquence} \quad (2.104)$$

Cette incertitude augmente en général en fonction de la fréquence, dans la mesure où le comportement hautes fréquences du système mécanique est mal retranscrit par le modèle.

Le majorant $|l(j\omega)|$ peut-être appréhendé comme le rayon d'un disque d'incertitudes autour de chaque point du lieu de NYQUIST de $L(j\omega)$. Pour $\omega = \omega_1$, Le modèle mathématique nominal a un transfert en boucle ouverte $L(j\omega_1)$, et le système réel à un module de transfert situé quelque part dans le cercle d'incertitudes, de centre $L(j\omega_1)$, et de rayon $\Delta L = |l(j\omega_1) \cdot L(j\omega_1)|$

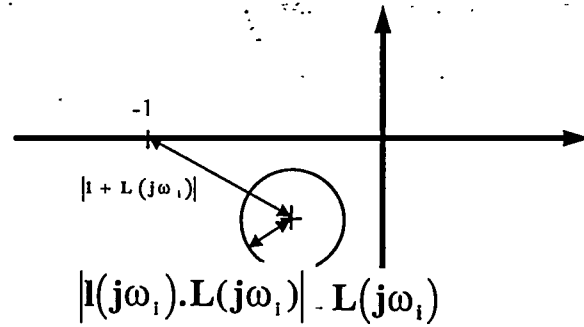


Figure 2.33 :
Performance robuste

Si la boucle nominale est stable, et si la variation ΔG n'affecte pas le nombre de pôles instables de G , la stabilité restera garantie si les cercles d'incertitudes n'atteignent pas le point (-1) ce qui impose $|l(j\omega)| |L(j\omega)| \leq |L(j\omega) - (-1)|$ (2.105)

$$\text{où encore } |T(j\omega)| = \left| \frac{L(j\omega)}{1 + L(j\omega)} \right| \leq \frac{1}{|l(j\omega)|} \quad \forall \omega, \quad (2.106)$$

avec T transfert de sensibilité inverse.

Cette inégalité ne peut être atteinte que si $|L(j\omega)|$ est petit,

$$\text{Soit pour } \omega \geq \omega_2 \quad |L(j\omega)| \leq \left| \frac{1}{l(j\omega)} \right| \quad (2.107)$$

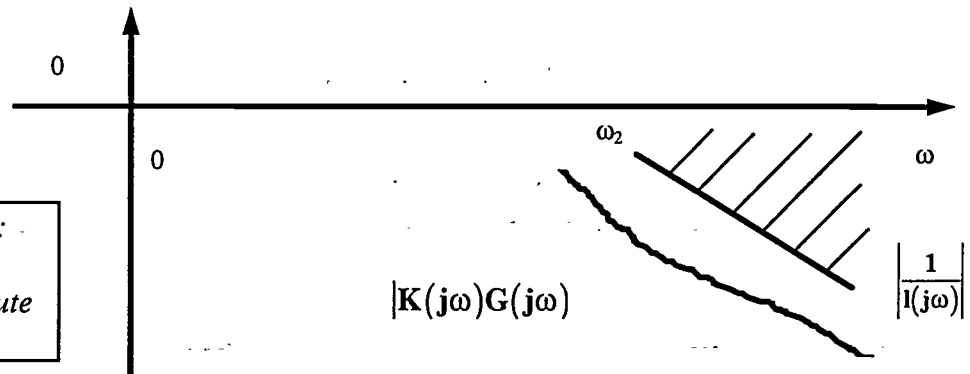


Figure 2.34 :
Robustesse,
majoration haute
fréquence

2.2.2.2.4. PERFORMANCE ET PERFORMANCE ROBUSTE

Cette robustesse globale combine les recherches de performance, tant pour les composantes basses fréquences, que pour les composantes hautes fréquences, et la définition de deux transferts encadrants que sont $m(j\omega)$ et $l(j\omega)$.

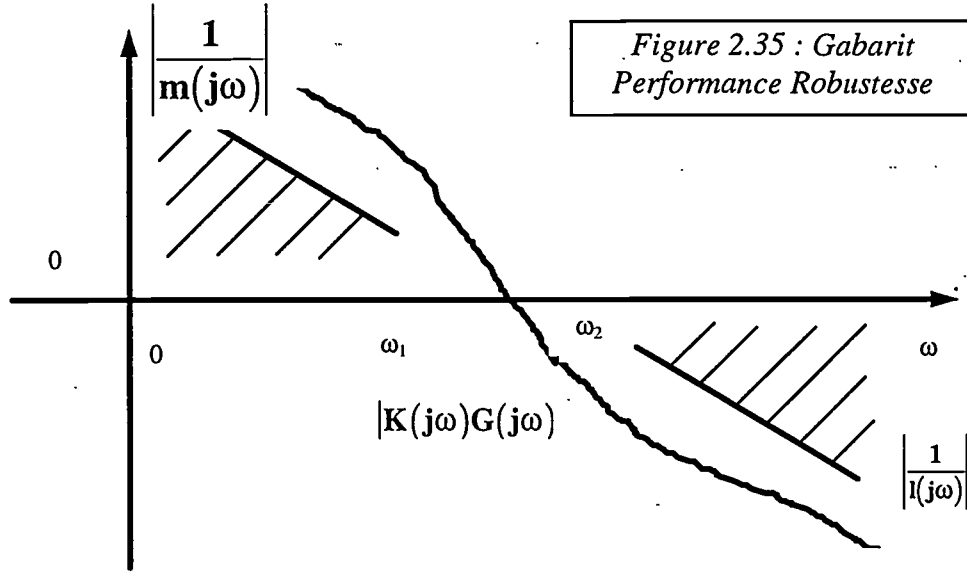


Figure 2.35 : Gabarit Performance Robustesse

L'utilisation de ces graphes doit être vouée à l'analyse et à la synthèse. On apportera des corrections complémentaires en vue d'améliorer la sensibilité et la robustesse, tout en conservant la stabilité et les marges de stabilité.

2.2.2.2.5. ANALYSE DES MARGES

Comme dans le cas précédent, on définit des marges de gain et des marges de phases, et une nouvelle marge appelée marge de module.

C'est une marge qui permet d'assurer que le transfert en boucle ouverte L n'approche pas de point -1 de trop près, même si le transfert L est défini avec une certaine incertitude. BOURLES et AÏOUN dans le chapitre 3 de la Robustesse [OUS2] définissent cette marge de module de la façon suivante :

$$M_m = \inf \left\{ \|1 + L(j\omega)\|, \omega \in \mathcal{R} \right\} \quad \text{ou encore} \quad M_m = \frac{1}{\|S_\infty\|} \quad (2.108)$$

$$\text{La marge de gain } M_g \text{ contient donc l'intervalle} \quad \left[\frac{1}{1 + M_m}, \frac{1}{1 - M_m} \right] \subset M_g \quad (2.109)$$

$$\text{La marge de phase est minorée par } M_p \geq 2 \arcsin \left(\frac{M_m}{2} \right) \quad (2.110)$$

On se référera à l'annexe 2.E.3 pour une démonstration de ces propriétés, ainsi qu'aux paragraphes suivants pour leurs généralisations et leurs applications.

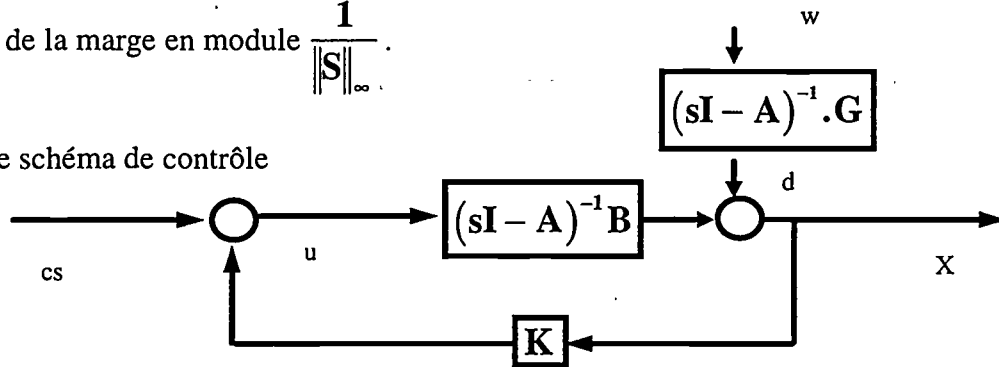
2.2.2.3. ETUDE DANS LE CAS MULTIDIMENSIONNEL - MIMO : METHODE DES SENSIBILITES

Les développements présentés ici ont été publiés, la première fois, dans l'ouvrage "Feedback Control Theory" de DOYLE, FRANCIS et TANNENBAUM [DOY1]

2.2.2.3.1. DEFINITION DES NORMES

On recherche, comme précédemment, les marges de gain et les marges de phases, formulées à partir de la marge en module $\frac{1}{\|S\|_\infty}$.

Soit le schéma de contrôle



X : état, cs : perturbation, u : contrôle
w : perturbation

Figure 2.36 :
Schéma de contrôle

Soit le système contrôlé comme suit : $u = KX$ pour une représentation des équations différentielles : $\dot{X} = AX + Bu + Gw$

Soit le transfert en boucle ouverte $L = K(sI - A)^{-1}B$, (2.111)

on définit les transferts en sensibilité et sensibilité inverse :

Transfert en sensibilité :	Transfert en sensibilité inverse :
Sensibilité du système aux perturbations	Transfert entre consigne et sortie.
$S = (I + K(sI - A)^{-1}B)^{-1}$ (2.112)	$T = S * K(sI - A)^{-1}B$ (2.113)

L'étude des marges de gain et des marges de phases est ainsi déduite des démonstrations fournies en annexe 2.E.3

Marges de gains :

$$Mg \geq 1 + \frac{1}{\|T\|_\infty} \quad (2.114) \text{ ou encore}$$

$$Mg \geq \frac{1}{1 - \frac{1}{\|S\|_\infty}} \quad (2.115)$$

Marges de phases :

$$Mp \geq 2 \sin^{-1} \left(\frac{1}{2\|T\|_\infty} \right) \quad (2.116)$$

$$Mp \geq 2 \sin^{-1} \left(\frac{1}{2\|S\|_\infty} \right) \quad (1.117)$$

2.2.2.3.2. STABILITE

cf paragraphe 2.2.2.1

2.2.2.3.3. PERFORMANCE

Elle est analysée à partir des marges définies précédemment, ou en construisant une fonction de poids W_1 associée au transfert de sensibilité $S = (1 + L)^{-1}$. On souhaite minimiser l'amplitude du transfert entre entrée et erreur.

$$\|W_1 S\|_{\infty} < 1 \Leftrightarrow \|W_1 (1 + L)^{-1}\|_{\infty} < 1 \quad (2.118)$$

$$\forall \omega, |W_1(j\omega)(1 + L(j\omega))^{-1}| < 1 \quad (2.119)$$

$$\Leftrightarrow \forall \omega, |W_1(j\omega)| < |1 + L(j\omega)| \quad (2.120)$$

$$\Leftrightarrow \forall \omega, L \text{ se trouve en dehors du cercle de centre } -1 \text{ et de rayon } |W_1|$$

$L(j\omega)$ n'approche pas $(-1, 0)$ à moins de $|W_1(j\omega)|$

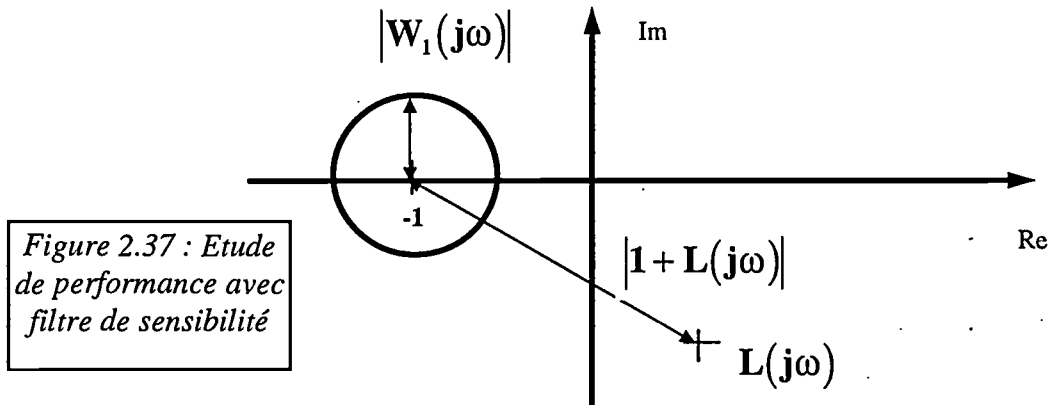


Figure 2.37 : Etude de performance avec filtre de sensibilité

Il est donc facile d'obtenir un renseignement sur la performance simple du système, répondant, de surcroît, à un critère géométrique.

2.2.2.3.4. STABILITE ROBUSTE

Pour un système dont l'incertitude est de forme multiplicative, c'est à dire $\tilde{G} = (1 + \Delta W_2)G$

Montrer que le contrôleur K est un contrôleur stabilisant revient à montrer que $\tilde{G}K$ vérifie les deux conditions du plan de NYQUIST, c'est à dire si lorsque s décrit le contour de NYQUIST, $L(s)$ entoure le point $[-1 ; 0]$ autant de fois que L comporte de modes instables.

Soit W_2 le filtre associé à la fonction de sensibilité inverse et répondant par construction aux hypothèses : ΔW_2 n'apporte pas de pôles sur l'axe imaginaire, pas de pôle à partie réelle positive pour $\tilde{G}$, et $\|W_2 T\|_{\infty} < 1$ (2.121)

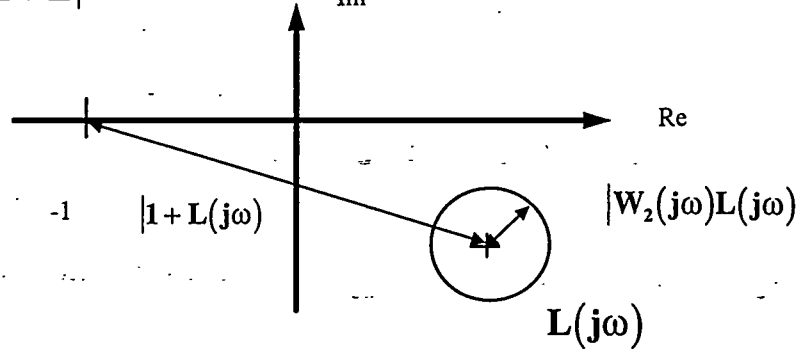
avec $\|\Delta\|_{\infty} < 1$ est un bon critère de stabilité robuste.

La démonstration est fournie en annexe 2.E.2

Cette propriété s'illustre de la manière suivante :

$$\|W_2 T\|_\infty < 1 \Leftrightarrow \left| \frac{W_2 L}{1+L} \right| < 1 \Leftrightarrow |W_2 L| < |1+L| \quad (2.122)$$

Figure 2.38 :
Stabilité robuste par
méthode des sensibilités



Le disque de centre $L(j\omega)$ et de rayon $|W_2(j\omega)L(j\omega)|$ ne contient pas le point $(-1,0)$.
A nouveau, c'est un critère simple et géométrique qui est utilisé.

2.2.2.3.5. PERFORMANCE ET STABILITE ROBUSTE

Le système aura une robustesse éprouvée, tant au niveau de sa stabilité que de ces performances, s'il vérifie la condition : $(\|W_1 S\|_\infty + \|W_2 T\|_\infty) < 1$, (2.124)

c'est-à-dire que l'intersection des deux cercles définis précédemment est vide.

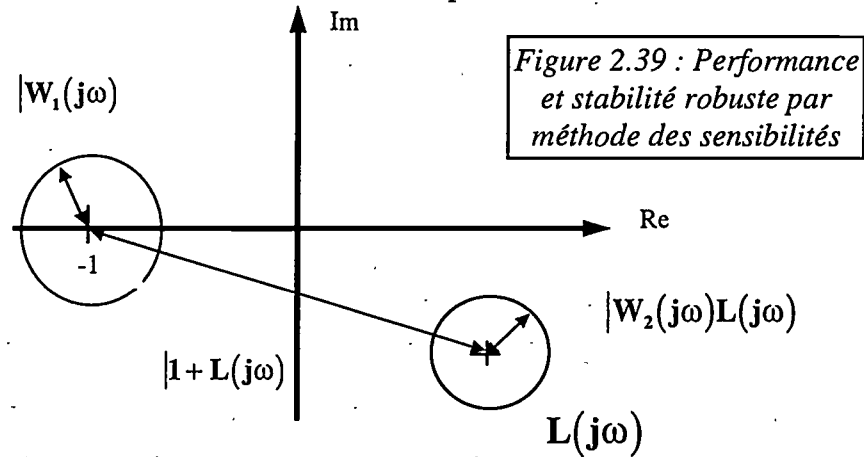


Figure 2.39 : Performance
et stabilité robuste par
méthode des sensibilités

C'est un critère graphique et visuel simple associé au non recouvrement de deux disques. Des exemples concrets prouvant l'intérêt des méthodes de majorants et de sensibilité sont présentés en 2.2.4, à la fin du chapitre, et en annexes 2.E.

2.2.3. ROBUSTESSE DES ALGORITHMES

2.2.3.1. ANALYSE DE CERTAINS ALGORITHMES

CONVENTIONNELS

2.2.3.1.1. LQ ET LQG

Comme on l'a vu précédemment, les algorithmes LQ et LQG font appel à une résolution par méthode de RICCATI, avec recherche de solution positive stabilisante (cf annexe 2.E.4, et la démonstration avec le potentiel de LYAPUNOV), la recherche du contrôle est donc toujours assurée de stabilité.

Pour le LQG, le théorème de séparation garanti une indépendance des phases de recherche de contrôle et de recherche d'estimateur. L'outil pour la recherche de l'estimateur étant également une équation de RICCATI, on est assuré de la stabilité de l'estimateur, dès que l'on a de bonnes matrices de pondérations (ce qui implique une connaissance statistique des signaux aléatoires, et la possibilité d'écrire des matrices de pondération symétriques et symétriques définies positives). Cependant, si la stabilité est assurée, il n'en est pas de même de la robustesse, laquelle dépendra de l'écriture de la fonctionnelle quadratique, et du contenu des matrices de pondération.

En effet, la stabilité robuste de la phase de contrôle n'est assurée que si aucun terme croisé (du type $\mathbf{X}^t \mathbf{N} \mathbf{u}$ entre état et contrôle) n'est contenu dans l'indice de coût. La marge de gain se situe alors dans la plage $[0.5 \quad +\infty[$ et la marge de phase dans $[-60^\circ \quad +60^\circ]$; en fait, le transfert L n'est jamais localisé dans le disque de rayon 1 et centré sur le point $(-1 \quad 0)$. Si l'indice de coût contient des termes croisés $\mathbf{X}^t \mathbf{N} \mathbf{u}$, les marges ne sont plus garanties. Le

contrôle peut même devenir instable si la matrice $\begin{bmatrix} \mathbf{Q} & \mathbf{N} \\ \mathbf{N}^t & \mathbf{R} \end{bmatrix}$ est symétrique, possédant des valeurs propres négatives. L'annexe 2.E.1 apporte une justification théorique de la proposition.

Dans un souci de rendre robuste le contrôleur, obtenu par méthode LQG, on pourra chercher successivement à accroître la stabilité de la reconstruction puis la stabilité du contrôle.

En particulier, si le contrôle n'apporte pas toute satisfaction, il sera alors possible de changer les pondérations de l'indice de coût, jusqu'à remplir les critères de stabilité et de performance retenus. C'est une synthèse itérative avec analyse de la robustesse à chaque étape.

Pour ce qui est de la reconstruction, le contrôleur peut être rendu robuste de la manière suivante : en changeant les variables d'observation, en proposant un autre jeu de variables en particulier, ou en affinant les matrices de pondérations obtenues à partir des propriétés statistiques des signaux aléatoires.

Méthode LQG/LTR

C'est une méthode ayant pour base la méthode LQG, et qui permet la recherche d'un contrôleur robuste par modification de l'indice de coût et de ses pondérations, de manière à vérifier les critères d'encadrement tels que ceux définis en parties 2.2.2.2.

L'indice de coût peut en particulier être paramétré de la manière suivante :

$$J = \frac{E}{2} \left[\int_0^{\infty} (qY^t Y + \rho u^t u) dt \right], \quad (2.125)$$

la robustesse est ensuite conquise en faisant varier les paramètres q et ρ . C'est donc une méthode itérative pour laquelle la construction du contrôle est sans cesse soumise à l'analyse de la robustesse.

C'est en particulier la méthode qu'ont employée LYNCH et BANDA sur le contrôle d'une structure complexe, de type treillis [LYN].

Il est possible d'apporter plus d'informations sur la robustesse des contrôles obtenus par méthode LQG. Cependant, le contenu d'informations est relativement pauvre, et l'énergie à fournir grande. Des auteurs ont en particulier progressé dans ces voies comme LEHTOMAKI [LEH], en développant des aspects algébriques et numériques des formulations et des résolutions, mais nous ne ferons pas état de leurs travaux ici.

2.2.3.1.2. SYNTHÈSE H2

Pour la synthèse H2, le principe est le même que pour la méthode LQG. Cependant, on ne peut pas intervenir directement sur les matrices de pondérations, puisqu'elles sont immuables dès que l'on a choisi la formulation : (cf paragraphe 2.1.3.2.2)

La robustesse pourra en revanche être modifiée, en changeant le contenu des vecteurs d'observation et de contrôle. Deux types de changements peuvent être proposés :

- adjonction ou retrait d'une composante supplémentaire.
- pondérations des composantes des vecteurs. (passage de 2.217 à 2.218)

Ainsi le vecteur d'observation initialement composé de la sorte (2.127) peut être modifié en un nouveau vecteur d'observation (2.128)

$$Y_1^t = [y_{11} \quad y_{12} \quad y_{13}] \quad (2.127) \qquad Y_1^t = [\alpha y_{11} \quad \beta y_{12} \quad \gamma y_{13} \quad \delta y_{14}] \quad (2.128)$$

Remarque à propos de la séparation reconstruction-contrôle :

Une fois encore, le théorème de séparation permet de confirmer séparément la robustesse de la partie propre à la recherche du contrôle, ou la partie propre à la reconstruction d'état.

Exemple numérique :

Pour un système quart de véhicule (modèle n°6 - voir annexe 2.B.2), dont on cherche à réduire l'accélération de la masse supérieure.

$$\text{Soit le vecteur d'observation} \quad Y_1 = [x_2 - x_1 \quad \beta \ddot{x}_2]^t \quad (2.129)$$

$$\text{Soit le vecteur de contrôle} \quad Y_2 = \gamma_1 \cdot (x_2 - x_1) + \gamma_2 \cdot \ddot{x}_1 \quad (2.130)$$

Présenté dans la partie 2.1.3.2 traitant de la synthèse H2.

On étudie l'évolution des valeurs propres liées à la reconstruction d'état, en fonction des paramètres γ_1 et γ_2 .

γ_1	1	100	1	100
γ_2	1	1	10	0.01
Plus grande partie réelle de valeur propre	-3.18^e-3	-1.43^e-3	-2.91^e-7	-2.77^e-15
Plus petite valeur singulière de la reconstruction	1.14^e-5	1.12^e-6	5.35^e-14	2.46^e-15

On constate que pour certaines variables, les parties réelles de valeurs propres peuvent complètement chuter, entraînant une robustesse presque inexistante. L'opérateur devra donc porter attention à cette phase de reconstruction, en choisissant les composantes de la variable d'observation. Une phase de reconstruction d'état sera donc achevée quand conjointement on obtiendra de bonnes performances (les variables d'observations permettent de reconstruire fidèlement l'état) et une bonne stabilité (les valeurs propres associées à la reconstruction d'état sont éloignées du demi-plan droit).

2.2.3.1.3.SYNTHESE H_∞

NB : pour cette synthèse, les recherches de contrôleur et de reconstruction d'état sont couplées.

Les mêmes constatations que celles formulées pour la synthèse H_2 sont ici répétées. Une remarque de taille toutefois, celle de P.de LARMINAT: "*La robustesse attribuée aux commandes par optimisation H_∞ résulte bien plus de l'usage des modèles standards et des pénalisations multiples qu'ils peuvent incorporer que de la nature profonde de la norme H_∞* ". La robustesse ne pourra être obtenue qu'en modifiant les composantes des vecteurs d'observation et de contrôle, la méthode des sensibilités, définie dans la partie 2.2.2.3 est particulièrement bien adaptée à l'analyse de la robustesse du contrôle (stabilité robuste et performance robuste). (passage de 2.147 à 2.148)

En fait, la robustesse du contrôle est appréciée et ajustée par la personne en charge du contrôle, des matrices de pondérations et compositions des vecteurs d'observation et de contrôle.

2.2.3.1.4.CONCLUSION SUR LES ALGORITHMES PRECEDENTS

Toutes les méthodes permettent une certaine robustesse du contrôle et de la reconstruction, utilisant les mêmes outils que sont les matrices Hamiltoniennes et les équations de RICCATI. C'est alors à la personne en charge du contrôle de préciser ces applications, ces objectifs de stabilité, de performance et de robustesse. Finalement, le choix des algorithmes importe moins.

Enfin, seule la méthode LQ sans couplage entre état et action assure des marges de gains et des larges de phases confortables. Pour les autres algorithmes, ou sous d'autres hypothèses, l'étude de la robustesse est nécessaire, pour chaque contrôleur.

2.2.3.1.5.LES AUTRES ALGORITHMES

Notre connaissance des autres algorithmes permettant la synthèse de contrôleur est trop restreinte pour nous permettre de juger de la robustesse du contrôle. Notre connaissance de la bibliographie est limitée à une mise en garde relative à la méthode CRONE, spécialement conçue de manière à garantir ces contrôles. Cette méthode est toutefois complexe, et il est

même constaté, selon LANDAU, une trop grande sensibilité sur les polynômes de sensibilité et sensibilité inverse.

[BER]

2.2.3.2. LE MULTILOIS

Notre contribution originale relative au contrôle multilois se poursuit ici par des justifications de stabilité et de robustesse. C'est ce que nous réalisons dans les pages suivantes, en utilisant les outils présentés en début de partie 2.2. Nous apportons ici quelques démonstrations qui mériteraient d'être ultérieurement complétées voire simplifiées.

Soit le multilois, tel qu'il a été présenté en partie 2.1.7

$$\dot{\mathbf{X}} = \mathbf{A}\mathbf{X} + \mathbf{B}\mathbf{u} + \mathbf{G}\mathbf{w}$$

Loi optimale dans le cas 1 : $\mathbf{u}_1 = \mathbf{K}_1\mathbf{X}$ (2.131)

Loi optimale dans le cas 2 : $\mathbf{u}_2 = \mathbf{K}_2\mathbf{X}$ (2.132)

Multilois : $\mathbf{u} = \alpha \cdot \mathbf{u}_1 + (1 - \alpha) \cdot \mathbf{u}_2$ (2.133)

Remarque :

L'annexe 2.F.2 précise que le théorème de séparation est toujours valable pour le contrôle multilois, que ce dernier soit composé d'une combinaison linéaire de 2 ou de n lois optimales pour lesquelles le théorème de superposition est chaque fois valable.

2.2.3.2.1. ANALYSE DE LA STABILITE

C'est l'analyse de la stabilité du système pour tout $\alpha \in [0, 1]$.

$$\dot{\mathbf{X}} = [\mathbf{A} + \alpha\mathbf{B}\mathbf{K}_1 + (1 - \alpha)\mathbf{B}\mathbf{K}_2]\mathbf{X} + \mathbf{G}\mathbf{w}$$
 (2.134)

On pourrait s'assurer de la stabilité numérique du contrôle en recherchant pour tout α compris entre 0 et 1 la plus grande partie réelle associée à la matrice $\mathbf{A} + \alpha\mathbf{B}\mathbf{K}_1 + (1 - \alpha)\mathbf{B}\mathbf{K}_2$. Si cette partie réelle est plus grande que 0, on saurait détecter immédiatement l'instabilité du système.

Cette étude est intéressante, mais nous avons trouvé une démonstration algébrique dans le cas de l'utilisation de lois de contrôle optimum (démonstration complète en annexe 2.F.3). Elle repose sur la stabilité d'un système contrôlé établie à partir d'un potentiel de LYAPUNOV (cf annexe 2.E.4)

Soit le vecteur de contrôle $\mathbf{u}$ pour un multilois :

$$\mathbf{u} = \alpha \cdot \mathbf{u}_1 + (1 - \alpha) \cdot \mathbf{u}_2$$
 (2.135)

$$\mathbf{u} = \mathbf{K}\mathbf{X} \quad \text{avec} \quad \mathbf{K} = \alpha \cdot \mathbf{K}_1 + (1 - \alpha) \cdot \mathbf{K}_2$$
 (2.136)

Sous l'hypothèse que les matrices de pondérations intervenant dans l'écriture de la fonctionnelle quadratique sont identiques, le retour d'état s'écrit pour le système multilois :

$$\mathbf{K} = -\mathbf{R}^{-1}\mathbf{B}^t(\alpha \cdot \mathbf{P}_1 + (1 - \alpha) \cdot \mathbf{P}_2)\mathbf{X} = -\mathbf{R}^{-1}\mathbf{B}^t\mathbf{P}\mathbf{X}$$
 (2.137)

avec $\mathbf{P} = \alpha \cdot \mathbf{P}_1 + (1 - \alpha) \cdot \mathbf{P}_2$. (2.138)

En terme de potentiel de LYAPUNOV, le potentiel associé au multilois est :
 $V(\mathbf{X}) = \mathbf{X}^t \cdot \mathbf{P} \cdot \mathbf{X}$.

Avec $V(\mathbf{X}) = \mathbf{X}^t \cdot (\alpha \cdot \mathbf{P}_1 + (1 - \alpha) \cdot \mathbf{P}_2) \cdot \mathbf{X}$ (2.139)

$$V(\mathbf{X}) = \alpha \cdot \mathbf{X}^t \cdot \mathbf{P}_1 \cdot \mathbf{X} + (1 - \alpha) \cdot \mathbf{X}^t \cdot \mathbf{P}_2 \cdot \mathbf{X} \quad (2.140)$$

$$V(\mathbf{X}) = \alpha \cdot V_1(\mathbf{X}) + (1 - \alpha) \cdot V_2(\mathbf{X}) \quad (2.141)$$

On conclut sur la stabilité du système multilois, en remarquant que

Si $V(\mathbf{X}) = \alpha \cdot V_1(\mathbf{X}) + (1 - \alpha) \cdot V_2(\mathbf{X})$

$V_1(\mathbf{X})$ est potentiel de LYAPUNOV

$V_2(\mathbf{X})$ est potentiel de LYAPUNOV

Alors $\forall \alpha \in [0 \ 1]$ $V(\mathbf{X})$ est aussi potentiel de LYAPUNOV, assurant la stabilité du système contrôlé par multilois.

- En fait, la démonstration peut être généralisée pour le cas où les deux lois optimales sont établies avec des fonctionnelles quadratiques contenant des couplages entre action et état, dans la mesure où les matrices de pondération des actions (R_1 et R_2) sont proportionnelles.

Remarque 1 :

Cette condition de proportionnalité n'est pas tellement restrictive dans la mesure où il est fréquent de choisir pour pondération de l'action le résultat d'une multiplication de la matrice unité à un scalaire strictement positif.

Remarque 2 :

Ce critère est facilement généralisable à un multilois qui utiliserait une combinaison linéaire de plus de deux lois optimales ; le potentiel $V(\mathbf{X})$ serait toujours potentiel de LYAPUNOV.

2.2.3.2.2. POUR LA STABILITE ROBUSTE,

Un critère de sensibilité a été recherché, il s'énonce comme suit, en utilisant les méthodes précédemment citées d'analyse de la stabilité robuste au moyen des filtres de sensibilité :

Soient deux filtres de sensibilité :

W_{21} tel que $\|W_{21}T_1\|_\infty < 1$, et W_{22} tel que $\|W_{22}T_2\|_\infty < 1$; T_1 (respectivement T_2) étant la fonction de sensibilité inverse pour le contrôle optimum formulé avec la loi 1 (respectivement loi 2).

Un filtre W_2 satisfaisant aux conditions de stabilité robuste sera défini par
 $|W_2|^{-1} = \max(|W_{21}|^{-1}, |W_{22}|^{-1})$

vérifiera $\|W_2T\|_\infty < 1$, et sera donc un bon filtre de sensibilité, garantissant la stabilité robuste. Pour l'intégralité des démonstrations, on se reportera à l'annexe 2.F.3.

$$\text{Soit } T_1 = L_1(I + L_1)^{-1}, \quad T_2 = L_2(I + L_2)^{-1} \quad (2.142)$$

$$\text{Pour le multilois :} \quad L = \alpha L_1 + (1 - \alpha) L_2 \quad (2.143)$$

$$\text{vu que } \alpha \in [0 \quad 1] \quad \bar{\sigma}(L) \leq \alpha \bar{\sigma}(L_1) + (1 - \alpha) \bar{\sigma}(L_2), \quad (2.144)$$

$$\text{Et par majoration,} \quad \bar{\sigma}(L) \leq \max(\bar{\sigma}(L_1), \bar{\sigma}(L_2)) \quad (2.145)$$

Si $\bar{\sigma}(L) \ll 1$, ce qui arrive en Hautes fréquences, dès que $\bar{\sigma}(T) < 0\text{dB}$,

$$\bar{\sigma}(T) \approx \bar{\sigma}(L) \quad (2.146)$$

Donc pour les hautes fréquences :

$$\bar{\sigma}(T) \approx \bar{\sigma}(L) \leq \max(\bar{\sigma}(L_1), \bar{\sigma}(L_2)) \approx \max(\bar{\sigma}(T_1), \bar{\sigma}(T_2)) \quad (2.147)$$

Un filtre W2 défini par l'équation 2.148

$$|W_2(j\omega)|^{-1} = \text{Sup}(|W_{21}(j\omega)|^{-1}, |W_{22}(j\omega)|^{-1}) \quad (2.148)$$

sera un bon filtre assurant la stabilité robuste.

Remarque 1 :

Aucune restriction n'est postulée sur les contrôles des lois optimales

Remarque 2 :

Ce critère s'applique et se généralise si le multilois utilise une combinaison linéaire de plus de deux lois optimales.

2.2.3.2.3. ANALYSE DE LA PERFORMANCE ROBUSTE

Aucun critère permettant d'assurer la performance robuste n'a été trouvé pour le moment. Aussi, propose-t-on de dessiner graphiquement, et pour tout α , la plus grande valeur propre de la fonction de sensibilité S.

Le filtre de sensibilité W_1 qui pourra être retenu, pour le contrôle multilois, devra majorer l'enveloppe du faisceau de courbes de norme du transfert de sensibilité obtenues pour différentes valeurs de α variant de 0 à 1 (cf annexe 2.F.3). Ce critère reste un critère numérique, applicable facilement dans le cas où le système possède une seule action. Le problème est plus complexe dans les autres cas.

Globalement, le multilois est un contrôle facile à élaborer et à analyser puisqu'il utilise les propriétés des lois de contrôle optimales composées et utilisées pour la combinaison linéaire. Pour le réglage du calculateur flou, la présence d'un expert du comportement du système est requise. A propos des performances, on peut d'ores et déjà insister sur le fait que ce contrôleur est spécialement bien adapté au contrôle de voiture ferroviaire.

En conclusion, l'analyse de la stabilité, performance, et robustesse du multilois n'est pas très complexe, mais elle ne s'appuie pas toujours sur des critères algébriques. De plus, cet algorithme de multilois est "ouvert", pouvant accueillir nombre de lois dans sa combinaison linéaire ; les critères découverts de stabilité et de robustesse pourront toujours s'appliquer.

NB : toutes les démonstrations ou recherches de sensibilités ont été proposées en annexe dans le cas d'un multilois établi à partir de deux lois distinctes. Toutefois, l'intégralité de ces démonstrations peut s'étendre aux cas où le multilois serait composé avec plus de deux lois.

2.2.4. ETUDE DES DEPHASAGES ET DES RETARDS

2.2.4.1. NATURE DU RETARD

Dans le système mécanique réel peut naître un certain retard entre la mesure de l'état du système et l'application d'une force proportionnelle à cet état mesuré.

$$\dot{X}(t) = AX(t) + Bu(t) + Gw(t) \quad \text{et} \quad u(t) = K.X(t - \tau) \quad (2.149)$$

$$X = (sI - A - BK \exp(-\tau s))^{-1} Gw \quad (2.150)$$

La nature de ce retard est généralement liée à la dynamique de l'actionneur, ou au temps nécessaire à l'établissement de la consigne, au traitement des signaux.

L'estimation du retard admissible par le système contrôlé est une connaissance importante dans la mesure où le retard est susceptible de déstabiliser le système.

C'est pourquoi on définit une marge de retard appelée M_r , et qui renseigne sur le comportement du système en boucle fermée.

Définition de la Marge de retard

Elle est définie comme étant la borne supérieure des retards purs tels que le contrôleur préalablement défini déstabilise le processus retardé en boucle fermée.

$$M_r = \min \left\{ \frac{\Phi_i}{\omega_i} \right\}, \text{ où } \forall i, \begin{cases} |L(j\omega_i)| = 1 \\ \arg(L(j\omega_i)) = \pi + \Phi_i, \dots, 0 < \Phi_i < 2\pi \end{cases} \quad (2.151)$$

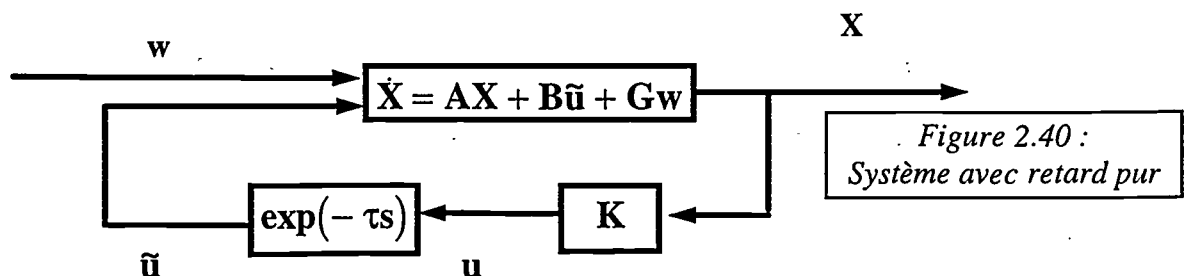
2.2.4.2. APPROCHE PAR FILTRE DE PADE

Dans l'écriture des transferts, le retard pur peut être approché par un filtre de PADE (cf annexe 2.A.2), dont la fonction de transfert est un développement limité d'exponentiel :

celui de la fraction

$$\frac{\exp\left(-\frac{\tau s}{2}\right)}{\exp\left(\frac{\tau s}{2}\right)} \quad (2.152)$$

L'introduction d'un filtre modifie profondément le diagramme de contrôle, en faisant apparaître sur le plan complexe de NYQUIST des branches partant de zéros situés dans le demi-plan gauche, à des abscisses très grandes, pour se diriger vers des pôles situés dans le demi-plan droit, à des abscisses très grandes, comme l'indique MARET [MAR]. Le schéma de contrôle peut alors se mélanger à ces branches asymptotiques, et définir un gain limite en asservissement par exemple, au delà duquel le système devient instable.



On analyse la stabilité du système bouclé, contenant le filtre de PADE.

Le filtre de PADE est représenté sous la forme espace-état par les relations :

$$\begin{cases} \dot{\tilde{\mathbf{X}}} = \tilde{\mathbf{A}}\tilde{\mathbf{X}} + \tilde{\mathbf{B}}\mathbf{u} \\ \tilde{\mathbf{u}} = \tilde{\mathbf{C}}\tilde{\mathbf{X}} + \tilde{\mathbf{D}}\mathbf{u} \end{cases} \quad (2.153)$$

le système est contrôlé par retour proportionnel à l'état $\mathbf{u} = \mathbf{K}\mathbf{X}$

$$\text{Soit le système fermé : } \begin{pmatrix} \dot{\mathbf{X}} \\ \dot{\tilde{\mathbf{X}}} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \mathbf{A} + \mathbf{B}\tilde{\mathbf{D}}\mathbf{K} & \mathbf{B}\tilde{\mathbf{C}} \\ \tilde{\mathbf{B}}\mathbf{K} & \tilde{\mathbf{A}} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \mathbf{X} \\ \tilde{\mathbf{X}} \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} \mathbf{G} \\ \mathbf{0} \end{pmatrix} \mathbf{w} \quad (2.154)$$

L'analyse de la stabilité de la matrice (2.155) pour différentes valeurs de τ (les matrices indicées $\sim$ dépendent toutes de τ), permet de prédire la marge de retard. Quel que soit $\tau < \tau_{\min}$, les valeurs propres sont toutes à parties réelles strictement négatives, pour $\tau = \tau_{\min}$, une valeur propre instable apparaît.

$$\begin{pmatrix} \mathbf{A} + \mathbf{B}\tilde{\mathbf{D}}\mathbf{K} & \mathbf{B}\tilde{\mathbf{A}} \\ \tilde{\mathbf{B}}\mathbf{K} & \tilde{\mathbf{A}} \end{pmatrix} \quad (2.155)$$

2.2.4.3. APPROCHE ALGEBRIQUE

Elle est liée à la recherche des solutions de l'équation transcendante

$$\det(\mathbf{A} - s\mathbf{I} + \mathbf{B}\mathbf{K} \exp(-s\tau)) = 0 \quad (2.156)$$

On peut visualiser sur un graphe l'évolution de la valeur propre ayant la plus grande partie réelle. En fonction de τ , cette valeur propre aura une partie réelle s'approchant de 0, au point d'entraîner une instabilité du système pour $\tau_{\max}$.

On peut aussi se servir tout simplement de la définition des marges de retard.

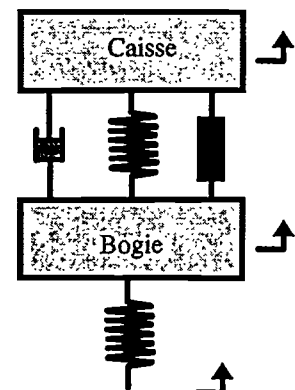
2.2.4.4. CONCLUSION

L'existence du retard pur peut être constatée a posteriori sur le système réel, on utilise alors les outils de marges ou les analyses algébriques pour vérifier la stabilité. On peut également, par une connaissance a priori du retard, construire un filtre de PADE en entrée de contrôle, sur le schéma algébrique classique, et synthétiser un contrôle pour ce système modifié.

2.2.5. EXEMPLES NUMERIQUES

Les exemples numériques suivants sont proposés pour un système à 2 degrés de liberté aussi appelé modèle « quart de caisse » (modèle n°5 - voir annexe 2.B.2)

Figure 2.41 :
Système à 2ddl



Représentation du modèle en boucle ouverte :

$$L = K(sI - A)^{-1}B \quad (2.157)$$

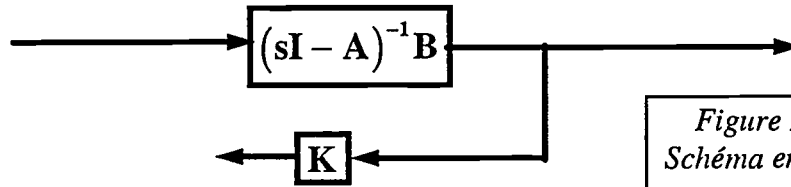


Figure 2.42 :
Schéma en boucle
ouverte

2.2.5.1. RECHERCHE DE MAJORANTS

On trace sur la courbe suivante le module du transfert $L(j\omega)$ en fonction de la pulsation ω , puis on recherche deux filtres encadrants pour les basses et hautes fréquences.

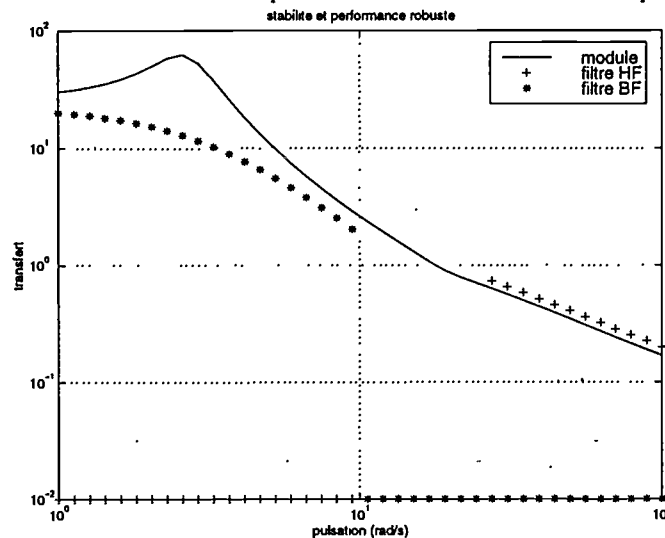


Figure : 2.43a
Module de L en
fonction de la
pulsation ω

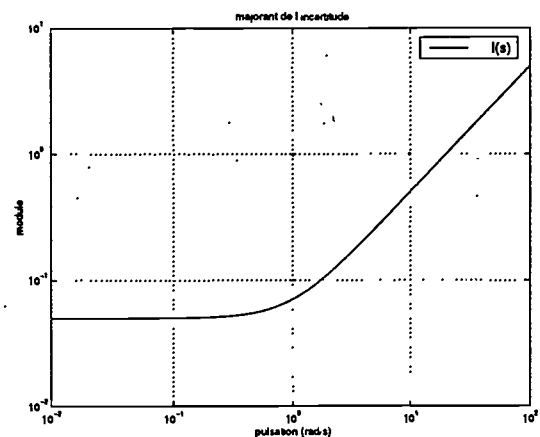
Les majorants suivants satisfont les propriétés présentées dans le paragraphe 2.2.2.1

pour les basses fréquences : ($\omega < 10$ rad/s)
$$\frac{200}{(3+s)^2} = \frac{1}{|m(s)|}$$

pour les hautes fréquences : ($\omega > 25$ rad/s)
$$\frac{20}{1+s} = \frac{1}{|l(s)|}$$

Le majorant de l'incertitude $l(s)$ a donc la forme suivante :

Figure 2.43b :
Module du transfert du
majorant $l(s)$



On constate que ces filtres conviennent pour la définition de la performance robuste, en particulier en hautes fréquences. Si on propose maintenant un deuxième contrôle « actif2 », apportant de meilleurs résultats en terme de réduction de valeurs RMS de déplacement de la masse supérieure, apportant de meilleures performances (figure 2.44), on souhaite vérifier que les deux filtres encadrants sont toujours valables pour ce contrôle (figure 2.45) m(s) et l(s).

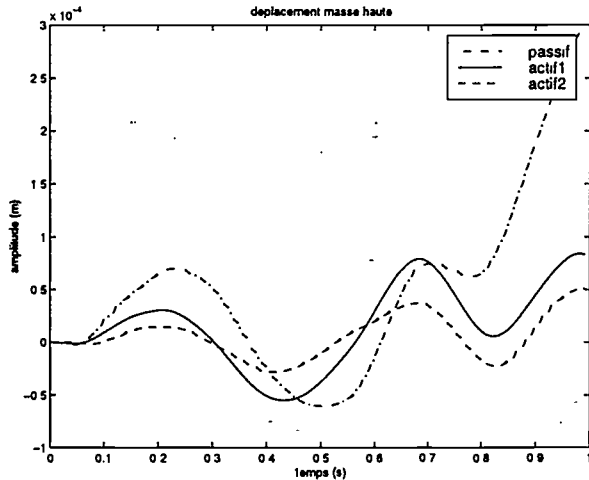


Figure 2.44 :
Déplacement de la masse supérieure

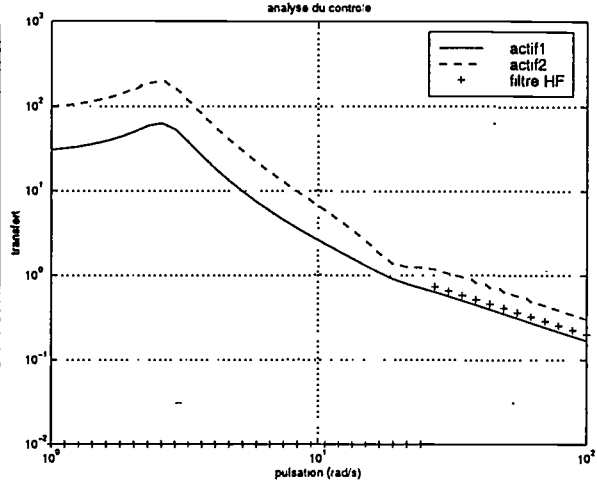


Figure 2.45 :
Analyse de plusieurs contrôles

Analyse de la variance du déplacement de la masse haute pour deux contrôles différents.

	Passif	Contrôle actif 1	Contrôle actif 2
Variance de la masse haute	2.27×10^{-9}	9.14×10^{-10}	3.55×10^{-10}

On constate que ce deuxième contrôle ne satisfait plus la propriété de robustesse en hautes fréquences, sa réponse fréquentielle a un module supérieur à celui de $\left| \frac{1}{l(s)} \right|$. Ce deuxième contrôle ne pourra pas être appliqué à la structure mécanique, sans inquiétude, puisqu'il ne vérifie plus les contraintes de robustesse.

2.2.5.2. ETUDES DES SENSIBILITES

Pour le même modèle que précédemment, on construit maintenant un troisième contrôle, dans l'objectif de réduire les accélérations de la masse supérieure. Cette fois, la fonctionnelle quadratique contient un terme de combinaison entre l'état du système X et l'action u. Comme indiqué dans le paragraphe 2.2.3.1. les marges de gain et marges de phases ne sont plus assurées.

On étudie les transferts en boucle ouverte, sensibilité et sensibilité inverse.

$$L = K(sI - A)^{-1}B, \quad S = (I + L)^{-1}, \quad T = LS$$

Visualisation des effets du contrôle sur une réponse temporelle :

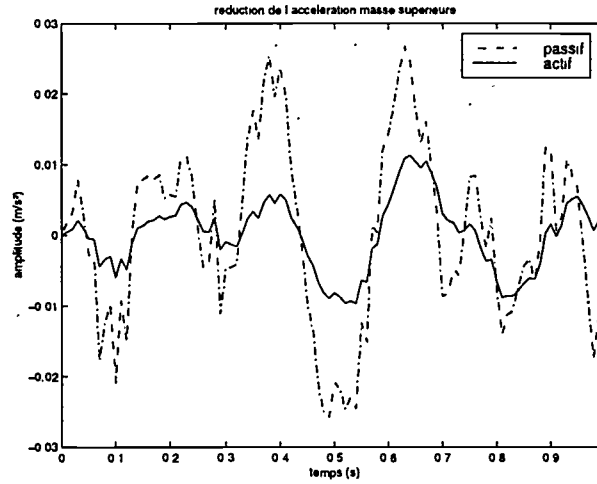


Figure 2.46 :
Accélération de la
masse supérieure

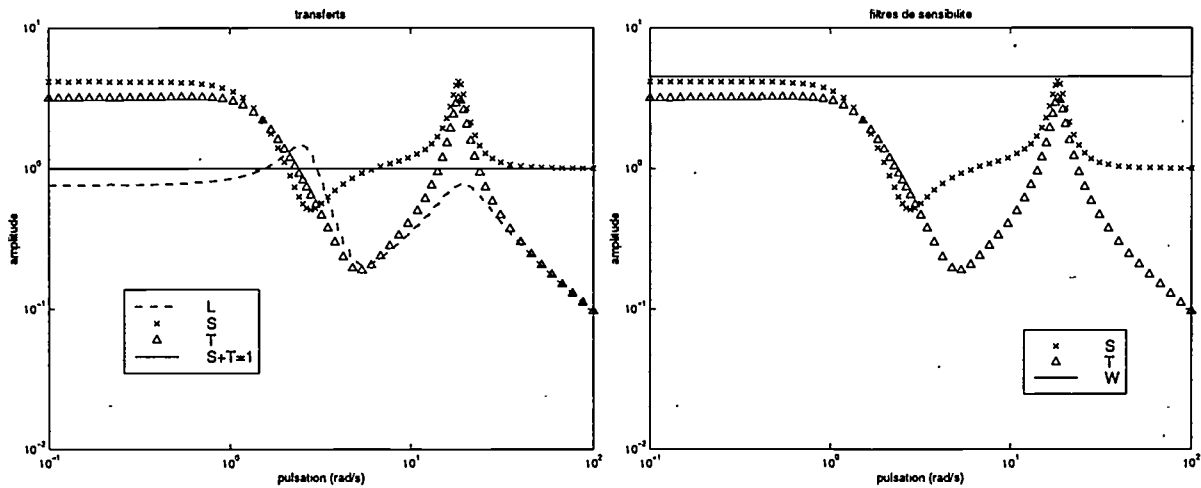


Figure 2.47 : Etude des modules de transferts
et détermination de filtres de sensibilité.

Les filtres constants : $W_1(s) = W_2(s) = 1/4.5$ (2.158)

permettent de vérifier les deux relations : $\|W_1 S\|_\infty < 1$ et $\|W_2 T\|_\infty < 1$

Pour l'étude de la stabilité et de la performance robuste, on pourra considérer des filtres

$W_1'(s) = W_2'(s) = 1/9$, vérifiant $(\|W_1' S\|_\infty + \|W_2' T\|_\infty) < 1$ (2.159)

Pour ce contrôle, la marge de gain, et la marge de phase peuvent être approchées :

$$Mg \geq \frac{1}{1 - \frac{1}{\|S\|_\infty}} \geq 1.28, \quad Mp \geq 2a \sin^{-1} \left(\frac{1}{2\|S\|_\infty} \right) \geq 12.7^\circ \quad (2.160)$$

Ce qui est faible comparé aux marges de gain et de phase pour un contrôle LQ sans pondération croisée entre action et état. Lequel contrôle garantirait en effet une marge de gain de $([0.5 \infty)$ et une marge de phase supérieure à 60° .

2.2.5.3. ETUDE DES INCERTITUDES

Il a été déterminé, dans le paragraphe précédent, un filtre $W_2=1/4.5$, garantissant une performance robuste pour tous les systèmes de type : $\tilde{G} = G(1 + \Delta W_2)$, avec $\|\Delta\|_\infty < 1$

On conserve le contrôle $u = KX$, déterminé pour le cas précédent, et on s'interroge sur les incertitudes structurées admissibles par ce modèle et ce contrôle.

Pour se faire, on trace les bornes supérieures et inférieures que peuvent atteindre $\tilde{L} = K\tilde{G}$

$$L_{\max} = KG\left(1 + \frac{1}{4.5}\right), L_{\min} = KG\left(1 - \frac{1}{4.5}\right) \quad (2.161)$$

On trace ensuite le transfert en boucle ouverte L pour des systèmes connaissant diverses incertitudes structurées.

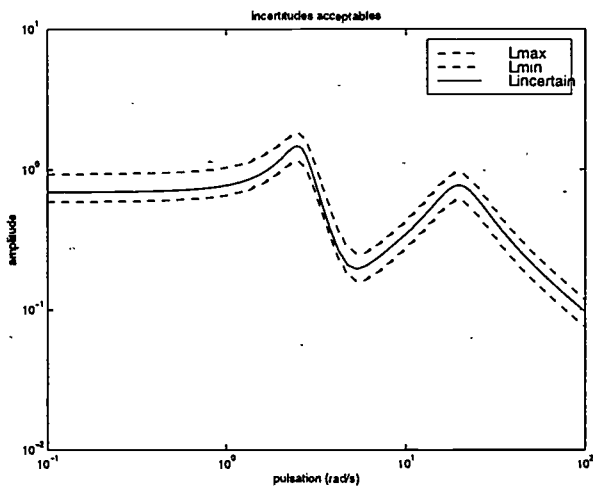


Figure 2.48 : Système connaissant un accroissement de la raideur secondaire de 10% et un accroissement de masse de caisse de 10%

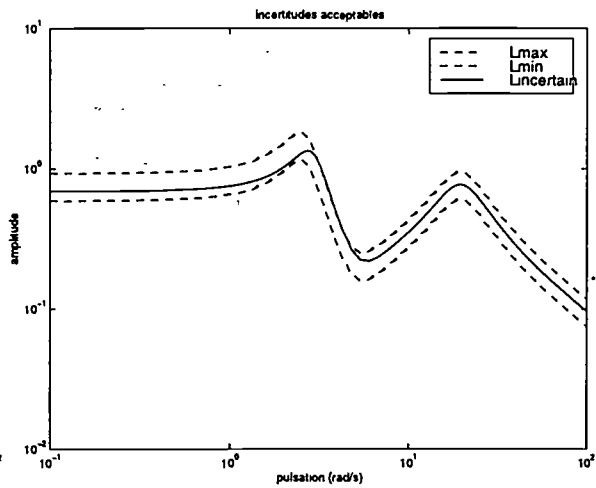


Figure 2.49 : Système connaissant un accroissement de la raideur secondaire de 10% et une réduction de masse de caisse de 10%

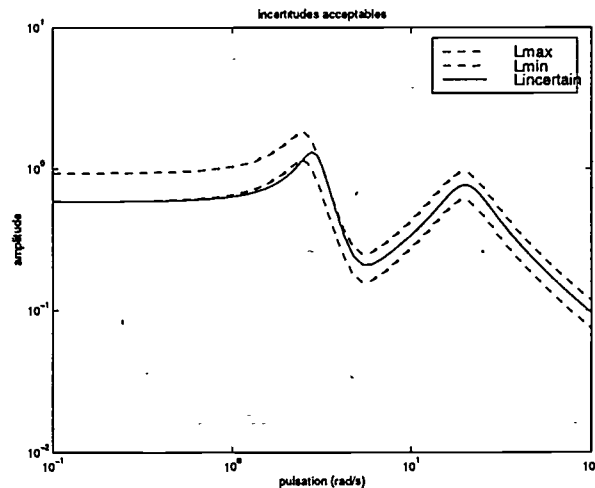


Figure 2.50 : Système connaissant une variation de 30% de la raideur secondaire : cette fois, le transfert L n'est plus dans le tube délimité par $L_{\min}$ et $L_{\max}$.

Les systèmes connaissant des variations de l'ordre de 10% des masses et des raideurs permettent toujours d'obtenir des performances honorables, c'est ce que prouvent ces réponses temporelles d'accélération de la caisse, pour un système connaissant un accroissement de 10% de la raideur secondaire et une réduction de 10% de la masse de la caisse.

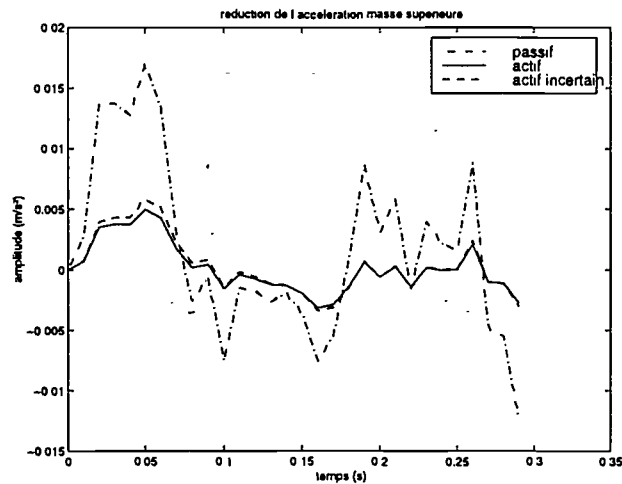


Figure 2.51 :
Analyse temporelle pour un système connaissant un accroissement de 10% de la raideur secondaire et une réduction de 10% de la masse de la caisse

Remarque :

On se référera à l'annexe 2.E.5 pour une présentation de systèmes algébriques modifiés par intégration d'incertitudes structurées.

2.2.5.4. ETUDE DU RETARD

La marge de retard, telle que définie dans le paragraphe 2.2.4 est calculée pour le dernier modèle présenté. Deux fréquences portent à 1 le module de L :

Module de L	1	1
Pulsations (rad/s)	1.51	2.98
Argument de L (rad)	0.51	1.30
Détermination de l'angle Φ	2.63 rad	4.44 rad
Ratio Q/ω	1.74	0.617

La marge de retard est donc estimée à 0.617 s

NB : la marge de retard est souvent limitée par le comportement des modes de pulsations élevées, plus que des modes de pulsation basse, comme l'illustre cet exemple. Dans le cas de contrôle actif de véhicule ferroviaire, le plus grand risque, s'il y a présence d'un retard pur, est de venir déstabiliser les modes liés aux suspensions primaires.

2.3. CONCLUSION

Ce paragraphe relatif aux approches théoriques du contrôle a permis de rechercher des algorithmes de synthèse de lois de contrôle, et d'utiliser des outils qualifiant la robustesse des contrôles.

La connaissance de diverses synthèses, et leur analyse comparative permet de s'aguerrir pour affronter simulations et approches expérimentales : présentation des lois optimales obtenues par méthode LQ, LQG, H2 et H_∞ ; étude de critères de comparaisons, et des extensions des divers algorithmes pour les études des contrôles actifs pré-informés, sous optimaux, skyhook... L'analyse des effets de certains contrôles est présentée tant dans le domaine temporel que dans le domaine fréquentiel avec l'étude des distorsions des transferts. La connaissance précise de ces synthèses et des divers algorithmes a autorisé des analyses et extensions vers le contrôle optimal non linéaire par saturations des caractéristiques de l'action (saturation de la force, de la puissance et contrôle semi-actif). Enfin, dans l'objectif de proposer l'algorithme le plus adapté au contrôle de suspensions ferroviaires transversales, avec changement des objectifs de contrôle au cours du temps, nous contribuâmes à l'établissement d'un nouveau contrôle nommé multilois, contrôle adaptatif utilisant une combinaison linéaire de lois de contrôle optimales et des pondérations issues d'un traitement par logique floue.

L'étude de la robustesse des systèmes et la recherche de critères assurant stabilité, stabilité robuste, performance robuste, a permis de mieux qualifier les contrôles : ce sont les marges de phases, et les techniques d'automatique de méthodes utilisant des majorants et des sensibilités combinés avec des polynômes ou transferts des fonctions de sensibilité et de sensibilité inverse. Ces critères ont en particulier été utilisés pour démontrer la stabilité et la stabilité robuste de la commande multilois (sous certaines restrictions). Pour la performance robuste du multilois, aucun critère généralisable satisfaisant n'a encore été trouvé. La stabilité des autres algorithmes a été étudiée à partir de données bibliographiques.

Même si ces études de robustesse sont encore incomplètes, nous espérons, par le présent mémoire, sensibiliser à l'importance de ces recherches pour l'établissement de contrôles.

Concernant les lois de contrôle, il est délicat de faire un choix exhaustif d'une loi au détriment d'une seconde... Nous privilégierons pour les tests de simulations et les essais en grandeur nature différentes lois : les lois optimales, les lois sous optimales, les lois de contrôle semi-actif... Toutes ces lois, établies pour optimiser un critère pour le comportement d'un système dans son environnement peuvent apporter des résultats de performances intéressants. Il faut ensuite étudier la robustesse du contrôle et, étape ultime, veiller à sa réalisation pratique. A ce titre, les lois de contrôle sous optimales, avec ou sans reconstruction, sont à privilégier.

3. PARTIE 3 : SIMULATIONS DE SUSPENSIONS ACTIVES DANS UN CONTEXTE FERROVIAIRE

Cette troisième partie sera réservée à la présentation des modèles ferroviaires, et aux présentations de résultats de simulations de comportements dynamiques de ces modèles sous l'effet d'algorithmes de contrôle actif, tels que ceux définis en partie 2.

3.1. LES OBJECTIFS DES SIMULATIONS

L'originalité de ces simulations est certainement liée à la précision de la construction des modèles, et au choix d'un logiciel de dynamique ferroviaire intégrant les particularités physiques et techniques des matériels ferroviaires. Ces modèles réalistes (définis dans un espace à 2 ou 3 dimensions) permettront de montrer l'efficacité d'une suspension active. Ces simulations ont été conduites sur des modèles précis de voitures, circulant sur des profils réels de voie (profils mesurés sur voies françaises), avec des profils réels de rails (UIC60) et de roues... Les actionneurs de suspensions actives ont ainsi pu être simulés et analysés dans un environnement traduisant fidèlement la réalité ferroviaire. Des calculs furent conduits à différentes vitesses, sur des profils alignant zones droites, entrées de courbes, pleines courbes et sorties de courbes. Enfin, des simulations complémentaires visaient à étudier les influences paramétriques de grandeurs telles que les caractéristiques de raideurs, de masse de caisse, ou d'usure du profil de roue.

3.1.1. QUATRE OBJECTIFS

Quatre objectifs principaux ont conduit à la mise en oeuvre de ces simulations numériques sur logiciel dédié au calcul et à la dynamique ferroviaire :

1. L'étude de la pertinence du contrôle actif,
2. La validation de nouveaux concepts de commande et de nouveaux algorithmes : le contrôle multilois, le contrôle global,
3. Le dimensionnement d'actionneurs en vue de leurs futures implantations,
4. L'extension du concept de suspensions actives pour équiper d'autres matériels que les voitures CORAIL, et prouver ainsi que les suspensions actives peuvent améliorer le confort de plusieurs types de voitures ferroviaires. Le choix de matériel retenu pour la simulation, est un matériel ferroviaire pendulaire...

L'intégralité de ces travaux vise à la bonne réalisation du projet d'implantation de suspensions actives prototypes sur un véhicule ferroviaire, en vue de conduire des essais à poste fixe puis en ligne sur véhicule CORAIL.

La pertinence de l'introduction d'organes actifs en parallèle avec des suspensions existantes se chiffre, sur le plan technique, par les gains potentiels en terme d'accroissement du confort, et en terme de réduction des valeurs RMS d'accélération ressenties par le passager, et des chocs subis. Toutefois, le système ferroviaire devra être considéré dans sa globalité ; il sera opportun de vérifier le bon comportement du véhicule, tant pour sa dynamique, que pour l'amplitude des efforts générés au contact roue/rail.

Les tests et validations de nouveaux concepts doivent permettre d'envisager un contrôle innovant, par le choix de l'implantation des actionneurs, le choix des mouvements à contrôler, le choix de la loi de commande. En effet, un contrôle global des mouvements de la caisse du véhicule est proposé : contrôle simultané des mouvements dans le plan transversal et des mouvements dans le plan vertical. Quant aux lois de contrôle, la partie 2 insistait sur l'utilisation d'algorithmes de contrôle optimal, mais également sur des contrôles non-linéaires, et des contrôles optimaux adaptatifs nommés multilois.

Le dimensionnement des actionneurs est établi de manière à appréhender les différentes gammes d'utilisation, et à en spécifier les fonctions. Ces résultats furent regroupés dans un Cahier des Charges fonctionnel, présenté à une vingtaine d'industriels par appel d'offre pour la conception et la construction d'actionneurs prototypes, inexistants sur le marché, et réunissant des contraintes fortes de volume, puissance et fiabilité.

L'extension du concept de suspensions actives à différents matériels, et en particulier aux matériels pendulaires, doit permettre de développer plus encore une technologie en vue d'accroître le confort des véhicules ferroviaires de demain. Le mécanisme pendulaire permettant déjà de réduire la composante quasi-statique de l'accélération, le mécanisme de suspensions actives permettra de réduire les niveaux vibratoires.

3.1.2.L'ACCROISSEMENT DE CONFORT

Comme on y a déjà fait référence dans les parties précédentes, la motivation à l'introduction de suspensions actives est l'accroissement du confort des passagers. Avec des stratégies de contrôle actif, telles que celles définies dans la partie 2, nombreux sont les articles de la littérature qui font état de gains¹ potentiels de 20 à 50% pour les systèmes actifs, et de gains compris entre 10 et 30% pour les systèmes actifs dégradés (actifs non optimaux, actifs sous-optimaux, semi-actifs [HED]..). C'est ce qu'indiquent en particulier les articles de YOSHIKAWA et HIRATA ([YOS]et [HIR]) pour le contrôle actif de véhicules ferroviaires japonais (avec lois de contrôle de type H_∞ en particulier), ou encore IWAMOTO [IWA] pour le contrôle du confort sur véhicule SHINKANSEN à 300 km/h.

Pour l'étude présente, nous proposons de rechercher le meilleur gain possible de confort pour les véhicules de type SNCF, soit une réduction des valeurs RMS des accélérations filtrées (filtrées par les filtres de forme définis pour le calcul des indices de confort - annexe 1.D.1).

¹ Ces gains sont classiquement énoncés en réduction de valeur RMS de signaux.

De plus, nous proposons de réduire les vibrations, tant dans le plan transversal que dans le plan vertical, sous le nom de contrôle global.

Classiquement, le confort vertical d'une voiture SNCF est jugé bon, et meilleur que le confort transversal ; il est fréquent d'obtenir, pour un véhicule de type CORAIL, des notes de confort de l'ordre de 8 à 10 heures pour le transversal et de l'ordre de 14 à 16 heures pour le vertical. Mais rien n'interdit d'améliorer encore ce confort vertical, de manière à réduire le niveau vibratoire dans les zones spécialement chahutées, ou dans le projet de circuler sur des voies de qualités moindres. De plus, les accélérations verticales ont un effet sur l'apparition de la cinétose, les indices actuels (MSDV) n'utilisent que ce seul signal d'accélération verticale pour quantifier le caractère nauséeux des véhicules. Chercher à contrôler les accélérations verticales dans diverses bandes de fréquences est donc intéressant.

L'appréciation du confort se fera en quatre points, correspondant à des points classiques de relevé des accélérations transversales et verticales de la caisse de la voiture ferroviaire sur le plancher de la caisse, et au centre de gravité. Les mesures auront donc lieu dans le plan vertical de symétrie de la voiture, au droit des deux bogies, et au centre de la caisse, tant au niveau du centre de gravité qu'au niveau du plancher.

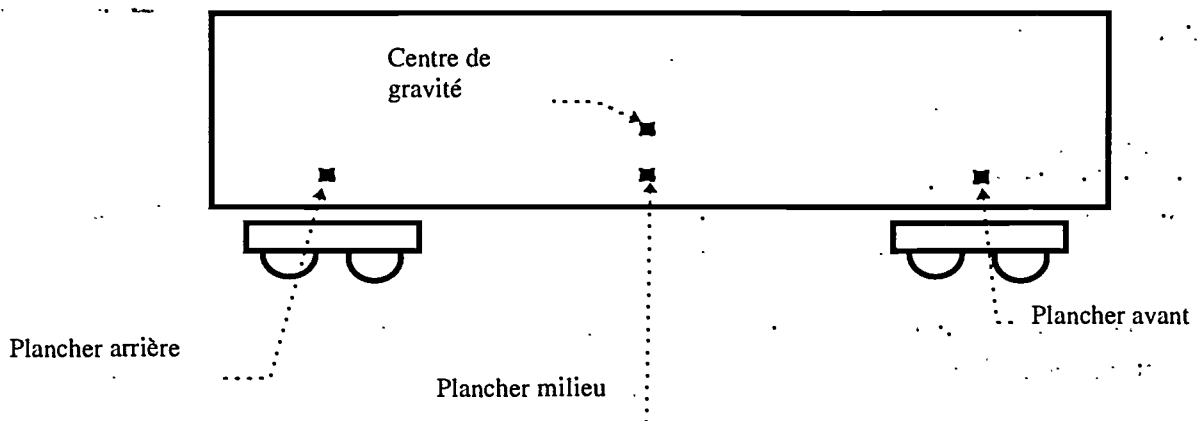


Figure 3.1 : Localisation de 4 points de mesure du confort

3.2. MODE OPERATOIRE

3.2.1. CADRE DE SIMULATION

3.2.1.1. GÉNÉRALITÉS

Les simulations présentées dans ce rapport ont été réalisées à la Direction de la Recherche de la SNCF.

Les simulations ferroviaires sont courantes, et les codes de calculs dédiés (avec modélisation des éléments de contacts roues/rails et de non-linéarités de suspensions) sont nombreux chez les exploitants et les constructeurs de matériels ferroviaires. Décrire un panorama des activités de simulation serait fastidieux, aussi ne sera-t-il présenté que quelques modélisations ayant servi à valider les composantes de contrôle actif (contrôle actif de suspensions et régulation de trains pendulaires).

3.2.1.2.PARTICULARITÉS DE CES SIMULATIONS

Ces simulations sont innovantes, car elles regroupent les particularités suivantes:

- * Elles ont été menées grâce à un logiciel dédié à la dynamique ferroviaire, intégrant en particulier un élément de contact roue/rail performant, ce qui est important pour bien traduire la dynamique transversale du véhicule.
- * Elles représentent l'évolution de matériels ferroviaires français sur des voies de caractéristiques propres au réseau ferré français tant pour leurs tracés que pour les caractéristiques de défauts.
- * Elles représentent le comportement dynamique d'un véhicule tant sur des portions de lignes droites, que sur des transitions de courbes, et des pleines courbes.
- * Elles ont été réalisées pour différentes vitesses de simulation de circulation des mobiles.

3.2.2.LES OUTILS DE SIMULATION

Pour réaliser ces simulations, deux outils ont été utilisés : un code de simulation de comportements de dynamique ferroviaire, nommé VAMPIRE, et un logiciel de calculs nommé MATLAB.

3.2.2.1.MATLAB

MATLAB est un logiciel de résolution de calculs mathématiques. Les fonctions de base du logiciel peuvent être étendues avec des boîtes à outils spécialisés dans des sciences ou domaines mathématiques. Pour notre recherche, les boîtes dénommées "Control" et "Robust Control"(algorithmes de contrôles, recherche de contrôleurs et représentations des schémas algébriques et de leurs effets), et "Signal Processing" (pour le traitement de signal) furent retenues.

De plus, le module SIMULINK a été utilisé pour comprendre essentiellement le fonctionnement du banc d'essais équipé des actionneurs, il en sera question dans la partie 4.

Cet ensemble de logiciels a été utilisé pour la recherche de lois de contrôle et l'analyse des systèmes asservis, pour l'étude du dimensionnement et du fonctionnement du banc d'essais, pour l'analyse des résultats de simulation.

Descriptif des tâches :

La première phase est relative à la création de modèles, soit à partir de mises en équations formelles, comme celles présentées en annexe 2.B.1, soit à partir d'identifications. Puis vient la phase de simulations (recherche de lois de contrôles, avec différents algorithmes -LQ LQG H2 H ∞ et autres extensions), simulations de comportements de systèmes, tant pour les modèles passifs que pour les modèles actifs (réponses temporelles et réponses fréquentielles). Enfin, la phase d'analyse en vue de qualifier les apports du contrôle : analyse des effets des contrôles, en terme de transfert, performance, robustesse, stabilité et sensibilité, analyse des signaux à l'aide d'outils de traitement de signal.

3.2.2.2. VAMPIRE

Généralités :

VAMPIRE est un code de dynamique ferroviaire écrit par British Rail Research (organisme de recherche ferroviaire au Royaume Uni, devenu AEA Technology Rail). La première version remonte à environ une dizaine d'années, il est depuis en permanente évolution, avec intégration de nouvelles fonctions et amélioration de certaines autres. Ce logiciel multicorps est un solveur d'équations différentielles, dédié aux modèles ferroviaires puisqu'il comporte des modules de contact roue/rail et de non-linéarités de suspensions. Les simulations proposées concernent soit des évolutions temporelles en comportements statiques, pseudo-statiques ou dynamiques, et des recherches de comportements modaux.

Les données : voir aussi l'annexe 3.A.1

Le logiciel VAMPIRE utilise 5 fichiers de données (cf annexe 3.A.1). Certaines données sont disponibles dans la bibliothèque du logiciel, mais cette dernière fait majoritairement référence à des systèmes ferroviaires étrangers (allemands et surtout anglais). Aussi, fut-il important d'écrire des fichiers qualificatifs des données françaises pour accroître la précision de la représentation par rapport au système ferroviaire national. Les principales différences résident dans la nature et les caractéristiques de suspensions, les profils de roues et les profils de rails, la qualité de la voie et les contraintes immuables des tracés.

Les fichiers de *profil de roues et de profil de rails* qui, alliés à des informations relatives au diamètre de roues, chargements et écartement des faces internes, génèrent un fichier tabulé décrivant les paramètres du contact roue/rail. Le *véhicule ferroviaire* est décrit comme un ensemble multicorps, avec ou sans modes de vibrations (les premiers modes de vibration peuvent en effet être modélisés). Enfin, les fichiers de voies sont répartis dans un fichier de tracé et un fichier de défauts. Les défauts sont des perturbations de courte longueur d'onde engendrant des réponses dynamiques du véhicule (les défauts majeurs sont répertoriés dans l'annexe 1.B.3).

Les modules classiquement utilisés, et les algorithmes utilisés :

Deux fonctions sont classiquement utilisées pour étudier le comportement dynamique d'une voiture ferroviaire classique : les réponses temporelles transitoires et les approches modales. Pour une étude des effets de mécanismes de suspensions actives ou de pendulation, on adjoint une sous-routine écrite en FORTRAN, et qui interagit à chaque pas de résolution avec l'algorithme principal de résolution d'équations différentielles.

L'algorithme de recherche de valeurs et de vecteurs propres correspond à la recherche de

$$\text{valeurs propres des matrices état : } \begin{bmatrix} \mathbf{0} & \mathbf{I} \\ -\mathbf{M}^{-1}\mathbf{K} & -\mathbf{M}^{-1}\left\{\mathbf{C} + \frac{\mathbf{D}_a}{V}\right\} \end{bmatrix} \quad (3.1)$$

Où $\mathbf{M}$, $\mathbf{K}$, $\mathbf{C}$, $\mathbf{D}_a$ sont des matrices regroupant caractéristiques mécaniques et géométriques

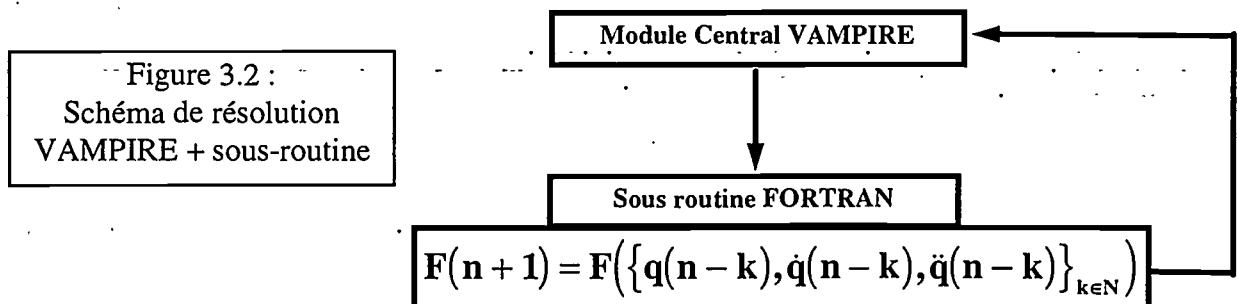
$\mathbf{M}$: matrice de masse	V : vitesse d'avance du véhicule
$\mathbf{K}$: matrice de raideur	$\mathbf{D}_a$: matrice d'amortissement dépendant de la vitesse
$\mathbf{C}$: matrice d'amortissement	

L'algorithme d'intégration pour les réponses temporelles est un algorithme de méthode de différences finies à pas constant. Soit $q(i)$, l'évolution d'un degré de liberté du système à l'instant $t_0 + i \cdot \Delta t$ (Δt : pas d'intégration).

$$\begin{cases} \dot{q}(n+1) = \dot{q}(n) + \ddot{q}(n)\Delta t \\ q(n+1) = q(n) + \dot{q}(n+1)\Delta t \\ \ddot{q}(n+1) = f(q(n+1), \dot{q}(n+1)) \end{cases} \quad (3.2)$$

Les deux premières équations traduisent une intégration par méthode de différence finie, la troisième traduit l'équation différentielle du mouvement. Ce schéma d'intégration, bien que simple, permet une bonne convergence des simulations.

La sous-routine utilisateur, écrite en langage FORTRAN, permet d'interagir à chaque pas de temps avec le schéma présenté précédemment



En fonction des valeurs prises par les divers degrés de liberté aux instants passés, la sous-routine élabore une force (force de contrôle délivrée par l'actionneur) qu'elle appliquera au système lors du prochain pas d'intégration.

3.2.3. LES MODELES MECANQUES

Ces modèles vont être utilisés de manière à prouver les gains de confort apportés par l'utilisation de suspensions actives sur des véhicules ferroviaires classiques. Des modèles permettront de contrôler les mouvements du véhicule dans le plan transversal, d'autres permettront le contrôle dans le plan vertical. Enfin, des représentations ont été élaborées pour simuler un contrôle global du véhicule ferroviaire (contrôle des mouvements dans les deux plans transversaux et verticaux).

3.2.3.1. POINTS COMMUNS AUX MODELES

Comme signalé précédemment, les résultats de ces simulations sont d'autant plus crédibles que les modèles de simulations utilisés sont proches des modèles ferroviaires existants. Ces modèles contiennent diverses informations regroupées comme telles :

- une représentation algébrique du véhicule ferroviaire, représentation en multicorps, en supposant tous les corps rigides indéformables
- une représentation de la voie sur laquelle le véhicule circule (composante de tracé et composante de défauts).
- une loi décrivant le contact roue-rail.

La littérature regorge de modèles de véhicules ferroviaires, comme ceux utilisés par JOLY et DAFFOS ([JOL] [DAF1]). Cependant, ces modèles sont essentiellement utilisés pour tester la stabilité transversale d'un véhicule ou d'un bogie, ou encore rechercher une vitesse critique d'essieux. Nos modèles sont construits pour étudier les effets du contrôle actif. On en distingue trois familles, traduisant les comportements du véhicule ferroviaire dans un espace à une, deux ou trois dimensions. Une dernière famille est réservée aux véhicules pendulaires.

Choix de la voiture pour la construction des modèles :

De manière à accroître le réalisme des simulations, les modèles sont tous des représentations de voiture CORAIL SNCF, équipées de bogies Y32. Le parc de voitures CORAIL est, à la SNCF, un parc de plus de 4000 véhicules arrivés aujourd'hui à mi-vie. Nombreuses sont les opérations d'entretien qui transforment ces voitures en CORAIL rénové, ou en matériel TER (TER RHÔNE ALPES par exemple). Dans le cadre de rénovations futures, on pourrait envisager de monter de tels dispositifs de suspensions actives sur certains véhicules. Et c'est dans cet esprit que les Directions de la Recherche et de la Technologie, et de la Direction du Matériel et de la Traction avaient proposé d'analyser les gains potentiels de confort pour des CORAIL actifs, et de réaliser, si possible, un démonstrateur grandeur nature, sur voiture CORAIL retirée de la circulation commerciale.

Les actionneurs :

Pour toutes les simulations présentées dans cette partie 3 du document de thèse, les actionneurs sont supposés idéaux, ne connaissant *pas de saturation ni de dynamique propre*.

Aucune limitation de consommation énergétique n'a été introduite, postulant comme hypothèse que le véhicule ferroviaire pouvait être alimenté facilement en courant (Les locomotives électriques récentes utilisent des moteurs de traction consommant plus de 5 MW en puissance nominale. *Les actionneurs consommant quelques kW auront une influence mineure sur la consommation électrique de la rame de train - la puissance consommée ne devrait pas excéder 10% de la puissance nominale de traction*).

Ces actionneurs sont implantés soit en parallèle de suspensions secondaires existantes, soit à la place des amortisseurs du second étage de suspensions. Mais en aucun cas, les caractéristiques de raideur de la suspension secondaire, ou les caractéristiques visco-élastiques des suspensions primaires n'ont été changées.

Le contact roue-rail :

Un profil de rail (UIC60 1/20 - profil de rail le plus courant à la SNCF pour des voies rapides) et deux profils de roues (roue neuve et roue usagée OREB37) ont été utilisés pour les simulations et l'analyse statistique des résultats présentés en fin de cette partie 3.

Les voies :

Les voies sont considérées comme *indéformables*. Le véhicule progresse sur ces voies à *vitesse constante*.

3.2.3.2.SIMPLIFICATIONS MÉCANIQUES DES MODÈLES

Elles concernent essentiellement la représentation des modèles par des éléments indéformables, n'ayant pas de modes de vibrations et de déformations internes, et la possibilité de créer des sous modèles se limitant à des modèles dans des espaces à une ou deux dimensions.

En ce qui concerne la représentation en corps rigides, elle se justifie par la présence d'un seul mode de plancher au voisinage de 8.5Hz, les autres modes ayant des fréquences au delà de 16Hz, ne participant donc pas au confort. De plus, le premier mode de flexion est relativement peu excité par les suspensions, dans la mesure où les points d'attache de ces dernières se situent à proximité des noeuds du mode de flexion [SNCF-1]. On néglige donc l'influence de ce mode. (cf annexe 2.A.2)

La possibilité de créer des sous modèles réalistes tient en revanche du découplage des modes transversaux et verticaux du véhicule. En représentation matricielle, elle se constate par les valeurs relatives des coefficients des matrices de raideurs et d'amortissements (les matrices de masses sont en effet diagonales). L'annexe 2.A.2 indique que l'on peut distinguer les comportements :

- transversaux, associés aux rotations de roulis et de lacet
- verticaux, associés aux rotations de tangage.

Pour certaines études, nous pourrions donc pleinement nous limiter à des représentations de modèles dans des espaces à deux dimensions.

3.2.3.3. LES MODÈLES À UNE DIMENSION

Véhicule :

Ce sont les modèles classiques "quart de caisse" présentés dans la littérature, et proposés pour illustrer la partie 2 de cette thèse (cf annexe 2.B.2). Ils sont construits algébriquement pour des recherches de lois de contrôle sur MATLAB.

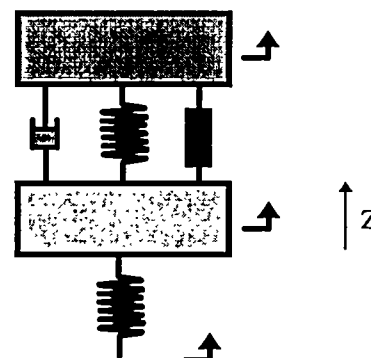
Voie :

Les défauts sont soit des défauts réels, soit des défauts générés (composition de signaux déterministes et aléatoires).

Contact :

Le modèle ne comporte pas d'élément de contact roue-rail.

Figure 3.3 : modèle "quart de caisse"



Ces représentations mécaniques sont en général des représentations linéaires, et ces modèles sont utiles pour la mise au point de lois de contrôle locales

Véhicule passif :

Le véhicule passif est obtenu en appliquant des actions nulles au système.

3.2.3.4. LES MODÈLES À DEUX DIMENSIONS

Véhicule :

Ce sont des modèles que l'on pourrait qualifier de "demi-caisse", traduisant le comportement du véhicule ferroviaire dans un espace à deux dimensions. Les mouvements reproduits sont soit le vertical et le tangage, soit le transversal et le lacet de caisse.

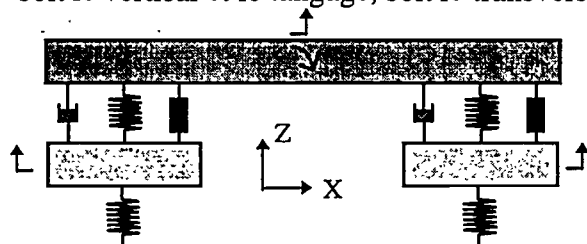


Figure 3.4 :
Modèle deux dimensions
Vertical et Tangage

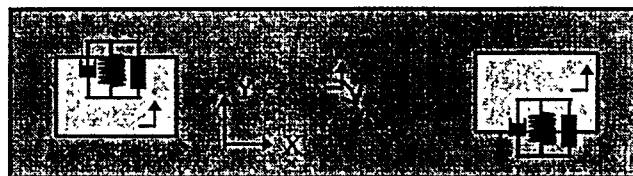


Figure 3.5 :
Modèle à deux dimensions
Transversal et Lacet

Les véhicules sont construits soit de manière algébrique par écriture des matrices (masses, raideurs et amortissements), soit en réduisant les matrices (masses, raideurs et amortissements) obtenues pour un système multicorps en trois dimensions par exemple. Ces représentations mécaniques sont en général des représentations linéaires.

Voie :

Les signaux de défauts ou de tracés sont soit des signaux réels, soit des signaux reconstruits.

Contact :

Ces modèles ne comportent pas d'éléments de contact roue-rail.

Ces modèles sont en particulier utiles pour la mise au point de modèles de contrôle global (plusieurs actionneurs sur la même structure, avec des lois de contrôle établies par un retour d'état avec indication de l'état de toute la structure et non pas seulement de l'état local).

Véhicule passif :

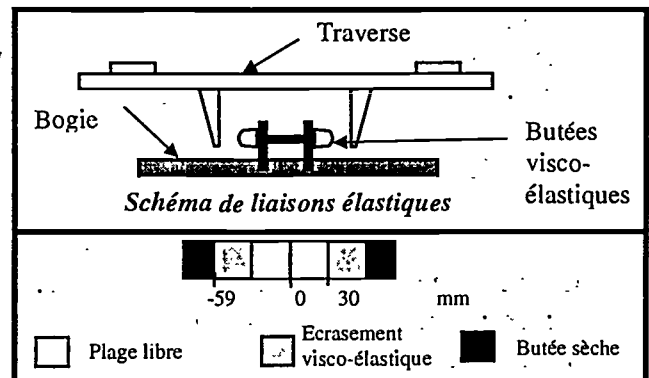
Le véhicule passif est obtenu en appliquant des efforts nuls, tant vers l'avant que vers l'arrière de la caisse.

3.2.3.5. LES MODÈLES À TROIS DIMENSIONS

Ce sont des modèles plus complexes, représentant un véhicule en trois dimensions, avec des non-linéarités dans les caractéristiques de suspensions et dans les lois de contact roue-rail, ce sont ceux utilisés par le logiciel VAMPIRE.

L'élément de suspension transversale secondaire est modélisé de la sorte, avec plage libre + butées viscoélastiques

Figure 3.6 :
Butées transversales progressives
et butées sèches

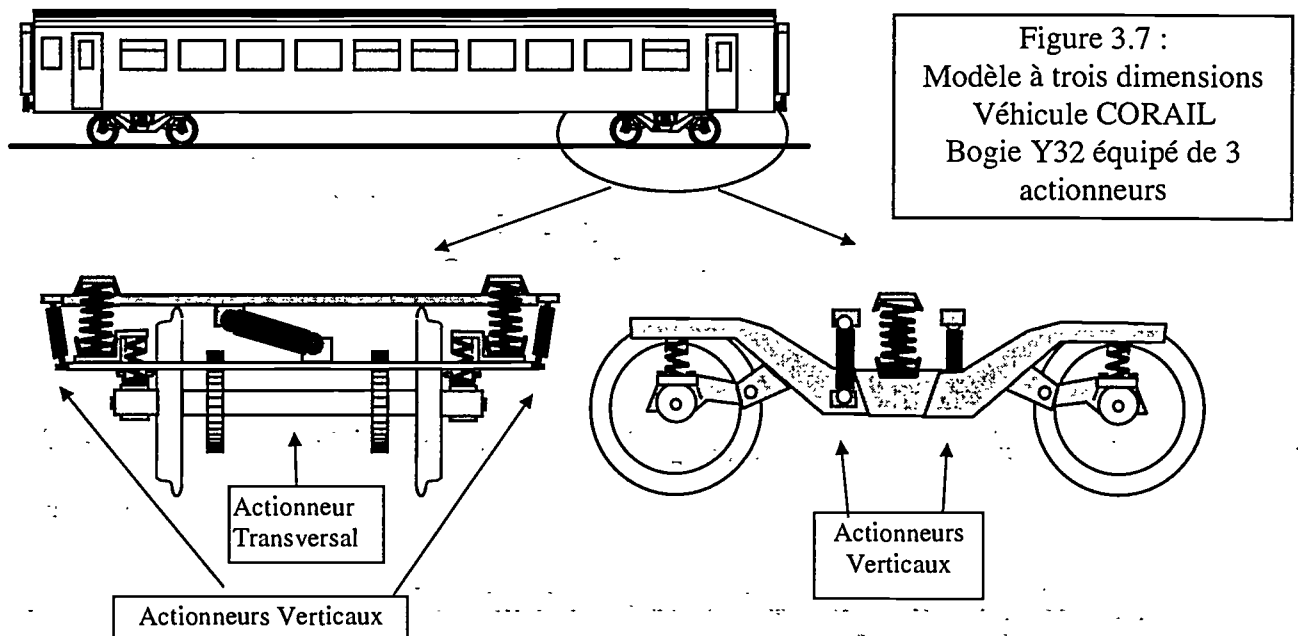


Véhicule : voir annexe 3.A.2

Le modèle de véhicule Corail en trois dimensions, avec quatre actionneurs verticaux et deux actionneurs transversaux (un actionneur vertical et deux actionneurs transversaux par bogie). Les véhicules passifs sont équipés d'amortisseurs secondaires. Pour les modèles actifs, certains amortisseurs sont remplacés par des actionneurs.

Modèle	Amortisseurs secondaires	Actionneurs secondaires
Modèle contrôle transversal	4 verticaux	2 transversaux
Modèle contrôle vertical	2 transversaux	4 verticaux
Modèle contrôle global	0	2 transversaux, 4 verticaux

Chaque modèle de voiture comporte 46 degrés de liberté.



Voies :

Les modèles de voies sont présentés en annexe 3.A.4, ce sont des tracés réels de voies françaises.

Contact :

Ces modèles sont équipés de bogies aux caractéristiques des bogies de véhicules CORAIL Y32 [DAF2], et de roues ayant un profil SNCF neuf (épaisseur de boudin de 30.5mm).

3.2.3.6. LES VÉHICULES PENDULAIRES

Depuis deux ans maintenant, des modèles de véhicules pendulaires ont été construits sous le logiciel VAMPIRE, et n'ont cessé d'être affinés et fiabilisés (NB : le réseau français ne comptait aucun matériel pendulaire ferroviaire, il y a encore un an et le nombre de modèles dynamiques était assez restreint). Ces modèles ont été utilisés pour comprendre les comportements de véhicules pendulaires actifs et leurs particularités, les stratégies de pendulation et leurs distinctions essentielles. Ils sont enfin exploités pour nourrir une réflexion sur les matériels du futur (nouveaux concepts, nouvelles lois de commande)...

Seuls des modèles de pendulaires actifs ont été dessinés, avec des mécanismes de pendulation réalisés au moyen de deux actionneurs par bogie. Pour permettre une meilleure comparaison avec les véhicules passifs, les modèles pendulaires ont été construits sur la base de véhicule CORAIL, en conservant caractéristiques mécaniques et géométriques. La localisation du mécanisme pendulaire, et de la traverse pendulaire est soit en-dessous du second étage de suspension, soit au-dessus de ce second étage. Tous les systèmes mécaniques sont stables naturellement lorsqu'aucune action n'est appliquée par les actionneurs.

Exemple de mécanisme pendulaire avec traverse de pendulation entre caisse et bogie. Le second étage de suspension est situé entre traverse et caisse ; le premier étage de suspension est situé entre bogie et essieux.

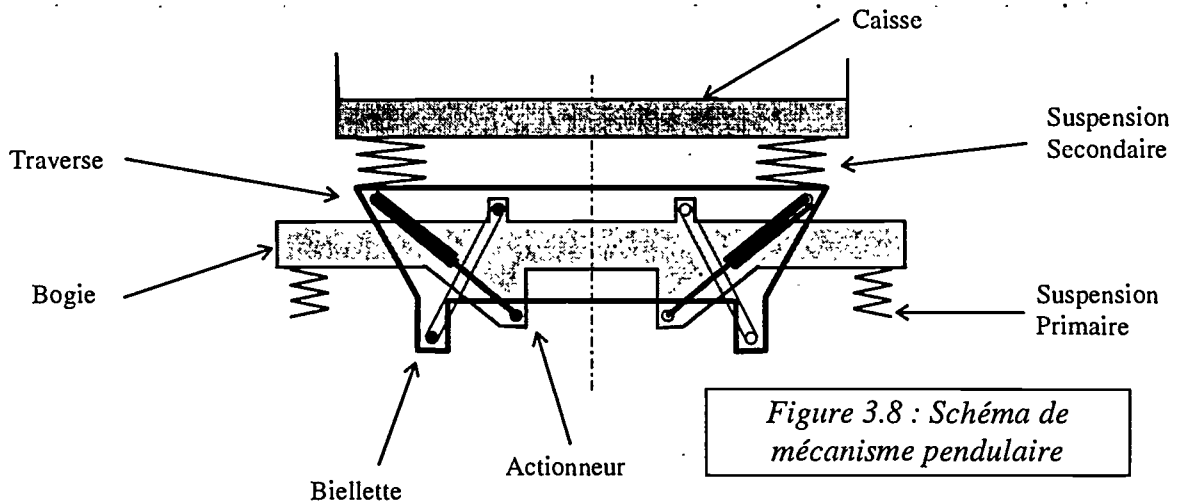


Figure 3.8 : Schéma de mécanisme pendulaire

Le mécanisme de pendulation comporte une traverse de pendulation située entre la caisse et chacun des bogies. La traverse est liée à la caisse par les suspensions secondaires et au bogie par un mécanisme de biellettes (Le système traverse, biellettes, bogie forme donc un mécanisme quatre barres). Les actionneurs appliquent un effort entre la traverse et le bogie. La stabilité de l'ensemble est assurée en cas de défaillance des actionneurs par un retour par gravité et par deux barres anti-roulis, respectivement entre la traverse et la caisse, et entre la traverse et le bogie.

Un schéma du véhicule pendulaire écrit sous VAMPIRE est présenté en annexe 3.A.3, il comporte 58 degrés de liberté (46 venant du Corail, et 6 pour chaque traverse de pendulation)

3.3. RECHERCHES DE LOIS DE CONTROLE

Dans les pages suivantes seront développées les méthodes retenues pour la recherche de lois de contrôle, en fonction de diverses stratégies d'activation et de nature des modèles.

3.3.1. RECHERCHES DE PARAMETRES POUR L'ELABORATION DES RETOURS

Elles s'effectuent sur MATLAB, après un choix préalable d'un modèle algébrique, et d'une stratégie de contrôle. Les lois de contrôle sont alors calculées pour répondre au mieux au contexte de travail. L'ébauche de la loi se fait par itération de résolutions différentielles, en faisant varier paramètres de reconstruction et paramètres de contrôle.

Les lois de contrôle sont ensuite testées pour analyse des réponses temporelles et fréquentielles des signaux, et des qualités de robustesse.

3.3.2. SIMULATIONS

Après la recherche de la loi, le contrôle est testé dans le domaine temporel et dans le domaine fréquentiel sur les modèles algébriques présentés précédemment (modèles dans un espace à 1 ou 2 dimensions).

L'étude de ces lois et de leurs effets permet de sélectionner les lois, et de comprendre les premiers effets sur la dynamique du véhicule ferroviaire, ainsi que sur les besoins intrinsèques

du contrôle. Les trois exemples suivants illustrent trois cas de simulations sur des modèles mono ou bi-dimensionnels.

3.3.2.1. EXEMPLE D'EFFETS DE CONTRÔLES PAR LOIS LQ SUR LA DYNAMIQUE TRANSVERSALE D'UN VÉHICULE

Cette simulation consiste en la recherche d'une loi de contrôle obtenue par méthode LQ pour le contrôle de deux actionneurs transversaux, pour un modèle algébrique traduisant le comportement d'un véhicule ferroviaire tant en transversal qu'en lacet (cf les modèles de la figure 3.4).

Le choix des pondérations lors de l'écriture de la fonctionnelle quadratique permet d'optimiser la réduction de certaines variables propres au système. La simulation de l'annexe 3.B.1 vise à une réduction des accélérations transversales ressenties en tout point de la caisse (tant au centre de la caisse, qu'aux extrémités). Cette simulation est riche en enseignements pour le dynamique ferroviaire, car elle prouve que le but ne sera atteint que si une réduction conjointe de l'accélération transversale du centre de caisse et de l'accélération de lacet apparaissent dans l'écriture de l'indice de coût.

NB : pour un modèle dans un espace à deux dimensions, les accélérations à l'avant et à l'arrière sont des combinaisons linéaires de l'accélération transversale du centre de la caisse, et de l'accélération de lacet.

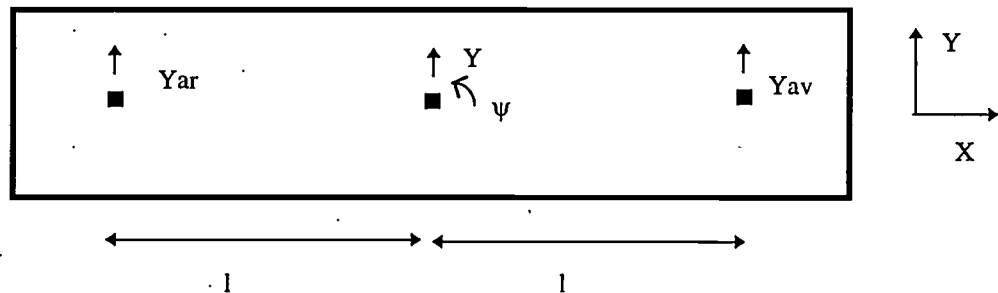


Figure 3.9 : Modèle à deux dimensions (transversal + lacet) Localisation des variables

Déplacement à l'avant de la caisse :
$$Y_{av} = Y + l\Psi \quad (3.3)$$

Déplacement à l'arrière de la caisse :
$$Y_{ar} = Y - l\Psi \quad (3.4)$$

Les divers déplacements et accélérations de caisse et de bogies sont tracés, pour un cas de simulation temporelle, en annexe 3.B.1. Les deux courbes suivantes traduisent les effets des contrôles sur la dynamique de la caisse.

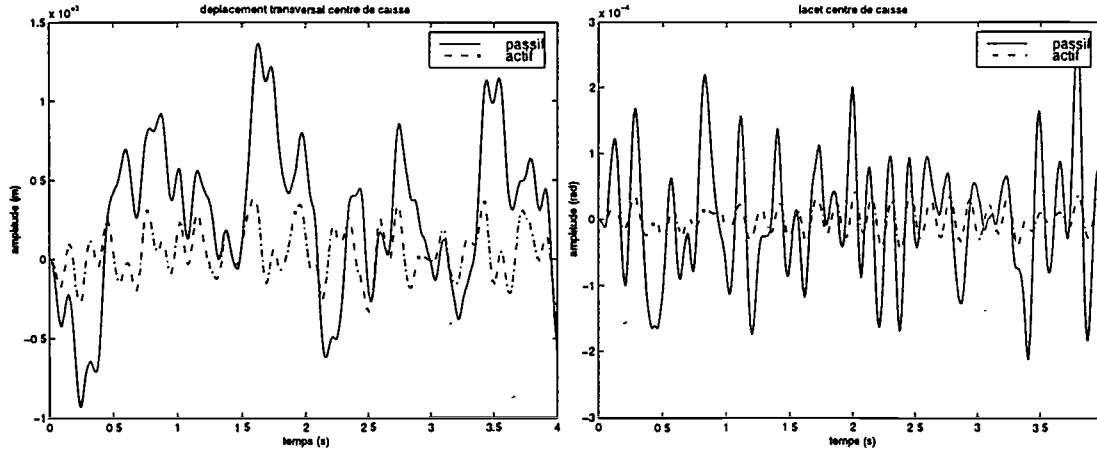


Figure 3.10 : Influence des suspensions actives sur la dynamique de la caisse.
Loi de contrôle de type LQ

Les réductions sont notoires tant en déplacement qu'en lacet : tous les points de la caisse connaissent donc des déplacements de moins grande amplitude.

On se référera à l'annexe 3.B.1 pour les mises en équations et les choix de pondérations pour l'écriture de la fonctionnelle quadratique.

3.3.2.2. ETUDE DU SKYHOOK ET PROBLÈME LIÉ AU TRAITEMENT DE SIGNAL

Le contrôle skyhook consiste en un contrôle feedback proportionnel (via une viscosité constante) à la vitesse absolue du mobile à contrôler. Ce contrôle est simple à composer et à analyser, comme le prouvent les courbes de la partie 2.1.5. Sa mise en œuvre serait simple si on avait accès à cette vitesse relative. Dans la pratique, cette grandeur est obtenue par intégration de l'accélération ; elle doit, de plus, être filtrée par un filtre passe bas de manière à ne conserver que la composante vibratoire des zones de courbe, là où le mobile est soumis à des effets centrifuges.

Dans une telle situation de circulation, il est indispensable de réaliser le contrôle skyhook non pas avec un retour proportionnel à la vitesse absolue du mobile, mais à une variable traduisant le comportement haute fréquence de cette vitesse absolue. Il faut donc préalablement traiter le signal de vitesse.

La mise en équation du système est la suivante :

Soit un système mécanique ayant pour équation différentielle $\dot{\mathbf{X}} = \mathbf{A}\mathbf{X} + \mathbf{B}\mathbf{u} + \mathbf{G}\mathbf{w}$, $\mathbf{X}$ décrivant l'état du système, $\mathbf{w}$ la perturbation, et $\mathbf{u}$ la force délivrée par l'actionneur, force de la forme $\mathbf{u} = -\mathbf{v} \cdot \mathbf{T} \cdot \mathbf{X}$ pour un contrôle de type skyhook. (3.5)

L'équation différentielle devient : $\dot{\mathbf{X}} = (\mathbf{A} - \mathbf{v} \cdot \mathbf{B} \cdot \mathbf{T}) \cdot \mathbf{X} + \mathbf{G}\mathbf{w}$ (3.6)

Dans le cas d'un skyhook réalisé avec un retour sur le filtrage

$\mathbf{u} = -\mathbf{v} \cdot \mathbf{Y}$ décrit une force proportionnelle à une variable de vitesse filtrée

$$\text{Le filtre} \begin{cases} \dot{\tilde{\mathbf{X}}} = \tilde{\mathbf{A}}\tilde{\mathbf{X}} + \tilde{\mathbf{B}}\mathbf{X} \\ \mathbf{Y} = \tilde{\mathbf{C}}\tilde{\mathbf{X}} + \tilde{\mathbf{D}}\mathbf{X} \end{cases} \quad (3.7)$$

$\bar{\mathbf{X}} = \mathbf{T}\mathbf{X}$ traduisant le filtrage (filtre passe-haut). (3.8)

Soit le système différentiel couplé :
$$\begin{pmatrix} \dot{\mathbf{X}} \\ \dot{\bar{\mathbf{X}}} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \mathbf{A} - \mathbf{v}.\mathbf{B}.\tilde{\mathbf{D}}.\mathbf{T} & -\mathbf{v}.\mathbf{B}.\tilde{\mathbf{C}} \\ \tilde{\mathbf{B}}.\mathbf{T} & \tilde{\mathbf{A}} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \mathbf{X} \\ \bar{\mathbf{X}} \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} \mathbf{G} \\ \mathbf{0} \end{pmatrix} \mathbf{w}$$

L'introduction de ce filtre peut avoir un effet conséquent sur les transferts du système contrôlé, comme le prouvent les courbes dessinées ci-dessous. Le système actif, établi par retour en skyhook, permet de réduire le transfert à la résonance, mais également en deçà. Lorsque le contrôle est établi par loi skyhook, avec un traitement préalable de l'information de vitesse par filtrage, le transfert est modifié en particulier en basse fréquence ; le contrôle n'a plus d'influence en deçà de 1 rad/s.

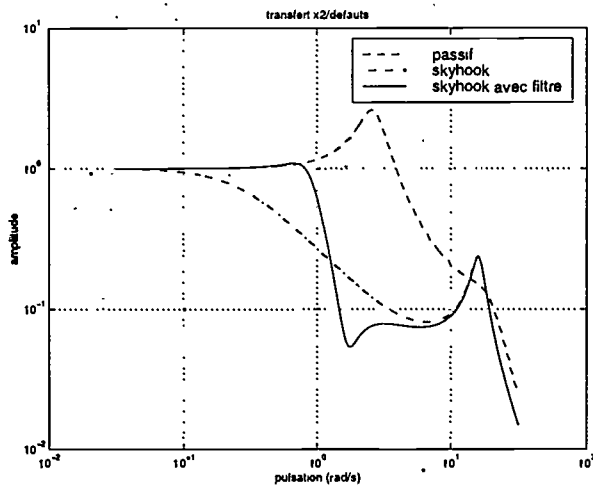


Figure 3.11 :
Exemple de contrôle skyhook sur un modèle à deux degrés de liberté
Transfert entre la masse supérieure et la perturbation, modèle 5 annexe 2.B.2
Influence du contrôle skyhook, et évolution des transferts lors de l'utilisation d'un filtre

3.3.2.3. ETUDE DE L'ASSERVISSEMENT D'UN SYSTÈME COMPLEXE PAR LOI D'ACTION LOCALE OU GLOBALE.

Définitions :

On appelle *loi d'action locale* une loi de pilotage d'un actionneur établie avec un retour d'état local (en pratique, les variables internes de l'actionneur et la dynamique des masses liées physiquement aux actionneurs par les fixations).

On appelle *loi d'action globale* une loi de pilotage d'un actionneur établie avec un retour d'état global contenant des informations sur la dynamique du système.

Des études ont été menées sur les apports et les performances de chacune des lois (lois obtenues par méthode LQ) [VIN]. On montrait en particulier que pour une rame TGV, la dynamique de la caisse où était implanté l'actionneur apportait beaucoup pour l'établissement du contrôle, alors que la connaissance des dynamiques des caisses adjacentes ne permettait pas d'obtenir des gains de confort supplémentaires. Le problème et les conclusions sont les mêmes pour les voitures CORAIL² : les lois locales peuvent suffire à commander les actionneurs. Il faudra toutefois préalablement :

- * vérifier que la stabilité du contrôle est assurée,
- * vérifier que la robustesse globale du contrôle est assurée,

² De surcroît, deux voitures CORAIL successives ont des dynamiques plus découplées que deux remorques successives de TGV, dans la mesure où seuls les mouvements longitudinaux sont contraints par la seule pièce de liaison qu'est l'attelage.

- être attentif lors de l'établissement de ces lois locales, car les critères peuvent chercher à réduire les effets de certains modes au détriment d'autres. Pour le contrôle de la dynamique transversale de caisse, deux actionneurs contrôlés chacun respectivement par deux lois locales (deux retours d'état avec les mêmes pondérations, mais l'un établi avec la dynamique de l'avant du véhicule, l'autre avec la dynamique de l'arrière du mobile) pourraient réduire la participation modale du mode de ballant au détriment de celui de lacet.

3.3.3. ANALYSE DE LA ROBUSTESSE

L'analyse de la robustesse dans cette partie sera traité sous la forme d'un exemple, en suivant les propriétés décrites dans la partie 2.2.

Exemple de recherche de contrôle par synthèse H2

Cet exemple traduit la recherche d'une loi de contrôle de type H2 pour un système dans un espace à deux dimensions, en vue de réduire les accélérations transversales de la caisse du véhicule ferroviaire. Le modèle à deux dimensions est construit à partir du modèle défini dans un espace à trois dimensions, soit par identification, soit par réduction de l'espace si l'on dispose d'une représentation algébrique.

Etape 1 : elle consiste en une modélisation et écriture algébrique du modèle.

Réécriture du système sous la forme simplifiée, en ne conservant que les mouvements transversaux et les mouvements de roulis de la caisse. Les mouvements de lacet ne sont pas pris en compte comme variable différentielle dans cette simulation

$$\ddot{y}_c = -\frac{2 * k y_2}{M} (D b_1 + D b_2) - \frac{2 * c y_2}{M} (\dot{D} b_1 + \dot{D} b_2) + \frac{f_2 - f_1}{M} \quad (3.9)$$

$$\ddot{\theta}_c = \frac{2 * lrc * k y_2}{I_x} (D b_1 + D b_2) - \frac{k_{lr2}}{I_x} (2\theta_c - \theta_{b1} - \theta_{b2}) + \frac{2 * lrc * c y_2}{I_x} (\dot{D} b_1 + \dot{D} b_2) - \frac{c_{lr2}}{I_x} (2\dot{\theta}_c - \dot{\theta}_{b1} - \dot{\theta}_{b2}) + \frac{lrc}{I_x} (f_1 - f_2) \quad (3.10)$$

Avec

$$D b_1 = y_c - lrc * \theta_c + llc * \psi_c - y_{b1} + lrb * \theta_{b1} \quad \text{allongement de l'actionneur avant}$$

$$D b_2 = y_c - lrc * \theta_c - llc * \psi_c - y_{b2} + lrb * \theta_{b2} \quad \text{allongement de l'actionneur arrière}$$

y_c : déplacement transversal de caisse	θ_c : roulis de caisse
y_{b1} : déplacement transversal de bogie avant	y_{b2} : déplacement transversal de bogie arrière
θ_{b1} : roulis de bogie avant	θ_{b2} : roulis de bogie arrière
ψ_c : lacet de caisse	

$k y_2$: raideur transversale d'une suspension secondaire	k_{lr2} : raideur en rotation.
$c y_2$: viscosité transversale d'une suspension secondaire	c_{lr2} : viscosité en rotation.
M : masse de la caisse	I_x : inertie en roulis de la caisse
lrc : longueur de bras de roulis pour caisse	lrb : longueur de bras de roulis pour bogie
llc : longueur de bras de lacet pour caisse	
f_1 : force actionneur avant	f_2 : force actionneur arrière

Remarque : La raideur en rotation tient compte des participations des effets des raideurs transversales, des raideurs verticales, de la barre anti-roulis, et des raideurs résiduelles en rotation. La viscosité en rotation tient compte des viscosités transversales, verticales et viscosités résiduelles en rotation.

Le vecteur d'état X du système s'écrit sous la forme suivante, tenant compte des déplacements

transversaux et des roulis de véhicule.
$$X = \begin{bmatrix} \dot{y}_c \\ \dot{\theta}_c \\ Db_1 + Db_2 \\ 2\theta_c - \theta_{b1} - \theta_{b2} \end{bmatrix} \quad (3.11)$$

Les variables dont on cherche à contrôler les amplitudes sont les suivantes : accélération transversale de la caisse, somme des déflexions pour les deux actionneurs ($Db_1 + Db_2$), force délivrée par le premier actionneur f_1 , force délivrée par le second actionneur f_2 . Les variables utilisées pour la reconstruction sont les suivantes : accélération de caisse, somme des vitesses des déplacements relatifs ($Db_1 + Db_2$), vitesse transversale pour le premier bogie, vitesse transversale pour le deuxième bogie. Le vecteur des perturbations contient les quatre composantes des vitesses transversales et de roulis des bogies avant et arrière. L'intégralité de la formulation d'état est présentée en annexe 3.B.2.

Etape 2 : Analyse de la robustesse

Une fois de plus, l'analyse de la robustesse peut être menée avec les outils proposés en partie 2.2. On propose en particulier d'étudier les évolutions du transfert L en boucle ouverte, et les fonctions de sensibilité et de sensibilité inverse. L'étude est toutefois plus complexe, puisque le système mécanique considéré est maintenant équipé de deux actionneurs.

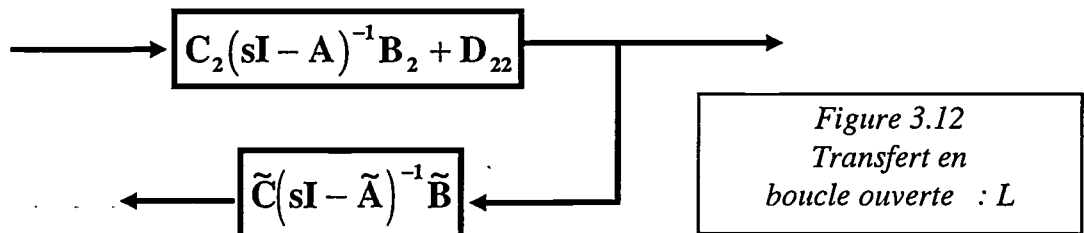
Equations liées au système initial :

$$\begin{cases} \dot{X} = AX + B_1 u_1 + B_2 u_2 \\ Y_1 = C_1 X + D_{11} u_1 + D_{21} u_2 \\ Y_2 = C_2 X + D_{12} u_1 + D_{22} u_2 \end{cases}$$

Equations liées au contrôle H2

$$\begin{cases} \dot{\tilde{X}} = \tilde{A}\tilde{X} + \tilde{B}Y_2 \\ u_2 = \tilde{C}\tilde{X} \end{cases} \quad (3.12)$$

Le transfert L en boucle ouverte intéressant pour le contrôle est donc le suivant :



L'analyse des transferts en fonction de la fréquence est obtenue sur les courbes 3.13. Comme dans la partie 2.2.2, une approche par filtre de sensibilité peut être choisie pour déterminer des marges de robustesse. La stabilité est analysée à partir de la localisation des valeurs propres du système algébrique couplé.

Figure 3.13a. : Représentation des transferts Sensibilité, Sensibilité inverse, Boucle ouverte et filtre de pondération W2.

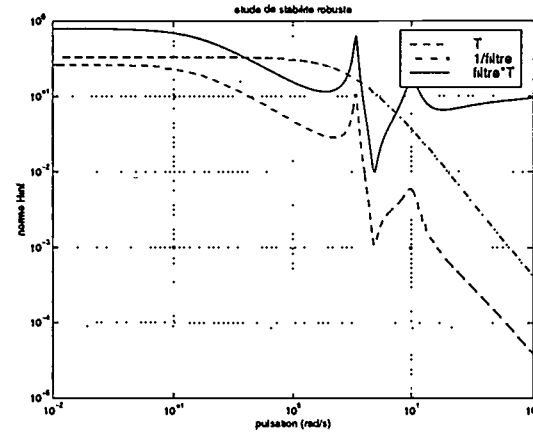
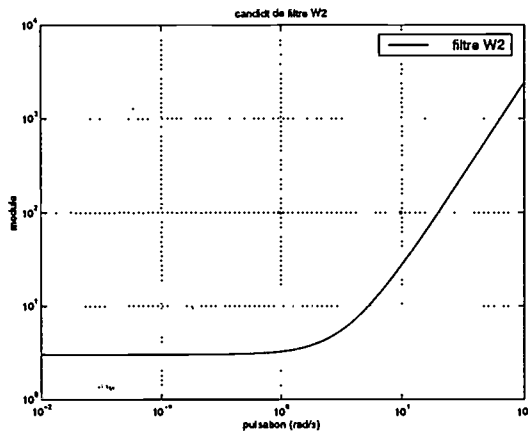


Figure 3.13b :
Filtre de pondération W2

Voilà un bon candidat de filtre W2, qui assurera stabilité robuste pour tous les transferts du type $\tilde{G} = (1 + \Delta W_2)G$ avec $\|\Delta\|_\infty < 1$ et $\|W_2 T\|_\infty < 1$

Généralement, plus le modèle comporte un grand nombre de degrés de liberté, plus il devient complexe, plus il est difficile à modéliser. L'analyse complète de la robustesse pour un modèle dans un espace à trois dimensions avec force centrifuge, loi de contrôle et correcteur flou, devient chose délicate... Aussi n'est elle en pratique réalisée que pour certains sous modules du contrôle. Puis, la robustesse est constatée a posteriori, avec des simulations traduisant des modèles avec incertitudes (accroissement ou réduction de masse, variation de raideur de suspension...).

3.4. CONSTRUCTION DE LOIS DE CONTROLE POUR LES SUSPENSIONS ACTIVES DE VOITURES FERROVIAIRES

3.4.1. MOYENS D'ANALYSE DES RESULTATS DE SIMULATIONS

Cette partie sera composée de résultats de simulations. Une attention soutenue sera portée aux améliorations de confort, exprimées aux moyens des indices définis dans l'annexe 1.D.1 Ces indices traduisent le confort d'une voiture circulant sur une voie définie, ils sont donc dépendants de la qualité de la voie. Aussi, ne sera-t-il pas possible d'attribuer un indice absolu de confort à un véhicule actif ; en revanche, les améliorations relatives de confort seront appréciées en quantifiant le confort du véhicule équipé de suspensions actives comparativement à celui du véhicule passif de référence. Quatre modèles de voies ont été utilisés, ces modèles correspondent pour trois d'entre eux à des voies réelles (POITIERS ANGOULEME et LES AUBRAIS MONTAUBAN) ; le dernier modèle est théorique et plus contraignant que les trois précédents car il fait apparaître sur un unique échantillon des successions de courbes (courbes de même orientation, courbes et contre courbes, courbes de différentes longueurs) sans zone transitoire de ligne droite. (cf annexe 3.A.4)

Plus globalement, l'analyse des résultats de simulations portera sur les grandeurs suivantes : les grandeurs relatives au confort et à la dynamique du véhicule, celles relatives au contact et celles relatives au contrôle.

Les *grandeurs indicatives du confort* sont les accélérations transversales et verticales en caisse, prises en différents endroits de la caisse (centre de gravité, plancher avant milieu et arrière - cf figure 3.1), et les indices de confort associés à ces accélérations. Les *grandeurs relatives au déplacement* de la caisse traduisent en particulier les allongements des actionneurs, allongement de la suspension secondaire, et donc la possible mise en butée du système (cf figure 3.6). Les *efforts au contact roue-rail* permettent l'analyse de la qualité du contact au cours de la simulation, et donc une appréciation de la circulation (cf annexe 3.C). Enfin, les *grandeurs liées au contrôle*, avec les efforts et puissances des actionneurs, les déplacements et vitesses de déplacements des actionneurs permettent d'estimer les caractéristiques requises pour la spécification d'actionneurs réels.

3.4.2. ETUDE DE VEHICULES PASSIFS

Il semble opportun de présenter, avant toutes choses, les comportements des véhicules CORAIL classiques, tant dans leurs mouvements transversaux que verticaux. Une présentation exhaustive des évolutions de chacun des degrés de liberté étant impossible, on ne s'intéressera qu'aux accélérations transversale et verticale de caisse et aux déplacements relatifs des suspensions secondaires transversales (celles qui sont particulièrement non-linéaires, puisque équipées de butées viscoélastiques).

Pour accroître le confort, une réduction des accélérations transversales et verticales en chaque point du plancher de la caisse sera requise. Pour éviter les mises en butées trop brusques, génératrices de perturbations et de chocs, on souhaitera également réduire les déplacements

transversaux entre caisse et bogies - rester dans la plage neutre, sans aucun contact, sans aucune dynamique non-linéaire serait le mieux.

Exemple d'accélération transversale au centre de gravité de la caisse pour un véhicule CORAIL circulant sur un profil théorique (voir annexe 3.A.4) à 160km/h, avec une insuffisance de dévers de 160mm.

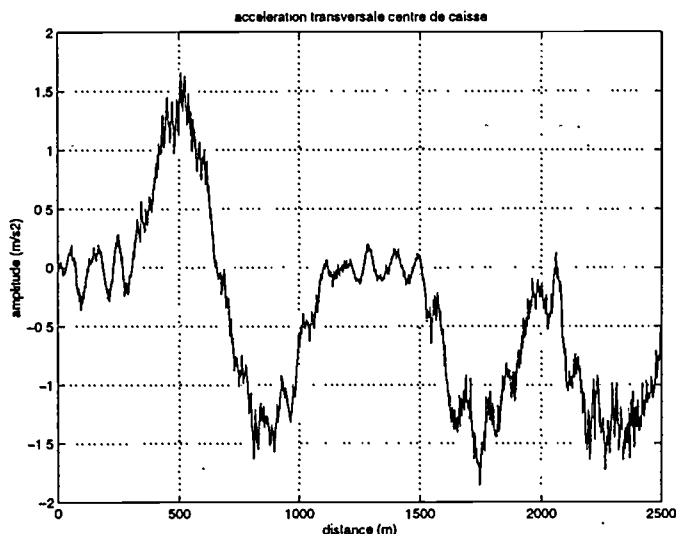
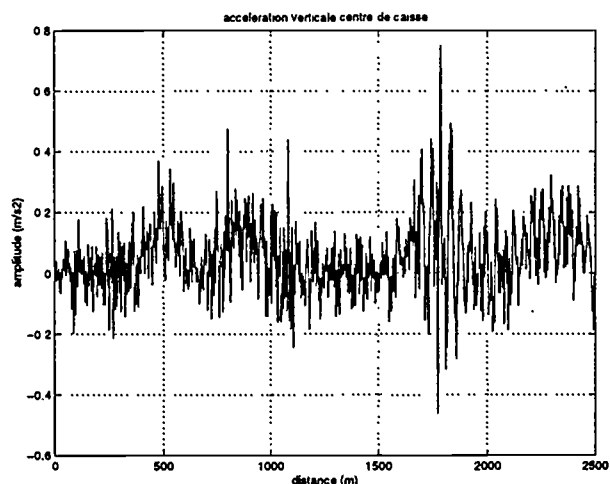
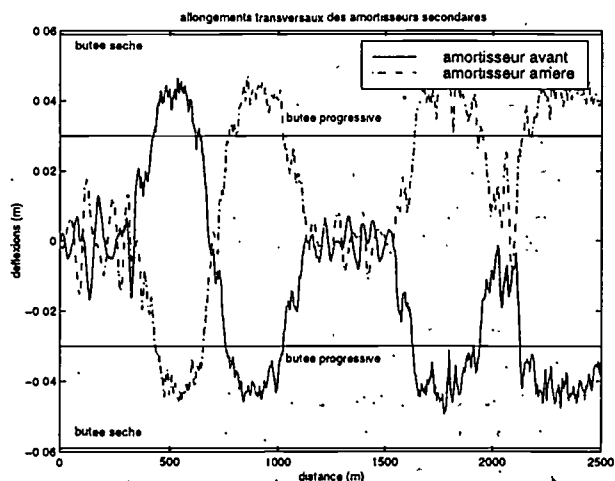


Figure 3.14:
Accélération transversale au
centre de la caisse pour un
véhicule CORAIL passif

Pour la même circulation, les déplacements relatifs entre caisse et bogie ont la forme suivante. Régulièrement, dans les courbes, les butées progressives sont utilisées (signifiant que le déplacement relatif entre caisse et bogie est supérieur à 30mm), mais les butées sèches (déplacement supérieur à 59mm) ne sont pas utilisées.

Figure 3.15 :
Allongement des amortisseurs secondaires avant
et arrière pour un CORAIL passif.
Représentation des zones de butées transversales



Les accélérations verticales (dans le repère du véhicule), pour la même simulation ont les formes suivantes, au centre de gravité de la caisse. Elles sont d'amplitudes plus réduites, et le passage en courbes est visualisé par une faible composante pseudo-statique (projection de la force centrifuge dans le repère lié au véhicule).

Figure 3.16 :
Accélération verticale au centre de gravité
de la caisse pour un CORAIL passif

3.4.3. CRITERES ET OBJECTIFS DES LOIS DE CONTROLE

L'optimisation :

On cherche à accroître le confort des passagers ayant pris place dans la voiture, à chaque instant. Cette contrainte permanente est très exigeante pour la réalisation de la chaîne de contrôle actif, car il oblige à garantir une amélioration, quelles que soient les conditions de circulations de la voiture ferroviaires ; or, ces conditions ne cessent d'évoluer tout au long d'un parcours :

- * variation de l'environnement : de la qualité de la voie, de la nature du tracé, présence de singularité comme les joints de ponts ou les zones denses d'aiguillages, variation de la vitesse d'avance du mobile...
- * variation du modèle lors de la montée et de la descente de passagers par variation de la masse embarquée...
- * variation des critères de contrôle inhérents aux constructions mécaniques, pour garantir un confort accru tant en courbe qu'en ligne droite.

En effet, l'accroissement de confort en ligne droite peut être réalisé par une augmentation de souplesse de la suspension transversale. Cette méthode à l'inconvénient d'autoriser de plus grands déplacements, qui, dans le cas transversal en courbes, permettent un décentrage de la caisse, et des contacts (générateurs de pics d'accélération) avec les butées progressives. Il est donc nécessaire de trouver un compromis entre confort et tenue du véhicule.

La reconstruction d'état :

C'est la reconstruction de grandeurs physiques non mesurées (voire non mesurables) à partir de la connaissance de grandeurs mesurées. Ces grandeurs ferroviaires mesurées sont classiquement des accélérations et des déplacements relatifs. Certaines grandeurs sont délicates à reconstruire, d'autres plus accessibles... Une optimisation de la reconstruction d'état est utile, et l'utilisation de contrôles sous optimaux, n'employant que des grandeurs facilement accessibles est parfois suffisamment efficace.

Le contrôle multilois :

Il permet en particulier d'utiliser des lois optimales, définies comme optimales pour un critère, un environnement et un système, et de générer des lois de contrôle sous optimales, mais simples de formulation, pour asservir les systèmes dans les zones transitoires.

3.5. RESULTATS DE SIMULATIONS TRIDIMENSIONNELLES

Les pages qui suivent ont pour objet une présentation de quelques résultats de simulations conduites sur des modèles de véhicules ferroviaires en trois dimensions, grâce au logiciel VAMPIRE. Seule une sélection des résultats est ici proposée et analysée. Si le modèle reste constant dans sa complexité, le contrôle devient lui de plus en plus complexe, agissant sur le véhicule en ligne droite, puis en courbe, et enfin sur toute une portion de voie. Des contrôles globaux des mouvements de la voiture (contrôle des mouvements transversaux et des mouvements verticaux) sont également proposés.

3.5.1.LES EFFETS DES SUSPENSIONS ACTIVES SUR LES VEHICULES CLASSIQUES

Les simulations suivantes présentent quelques effets de contrôles, pour des lois obtenues de façons diverses. Cette partie insistera sur les résultats en qualifiant le gain de confort, et ne dissimulera pas les difficultés techniques inhérentes aux simulations (et qui se rencontrent également dans la réalité) comme les problèmes posés par les filtres, le traitement du signal, les retards dans l'application de forces...

A la suite d'étude de comportements en ligne droite, seront abordées les circulations en courbes, et enfin les circulations sur toute une portion de voie, avec contrôle global du véhicule (contrôle des mouvements dans le plan transversal et dans le plan vertical du véhicule).

3.5.1.1.ETUDE DE CONTRÔLES TRANSVERSAUX EN LIGNE DROITE

Quatre types de lois seront étudiés : loi skyhook, loi Linear Quadratic, loi de contrôle semi-actif, et enfin loi H2.

Loi Skyhook

Pour le véhicule circulant en ligne droite, on propose de contrôler les deux actionneurs par une loi de type skyhook. La force avant sera proportionnelle à la vitesse transversale avant de la caisse, la vitesse arrière sera proportionnelle (via le même coefficient de proportionnalité) à la vitesse transversale arrière de la caisse - les vitesses considérées sont celles situées au niveau du plancher de la caisse.

$$\begin{cases} F_{av} = c * \dot{y}_{av} \\ F_{ar} = c * \dot{y}_{ar} \end{cases} \quad c = 5 * 10^5 \text{ Ns / m}$$

La valeur du paramètre de viscosité est environ 16 fois plus importante que celle caractérisant l'amortisseur transversal passif.

$\dot{y}_{av}$ (respectivement $\dot{y}_{ar}$) est la vitesse de la caisse à l'avant (à l'arrière).

Elles se composent ainsi :

$$\dot{y}_{av} = \text{vitesse\_centre\_de\_caisse} + 9.153 * \text{vitesse\_lacet\_caisse} - 1.1 * \text{vitesse\_roulis\_caisse}$$

$$\dot{y}_{ar} = \text{vitesse\_centre\_de\_caisse} - 9.153 * \text{vitesse\_lacet\_caisse} - 1.1 * \text{vitesse\_roulis\_caisse}$$

Les termes 9.153 et 1.1 étant liés à des dimensions géométriques.

De plus, on insère une limitation physique de saturation de force à $\pm 50\text{kN}$.

L'ensemble est défini à partir du modèle présenté en annexe 3.A.2.

Accélérations transversales calculées au centre de caisse, sur le plancher, pour un véhicule CORAIL passif et un véhicule actif. Ligne droite, défaut théorique à 160km/h

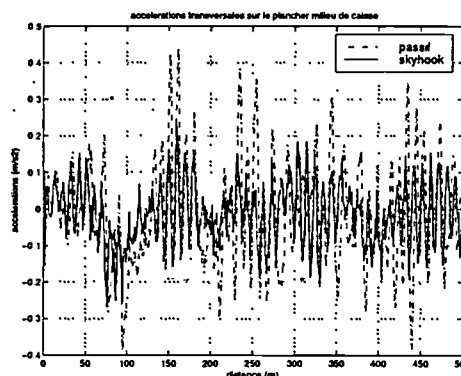


Figure 3.17 :
Accélérations transversales sur le plancher milieu de caisse

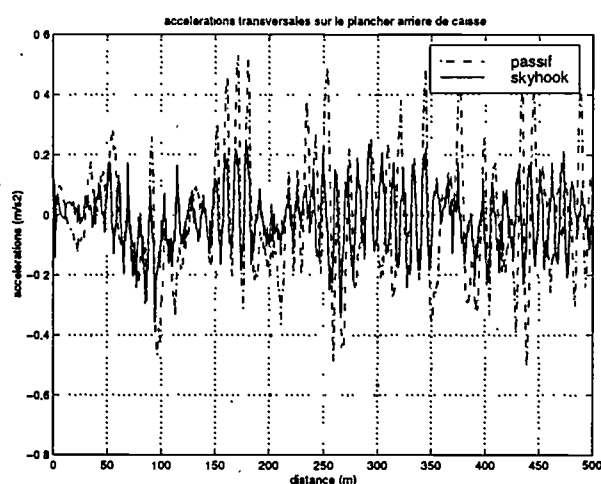


Figure 3.18 :
Accélérations transversales calculées à l'arrière de la caisse, sur le plancher, pour un véhicule CORAIL passif et un véhicule actif

Les gains escomptés en réduction de valeur RMS d'accélérations filtrées (accélérations filtrées par les filtres de pondération des notes de confort) sont conséquents comme le prouve le tableau ci-contre.

Valeurs RMS filtrées (m/s ²)	Centre gravité	Plancher avant	Plancher milieu	Plancher arrière
Passif	0.1574	0.1857	0.1481	0.1730
Actif	0.0635	0.0597	0.0521	0.0598
Gain Actif/Passif	59%	67%	64%	65%

Le confort transversal, en ligne droite, peut être notablement augmenté par une simple loi de contrôle de type skyhook. De plus, ce contrôle permet d'obtenir un contrôle homogène, tout le long de la voiture. Dans la pratique, l'établissement d'une loi skyhook en ligne droite peut se faire par intégration des accélérations. Les signaux ne sont pas trop pollués. Réaliser ce skyhook en courbe est plus complexe et nécessite une étude supplémentaire, comme le souligne le paragraphe 3.3.2.

Contrôle par loi LQ

Ce contrôle est établi par loi de type LQ, sans reconstruction, et avec une volonté de réduction des accélérations transversales perçues en caisse. Les lois sont établies localement, pour chacune des demi-caisses, en identifiant chaque demi-véhicule à un modèle à deux degrés de liberté (modèle en une dimension). Les simulations sont menées pour une circulation en ligne droite à 115 km/h. Les défauts de voies sont plus contraignants que dans le précédent exemple, comme le prouve les valeurs RMS du véhicule passif, ils correspondent aux irrégularités enregistrées au pk552 entre LES AUBRAIS et MONTAUBAN.

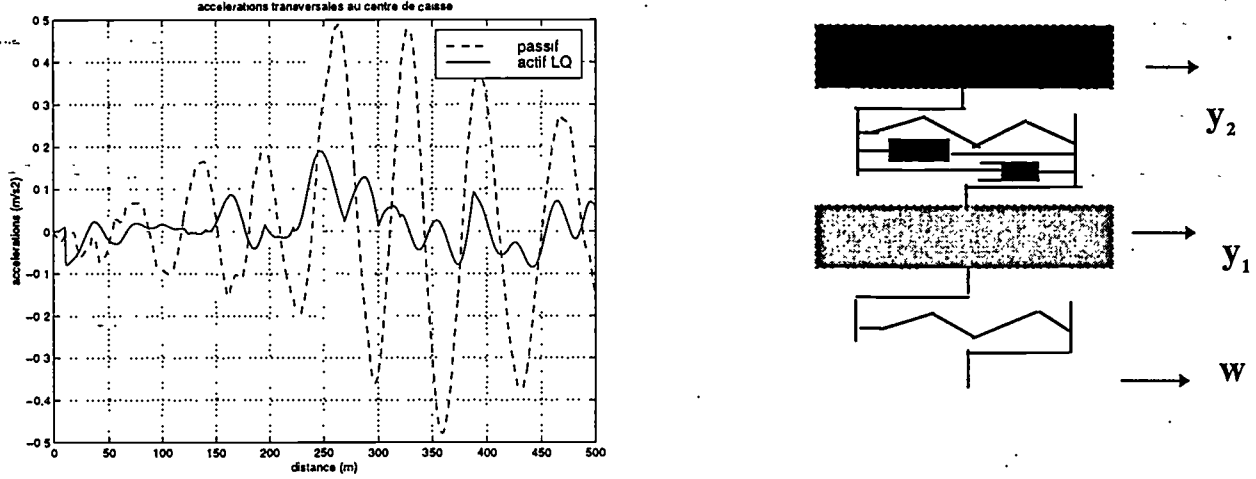


Figure 3.20 (a):
Accélérations transversales du centre de gravité de caisse,
pour un véhicule passif et pour un véhicule actif

Pour la recherche de la loi, c'est le modèle à deux degrés de liberté qui est choisi.

L'état du système est le suivant : $\mathbf{X}^t = [y_1 \quad y_2 \quad \dot{y}_1 \quad \dot{y}_2]$

$$\dot{\mathbf{X}} = \mathbf{A}\mathbf{X} + \mathbf{B}\mathbf{u} + \mathbf{G}\mathbf{w}$$

Les matrices de pondérations choisies pour l'écriture de l'indice de coût visent à minimiser les quantités de déplacement de caisse et de bogies, l'accélération de caisse, et la force délivrée par l'actionneur. Les matrices de pondérations (Q,R,T) sont ainsi choisies (cf 2.16)

$$\mathbf{Q} = \begin{bmatrix} q & -q & 0 & 0 \\ -q & q & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \quad \mathbf{R} = r \quad \mathbf{T} = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & t \end{bmatrix}$$

Pour les simulations, c'est le modèle présenté en annexe 3.A.2 qui est utilisé, sous VAMPIRE. Les gains obtenus par ce contrôle sont les suivants, en valeur RMS d'accélérations filtrées(m/s²)

Véhicule	Plancher avant	Centre gravité	Plancher arrière
Passif	0.1156	0.1028	0.1572
Actif	0.0424	0.0572	0.0443
Gain	63%	44%	70%

A nouveau, le potentiel d'accroissement du confort est conséquent. Cependant, les gains sont hétérogènes le long du véhicule ; les lois d'actions ayant été établies de manière locale, la dynamique transversale globale du véhicule n'a pas été correctement appréciée. Aussi, constate-t-on des réductions d'accélérations plus importantes au-dessus des actionneurs qu'au centre de la voiture.

Cette loi de contrôle de type LQ, n'utilise aucune reconstruction d'état. L'hypothèse de connaissance à chaque instant t de l'intégralité des variables utiles à la formulation du contrôle est donc posée. L'utilisation d'une phase de reconstruction d'état, ou l'établissement d'un contrôle sous-optimal fait chuter le gain à des valeurs plus modestes voisines de 40%.

Etude de contrôle semi-actif

La loi semi-active étudiée est directement dérivée de la loi active LQ précédemment testée, avec une limitation de la viscance, conformément au schéma présenté en figure 2.21.

Les saturations de viscances sont fixées à 0 pour la valeur inférieure et à $1 \cdot 10^6$ pour la valeur supérieure.

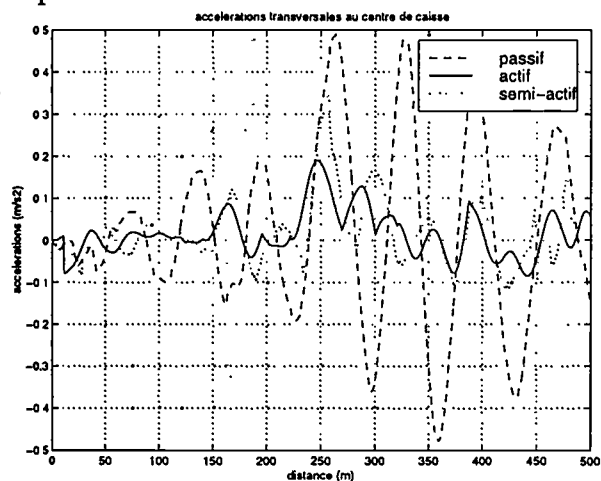


Figure 3.20 (b) :
Accélérations transversales au centre de
caisse pour un véhicule passif, et un
véhicule contrôlé par loi active ou loi
semi-active. <

La valeur RMS de l'accélération au centre de caisse est alors de 0.0794, soit un gain de 23% par rapport au passif (le contrôle actif pur permettait un gain de 44%).

Etude de synthèse H2

On étudie un système transversal simplifié (modèle bidimensionnel), dans une circulation en ligne droite. La loi de contrôle a été établie précédemment, avec optimisation et étude de la robustesse, comme indiqué dans la partie 3.3.3 - modèle et équations d'état sont présentées en annexe 3.B.2. La présentation va maintenant se focaliser sur deux points : les gains de confort et la reconstruction d'état.

Par l'analyse de la reconstruction d'état, on constate que ce modèle algébrique simple permet de bien appréhender le comportement du modèle tridimensionnel non-linéaire. L'annexe 3.B.2 présente sur 4 courbes les variables d'observations obtenues d'une part par intégration du schéma numérique (véhicule tridimensionnel sur VAMPIRE) et d'autre part par reconstruction d'état (formulation obtenue à partir du modèle bidimensionnel). La grande corrélation entre chaque paire de courbes est satisfaisante pour un système aussi complexe que le modèle de véhicule ferroviaire dans l'espace à 3 dimensions. Ces quatre grandeurs sont la vitesse transversale, de la vitesse de rotation de caisse, la somme de déplacements relatifs entre caisse

et bogies ($\theta_{b1} + \theta_{b2}$), et les différences entre roulis de caisse et roulis de bogie ($2\theta_c - \theta_{b1} - \theta_{b2}$)

A propos des gains de confort, il est constaté un fort potentiel d'accroissement de confort au centre de la caisse. Cependant cet accroissement de confort au centre se réalise au détriment du confort aux extrémités de caisse. En effet, le modèle bidimensionnel ne tient pas compte des mouvements de lacet de caisse, comme annoncé précédemment, et la variable de lacet de caisse n'est pas une variable d'observation. Pour améliorer ce modèle, il est nécessaire lors de l'établissement du modèle algébrique à deux dimensions de considérer le lacet comme une variable différentielle du problème, et de la retenir pour composante du vecteur d'observations. (cf figure 3.21)

Résultats pour un constat de réduction des accélérations au centre de gravité de la caisse :

Véhicule	Passif	Actif
RMS (m/s ²)	0.1981	0.0801
Diminution		59%

3.5.1.2. ETUDE DE CONTRÔLES TRANSVERSAUX EN COURBE

Les lois de contrôle en courbes sont plus délicates à élaborer que les lois de contrôle en ligne droite. En effet, une action supplémentaire s'applique au système : l'accélération centripète dans les raccords et les portions de pleines courbes. Les actions recherchées consistent non seulement à réduire les accélérations ressenties dans les caisses, mais également à limiter les mises en butées, afin d'éviter tout choc potentiel.

Quelques lois et quelques effets sont présentés ci-après, ainsi que certaines limitations à la construction de lois de contrôle pour le contrôle de véhicules en courbe.

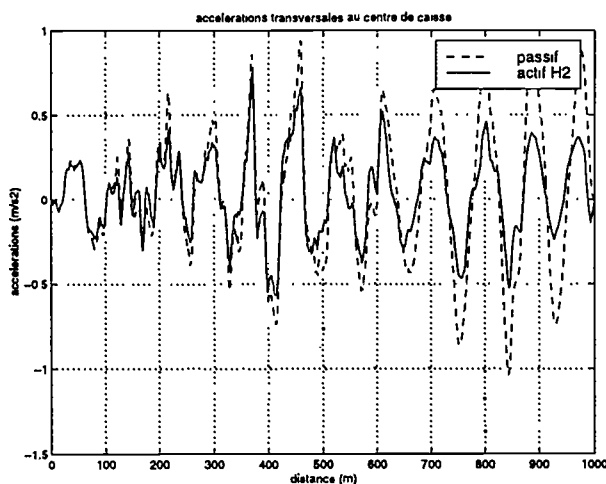


Figure 3.21 :
Accélération transversale de
centre de caisse, pour un
véhicule passif et un véhicule
actif

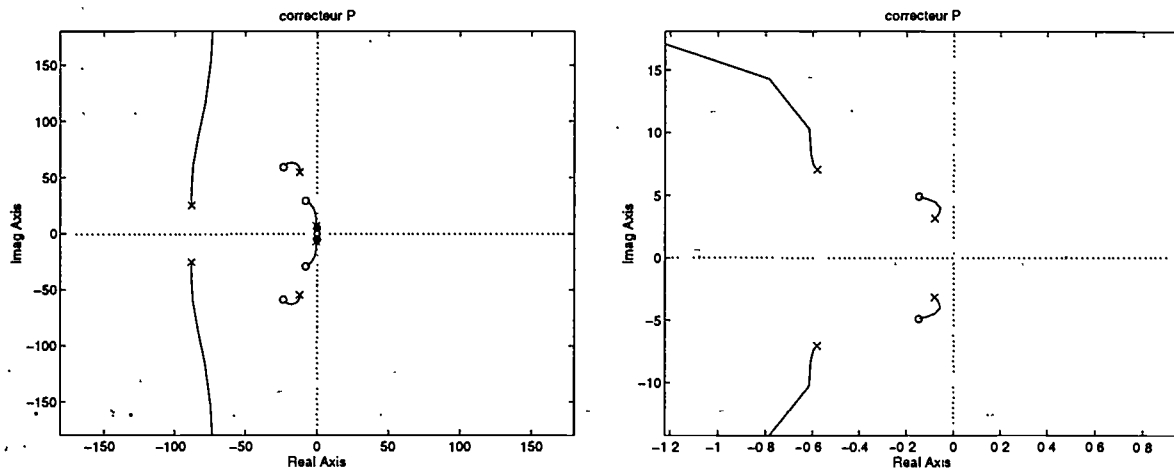
Etude de contrôle PID

Pour des raisons de stabilité du système, il est très difficile de réduire l'accélération de caisse avec un correcteur PID. Aussi, propose-t-on de constater les effets d'un correcteur PID sur le centrage de la caisse (contrôle des déplacements) lors d'un passage en courbe.

Dans un premier temps, les recherches de contrôleurs se font sur MATLAB, à partir d'un modèle monodimensionnel ou bidimensionnel de véhicule ferroviaire. La recherche des évolutions des transferts en boucles ouvertes permet de déterminer un ensemble de correcteurs

admissibles. Ces contrôleurs sont ensuite implantés sur le véhicule en trois dimensions, de manière à connaître leurs effets sur la structure complexe. Le modèle testé sous VAMPIRE est celui présenté en annexe 3.A.2.

Figure 3.22 : Exemple de recherche de correcteur P puis PID à partir des lieux d'EVANS



Etude de correcteurs P:

Ces correcteurs P ont un effet certain de centrage de caisse. Cependant, cet effet, sans améliorer le confort transversal, ne le détériore pas dans cette configuration de circulation à 115 km/h sur le profil les AUBRAIS MONTAUBAN (pk552), avec une insuffisance de dévers de 160mm. (cf annexe 3.A.4)

A l'avant (respectivement à l'arrière) du véhicule, le PID est implanté de manière à ramener à 0 la valeur de l'allongement de l'actionneur avant (respectivement arrière). Une valeur de P de $3 \cdot 10^5$ est choisie, c'est à dire la valeur de la raideur transversale secondaire.

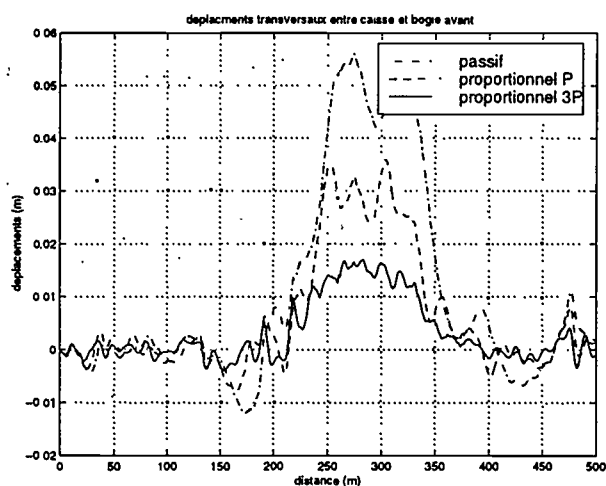


Figure 3.23 : Représentation du modèle passif, actif avec correcteur proportionnel réglé à une valeur P, puis avec correcteur avec un gain proportionnel réglé à la valeur de $3 \cdot P$
Etude des déplacements transversaux sur l'actionneur avant

Valeurs RMS filtrées d'accélération transversales	Plancher avant	Plancher milieu	Plancher arrière
Véhicule passif	0.19	0.19	0.21
Véhicule actif correcteur P	0.21	0.18	0.24
Véhicule actif correcteur $3 \cdot P$	0.22	0.17	0.20

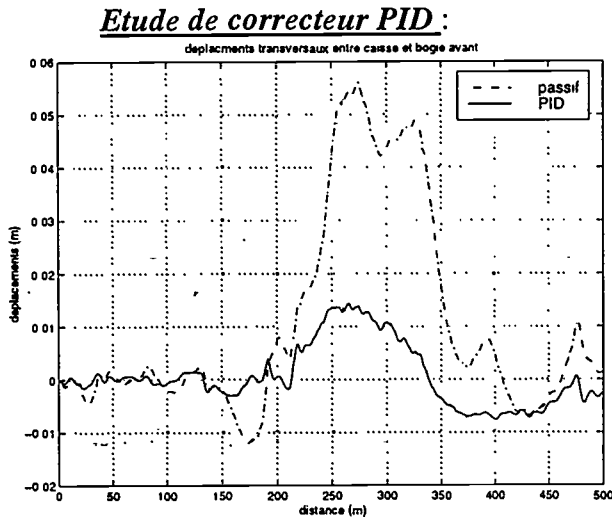


Figure 3.24. :
Etude des déplacements
transversaux sur
l'actionneur avant

Les correcteurs PID peuvent aider au centrage de la caisse, mais en général leur effet est néfaste sur l'accélération de caisse, et donc sur le confort des passagers. En effet la présence du correcteur P se traduit par un accroissement de la raideur de suspension, soit une dynamique plus haute fréquence, et une accélération accrue.

L'action proportionnelle a tendance à raidir la structure, ce qui va à l'encontre du confort. L'action dérivée a tendance à amortir la structure, ce qui peut également aller à l'encontre du confort, dans la mesure où l'on souhaiterait une suspension secondaire ayant les caractéristiques les plus faibles possibles ; cette action introduit de plus des déphasages avant, avec des effets souvent dégradants dans les phases transitoires d'entrées de courbes. Enfin, l'action intégrale génère une mémoire des instants passés, mémoire dont les effets se ressentent essentiellement en sortie de courbe, faisant osciller le véhicule autour de la position d'équilibre, alors que celui-ci circule maintenant sur ligne droite.

$P=7.5 \cdot 10^5$	$I=0.4 \cdot P''$	$D=0.1 \cdot P$

Remarque :

L'aspect non linéaire du problème n'est pas apparent, et le correcteur PID permet de centrer la caisse dans un intervalle de plage libre des suspensions transversales.

Suite à analyse des accélérations transversales filtrées, on constate toujours que le correcteur à action de centrage n'a pas beaucoup d'effets sur les accélérations de la caisse.

Valeurs RMS filtrées d'accélérations transversales	Plancher avant	Plancher milieu	Plancher arrière
Véhicule passif	0.19	0.19	0.21
Véhicule actif correcteur PID	0.18	0.17	0.19

La préannonce

C'est la loi, énoncée dans la partie 2.1.4.1, loi bien connue des services de la Direction du Matériel de la SNCF, et qui consiste à appliquer une force de même module, de même direction et de sens opposé à celle de la composante basse-fréquence de l'accélération centripète. Il a déjà été abordé l'avantage de cette loi pour le centrage, sans augmentation de la raideur de la suspension. Un autre avantage lié à cette loi, est la possibilité de superposer une autre loi de contrôle applicable pour une structure linéaire dans une hypothèse de petits

déplacements (maintenant que le système ne vient plus fréquemment en butées, le système évolue plus souvent dans une plage linéaire, plus facile à contrôler).

Les autres lois de contrôle

Le passage en courbe génère une composante basse fréquence des accélérations transversales, décentrant le véhicule, et le positionnant donc au delà des hypothèses mécaniques classiques de petits déplacements. Plusieurs parades sont alors envisagées, comme un centrage de la caisse, ou le souhait de réduire des oscillations en les comparant non plus à une consigne nulle, mais à une consigne qui contiendrait la composante basse fréquence des signaux.

Cependant, le passage en courbe génère des difficultés de reconstruction d'état de systèmes, n'ayant pas à chaque instant la connaissance de l'accélération transversale non compensée, et introduisant des grands déplacements et donc des phénomènes non linéaires. Cette nécessité de traiter le signal modifie parfois fortement le système couplé, comme le montre l'exemple développé dans la partie 3.3.2. Aussi préférera-t-on des modèles plus robustes de contrôle optimum utilisant des grandeurs directement mesurables.

En conclusion, l'établissement d'une loi de contrôle en courbe est notoirement plus complexe qu'une loi de contrôle en ligne droite. Ce sont ces constatations associées à celles de centrage en courbe qui conduisent à réfléchir à un contrôle adaptatif dont le critère pourrait varier avec le temps et qui serait optimal sur toutes les zones non transitoires de circulation du véhicule ; c'est pour répondre à ces objectifs que fut pensé le **contrôle global multilois**.

3.5.1.3. ETUDE DE CONTRÔLE GLOBAL MULTILOIS

Ce paragraphe va permettre d'illustrer deux concepts nouveaux que sont la globalité du contrôle dans la recherche de contrainte des mouvements du plan transversal et des mouvements du plan vertical, et l'aspect multilois, dans le changement de lois transversales en fonction de la nature du tracé.

Aspects de contrôle global :

Ce contrôle est relatif à la recherche simultanée de réduction des valeurs RMS d'accélérations de caisse, tant en transversal qu'en vertical, et pour tous les points de la caisse. S'il est vrai que le confort vertical des voitures ferroviaires est supérieur au confort transversal, nous continuons à penser que son accroissement peut être bénéfique pour certaines conditions de circulations (conditions à fixer par les exploitants). (cf 3.1.2)

Pour l'investigation et la recherche, ce concept est intéressant car il semble montrer :

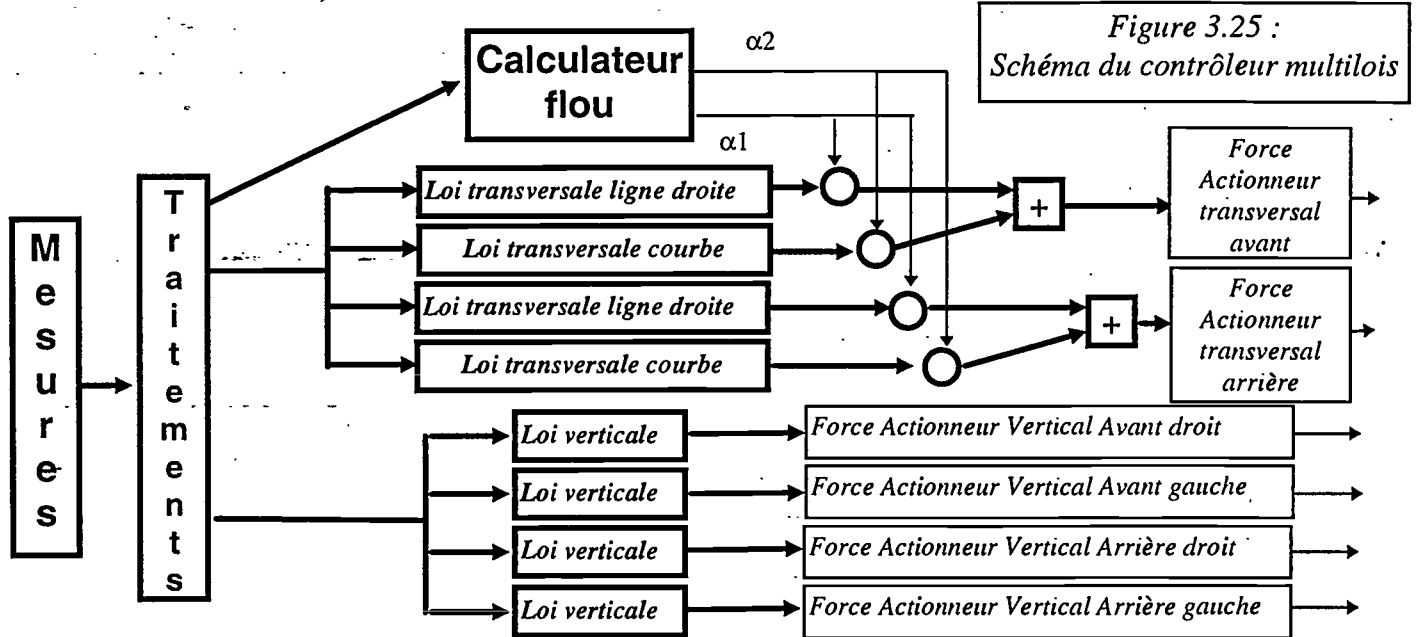
- que des gains notoires peuvent être apportés par le contrôle actif, quel que soit le niveau de confort du véhicule passif. En fait, cette affirmation n'est vraie que si le véhicule est équipé d'actionneurs rapides, agissant sur une très large bande de fréquences, et s'ils sont capables de générer de petits efforts et de petites variations d'efforts (petites par rapport à l'étendue de la plage d'effort que l'actionneur doit être en mesure de délivrer, dans les phases de centrage notamment). Cette dernière contrainte implique la minimisation extrême des frottements secs internes à l'actionneur.

- que le contrôle simultané peut se réaliser sans problèmes de stabilité, dans la mesure où les mouvements transversaux et verticaux de caisse sont suffisamment découplés sur ce type de matériel ferroviaire.

En conséquence, on analysera dans ce paragraphe, séparément, les gains de confort transversaux et verticaux.

Schéma du contrôleur multilois :

Pour l'exemple suivant, le nombre de lois de contrôle a été limité à deux lois transversales pour l'établissement du contrôle multilois, une loi optimale pour la circulation en ligne droite et une autre loi optimale pour la circulation en courbes. Les combinaisons linéaires sont réalisées au moyen de pondérations obtenues par calculateur flou (description du calculateur flou en annexe 3.D).



Descriptif de trois lois de contrôle :

Les trois lois ont été construites sous la condition d'être implantables réellement sur le véhicule ferroviaire. Elles utilisent donc des retours d'état de variables ou de grandeurs physiquement mesurables (au moyen de capteurs implantés sur le véhicule, ou au moyen de capteurs intrinsèques aux actionneurs) ou solutions d'algorithmes efficaces de reconstruction d'état. Dans les paragraphes suivants, seules quelques informations nécessaires à la construction des lois seront apportées, de manière à conserver une certaine confidentialité des travaux.

Loi verticale : C'est un contrôle de type LQ sous optimal

Son rôle consiste en un assouplissement de la suspension verticale, avec un accroissement de l'amortissement sur la variable de vitesse de caisse.

Quatre lois sont établies pour les 4 actionneurs (avant gauche, avant droit, arrière gauche, arrière droit).

$$\begin{aligned}
 F_{av-d} &= -k_v \cdot \Delta x_{avd} - c_{v1} \cdot \dot{x}_{bav} - c_{v2} \cdot \dot{x}_{cav} \\
 F_{av-g} &= -k_v \cdot \Delta x_{avg} - c_{v1} \cdot \dot{x}_{bav} - c_{v2} \cdot \dot{x}_{cav} \\
 F_{ar-d} &= -k_v \cdot \Delta x_{ard} - c_{v1} \cdot \dot{x}_{bar} - c_{v2} \cdot \dot{x}_{car} \\
 F_{ar-g} &= -k_v \cdot \Delta x_{arg} - c_{v1} \cdot \dot{x}_{bar} - c_{v2} \cdot \dot{x}_{car}
 \end{aligned}$$

k_v : paramètre de raideur	c_{v1} : paramètre visqueux	c_{v2} : paramètre visqueux
ΔX_{avd} : allongement actionneur avant droit	ΔX_{avg} : allongement actionneur avant gauche	
ΔX_{ard} : allongement actionneur arrière droit	ΔX_{arg} : allongement actionneur arrière gauche	
$\dot{x}_{bav}$: vitesse verticale bogie avant	$\dot{x}_{bar}$: vitesse verticale bogie arrière	
$\dot{x}_{cav}$: vitesse verticale caisse avant	$\dot{x}_{car}$: vitesse verticale caisse arrière	

Les vitesses absolues sont obtenues par intégration et filtrage de signaux accélérométriques. Les constantes k_y , c_{v1} et c_{v2} sont obtenues comme solutions d'une formulation LQ sous optimale.

Loi transversale en ligne droite : Comme il a été précédemment démontré, plusieurs lois peuvent être proposées, en particulier des skyhook, ou lois de type LQ sous optimal, ou encore LQG, synthèse H2 avec une bonne reconstruction d'état, tenant compte de plusieurs mouvements du véhicule (et en particulier des mouvements transversaux et de lacet dans le plan horizontal). Pour les résultats de simulations présentées ci-après, une loi LQ sous optimale a été retenue.

Pour les exemples suivants, c'est une formulation LQ sous optimale qui a été choisie, les paramètres k_t , c_{t1} et c_{t2} étant issus de cette formulation.

$$\begin{cases} F_{av} = -k_t \cdot \Delta X_{av} - c_{t1} \cdot \Delta \dot{X}_{av} + c_{t2} \cdot (\dot{x}_{cav} + \dot{x}_{car}) \\ F_{ar} = -k_t \cdot \Delta X_{ar} - c_{t1} \cdot \Delta \dot{X}_{ar} - c_{t2} \cdot (\dot{x}_{cav} + \dot{x}_{car}) \end{cases}$$

ΔX_{av} : élongation de l'actionneur transversal avant	ΔX_{ar} : élongation de l'actionneur transversal arrière
$\Delta \dot{X}_{av}$: vitesse d'élongation de l'actionneur transversal avant	$\Delta \dot{X}_{ar}$: vitesse d'élongation de l'actionneur transversal arrière
$\dot{x}_{cav}$: vitesse transversale de caisse à l'avant	$\dot{x}_{car}$: vitesse transversale de caisse à l'arrière

Les vitesses transversales de caisse avant et arrière sont obtenues par intégration d'un signal d'accélération, pour un capteur qui serait localisé à proximité du point d'attache sur caisse de l'actionneur.

Loi transversale en courbe : Loi composée (la plus difficile pour l'étude de la robustesse), avec d'un assouplissement des suspensions, centrage de caisse par application d'une force annulant les effets de la composante basse fréquence de l'accélération centripète (loi avec préannonce), et effet de skyhook.

$$\begin{cases} F_{av} = m\gamma - k_{tt} \cdot \Delta X_{av} - c_{tt} \cdot \Delta \dot{X}_{av} + c(\dot{x}_{cav} + \dot{x}_{car}) \\ F_{ar} = -m\gamma - k_{tt} \cdot \Delta X_{ar} - c_{tt} \cdot \Delta \dot{X}_{ar} - c(\dot{x}_{cav} + \dot{x}_{car}) \end{cases}$$

γ est un signal d'accélération filtrée et déphasée de bogie, visant à annuler les effets centrifuges dans les courbes.

Les autres variables ont déjà été définies dans la formulation des lois transversales en ligne droite.

Résultats de simulation pour une circulation à 110km/h

Effets du contrôle : effets sur les accélérations transversales et les accélérations verticales pour un véhicule circulant à 110km/h.

Résultat en transversal

Visualisation des formes des accélérations transversales, pour des véhicules circulant à 110km/h. On compare les réponses obtenues pour le véhicule CORAIL classique et le véhicule CORAIL équipé de suspensions actives. Les mesures sont enregistrées (fig3.26) au centre de gravité de la caisse et sur le plancher avant. Les simulations sur tracé pk581 (cf annexe 3.A.4), pour une vitesse d'avancement de 110 km/h pour une insuffisance de dévers de 140mm.

Les deux premières courbes présentent les accélérations transversales non filtrées de caisse, avec des composantes pseudo-statiques traduisant les effets centrifuges. Les deux courbes suivantes traduisent les comportements de ces accélérations filtrées entre 0 et 2Hz, tant en réponses temporelles que fréquentielles.

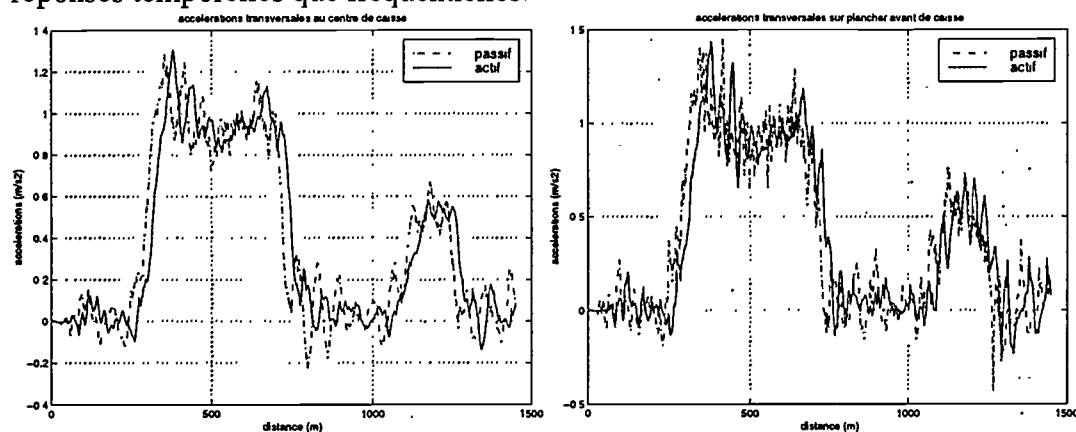
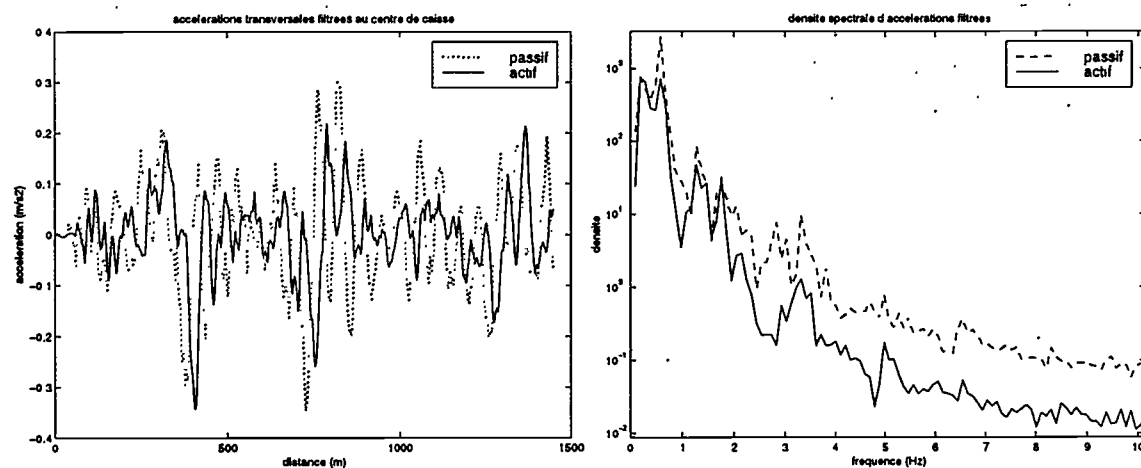


Figure 3.26 : Accélérations transversales de caisse



Les valeurs RMS des accélérations filtrées sont réduites de plus de 30% au centre de la caisse. Les quantifications de confort sont les suivantes :

Indices de confort au centre de la caisse	Véhicule passif	Véhicule actif
Note de confort (h)	18.8	27.09
Indice Wz	1.62	1.37
Indice Nmv	0.98	0.55

Ces résultats prouvent que des gains notoires de confort peuvent être réalisés, même si le véhicule ferroviaire passif est déjà très confortable. De manière à prouver plus encore la pertinence des suspensions actives, des résultats vont être présentés pour les mêmes véhicules circulant sur le même tracé mais à vitesse plus élevée.

L'analyse du contenu spectral de l'accélération au centre de gravité de la caisse indique une diminution de l'amplitude sur une large bande de fréquence (de 0.5 à presque 10 Hz), avec une réduction importante des amplitudes aux résonances.

Résultats en vertical :

Deux courbes d'accélérations verticales du véhicule, calculées au centre de gravité de la caisse (fig 3.28), et sur le plancher avant. Sur chacune des courbes sont tracées les réponses des véhicules passif et actif.

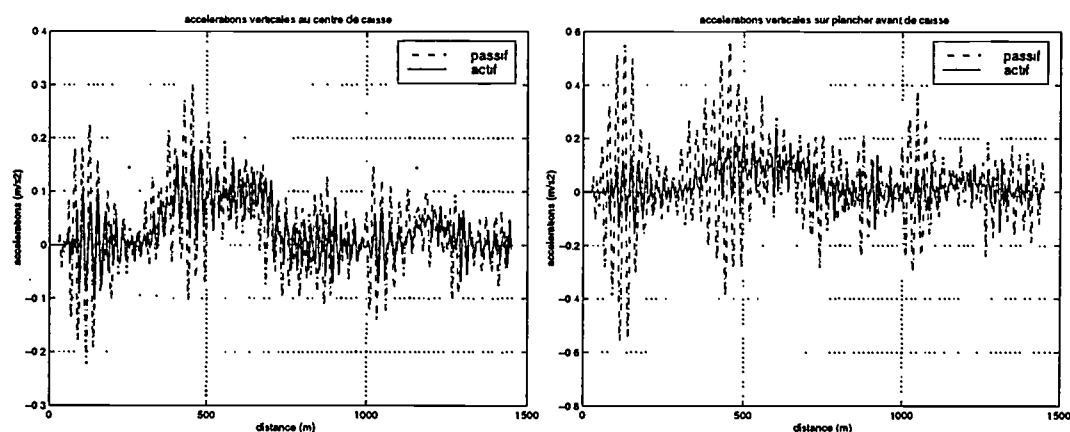


Figure 3.27 : accélération verticales de caisse

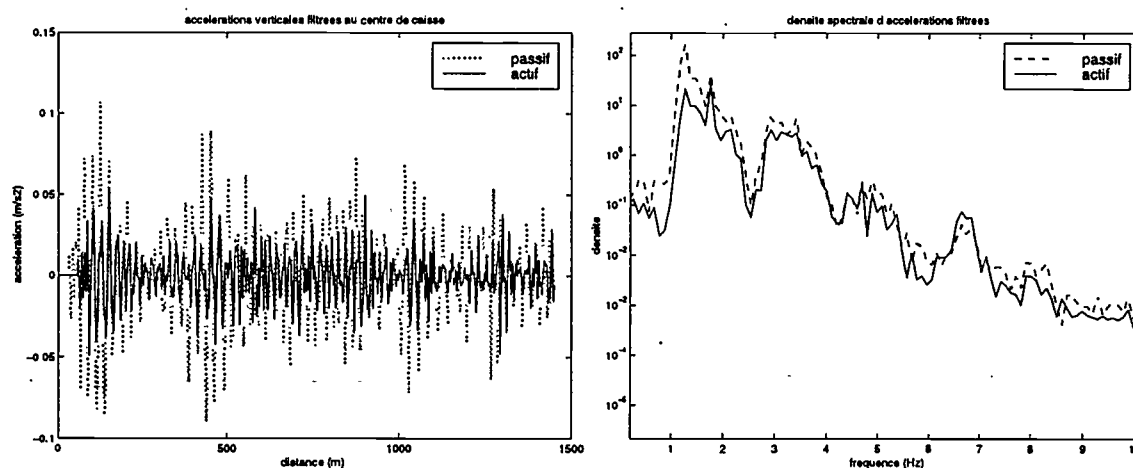


Figure 3.28 : accélération verticales de caisse filtrées

A nouveau, les gains sur les valeurs RMS des accélérations filtrées sont conséquents, puisqu'ils dépassent 45%, et sont de plus relativement homogènes, quelle que soit la nature de la portion de voie sur laquelle circule le véhicule.

Résultats de simulation pour une circulation à 140km/h

On conserve les mêmes véhicules dans les mêmes dispositions. Le tracé du pk581 est également conservé, mais on lui adjoint des défauts de voies plus contraignants (l'écart type des défauts est le double de ceux utilisés dans la simulation précédente), et la vitesse de circulation des véhicules est portée à 140 km/h.

On étudie le confort en caisse, pour le même contrôle que celui préalablement spécifié.

Indice de confort au centre de la caisse en transversal	Véhicule passif	Véhicule actif
Note de confort	7.11	12.17
Wz	2.23	1.86
Nmv	1.89	1.36

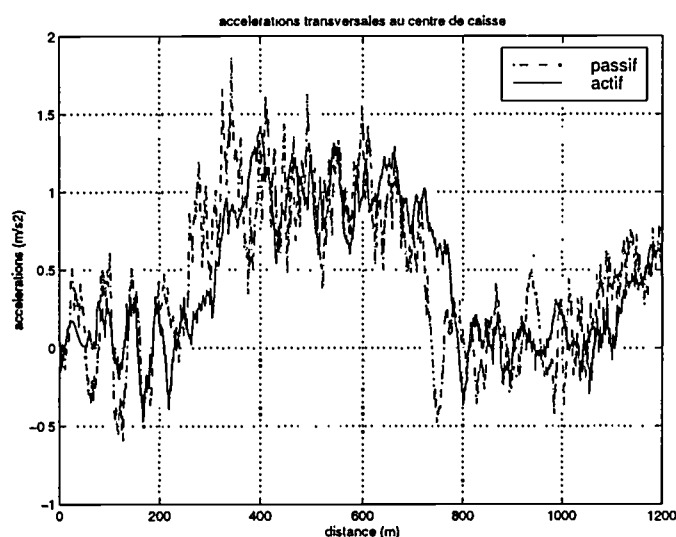
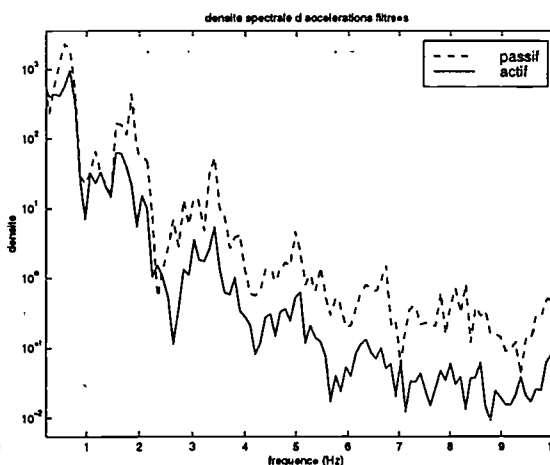
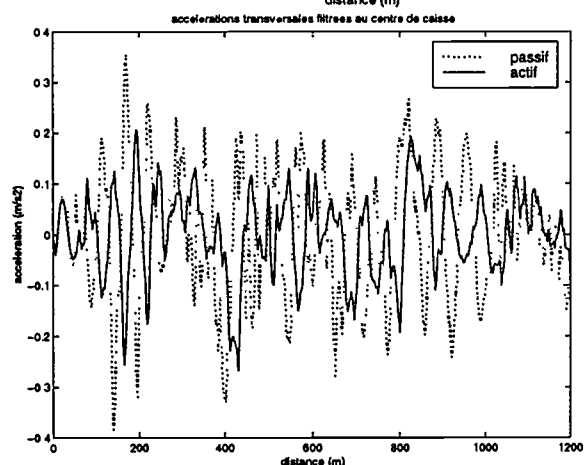


Figure 3.29
Accélérations transversales
au centre de la caisse



Nouvelles valeurs pour les indices de confort :

Indice en vertical au centre de la caisse	Véhicule passif	Véhicule actif
Note de confort en heure	9.09	15.94
Indice Wz	2.75	2.26
Indice Nmv	3.12	1.85

En constate que pour cette simulation, qui est plus contraignante que la précédente, les effets du contrôle actif sont encore plus sensibles, dans la mesure où ils permettent d'atteindre, au centre de la caisse, des notes de confort de 12.17 en transversal (au lieu de 7.11 pour le véhicule CORAIL passif) et de 15.94 en vertical (au lieu de 9.09 en passif)

Le contrôle actif tel qu'il est implanté est performant, et le contrôle global permet un apport concret de confort, tant en transversal qu'en vertical.

Résultats de simulations pour une circulation à 160km/h

Les mêmes modèles de véhicules circulent maintenant sur le tracé de profil théorique (cf annexe 3.A.4) à 160 km/h, avec une insuffisance de dévers de 160mm.

Les simulations sont menées avec les mêmes lois de contrôle en transversal.

Comportements des accélérations transversales

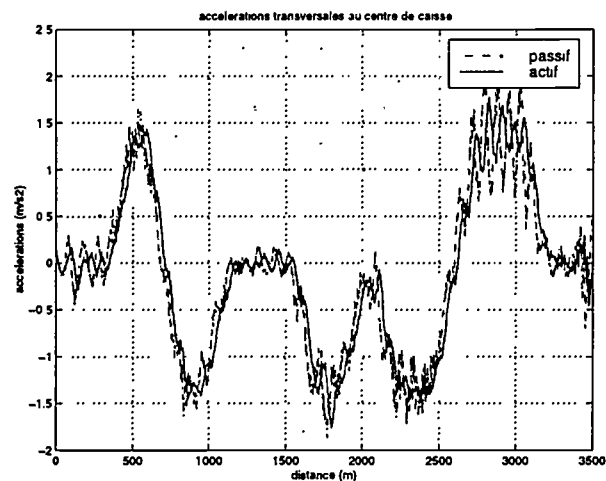


Figure 3.30 : Accélérations transversales en caisse

Une fois encore, l'apport des suspensions actives transversales est important, comme le soulignent les formes de ces courbes, et les tableaux de résultats ci-dessous.

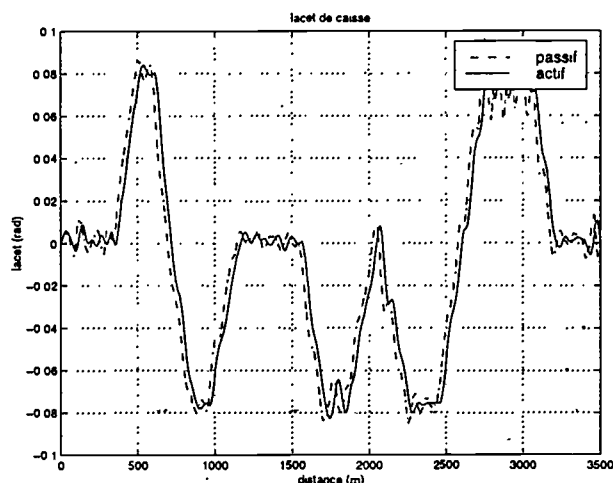
Tableau de résultats en terme d'accroissement du confort transversal

Indices de confort transversal	Centre de gravité	Plancher avant	Plancher milieu	Plancher arrière
Note de confort (h)	9.69 - 18.07	7.55 - 10.66	9.94 - 20.57	6.06 - 9.71
Indice Wz	2.157 - 1.711	2.46 - 2.17	2.30 - 1.79	2.60 - 2.21
Indice Nmv	2.38 - 1.05	2.19 - 1.62	1.86 - 0.92	2.49 - 1.90

En caractères classiques sont indiquées les valeurs obtenues pour le véhicule CORAIL, en gras les valeurs obtenues pour le véhicule équipé de suspensions actives. On note des gains de confort pour tous les indices, quelle que soit la localisation du capteur sur la voiture.

Figure 3.31 : Lacet de caisse

Si des gains de confort notoires sont enregistrés pour les mesures aux extrémités de caisse, c'est que l'angle de lacet a lui aussi été réduit, ainsi que ses dérivées, au même titre que les accélérations transversales. C'est ce que montre cette courbe, en prouvant le bon comportement dynamique de la voiture contrôlé activement.



Comportement de l'élongation des actionneurs :

Ces figures traduisent les élongations des actionneurs transversaux, ou déplacements relatifs entre caisse et bogies au droit des suspensions. Sur la figure 3.32 est présentée l'évolution de ces déplacements à l'avant des véhicules, pour des modèles CORAIL passif et actif

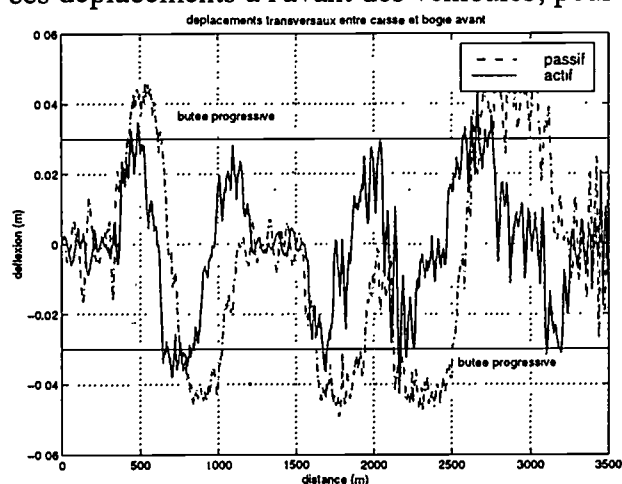


Figure 3.32 : déplacements transversaux : élongations des actionneurs (actif) ou amortisseurs secondaires avant (passif)

Ces courbes indiquent que la distance entre caisse et bogie, là où les actionneurs sont implantés, a été limitée, et la durée de mise en contact de la caisse avec les butées progressives a été notablement réduite, en particulier lors de la prise de courbe à vitesse élevée. L'analyse de ces grandeurs est révélatrice du bon comportement du véhicule. En effet, accroître le confort de caisse revient souvent à assouplir les suspensions secondaires, les assouplir au point de parfois accroître les déplacements relatifs entre caisses et bogies, en ligne droite les butées progressives visco-élastiques sont atteintes pour un déplacement supérieur à 30mm vers la droite ou la gauche.

Sur 3500m de simulation, la caisse CORAIL passif est au contact des butées progressives sur environ 1560m, alors que le véhicule actif est en contact sur ces mêmes butées moins de 300m, soit seulement un 19% du temps de contact établi par le véhicule passif. Enfin, l'enfoncement de la butée progressive est en moyenne 5 fois plus faible pour le véhicule actif que pour le véhicule passif.

Pour l'analyse du confort, une dernière grandeur est intéressante : le jerk transversal, même si aujourd'hui cette valeur n'est pas (encore) prise en compte par les indices qualificatifs du confort ferroviaire. On constate, en effet, que les suspensions actives permettent de réduire les accélérations transversales, mais également le jerk transversal sur tout le parcours, faisant baisser la valeur de variance de 7.118 pour un véhicule passif à 1.255 pour un véhicule actif. De surcroît, la diminution est prépondérante dans les phases transitoires d'entrée et de sortie de courbes, grâce au système multilois, qui évite toutes transitions singulières dans l'élaboration de la consigne de force des actionneurs.

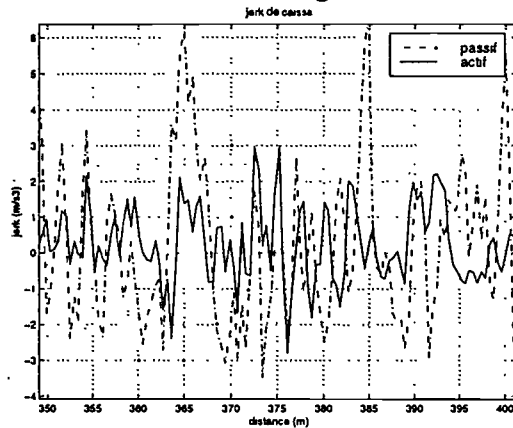


Figure 3.33 :
Evolution du jerk dans
une phase transitoire
(entrée de courbe)

Etude du calculateur : variation des sorties du calculateur flou

Le calculateur flou est spécialement bien réglé pour ces simulations, comme l'indiquent les courbes suivantes, où la variation des pondérations α_1 et α_2 est très nette, dans les phases transitoires. Dans les phases de circulation en ligne droite, le coefficient α_1 est voisin de 1 et α_2 voisin de 0 ; et réciproquement, dans les phases de courbes, c'est α_2 qui est proche de 1. $\alpha_1 + \alpha_2 = 1$

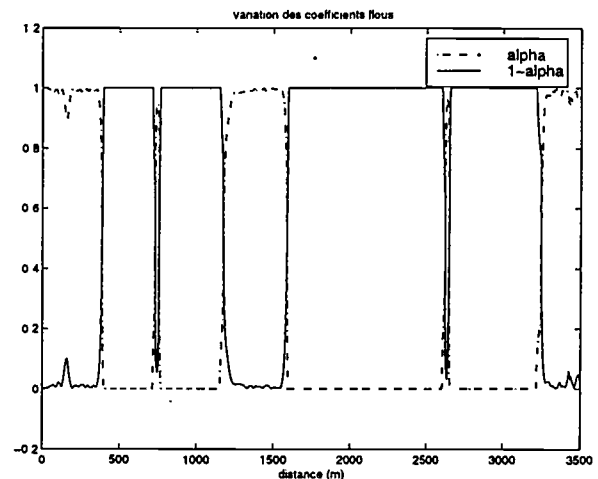


Figure 3.34 : Sorties du
calculateur flou

Le calculateur peut être optimisé de manière à réaliser la meilleure entrée possible dans les phases transitoires (notion d'anticipation ou de retard dans le changement de la loi de contrôle). En revanche, on essaie de limiter les discontinuités des deux courbes $\alpha_1(t)$ et $\alpha_2(t)$ de manière à limiter les éventuelles perturbations en hautes fréquences (cf paragraphe 2.1.8). Le calculateur flou est détaillé en annexe 3.D.

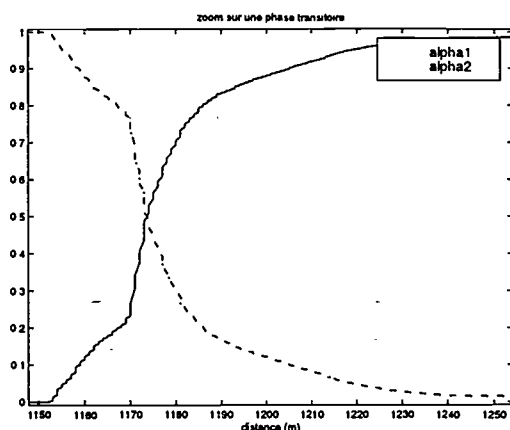
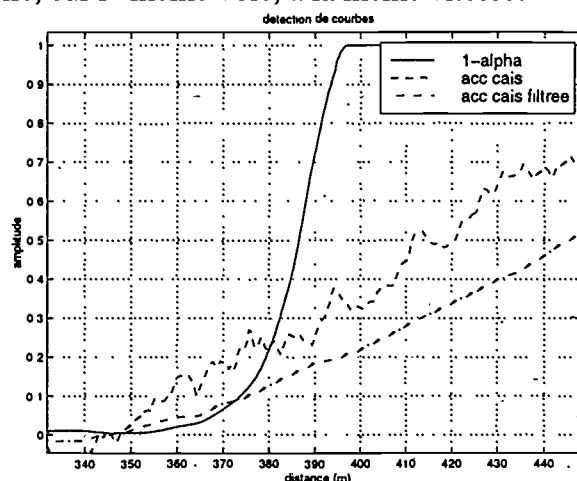


Figure 3.35a:
Zoom sur la phase transitoire.
Sorties du calculateur flou

Pour l'étude de la détection d'une courbe au moyen du correcteur flou, on propose la figure suivante (3.35b), sous l'hypothèse du même mobile, sur la même voie, à la même vitesse:

Figure 3.35 b:
Détection de courbe par
correcteur flou

$$\begin{cases} \alpha_1 = \alpha \\ \alpha_2 = 1 - \alpha \end{cases}$$



Le début de courbe est situé à 350 m

On essaie de comparer deux méthodes de détection : une détection par seuils et une détection par calculateur flou. Ces détections et ces traitements vont être comparées pour l'établissement de la transition entre une loi de contrôle en ligne droite et une loi de contrôle en courbe.

Dans le cas de la détection par seuil : on change plus ou moins brutalement la loi de contrôle lors de la détection d'une courbe.

Il faut attendre que l'accélération transversale filtrée de caisse dépasse la valeur de 0.15 m/s^2 pour déclencher le seuil de détection de courbe (en deçà de cette valeur, il y aurait risque de déclenchement même en ligne droite - cette valeur peut encore croître sur certaines lignes établies avec une qualité de voie moindre). Ce retard de détection par seuil correspond à environ 35 m de trajet, soit 800ms de durée.

On peut ensuite proposer soit une variation brusque des lois de contrôle, avec risque de chocs induits par des consignes ayant des composantes de hautes fréquences. Si l'on veut agir en évitant toute composante haute fréquence, il faut privilégier une variation d'une loi à l'autre sur environ 25m, par courbe lisse (courbe de la forme d'un S, voisine de celle fournie par le calculateur flou - courbe $1-\alpha$ de la figure 3.35b). C'est du moins ce que nous privilégions, après étude de diverses lois, comprenant des retards, des moyennes glissantes et des filtres passe bas sur la consigne d'effort. Seule la courbe en S garantit vraiment un passage en douceur d'une loi de contrôle à l'autre.

Conclusion :

*la détection est réalisée au bout de 35m, mais aucune action n'est alors encore engagée

⇒ risque de chocs

*pour une détection avec variation lisse et passage transitoire d'une loi à l'autre, il faut prévoir de 55 à 60 m, soit de 1.25 à 1.36s

Cas de détection par calculateur flou , et utilisation d'un contrôle multilois tel que celui défini en partie 2.1.7 :

La détection est progressive, et l'évolution, recherchée la plus continue possible(voire lisse). 35 m après le commencement de la courbe, l'indice de probabilité d'être localisé dans une courbe est déjà à 40%, et les lois d'actions ont été changées au prorata de ces pourcentages. La détection d'appartenance à la pleine courbe dépasse 73% au delà de 40m, et avoisine les 100% après 45 m de circulation.

Conclusion : au bout de 45 m, soit encore 1s, le calculateur indique une probabilité supérieure à 97% de circulation en courbe, et propose des coefficients de pondérations de la loi de contrôle. La variation est donc rapide, continue, et est réalisée en douceur.

Le correcteur flou est donc un moyen rapide de détection des courbes lors des circulations en entrée et sortie de courbe. De plus, il permet de combiner détection et action. Il pourrait se décliner à d'autres utilisations comme celle des mécanismes pendulaires.

Comportement de la dynamique verticale :

L'utilisation de 4 actionneurs verticaux permet une réduction de l'ordre de 25% des accélérations verticales en tout point de la caisse, avec des accroissements de note de confort de 7 à 10 heures, avec une simple loi de contrôle sous optimal.

Dynamique du bogie et efforts au contact

La dynamique de la caisse à un bon comportement, comme indiqué précédemment, avec les accélérations transversales, les déplacements, lacet et roulis de la voiture qui adoptent des variations très satisfaisantes (réduction des amplitudes des accélérations et amélioration du confort). Cependant, les suspensions actives étant localisées au secondaire, les forces délivrées par les actionneurs perturbent également la dynamique du bogie.

Pour cet exemple, on ne constate aucune variation statistique de l'évolution des accélérations longitudinales des bogies; les accélérations transversales peuvent varier dans un rapport proche de 5%, pour la grandeur de valeur RMS. Cette variation peut être qualifiée de négligeable, dans la mesure où elle est très faible, et est souvent associée à des variations en hautes fréquences des signaux. Au delà de 10Hz, les composantes d'accélérations transversales de bogies ont un effet moindre sur la dégradation de la voie.

En revanche, notre modèle indique un accroissement sensible des accélérations verticales des bogies (en hautes fréquences, au delà de 10Hz), sans qu'aucun accroissement notable de la charge verticale à l'essieu ($\Delta Q/Q$) ne soit constaté. Aussi sera-t-il nécessaire de poursuivre quelques simulations en focalisant l'attention sur le contact roue-rail vertical, et de comparer ces résultats aux charges que peut supporter la voie. Les phases d'essais sur véhicule devraient ensuite apporter nombre d'informations.

En terme d'efforts au contact roue-rail, les résultats indiquent qu'une variation de $\pm 10\%$ entre les efforts transversaux aux essieux pour les véhicules passifs et actifs peuvent intervenir. Cette variation ne semble pas significative dans la mesure où le véhicule actif n'est pas

forcément le plus agressif pour la voie. De surcroît, ces efforts ne sont pas forcément retransmis au bogie, dans la mesure où la suspension primaire agit comme un filtre entre bogie et roues.

Etude de la robustesse

Elle s'est portée essentiellement sur l'analyse de la performance et de la stabilité du système, face à certaines évolutions de paramètres de masses et de raideurs.

Les gains sont conservés pour des variations de masses et de raideurs de l'ordre de 10%, et le système ne souffre pas d'un retard pur de 50ms. Au delà de ces valeurs, des pertes de gains peuvent intervenir, et des pertes de stabilité sont prévisibles pour un retard pur de l'ordre de 100ms.

La robustesse du contrôle global multilois est donc suffisante pour ces modèles, dans l'hypothèse d'un contrôle en dynamique rapide.

Conclusion sur les gains de confort pour ces diverses simulations de contrôle multilois globaux.

Les gains suivants sont exprimés en réduction de valeurs RMS des accélérations transversales et verticales filtrées, en comparaison aux résultats obtenus pour un véhicule passif.

Localisation de la mesure	Portions de ligne droite	Portions d'entrées et sorties	Portions de pleine courbe	Circulation globale
Centre de gravité	40 %	30 %	43 %	43 %
Plancher avant	31 %	0 %	40 %	20 %
Plancher milieu	41 %	34 %	45 %	45 %
Plancher arrière	31 %	0 %	43 %	24 %

Pour les accélérations verticales, les gains sont compris dans l'intervalle [20 - 50] %.

Remarque : les résultats de ces premières études de faisabilité sont donc prometteurs :

* Les gains globaux enregistrés sont satisfaisants ; ils conduisent à des réductions notoires de valeurs RMS d'accélérations de caisse, tant dans les mouvements transversaux que dans les mouvements verticaux, à des limitations de déplacements et de jerks transversaux dans les phases transitoires de raccordements et dans les phases de pleine courbe.

* Dans les zones établies de ligne droite et de pleine courbe, ce sont des lois optimales qui apportent le meilleur confort. Dans les phases transitoires (raccordements entre lignes droites et courbes), les indices de confort sont améliorés au centre de la caisse, mais n'évoluent pas aux extrémités. En revanche, jerks et déplacements transversaux sont limités au droit des suspensions secondaires.

* Une optimisation pourrait donc être menée, avec d'autres lois de contrôle, d'autres calculateurs flous, et en prenant en compte d'autres indices (à construire) intégrant les variations de déplacements et de jerks notamment.

3.5.2.DIMENSIONNEMENT DES ACTIONNEURS

Les dimensionnements des actionneurs ont été obtenus à partir des diverses simulations présentées précédemment, et l'étude de grandeurs propres du système générateur des forces d'action. Pour des raisons de confidentialité, ces courbes de simulations ne peuvent apparaître dans ce mémoire.

Les spécifications essentielles des actionneurs sont de trois types : celles relatives aux données mécaniques de fonctionnement, celles relatives aux données géométriques de localisation, et enfin celles relatives aux interfaces et environnements de fonctionnement.

Les caractéristiques mécaniques de fonctionnement associent des grandeurs de force, de déplacement (course maximale de l'actionneur), de vitesse et d'accélération, de puissance. Une distinction a pu être menée entre les composantes dynamiques perpétuellement sollicitées et les composantes pseudo-statiques dont l'intérêt n'est présent que lors des prises de courbes.

L'actionneur doit être parfaitement réversible, et développer un effort maximum de $\pm 50\text{kN}$ répartis en $\pm 40\text{kN}$ de composante quasi-statique et $\pm 10\text{kN}$ de composante dynamique. La vitesse d'avance de la tige doit dépasser 0.15m/s .

Les caractéristiques géométriques sont relatives aux espaces libres que pourraient occuper les actionneurs implantés sur des véhicules CORAIL, sans modification notoire de ce véhicule. C'est pourquoi il a été choisi de les implanter à la place des amortisseurs secondaires aujourd'hui existants. Le corps du vérin mesure, au repos 395 mm , 310mm lorsque la tige est rentrée et 480mm lorsqu'elle est déployée : soit 170mm de course utile.

Les éléments d'interface décrivent tant les diverses interfaces entre l'actionneur et le véhicule (interface mécanique, interface actionneur - source de puissance...) que l'environnement dans lequel l'actionneur est susceptible d'évoluer (accélérations ressenties par le bogie et accélérations ressenties par la caisse). C'est une approche systémique du fonctionnement de l'actionneur, comme le propose l'annexe 1.A.2.

Vu le peu de place et les efforts transmis, de nouvelles attaches ont été développées sous la forme de cardans, les classiques rotules ne pouvant, dans l'encombrement, supporter les efforts voulus.

Ces actionneurs devraient avoir les mêmes courses que les amortisseurs qu'ils remplacent. Les forces qu'ils sont susceptibles de générer sont environ 5 à 6 fois plus importantes que celles générées par les amortisseurs. Du point de vue énergétique, la puissance instantanée, pour une rame équipée de 11 voitures CORAIL (chaque voiture étant équipée de 6 actionneurs) ne devrait pas dépasser 10% de la puissance nominale de traction consommée par les moteurs électriques de la locomotive.

3.5.3.LES EFFETS DES SUSPENSIONS ACTIVES SUR LES VEHICULES PENDULAIRES

L'objet de ce chapitre est de prouver que l'intérêt des suspensions actives peut se décliner à tous les matériels, y compris ceux les plus étudiés aujourd'hui : les matériels pendulaires.

Quelques études ont pu être menées durant cette thèse, avec la participation de stagiaires, en vue de combiner sur un même véhicule les effets des lois de pendulation et des lois de contrôle actif.

Les pendulaires classiques

Les véhicules pendulaires, dont les mécanismes ont été présentés au chapitre 1.4.2.2 visent à une réduction des accélérations centripètes ressenties par les passagers, en mettant la caisse de la voiture en rotation.

C'est ce que montrent les deux courbes suivantes où apparaissent pour trois cas de simulations les accélérations transversales de caisse et les roulis de caisse.

Ces trois simulations concernent (dans l'ordre et sur la même voie), un véhicule CORAIL circulant sur la même voie à 160km/h et un deuxième véhicule CORAIL circulant à une vitesse de 190km/h, un véhicule pendulaire circulant à 190km/h.

Vitesse (km/h)	Insuffisance (mm)
160	160
190	290

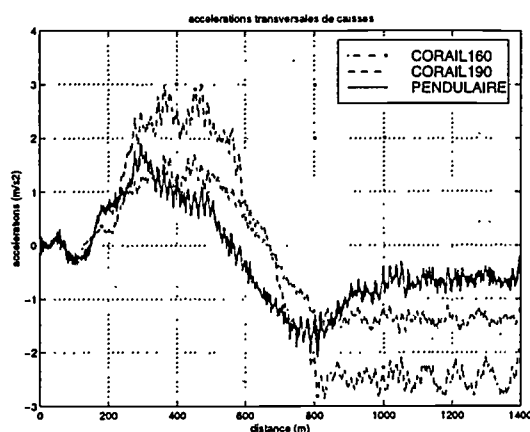


Figure 3.35 : Accélérations transversales

Le niveau d'accélération du véhicule pendulaire à 190km/h est comparable à celui du véhicule classique circulant à 160km/h. Si la circulation de véhicule classique à 190km/h est interdite, pour des raisons réglementaires (l'insuffisance de dévers admise est dépassée, induisant, une accélération transversale quasi-statique supérieure à 1.2m/s^2). Le train pendulaire est lui autorisé à circuler, ne dépassant pas cette limite. Le mécanisme pendulaire a donc permis d'accroître la vitesse de circulation en pleine courbe, sans accroître la composante d'accélération centripète ressentie par le passager, c'est à dire sans dégrader le confort.

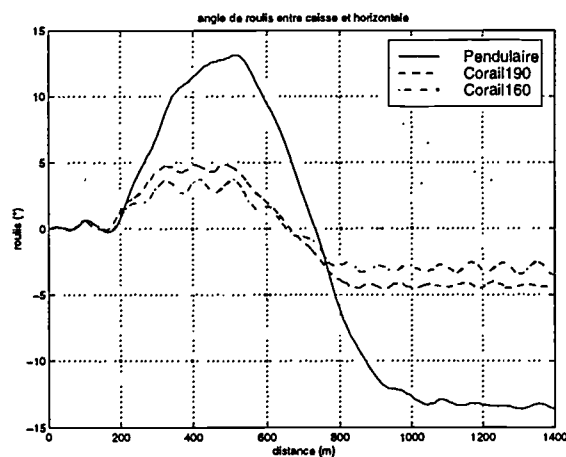


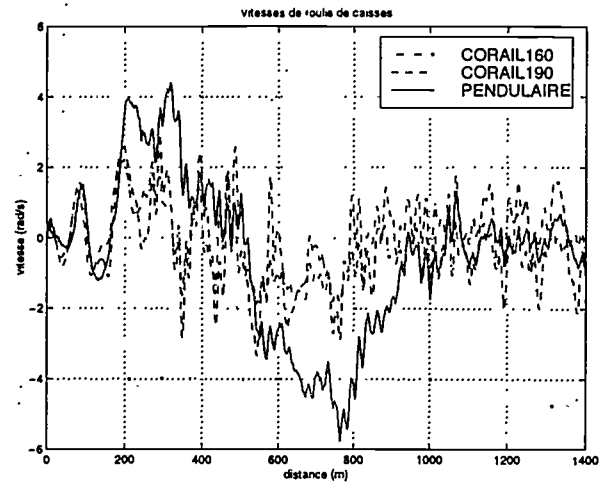
Figure 3.36 :
Evolution des roulis de
caisse pour les mêmes
véhicules (degrés)

Pour le pendulaire on enregistre :

- * angle caisse / voie de 13°
- * angle caisse / bogie de 8.5°

Le bon comportement du véhicule pendulaire est vérifié par analyse de certains paramètres propres à la dynamique du véhicule et à la dynamique du contrôle. Il est estimé que la vitesse de roulis de la caisse ne doit pas dépasser 5°/s au risque d'entraîner certaines pathologies (cf annexe sur la cinétose 1.D.2).

Figure 3.37 : Vitesses de roulis de caisse



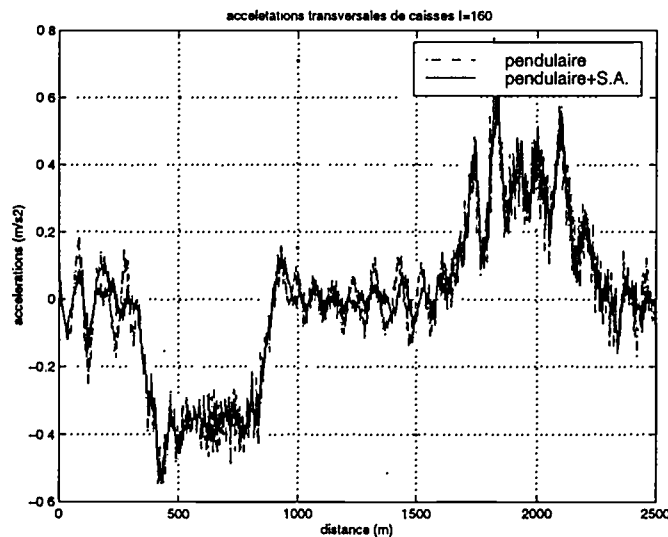
Différentes recherches ont également été menées sur les pendulaires, elles concernent essentiellement les lois de contrôle (distinction des stratégies en fonction de la source de l'établissement du contrôle), l'analyse automatique de système, l'analyse dynamique de comportement, l'analyse de modes défaillants....

Pendulaire et suspensions actives

Cette simple simulation tend à prouver que l'implantation de suspensions actives secondaires transversales permet d'accroître le confort dans des proportions comprises entre 12 et 25%. Le contrôle défini pour les exemples suivants est du même type que celui utilisé en paragraphe 1.4.3.3 ; il n'a donc pas été construit spécifiquement pour ces véhicules et ne peut être considéré comme optimal pour ces circulations.

Les lois utilisées sont les mêmes que celles présentées au paragraphe 3.5.1.3

Figure 3.38 : Accélérations transversales de matériels pendulaires
- pendulaire seul
- pendulaire + SA



Conditions de circulations :

Le tracé comporte des courbes de 150mm de dévers et de 500m de rayon, de bonne qualité de voie (représentative d'une voie parcourable à 160 km/h).

Trois vitesses d'avancement des trains pendulaires sont retenues, correspondant à des insuffisances de 160, 220 et enfin 290mm.

	Gain en valeur rms filtrée d'accélération transversales
I=160mm	18%
I=220mm	23%
I=290mm	12%

Conclusion :

Avant tout, la fonction de pendulation n'est pas entravée puisque l'on note, pour les deux véhicules, la même réduction d'accélération transversale non compensée en quasi-statique.

Pour ce type de matériel également, les suspensions actives apportent des gains de confort. Nos résultats numériques font état d'augmentation de l'ordre de 20% pour des insuffisances classiques, et de 12% pour une insuffisance extrême de 290mm.

Nous tenons toutefois à signaler que ces derniers exemples ne sont présentés, dans cette thèse, que pour signaler de nouvelles perspectives d'études. Des lois de contrôle plus appropriées, prenant en compte la dynamique particulière des trains pendulaires, permettraient d'obtenir des gains notoirement plus conséquents.

Remarque :

Le couplage de suspensions actives et de pendulation ne se fait pas au détriment de la pendulation. En effet, on vérifie que les autres grandeurs de la dynamique de la caisse sont inchangées, ce qui est le cas du roulis de caisse par exemple, à l'exception de la vitesse de roulis qui est légèrement modifiée, sans accroissement des valeurs maximales.

3.6. CONCLUSION ET SYNTHESSES

En terme de gain de confort, on obtient des réductions des valeurs RMS d'accélération filtrées de l'ordre de 20 à 50% en fonction des simulations et des circulations, et cela, tant pour les mouvements transversaux que pour les mouvements verticaux (gains conformes aux résultats énoncés dans la littérature pour divers systèmes complexes - gain de 35 à 50% pour un contrôle optimal, gain de 20 à 35% pour un contrôle sous optimal). Les gains sont notoires dans les phases de pleine courbe et de ligne droite, phases pour lesquelles des lois optimales d'asservissement ont été calculées. Dans les phases transitoires, les extrémités de véhicules peuvent n'enregistrer aucun accroissement de confort. Les essais de STA (cf paragraphe 1.3.2.2.2) relevaient déjà cette difficulté de contrôle dans cette portion de voie. Toutefois, nos études montrent maintenant qu'un gain conséquent (plus de 20%) est enregistré au centre de la caisse, et ce gain pourrait peut-être être augmenté en considérant de nouvelles lois de contrôle, où en utilisant un multilois avec trois lois de contrôle, la troisième portant exclusivement sur ces parties transitoires.

L'activation transversale du véhicule permet également de réduire les déflexions entre la caisse et les deux bogies : réduction de 80% du temps passé en butée, avec des valeurs moyennes d'enfoncement des butées réduites à 2% des valeurs d'enfoncement pour le véhicule passif. De plus, ce contrôle permet de réduire d'un facteur 5 la variance du jerk au centre de la caisse, ce qui participe également à l'accroissement du confort, même si cette quantité n'est pas prise en compte par les indices ferroviaires de confort actuels.

Enfin, le contrôle actif ne semble pas modifier notablement la dynamique du contact roue-rail, mais cet aspect sécuritaire de la circulation ferroviaire devra être consciencieusement vérifié lors des phases d'essais.

Sur le choix des lois de contrôle, il est constaté que de nombreuses lois permettent d'atteindre des gains notoires. Le critère à retenir pour le choix de ces lois est alors plus lié aux propriétés de robustesse, mais également à la facilité d'implantation réelle sur un véhicule ferroviaire (c'est alors un compromis entre théorie et expériences passées).

Si certains contrôles non pas été présentés dans cette troisième partie dans un objectif de concision, leurs effets ne peuvent être négligés : apports de la pré-information et de la pré-annonce pour accroître de 10% supplémentaires le confort, contrôle semi-actif, permettant d'obtenir des gains moyens de l'ordre de 10 à 28%. D'autre part, nos simulations (non présentées dans ce mémoire) montrent que le contrôle vertical, pour lequel on recherche moins de performance, pourrait être réalisé avec des actionneurs semi-actifs. Le choix de cette technologie aurait l'avantage de réduire la consommation énergétique totale de la rame.

L'utilisation de reconstruction d'état est toujours chose délicate, car elle nécessite, dans la réalité un traitement de signal au moyen de divers filtres, entraînant inévitablement des déphasages. Si les phases de reconstruction d'état sont encore faciles en lignes droites, la difficulté s'accroît lors de phases de passage en courbe (le véhicule n'est plus centré autour de 0, l'accélération et la vitesse sont entachés par les effets de l'accélération centripète).

Les lois de contrôle seront testées en situation réelle, on pourra alors pleinement régler les pondérations, et finaliser les études de robustesse, et de précision du multilois.

L'étude de nouveaux concepts (issus de réflexions sur l'analyse systémique de la voiture et du contrôle) de "contrôle global" et de "multilois" laissent augurer des contrôles prometteurs, puisque ces deux concepts permettent de réduire conjointement et significativement les

accélérations du plan transversal comme du plan vertical, quelles que soient les portions sur lesquelles circule le véhicule ferroviaire.

Le concept de multilois, étudié ici pour un changement de critère de minimisation lors des phases de pleine courbe, ou des phases de ligne droite, pourrait également se décliner lors de variations du système (accroissement du nombre de passager après arrêt en gare), ou de l'environnement (passage sur une portion de voie dégradée). Ce concept de multilois pourrait être étendu aux matériels pendulaires, dans la mesure où il permet une détection des courbes. L'utilisation du correcteur flou à l'avantage de limiter le nombre de singularités et de retard, contrairement à ce que ferait une détection par traitement de signal et seuil.

Enfin, d'autres concepts peuvent être déclinés, comme l'utilisation conjointe de suspensions actives et de mécanismes de pendulation...

Synthèse :

Les acquis majeurs de ces simulations sont donc les suivants :

- * Plusieurs lois de contrôle ont été testées. Chaque loi testée convient au contrôle de suspensions actives ferroviaires, dans la mesure où elle est préalablement bien définie. Cependant, un choix de lois optimales et sous optimales est à privilégier dans l'objectif d'une performance élevée et d'une implantation facilitée. Les lois de contrôle semi-actif fournissent également de bons résultats, et pourraient être implantées pour le contrôle des mouvements verticaux notamment. Ces lois sont en revanche à proscrire en transversal dans la mesure où l'on souhaite un contrôle rapide, dynamique permettant le centrage de caisse et l'accroissement maximum de confort.

- * Sur le comportement du modèle avec contrôle global et contrôle multilois, les performances du contrôle semblent intéressantes quelle que soit la localisation du mobile. Ce sont donc deux concepts pour le monde ferroviaire, et qui mériteraient d'être testés en configuration d'essais.

- * Des ouvertures comme le contrôle de suspensions actives de voitures pendulaires nous permettent d'affirmer :

- que nous avons acquis une connaissance des lois de contrôle de suspensions actives et les spécificités exigées par le domaine ferroviaire,
- que la déclinaison des suspensions actives aux véhicules du futur pourraient apporter un réel accroissement de confort pour le passager.

Perspectives :

Dans un but d'approfondir les connaissances du système contrôlé, d'autres simulations pourraient être proposées, de manière à approfondir les réactions des véhicules sur des voies plus dégradées, le passage sur des zones sensibles, les zones d'aiguillage et les joints de ponts. La connaissance de ces informations inviterait, peut-être, à une ré-écriture des règles et du correcteur flou, afin de combiner plus de deux lois de contrôle.

Cette étude est encore incomplète et quelques points méritent attention, comme le souligne le texte de cette troisième partie. La démarche logique consistera à réduire progressivement ces incertitudes... L'implantation d'une dynamique d'actionneur, au sein de ces simulations, fait partie de cette démarche nécessaire avant circulation réelle.

Enfin, les phases expérimentales, engagées sur véhicule, devraient être précédées d'une réflexion construite sur les problèmes de mesure et de traitement de signal, les possibles reconstructions d'état... Lors d'essais, l'analyse du système global permettra de bien appréhender les interactions avec la voie et la dynamique du bogie, pièce particulièrement sollicitée dans ce contexte d'application de forces par suspensions actives localisées au secondaire.

Rappelons pour conclure que les contraintes fixées par la Direction de la Recherche et de la Technologie visaient à étudier un véhicule existant, sans modification de ses caractéristiques de raideurs. Si l'exploitant choisi, dans l'avenir, de réduire les valeurs des raideurs secondaires, le contrôle multilois conservera toujours un potentiel d'accroissement du confort conséquent, associé à des fonctions de centrage de caisse et de contrôle des mouvements ; l'accroissement de confort, dans les phases transitoires notamment pourrait être conséquent (le véhicule ayant une suspension plus souple connaîtra plus de sollicitations dans les courbes).

4. PARTIE 4 : PHASE EXPERIMENTALE

Cette partie présente les spécifications et descriptions physiques des ensembles utilisés pour les essais. Elle fait état des modélisations des systèmes et des premiers résultats expérimentaux, avant de préciser les diverses perspectives d'essais.

De la nécessité d'une phase expérimentale....

La question de l'apport d'une phase expérimentale au travail de thèse fut une question amplement débattue un an après le début de l'étude. Les investissements requis, tant pour la construction d'actionneurs que pour la construction d'un banc d'essais, étaient conséquents.

Cependant, une réflexion sur les sujets de recherche et les contextes de développements mondiaux des suspensions actives ferroviaires, a conduit à l'approbation de cette phase expérimentale. L'empressement exprimé par la SNCF, Direction de la Recherche et de la Technologie, à implanter des actionneurs sur des véhicules CORAIL, a également contribué à ce choix favorable.

Cette phase expérimentale va permettre pleinement de tester les avancées théoriques de la partie 2 de ce mémoire, et de comparer les gains aux simulations de la partie 3. Cette approche complète de recherche (succession de recherches théoriques, de simulations et de recherches expérimentales) permettra de valider de nouveaux concepts (contrôle global, contrôle multilois), que l'on espère prometteur, et de prouver leur supériorité sur des asservissements simples, privilégiés aujourd'hui par certaines équipes de recherche ayant adopté des visions plus pragmatiques. Ces essais doivent donc permettre de valider des choix, et de signaler les problèmes techniques inhérents aux technologies choisies.

D'un point de vue formel, les essais prennent place dans le cadre d'un contrat industriel de prestation de recherche entre l'ECL et la SNCF, sous le nom de projet SAGI. Si ces études interviennent à l'issue de la thèse, il est toutefois opportun de distinguer ce projet (programmé pour durer 3 ans) des recherches menées dans le cadre même de la thèse de doctorat. Par conséquent, ce mémoire regroupe peu de résultats d'essais, ces essais étant, au moment de la rédaction de ce mémoire, aux premiers stades de la validation. Il ne sera donc proposé que modélisation, identification et asservissement des systèmes.

4.1. SPECIFICATIONS

Suite aux diverses simulations de lois de contrôle (partie 2), de réactions de dynamiques ferroviaires (partie 3), et au choix d'engager une phase expérimentale, les étapes de spécifications fonctionnelles furent initiées, de manière à conduire à la rédaction de Cahiers des Charges.

Quelques règles préliminaires furent fixées, de manière à réduire les coûts et les délais de réalisation. Elles étaient relatives à la construction des premiers prototypes, à échelle 1, devant se monter sur véhicule ferroviaire CORAIL sans exiger de trop grandes modifications du véhicule, ce qui impliquait un montage facilité dans un volume restreint et exigu aujourd'hui laissé vacant.

4.1.1. SPECIFICATION DES PHASES D'ESSAIS

Trois phases d'essais furent proposées par la SNCF, dans le processus de validation expérimentale. La première consiste en un essai d'un actionneur sur un banc d'essais spécialement conçu et instrumenté. La seconde est relative à une implantation de plusieurs actionneurs sur un véhicule ferroviaire, à poste fixe, sur banc d'essais spécifique aux matériels ferroviaires, avec sollicitations proches de ce que le véhicule reçoit réellement comme perturbation ; les utilisations de plusieurs actionneurs permettront de tester les contrôles des mouvements transversaux, des mouvements verticaux et des mouvements globaux. Enfin, la dernière série de test concerne une circulation de véhicule équipé d'actionneurs actifs, c'est à dire un fonctionnement classique dans les conditions réelles d'utilisation.

Ces trois phases expérimentales ont été regroupées, à la SNCF, sous le nom de projet SAGI. Elles sont aujourd'hui programmées, bien que soumises à exigences de résultats à chaque fin de phases d'essais.

4.1.2. ACTIONNEURS

4.1.2.1. CHOIX D'UNE TECHNOLOGIE

La source primaire d'énergie pour un véhicule ferroviaire moderne est l'électricité. Des lignes de courant circulant tout le long de la rame, cette électricité est captée par le pantographe de la locomotive.

Cette source primaire doit ensuite être transformée, pour finalement devenir une énergie mécanique utilisée par l'actionneur de suspensions actives.

Comme il a déjà été signalé dans la partie 1.3.2.2, trois énergies sont classiquement utilisées par les suspensions actives : l'énergie hydraulique, l'énergie pneumatique et l'énergie électrique.

Les requêtes conjointes de puissances et de rapidité d'exécution, associées aux expériences passées de la SNCF sur les systèmes pneumatiques nous ont fait écarter, en premier lieu cette technologie.

Le choix entre les deux technologies restantes a été réalisé en prenant en compte les contraintes de fiabilité, d'entretien, contraintes mécaniques, temps de réaction, contraintes géométriques pour l'installation du système, contraintes de fonctionnement et de génération potentielle de bruits et autres vibrations nuisibles au confort du passager.

L'hydraulique a l'avantage d'une très grande puissance volumique pour le vérin, mais combine les désagréments d'un nombre élevé de pièces (flexibles, raccords, blocs d'isolement et de montée en pression, servo-valves). En plus du transport d'huile, avec risque de fuites, les systèmes hydrauliques requièrent la présence d'une centrale hydraulique permettant d'élever la pression, mais occupant un volume non négligeable, générateur de vibrations et de bruits.

C'est pourquoi une *technologie électromécanique* a été privilégiée, ayant l'avantage de permettre la construction d'un actionneur lié à un seul bloc variateur, donc limitant la présence de pièces utilisées. Les puissances disponibles peuvent également être importantes (puissance crête de l'ordre de trois fois la puissance nominale), et l'actionneur électrique n'est pas beaucoup plus volumineux que l'actionneur hydraulique (certains types de moteurs nouveaux, développés dans le milieu aérospace permettraient notamment de contenir un actionneur de suspension active dans le volume d'un amortisseur secondaire - ce sont les moteurs midas planétaires). Une attention sera portée aux faiblesses connues des systèmes électromécaniques que sont les organes permettant la transformation du mouvement de translation en mouvement de rotation, les frottements et les échauffements.

4.1.2.2. LES ACTIONNEURS

Caractères généraux

Deux types d'actionneurs ont été spécifiés : des actionneurs transversaux et des actionneurs verticaux. Ils diffèrent essentiellement par les puissances et forces à développer, ainsi que par le volume offert, dans le cas d'une implantation en lieu et place d'amortisseurs secondaires.

L'objectif de ces actionneurs est unique : l'accroissement du confort ressenti par les passagers.

Quatre fonctions principales communes aux actionneurs permettent de les qualifier : ces pièces doivent permettre d'assurer liens et guidages entre pièces ferroviaires, transduction d'énergie en vue d'accroître le confort des passagers, et permettre des mesures de mouvements propres. De surcroît, l'objet doit fonctionner dans un environnement ferroviaire avec des contraintes sécuritaires.

L'actionneur transversal, assurant la fonction de suspension active et la fonction de centrage de la caisse, doit développer des forces importantes évoluant à faible fréquence (mouvements pseudo-statiques induits par les effets des accélérations centripètes). Cette caractéristique n'est pas requise pour les actionneurs verticaux qui ne doivent pas soulever la caisse, mais uniquement oeuvrer à réduire les accélérations.

En résumé, les actionneurs verticaux ont une action de réduction des accélérations verticales de caisse. Ils doivent être rapides et accepter de petits efforts et de petites variations d'efforts, de manière à contrôler précisément la dynamique du véhicule. Les actionneurs transversaux doivent également accepter ces petits efforts et ces petites variations d'effort, mais également des variations de très grandes amplitudes de force, à très basses fréquences, de manière à centrer une caisse dont le poids moyen est compris entre 30 et 40 tonnes.

Les actionneurs doivent être rapides, avoir des fréquences de coupure au delà des fréquences de coupure des filtres de confort (cf annexe 1.D.1 et figure 4.0), et être les plus linéaires possibles, de manière à permettre le contrôle des petits mouvements (avec le moins de frottement possible), avec des contrôleurs simples rapides et robustes.

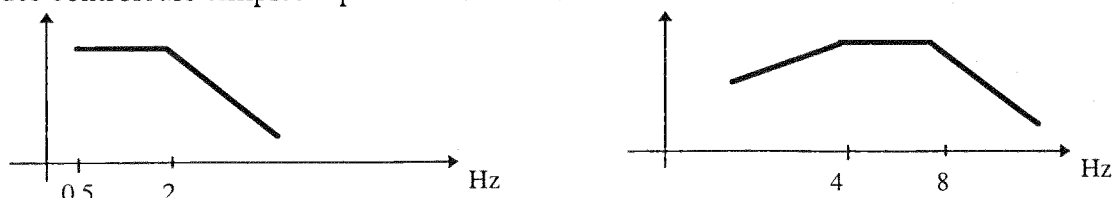


Figure 4.0 : Filtre physiologiques pour l'établissement des notes de confort
Filtre transversal Filtre vertical

4.1.3.BANC D'ESSAIS

Le banc d'essais a été spécifié conjointement par le Département de Mécanique des Solides de l'Ecole Centrale de LYON et la Direction de la Recherche et de la Technologie de la SNCF.

Ce banc d'essais a été conçu pour apprécier le fonctionnement des actionneurs (tant transversaux que verticaux), et valider la majorité de leurs caractéristiques avant une implantation sur véhicule ferroviaire. Ce banc se doit d'être simple (un seul degré de liberté), avec des masses entraînées non négligeables permettant de développer des forces et des puissances proches des caractéristiques ferroviaires.

Le choix des technologies mécaniques et les dimensionnements a été guidé par les Précis de Mécanique de TROTIGNON [TRO].

4.1.4.IMPLANTATION SUR VEHICULE

C'est la partie la plus exploratoire et la moins définie aujourd'hui, partie annoncée en cas de succès préalable sur le banc ; c'est également celle qui est entièrement de la responsabilité de la SNCF, Direction de la Recherche et des services techniques dépendants de la Direction du Matériel et de la Traction et des Etablissements Directeurs du matériel roulant.

Deux phases d'essais sur véhicule sont aujourd'hui prévues : une première phase avec le véhicule sur banc d'essais, et une seconde phase avec véhicule en ligne.

Des études préliminaires consistent en la mise à disposition d'un véhicule, l'engagement des études de faisabilité, tant d'un point de vue mécanique que d'un point de vue électrique, et le test du véhicule avant transformation, pour disposer d'une référence. Les études suivantes seront relatives aux transformations de la caisse pour l'implantation des actionneurs et des variateurs, l'installation des capteurs, calculateurs, et l'établissement de la loi de contrôle. Des recherches de fiabilité et de sécurité de fonctionnement sont aussi à prévoir.

4.2. DESCRIPTION DES ENSEMBLES PHYSIQUES

4.2.1.ACTIONNEURS

Cet actionneur a été construit par GIAT Industries, en réponse à un Cahier des Charges rédigé par la Direction de la Recherche de la SNCF. Les actionneurs prototypes construits aujourd'hui sont destinés à contraindre les mouvements transversaux d'une voiture ferroviaire.

Le paragraphe suivant sera destiné à une description technique de l'actionneur transversal électromécanique. Cependant, dans un souci de confidentialité, les données quantitatives ne seront pas systématiquement précisées.

L'actionneur transversal est un actionneur électromécanique, dont la motorisation est assurée par deux moteurs synchrones autopilotés, placés perpendiculairement au corps de l'actionneur, de part et d'autre. Les moteurs sont pilotés par des variateurs liés par un bus permettant un fonctionnement maître esclave des deux organes : le second variateur reçoit en consigne de la boucle interne de courant l'image de la consigne de courant du variateur maître.

- Du point de vue cinématique, les axes des moteurs sont pourvus de pignons à renvois coniques, permettant une bonne transmission des efforts, et une réduction des vitesses. L'ensemble entraîne en rotation l'écrou d'une vis à rouleaux satellites, qui assujettie la tige de l'actionneur à un mouvement de translation. L'ensemble de la chaîne cinématique est réversible.
- Les liaisons mécaniques de l'actionneur aux chapes du banc et du véhicule sont réalisées par des attaches de type cardan.
- En terme de capteurs, cet actionneur prototype est équipé de résolveurs, délivrant des informations utilisées en permanence pour le pilotage des moteurs par les variateurs, d'un thermo-contact entraînant la coupure immédiate de l'alimentation électrique en cas de surchauffes des bobinages du moteur, d'un capteur de déplacement de type LVDT (cf [ASC] pour des renseignements sur la technologie), accroché à la partie mobile du fourreau et d'un axe dynamométrique équipé de jauges de contraintes fournissent une connaissance permanente de l'état du système actionneur. Ces deux derniers capteurs seront utilisés pour construire facilement les asservissements locaux tant en force qu'en position.
- Les variateurs sont équipés d'écrans permettant un affichage à chaque instant des valeurs de courant, de vitesse de rotation des moteurs....

Le choix de la technologie synchrone auto-pilotée est justifié pour les raisons suivantes :

Par rapport à un moteur à courant continu, et selon le constructeur de l'actionneur, cette technologie possède une très bonne aptitude aux asservissements, et un rapport puissance/encombrement optimal ; l'inertie du système est faible (ce qui permettra un temps de réponse plus faible) et le système maintient le couple nominal à vitesse nulle sans trop d'échauffement. Enfin, l'absence de collecteur ne requiert plus de maintenance ; la durée de vie n'est alors limitée que par les roulements (pour les moteurs seuls).

D'autres avantages sont cités dans le livre [GRE] : il y a absence de pertes JOULE au rotor, l'autopilotage est bien maîtrisé, avec une alimentation par convertisseur avec synchronisation de l'alimentation des phases à la position du rotor, et la commande de l'alimentation par méthode scalaire ou vectorielle permet d'obtenir des propriétés de découplage d'une machine à courant continu et d'excellentes performances dynamiques.

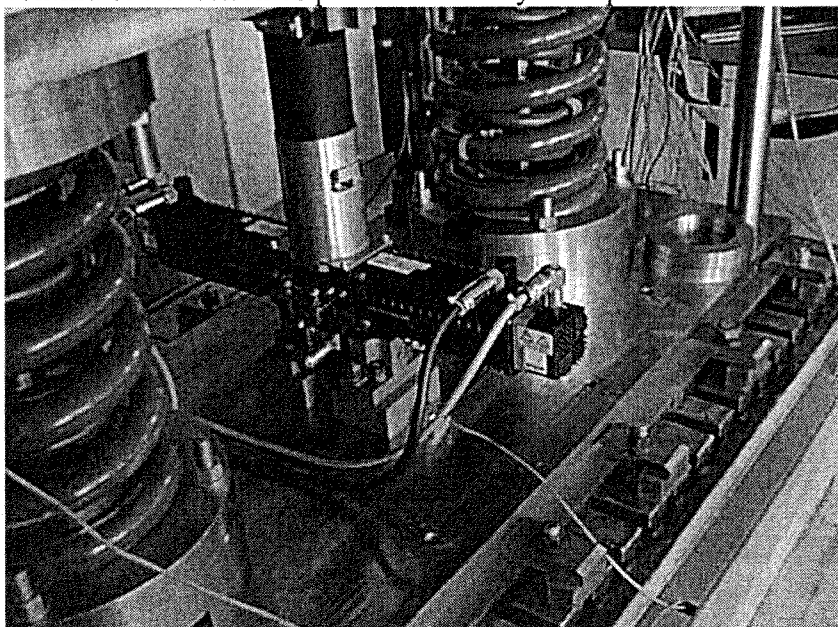
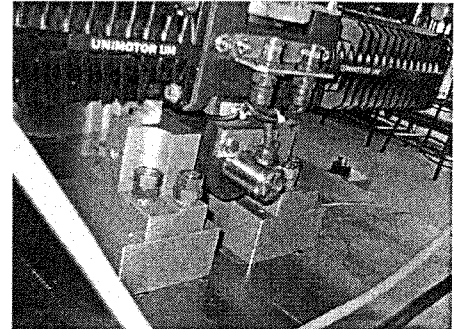


*Figure 4.1 :
Actionneur
Transversal
Electromécanique*

Figure 4.2 :

Détail des liaisons :

- capteur de force
- connectique capteurs



4.2.2.BANC D'ESSAIS

Le banc a entièrement été spécifié pour cette application de test d'actionneurs ferroviaires de suspensions actives. Il a été réalisé en grande partie au Département de Mécanique des Solides de l'Ecole Centrale de LYON sous la direction de M. PERRARD ; quelques modules ont toutefois été sous-traités. M. PERRARD fut en charge des aspects électriques et électroniques, des câblages et mises en fonctionnement, M. JEANPIERRE traita les aspects mécaniques et L.CHARLES s'occupa du montage du banc. Quelques stagiaires contribuèrent également tant au montage qu'à l'établissement des modélisations et simulations, aux essais.

4.2.2.1.VISION D'ENSEMBLE

Ce banc d'essais est composé de sept sous-ensembles : un ensemble mécanique, un ensemble hydraulique, une baie de commande, un ordinateur, une armoire de puissance, un actionneur électromécanique et un ensemble de capteurs instrumentant les diverses parties du banc.

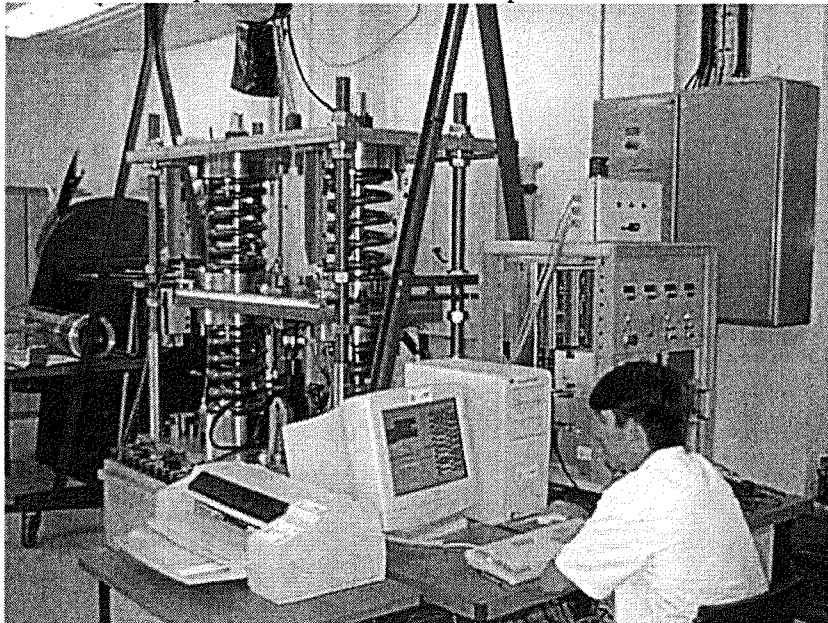
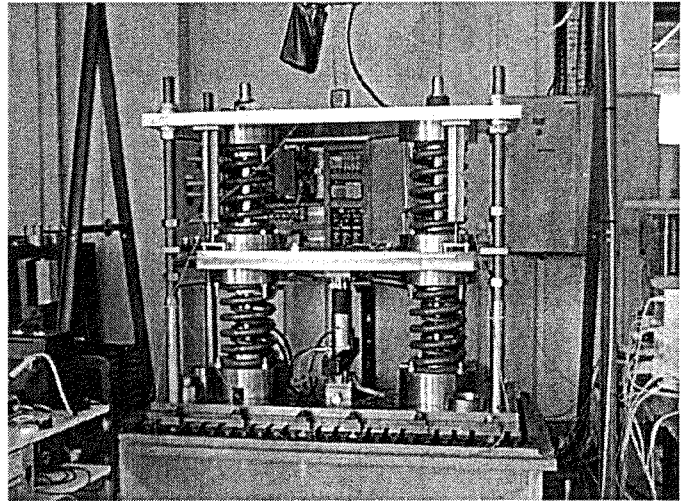


Figure 4.3 :
Vue d'ensemble
du banc d'essais

Figure 4.4 :
Vue d'ensemble du
banc avec présence
de l'actionneur
électromécanique en
partie basse



4.2.2.2. DESCRIPTION COMPLETE

Dans cette partie sont présentés et décrits les différents modules constitutifs du banc.

Aspects mécaniques

L'ensemble mécanique regroupe trois plaques d'acier horizontales liées par des axes verticaux (la plaque centrale est traversée par deux axes, alors que les plaques inférieures et supérieures sont traversées par six axes). Les plaques hautes et basses sont maintenues immobiles par des liaisons au bâti (plaque basse) et des écrous sur les parties filetées des axes verticaux (plaque haute).

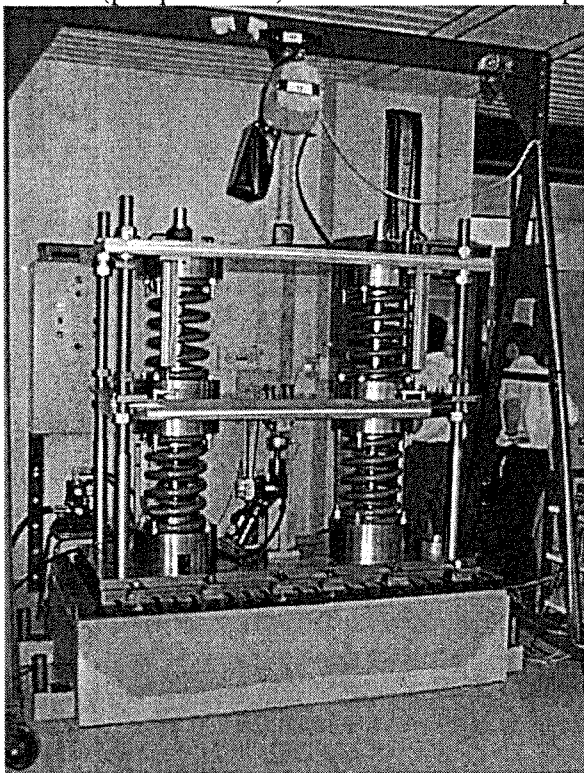


Figure 4.5 :
Vue globale du banc d'essais

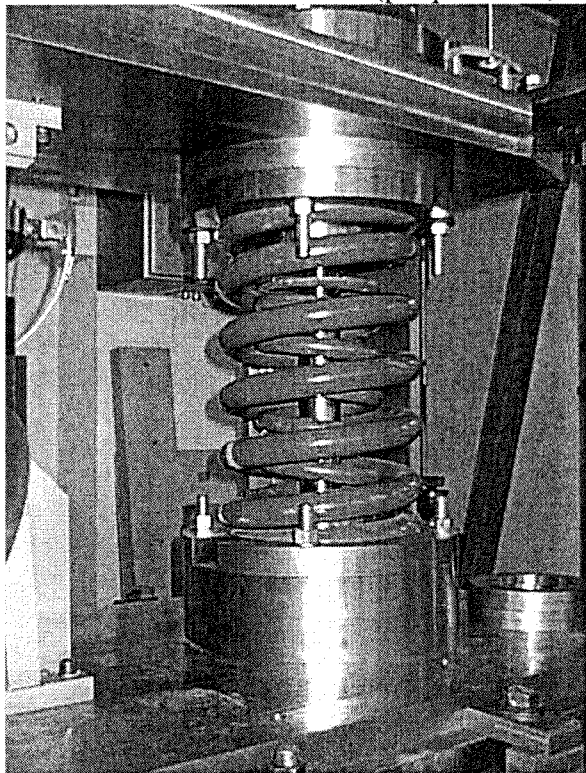


Figure 4.6 :
Ensemble Ressorts + Cales

La plaque intermédiaire est mobile, elle coulisse verticalement le long des deux axes verticaux centraux grâce à des douilles à billes.

La sustentation de la plaque mobile est assurée par des ressorts (deux jeux de 4 ressorts - des ressorts raides et des ressorts souples), maintenus en place à bonne hauteur par des cales de centrage.

Les interfaces mécaniques entre plaques d'acier et actionneurs (vérin hydraulique ou actionneur électromécanique) sont assurées au moyen de chapes.

Le montage et démontage du banc nécessite la présence d'un palan d'une tonne.

Différentes configurations du banc d'essais peuvent être obtenues en utilisant séparément ou conjointement deux jeux de ressorts (ressorts souples et ressorts raides - ce sont des ressorts concentriques de suspensions primaires de TGV), et des jeux de cales de réglage.

Lors du montage, le vérin hydraulique est localisé entre la plaque inférieure et la plaque mobile.

L'actionneur électromécanique peut être localisé soit entre la plaque inférieure et la plaque mobile s'il est seul sur le banc, soit entre la plaque mobile et la plaque supérieure si le vérin hydraulique est lui aussi présent.

Aspects vérin hydraulique

L'ensemble hydraulique regroupe une centrale hydraulique, mettant le fluide sous pression. Via les flexibles appropriés, l'huile passe dans un bloc d'isolement déporté (limitation de la masse flasquée sur le corps du vérin), pour enfin arriver au vérin.

Le vérin ($\phi 60\text{mm}$ - course 60mm) est équipé d'une servovalve, de plaque à accu avec un accu basse pression et un accu haute pression et de plaque de rinçage.

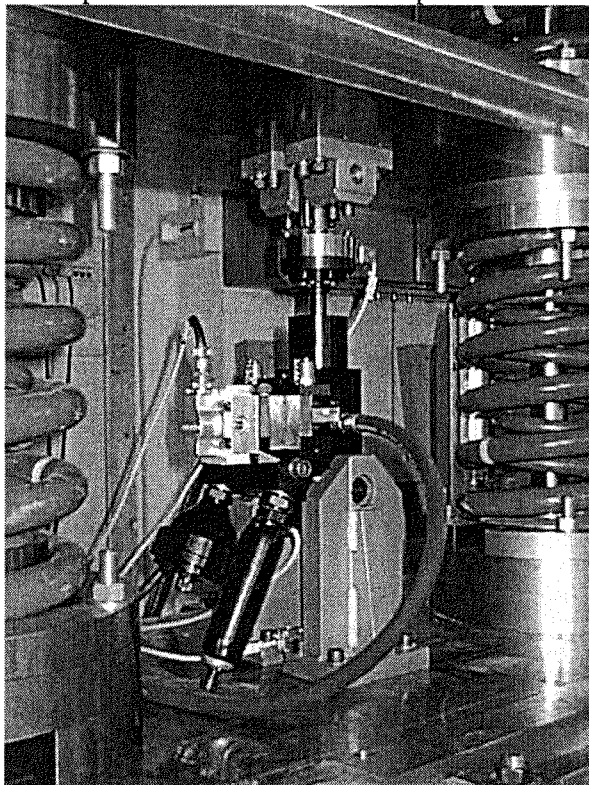
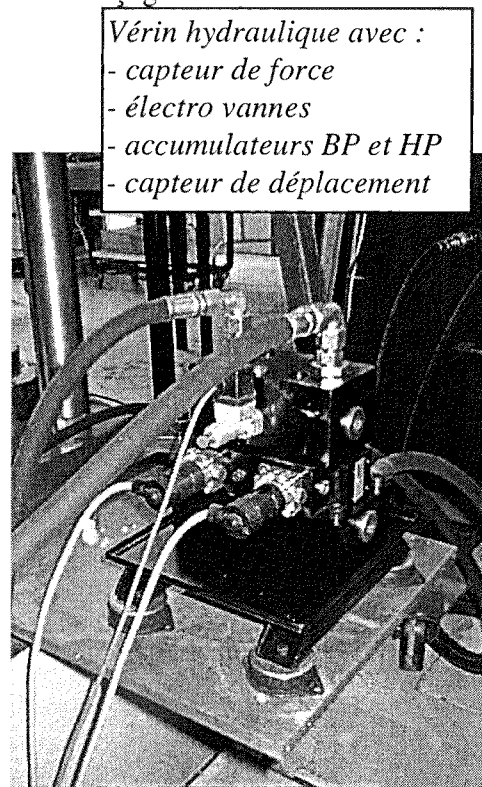


Figure 4.7 :
Vérin hydraulique



Vérin hydraulique avec :
- capteur de force
- électro vannes
- accumulateurs BP et HP
- capteur de déplacement

Figure 4.8 :
Bloc d'isolement

Le vérin est en interne équipé de deux capteurs :

- un capteur de déplacement de type LVDT intégré dans la tige du vérin
- un capteur de force localisé en haut de la tige.

Un manomètre a également été implanté sur le bloc d'isolement.

Les servovalves sont commandées directement depuis la baie électronique.

Aspects capteurs apposés sur le banc

En plus des capteurs internes des deux transducteurs (vérin hydraulique et actionneur électromécanique), neuf capteurs sont directement implantés sur le banc d'essais.

* 4 capteurs de déplacements magnétostrictifs localisés entre les plaques supérieure et intermédiaire (capteurs à l'arrière du banc) et plaques intermédiaire et inférieure (capteurs à l'avant du banc) (pour avoir de la documentation sur les divers capteurs on pourra se référer à l'ouvrage suivant [ASC]).

* 4 accéléromètres piézo-électriques répartis comme suit : un accéléromètre sur chaque plaque immobile, deux accéléromètres sur la plaque mobile.

* Une sonde de température, mobile, et qui peut être posée en divers points des organes testés.

Quatre boutons-poussoirs d'arrêt d'urgence sont répartis sur l'ensemble du banc.

Aspects électriques

L'armoire électrique ou armoire de puissance (figure 4.9) regroupe notamment l'électronique de puissance (ainsi que les différents composants électromécaniques (relais, contacteurs, disjoncteurs, fusibles...). Elle alimente à partir du réseau industriel le filtre et les variateurs des deux moteurs, ainsi que la centrale hydraulique. Sur le toit de cette armoire sont implantés des extracteurs de chaleur et deux résistances de dissipation utilisées lors des phases de fonctionnement des moteurs en récepteurs. Toutes les commutations de puissance sont réalisées dans l'armoire électrique afin de limiter tout problème de couplage. La face avant est garnie de capteurs, elle indique l'état de chacun des actionneurs (hydraulique et mécanique), et deux compteurs horaires fournissent les temps globaux de mise sous tension de ces deux composants.

Aspects électroniques

En face avant, cette baie est équipée de quatre platines : (de haut en bas) (figure 4.10)

* la première platine est la platine de commande et de surveillance. C'est sur cette platine que sont apposés les différents afficheurs donnant accès aux informations délivrées par les capteurs. C'est également de cette platine qu'est commandé le banc : choix des configurations, procédure de mise en marche, procédure d'arrêt.

* la deuxième platine regroupe les cartes d'asservissement, des conditionneurs de capteurs et de seuil pour le vérin hydraulique (5 cartes) et pour l'actionneur électromécanique (5 cartes).

* la troisième platine est dédiée aux conditionneurs et aux seuils des capteurs externes (4 capteurs d'accélération et 4 capteur de déplacement).

* la quatrième et dernière platine est une platine BNC de connexion des entrées sorties avec les cartes d'acquisition en temps réel de l'ordinateur.

Un automate, situé en face arrière, gère l'intégralité de la procédure de mise en marche-arrêt du banc et les aspects sécuritaires.

Aspects informatiques

L'ordinateur, équipé des modules MATLAB, SIMULINK et de cartes d'entrées/sorties dSPACE permet un asservissement en temps réel : carte DS1003 sur panneau DSP parallèle et carte DS2201 (20 entrées 8 sorties), munie de 5 convertisseurs parallèles A/D et de 8 convertisseurs parallèles D/A.

L'ordinateur est également équipé d'un logiciel de programmation de l'automate. Il comprend une unité de sauvegarde DAT pour la gestion des gros fichiers de simulations

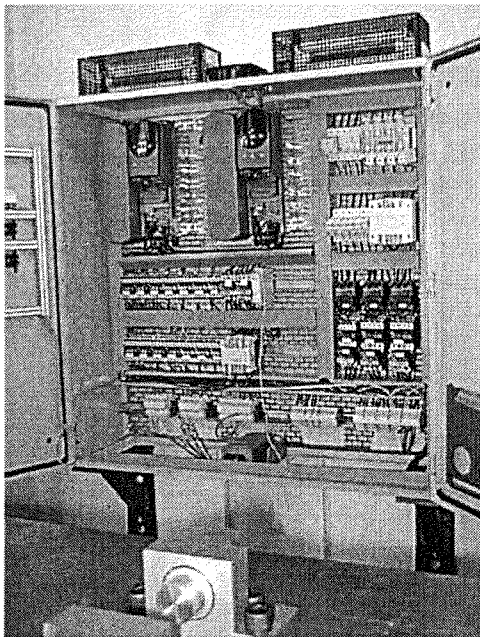


Figure 4.9 :
Armoire
de puissance

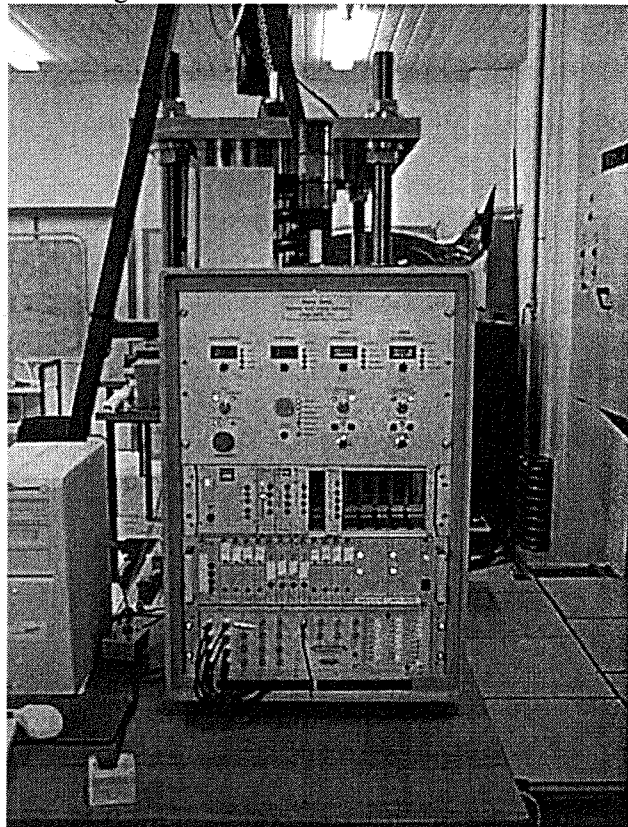


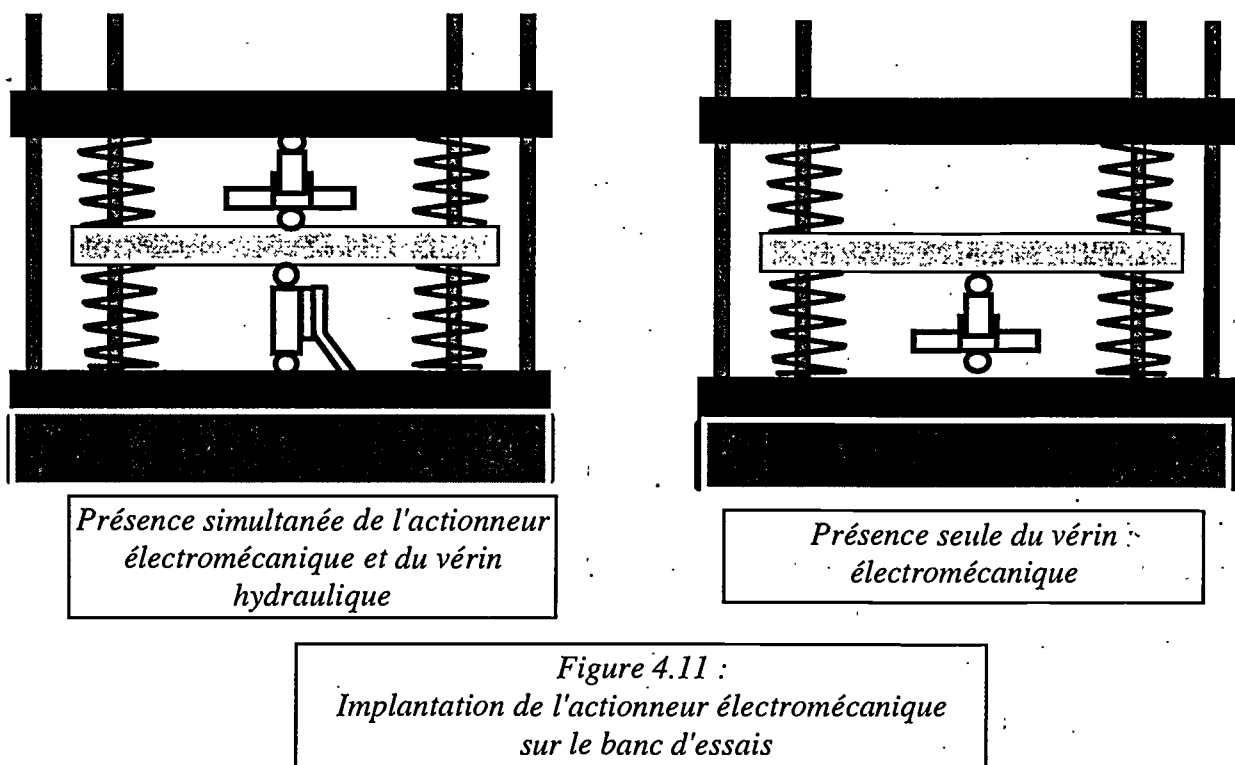
Figure 4.10 :
Face avant de la baie électronique, avec
platine de surveillance, bac des conditionneurs pour
actionneur électrique et vérin hydraulique,
conditionneurs des capteurs, platine de connexion
informatique

4.2.3. IMPLANTATION DE L'ACTIONNEUR

4.2.3.1. SUR BANC D'ESSAIS

Le banc d'essais ne peut accueillir qu'un actionneur électromécanique, implanté verticalement soit en position haute soit en position basse. L'actionneur est localisé en position basse pour des essais pseudo-statiques, permettant de valider le comportement de l'actionneur aux aptitudes de centrage de la caisse (maintien sur une longue durée d'une force de module constant ou variant à très faible fréquence). L'actionneur est localisé en position haute lorsque la masse mobile du banc est sollicitée par un vérin hydraulique installé en position basse.

(cf figure 4.11)



4.2.3.2. SUR VEHICULE

Pour les deuxième et troisième phases d'essais, les actionneurs seront implantés sur véhicule, en remplacement des amortisseurs secondaires. Certaines modifications techniques du véhicule, telles que le renforcement des armatures permettant la fixation sont prévues (les forces développées par les actionneurs étant plus élevées que les forces générées lors des fonctionnements des amortisseurs, de l'ordre de 5 fois plus importantes).

Les contraintes sur les chapes de fixations seront donc de 5 à 10 fois supérieures (marge de sécurité), et les contenus spectraux des forces seront différents, avec des amplitudes plus importantes pour les actionneurs électromécaniques en très basse fréquence, et au delà de 10Hz.

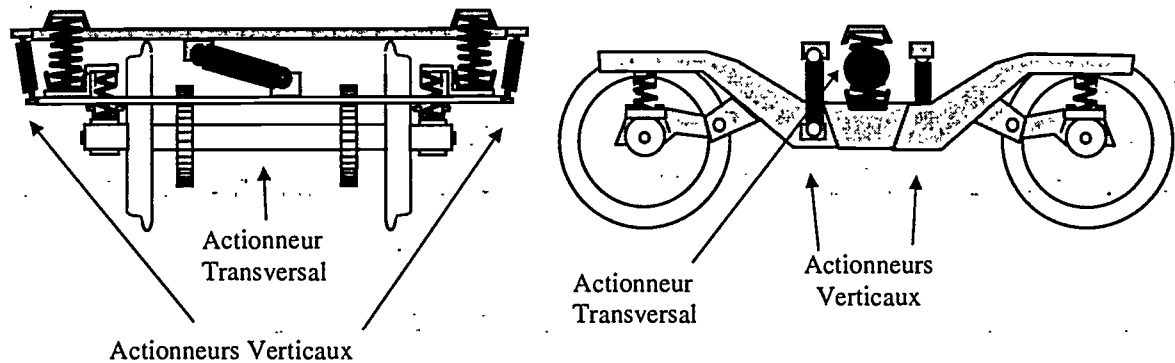


Figure 4.12 :
Implantation des actionneurs électriques sur bogie Y32

4.3. MODELISATION DU COMPORTEMENT DU BANC D'ESSAIS ET DES ACTIONNEURS

Dans ce chapitre seront abordées les modélisations des comportements des différents organes dynamiques du banc d'essais. Seul l'actionneur électromécanique transversal sera modélisé et présenté : les actionneurs verticaux n'étant pas encore aujourd'hui construits.

4.3.1. ACTIONNEUR ELECTRIQUE

4.3.1.1. HYPOTHESES DE MODELISATION

Hypothèses de modélisation pour l'actionneur électrique

Deux types d'hypothèses ont été formulées : celles relatives aux aspects mécaniques et celles traitant d'aspects électriques.

Pour la formulation des équations électriques traduisant le fonctionnement des moteurs, les hypothèses suivantes sont admises. La modélisation des deux moteurs synchrones autopilotés et des variateurs les commandant est celle d'un seul moteur à courant continu ayant des caractéristiques électriques équivalentes (voir [NAS]) ; on fait en particulier l'hypothèse que le couple moteur est toujours proportionnel au courant de l'induit. De plus, ce moteur supposé idéal, sans perte énergétique d'ordre magnétique par exemple, est à rendement maximum. Pour plus de renseignements relatifs à la modélisation des moteurs, et aux conservations énergétiques, on pourra se référer au livre de CLERC et GRELLET [GRE].

On suppose enfin que les constantes électriques intrinsèques ne varient pas en fonction de la température, que la boucle interne de courant des variateurs est une boucle très rapide, que la liaison Bus entre variateurs (pour le pilotage maître esclave des deux variateurs) est suffisamment rapide pour ne pas être prise en compte dans la modélisation. Enfin, on suppose que les

informations fournies par les résolveurs pour le pilotage par les variateurs sont de bonne précision.

Pour la formulation des équations relatives à la dynamique des pièces en mouvements, les hypothèses de fonctionnement linéaire ont été postulées. En revanche, la dynamique de toutes les pièces est prise en compte, moteurs, réducteur, vis... Les arbres en mouvements ont été modélisés par leurs simples caractéristiques d'inertie et de frottements visqueux. Les liaisons mécaniques sont supposées idéales et non dissipatives.

Cette première modélisation, proposée dans ce document, est donc celle d'un système idéalement linéaire, sans présence de frottements secs sur aucun des éléments en translation ou en rotation, et parfaitement réversibles (ce qui signifie que les caractéristiques mécaniques sont identiques pour les phases de rotation droite de l'arbre moteur que pour les phases de rotation gauche, que les rendements sont identiques dans les phases où la masse est entraînée et dans les phases où la masse est entraînante). On suppose enfin que les caractéristiques mécaniques restent constantes avec le temps, quelles que soient les valeurs de déplacements et d'efforts imposés (ces caractères constants doivent également être valables pour la graisse à l'intérieur de l'actionneur électromécanique). Les pièces et autres organes doivent être indéformables et les jeux dans les attaches et fixations ne doivent pas entraîner de phénomènes non linéaires.

D'un point de vue architectural, on suppose qu'il y a parfaite sommation des efforts sur le réducteur, permettant une modélisation avec un seul moteur équivalent.

Enfin, les informations issues des capteurs internes doivent être fiables pour permettre un bon asservissement.

Limite de validité de ces hypothèses

Ces premières hypothèses ont été postulées de manière à développer une formulation pour une mise en équation de la dynamique de l'actionneur, et cela, avant même que l'actionneur ne soit livré. Il est alors difficile, pour nous, de prévoir des non linéarités possibles ne connaissant pas le fonctionnement de l'actionneur électromécanique. Aujourd'hui, cette connaissance s'est agrandie, et donne lieu à de nouvelles modélisations plus fidèles.

Pour la modélisation électrique, les hypothèses seront conservées dans un premier temps. En revanche, une modélisation plus fine des comportements pourra être requise lors de fonctionnements rapides à fréquences élevées (des discussions avec des spécialistes du domaine sont à prévoir).

Pour la modélisation mécanique, divers types de non linéarités par frottement, saturation et irréversibilité peuvent être introduits si le besoin existe. Ces éléments seront éventuellement abordés et proposés après une première identification de l'actionneur électrique sous forme linéaire, après validation de fonctionnement et phase de rodage. Si de tels non linéarités apparaissaient, il est incontestable que l'asservissement local du système se compliquerait....

4.3.1.2. MISE EN EQUATION

La chaîne cinématique peut être modélisée de la manière suivante :

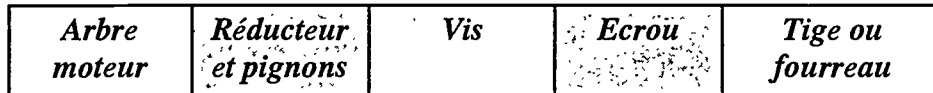


Figure 4.13 : Chaîne cinématique de l'actionneur électrique

Les parties sur fond blanc symbolisent les parties dynamiques du moteur, liées par les éléments mécaniques représentés sur fond grisé. Une équation va maintenant être écrite pour chacun de ces éléments.

• Equations relatives au fonctionnement du moteur

Ces équations ont été établies en collaboration avec M. PERRARD du laboratoire.

Deux équations traduisent le fonctionnement du moteur : celle relative à la partie électrique et celle relative à la partie mécanique de l'arbre moteur.

Par soucis de simplification, les moteurs synchrones auto-pilotés sont modélisés comme un moteur unique à courant continu.

Electrique :
$$U = E + RI + L \frac{dI}{dt} \quad (4.1)$$

Moteur à courant continu :
$$E = K_e \dot{\Theta}_m \quad \text{et} \quad \Gamma_m = K_t I \quad (4.2)$$

Mécanique :
$$J_m \ddot{\Theta}_m + C_m \dot{\Theta}_m = \Gamma_m - \Gamma_{r/moteur} \quad (4.3)$$

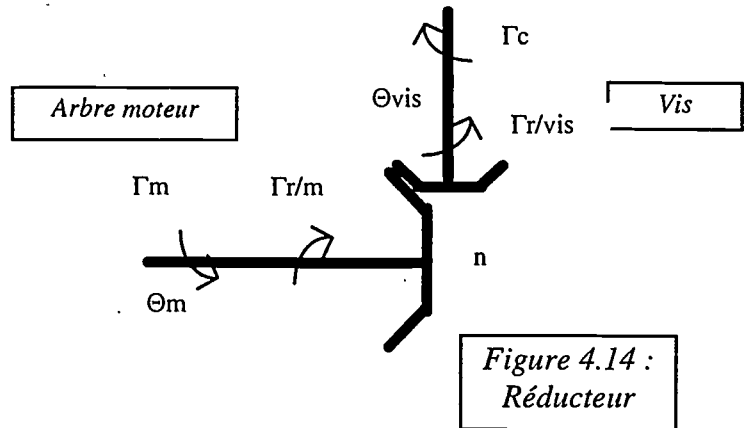
Variables	Constantes
U : tension moteur (V)	R : résistance interne au moteur (Ω)
I : intensité moteur (A)	L : inductance interne au moteur (H)
E : force électromotrice (V)	Jm : inertie de l'arbre moteur (kg.m^2)
Θ_m : angle de rotation du moteur (rad)	Cm : amortissement arbre moteur (Nms)
Γ_m : couple moteur (Nm)	Ke : constante de fem (Vs)
$\Gamma_{r/moteur}$: couple résistant vu par le moteur (Nm)	Kt : constante de couple (Nm/A)

• Equations relatives au réducteur

$$\Theta_m = n \cdot \Theta_{vis} \quad (4.4)$$

Et par conservation énergétique

$$\Gamma_{r/moteur} \cdot \dot{\Theta}_m = \Gamma_{r/vis} \cdot \dot{\Theta}_{vis} \quad (4.5)$$



• Equations relatives à la dynamique de la vis

$$J_{vis} \ddot{\Theta}_{vis} + C_{vis} \dot{\Theta}_{vis} = \Gamma_{r/vis} - \Gamma_c \quad (4.6)$$

Variables	Constantes
Θ_{vis} : angle de rotation de la vis (rad)	J_{vis} : inertie de la vis (kg.m ²)
$\Gamma_{r/vis}$: couple résistant vu par la vis (Nm)	C_{vis} : amortissement en rotation (Nms)
Γ_c : couple de charge (Nm)	n : rapport de réduction

• Equations relatives à la transformation en mouvement de translation par l'écrou

$$\Theta_{vis} = \frac{2\pi}{\text{pas}} X \quad (4.7)$$

Et la conservation de la puissance avant et après l'écrou permet de traduire l'égalité entre couple de charge et force délivrée $\Gamma_c \cdot \dot{\Theta}_{vis} = F \cdot \dot{X}$ (4.8)

Variables	Constantes
X : déplacement de la tige (m)	pas : pas de l'écrou (m)
F : force développée par l'actionneur (N)	

L'annexe 4.A.2 reprend cette formulation des équations de l'actionneur électromécanique sous la forme énergétique, indiquant les transformations aux liaisons et les pertes réelles par dissipations et entraînement de masse (en translation ou en rotation).

Le deuxième schéma fait apparaître les différentes dissipations dues à de mauvais rendements et autres non linéarités.

4.3.1.3. ASSERVISSEMENTS ET SCHEMAS BLOCS

Cette représentation en schéma blocs se veut être une simple représentation graphique des équations précédemment formulées. Ce n'est pas une représentation formelle de schémas blocs d'automatique, puisque certaines fonctions de transfert ont un ordre de numérateur supérieur à celui du dénominateur. Cette représentation éclatée est en revanche privilégiée dans la mesure où elle donne accès à toutes les grandeurs mécaniques, internes à l'actionneurs, et externes (celles du

banc d'essais par l'intermédiaire de la force délivrée par l'actionneur et du déplacement de la tige de vérin).

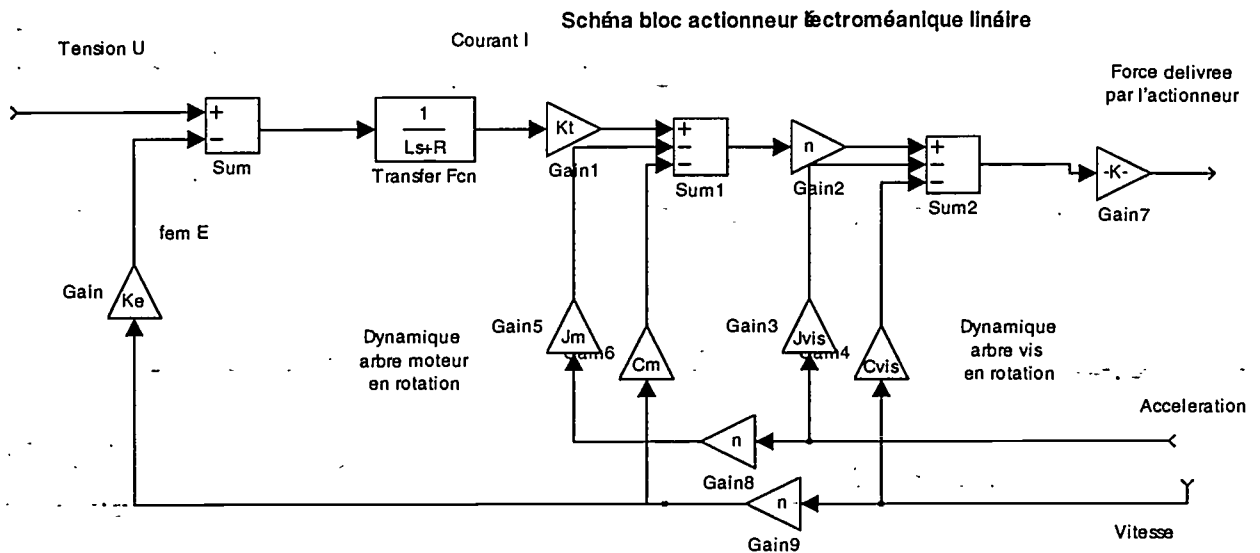


Figure 4.15 :
Schéma bloc de l'actionneur électromécanique

Remarque :

Pour la partie électrique, ce premier schéma ne tient compte que de la représentation du moteur. En réalité, les variateurs sont, par construction, équipés d'une boucle interne de type PI, qui stabilise le courant. Dans la pratique, un seul gain est implanté, correspondant à un correcteur proportionnel, l'action intégrale engendrant un fonctionnement par paliers néfaste. Une représentation intégrant la participation des variateurs serait donc agrandie de la sorte :

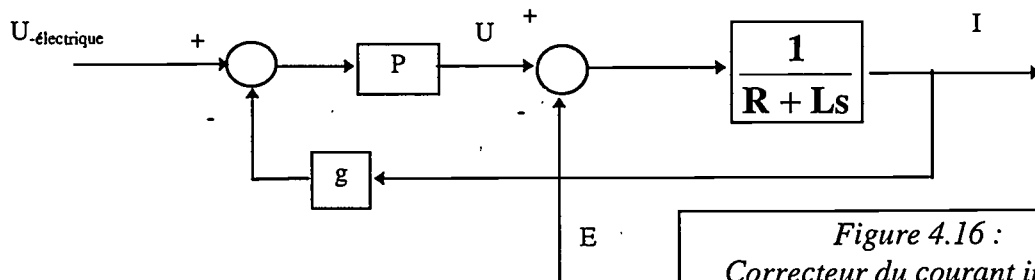


Figure 4.16 :
Correcteur du courant interne

$$I = \frac{P.U - E}{R + P.g + L.s}$$

En vue de simplifier les représentations schématiques, la dynamique de l'actionneur électromécanique peut s'écrire :

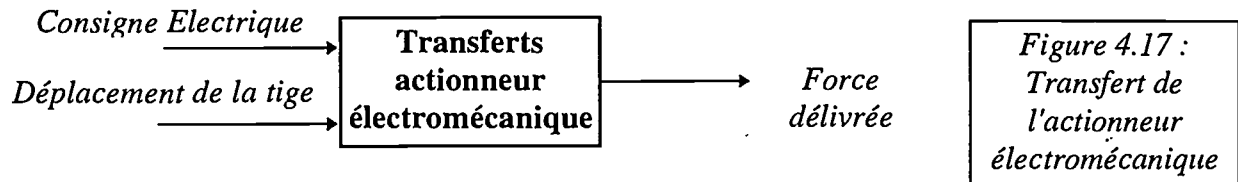


Figure 4.17 :
Transfert de
l'actionneur
électromécanique

4.3.2. VERIN HYDRAULIQUE

4.3.2.1. HYPOTHESE DE MODELISATION

Hypothèses de modélisation pour le vérin hydraulique

Ce sont les hypothèses classiques que l'on retrouve dans tous les ouvrages traitant de la modélisation des aspects hydrauliques. Elles ont été étudiées longuement par P.VANNIER durant sa thèse de doctorat[VAN], ces aspects ne seront donc pas argumentés dans ce mémoire.

Les premières hypothèses sont relatives au fluide et à son cheminement. On suppose que la température de fonctionnement et sa variation n'a pas d'effet sensible sur les propriétés de compressibilité de l'huile, que les pertes de charge ont une valeur constante et que le coefficient de décharge (lié au nombre de Reynolds) est constant pendant l'essai. Si le fluide apporte une raideur au système global, on négligera les aspects de frottement et d'inertie.

Le vérin est construit de manière à être parfaitement symétrique au repos (même volume de chambre, même section interne de piston, même section de chambre).

On postule l'absence de fuites dans les servovannes, l'absence de fuite sur le pourtour de la section du piston, et un frottement visqueux de la tige de piston négligeable. On souhaite que la dynamique de la servovalve soit simple sur une plage de fréquence [0 8]Hz, des phénomènes de saturation pouvant intervenir au delà.

Enfin, on suppose que les capteurs internes sont fiables pour permettre un bon asservissement, tant en force qu'en position.

Limites de validité de ces hypothèses

Si les hypothèses relatives aux formes géométriques du vérin sont vérifiées par construction, les hypothèses de perte de charge sont plus grossières. De même, nous avons choisi une modélisation grossière de la servo-valve (gain seul). De plus, les premiers essais semblent indiquer la présence d'un coefficient visqueux non négligeable lors du fonctionnement sous pression du vérin, cet amortissement chute lorsque le vérin n'est plus sous pression.

Des essais complémentaires sont aujourd'hui nécessaires pour préciser ces modélisations et mises en équations. Toutefois, il n'est pas recherché une modélisation fine et précise de ce vérin dans la mesure où sa seule fonction sur le banc se limitera à une génération de perturbations.

4.3.2.2.MISE EN EQUATION

L'annexe 4.A3 fournit une description plus détaillée des équations de l'hydraulique (tirée de [THO] [VAN] et [HYD]). Les formulations présentées dans cette partie sont bien évidemment synthétisées. Cette mise en équation se résume à quelques formules traduisant la nature des débits, la génération de la pression et de la force.

• Equation de la servovanne :

$$Q = H(s).U_{\text{hydraulique}}$$

La fonction de transfert $H(s)$ peut prendre différentes formes en fonction du degré de précision souhaité dans la modélisation et de la technologie de la servo. Classiquement, les transferts les plus couramment utilisés sont de simples gains, ou de premier ou de second ordre.

Variables	Constantes
Q : différentiel de débits entrant et sortant (m^3/s)	S_p : surface utile du piston (m^2)
$U_{\text{hydraulique}}$: consigne en hydraulique (V)	V_0 : volume au repos des chambres du vérin (m^3)
P : différentiel de pression entre les deux chambres (Pa)	B : module de compressibilité de l'huile (Pa)
F_{vH} : force délivrée par l'actionneur	

• Equation dynamique du vérin hydraulique :

$$Q = S_p \frac{dX}{dt} + \frac{V_0}{2B} \frac{dP}{dt} \quad (4.9)$$

La variation de débit est proportionnelle à la variation du volume de chambre et à la variation de compressibilité du fluide.

• Equation dynamique du vérin hydraulique :

$$F_{\text{vH}} = S_p . P \quad (4.10)$$

4.3.2.3. REPRESENTATION SCHEMAS BLOCS

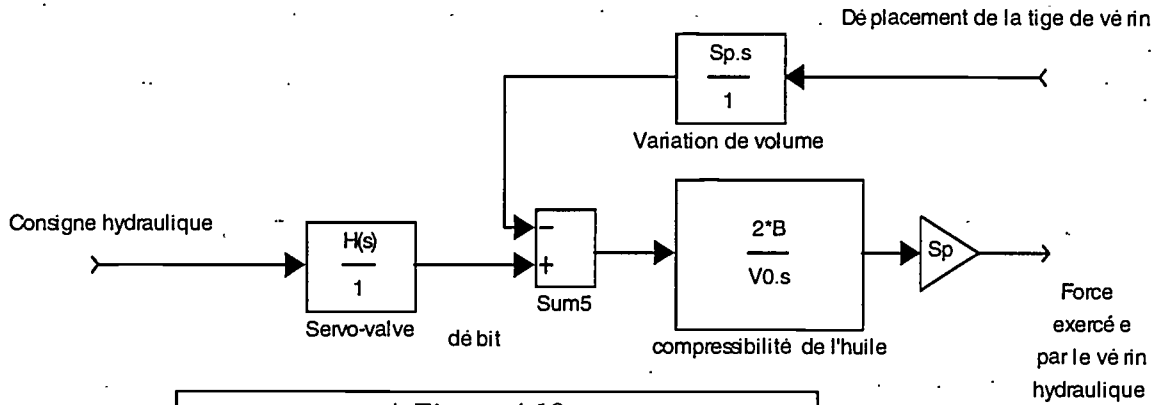
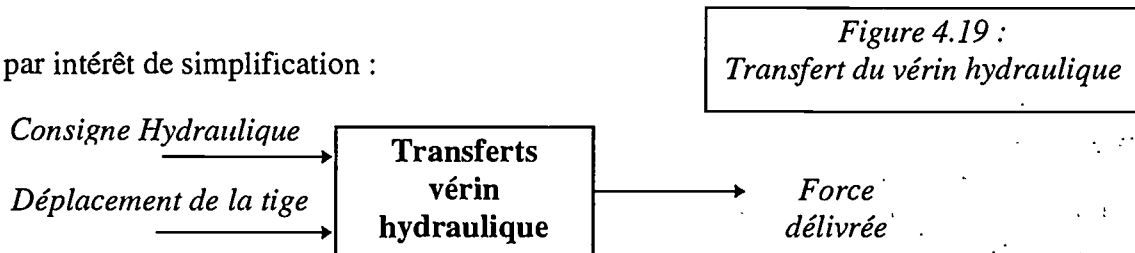


Figure 4.18 :
Schéma bloc vérin hydraulique

Le transfert entre force et entrée (déplacement - consigne) s'écrit donc :

$$F_{VH} = \frac{2.B.S_p}{V_0.s} (H(s).U_{\text{hydraulique}} - s.S_p X) \quad (4.11)$$

Et par intérêt de simplification :



Ce choix de conserver la force comme sortie du système et le déplacement de la tige de vérin comme entrée est entièrement motivé par le futur couplage du vérin au banc d'essais par le seul degré de liberté de translation de la masse mobile.

4.3.3. MISE EN EQUATION DU BANC

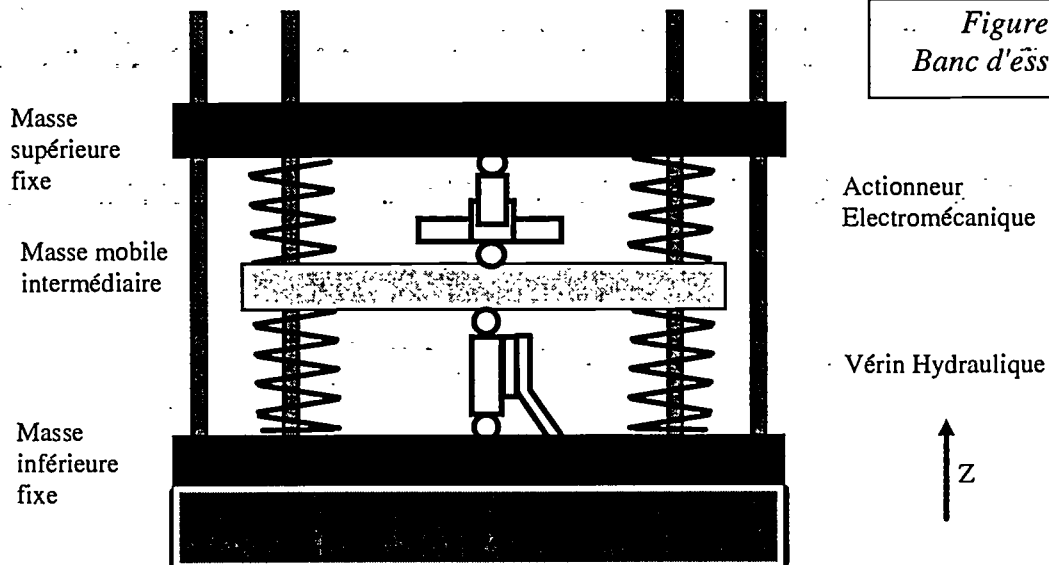


Figure 4.20 :
Banc d'essais équipé

Le banc d'essais n'autorise que le seul mouvement transversal de translation de la masse intermédiaire. Cette masse est soumise aux deux effets que sont les forces des vérins électriques et hydrauliques.

L'équation dynamique du banc est l'équation de liaison des actionneurs au banc d'essais.

$$M\ddot{X} + C\dot{X} + KX = F_{VH} - F_{VE} \quad (4.12)$$

X : déplacement de la masse (m)	M : masse (kg)
C : amortissement (Ns/m)	K : raideur (N/m)
F_{VH} : force délivrée par le vérin hydraulique (N)	F_{VE} : force délivrée par l'actionneur électrique (N)

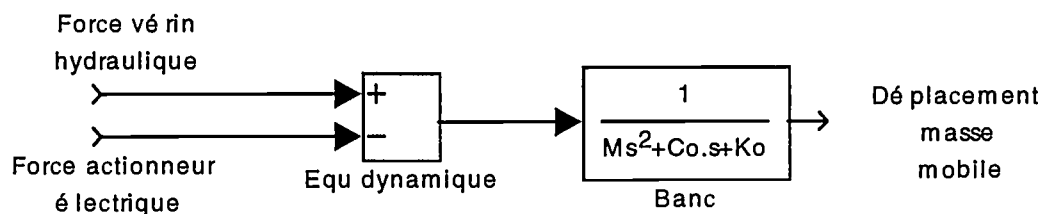


Figure 4.21 :
Schéma bloc de banc

4.3.4.MISE EN EQUATION DU SYSTEME COUPLE

C'est la représentation schématique des liens entre vérin hydraulique, banc d'essais et actionneur électromécanique. Dans les parties suivantes seront présentées les fonctions de transfert des systèmes couplés, pour des vérins commandés en boucle ouverte. Puis sont proposés des asservissements en vue de réaliser la fonction finale de test de lois de contrôle actif.

4.3.4.1.SYSTEME MECANIQUE + VERIN ELECTRIQUE

Les transferts en boucle ouverte ont la forme suivante (boucle interne de courant fermée avec correcteur P - boucle externe d'asservissement en force ouverte), entre consigne et déplacement, consigne et force. Le terme X définit tant le déplacement de la masse mobile du banc que l'élongation de la tige de vérin.

$$\frac{X}{U_{\text{électrique}}} = \frac{\text{pas}}{2\pi.n} \cdot \frac{P.K_t}{(R + Pg + L.s) \cdot [J_{eq}.s^2 + C_{eq}.s + K_{eq}] + K_t.K_e.s} \quad (4.13)$$

$$\frac{F_{VE}}{U_{\text{électrique}}} = \frac{\text{pas}}{2\pi.n} \cdot \frac{P.K_t.(M.s^2 + C.s + K)}{(R + Pg + L.s) \cdot (J_{eq}.s^2 + C_{eq}.s + K_{eq}) + K_t.K_e.s} \quad (4.14)$$

Les termes J_{eq} , C_{eq} , K_{eq} regroupent des combinaisons linéaires de dynamique du banc, et de l'actionneur (arbre moteur et vis). L'annexe 4.A.1. précise ces formulations et leurs intérêts.

Le dénominateur des fonctions de transfert pourra être approché par un polynôme de deuxième ordre dans la mesure où $R+Pg \gg L$.

Le transfert en force est le produit du transfert en déplacement par la dynamique propre de la partie mécanique du banc d'essais.

4.3.4.2.SYSTEME MECANIQUE + VERIN HYDRAULIQUE

Les transferts en boucle ouverte ont la forme suivante, entre consigne et déplacement et consigne effort. Le terme X désigne le déplacement de la masse mobile, et l'allongement de la tige de l'actionneur électromécanique.

Le transfert déplacement sur consigne a la forme d'un produit entre un intégrateur pur et transfert du deuxième ordre.

$$\frac{X}{U_{\text{-hydraulique}}} = \frac{2.B.S_p}{V_0} \cdot \frac{1}{s} \cdot \frac{H(s)}{Ms^2 + Cs + \left(K + \frac{2.B.S_p^2}{V_0} \right)} \quad (4.17)$$

$$\frac{F_{VH}}{U_{\text{-hydraulique}}} = \frac{2.B.S_p}{V_0} \cdot \frac{1}{s} \cdot \frac{H(s).(Ms^2 + Cs + K)}{Ms^2 + Cs + \left(K + \frac{2.B.S_p^2}{V_0} \right)} \quad (4.18)$$

Dans l'hypothèse simplificatrice de modélisation de la servovalve en basse fréquence, on pourra prendre $H(s)$ constante.

Le transfert en force est, à nouveau, le produit du transfert en déplacement par la dynamique propre de la partie mécanique du banc d'essais.

4.3.4.3. ETUDE DES ASSERVISSEMENTS LOCAUX

Les asservissements dits "locaux" réalisent un asservissement interne de l'actionneur, et le choix s'est porté, aujourd'hui, sur l'utilisation de simple PID comme correcteurs. Deux cartes PID ont pris place dans le bac d'asservissement, une carte pour le vérin hydraulique, une carte pour l'actionneur électromécanique. Le vérin hydraulique, reproduisant des excitations de défauts de voie sera piloté en force ; l'actionneur électromécanique, devant assurer un rôle de suspension active, sera piloté de manière interne par un asservissement en force.

4.3.4.3.1. CAS DE L'ACTIONNEUR HYDRAULIQUE

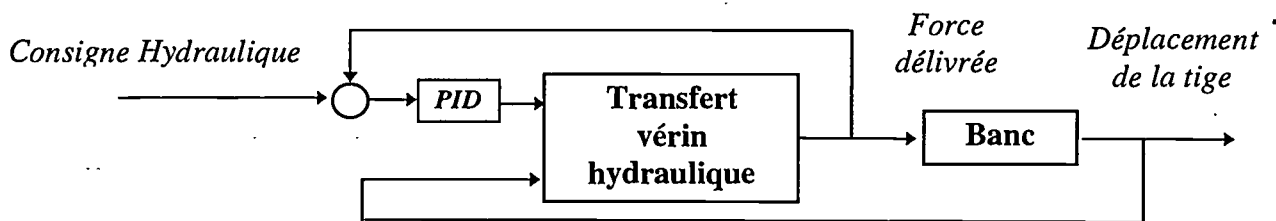


Figure 4.23: Asservissement en force du vérin hydraulique

Les transferts sont présentés en annexe 4.B.

4.3.4.3.2. CAS DE L'ACTIONNEUR ELECTROMECHANIQUE

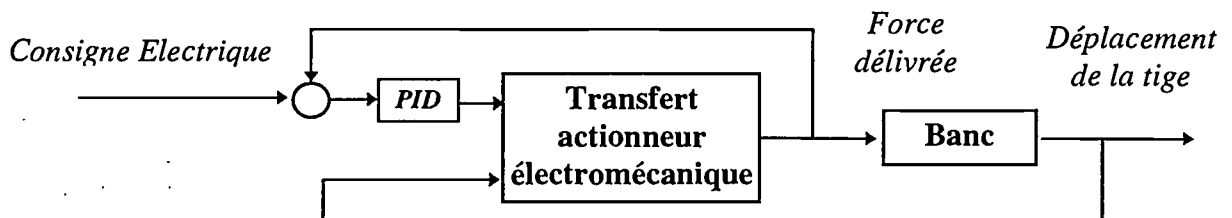


Figure 4.24 : Asservissement en force de l'actionneur

Les transferts sont présentés en annexe 4.B.

4.3.4.4. NOTION DE CONTROLE ACTIF

Cette phase d'essais n'a pas encore été réalisée, aussi ne pourra-t-on présenter aucun résultat.

Le banc sera équipé de l'actionneur électromécanique et du vérin hydraulique. Le vérin hydraulique est générateur de perturbation, il est asservi localement en force. L'actionneur électromécanique est lui asservi localement en force, la consigne étant générée par le retour via la loi de contrôle actif.

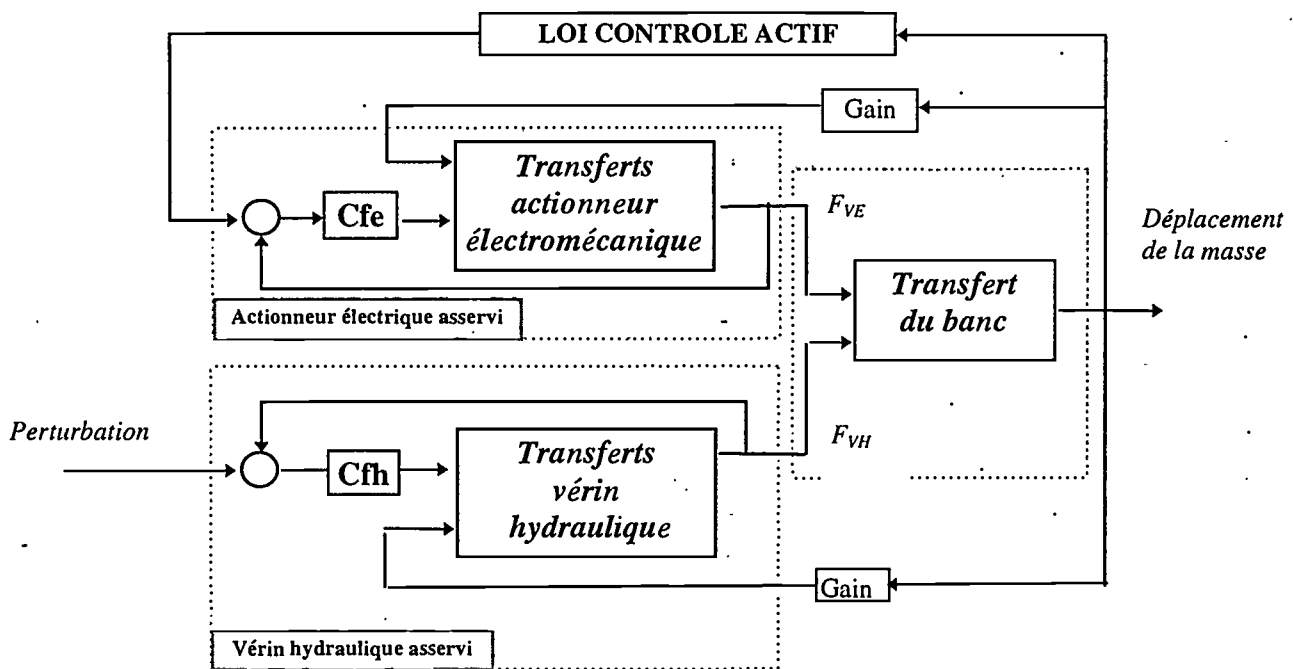


Figure 4. 26 :
Contrôle actif avec asservissement du vérin hydraulique en force et asservissement de l'actionneur électrique en force

C_{fe} : correcteur en force de l'actionneur électrique

C_{fh} : correcteur en force du vérin hydraulique

On constate que dans ce schéma couplé, il n'apparaît plus qu'une seule entrée : la perturbation introduite par le vérin hydraulique, et une seule sortie, le seul degré de liberté du système représenté par le déplacement vertical de la masse mobile.

La boucle de contrôle actif peut donc être considérée comme une ultime boucle de rétroaction. La mise en cascade de ces boucles est évidemment chose délicate, et requiert certaines prudenances et certaines précautions. En effet, la stabilité et la robustesse globale du système doivent être appréciées. Une des premières vérifications d'usage à accomplir consiste en la vérification des temps de réponse des boucles internes qui doivent être strictement inférieurs au temps de réponse des boucles plus externes. Une étude préalable des schémas couplés avec les deux actionneurs est donc nécessaire. Ce travail n'a pas encore été réalisé car il nécessitait une connaissance préalable des identifications des actionneurs.

Des perspectives futures conduiront à étudier un asservissement limitant le nombre de boucles de rétroaction par choix d'une loi optimale de contrôle actif (LQ, LQG, H_2 ou H_∞) avec modélisation du banc et de la dynamique de l'actionneur. C'est ce que présente l'annexe 4.C. Ce formalisme ne peut être utilisé en premier, car une connaissance préalable du fonctionnement de l'actionneur et de la validité d'une représentation est requise.

4.4. RESULTATS D'EXPERIENCE

La vérification première du fonctionnement du banc valida le fonctionnement de tous les organes constitutifs du banc.

Fonctionnement de la partie mécanique

Ce sont des tests préalables permettant l'appréciation du comportement dynamique du banc dépourvu d'actionneur et de vérin hydraulique. Ces tests caractérisent le banc : estimation des paramètres physiques et dynamiques du banc (masse, raideur, amortissement) et estimation du domaine de linéarité.

Fonctionnement des actionneurs

Les tests de l'actionneur électromécanique et du vérin hydraulique valident les comportements de chacun de ces organes, ainsi que le fonctionnement du système couplé (banc + actionneur ou banc + vérin). Outre les aspects de dynamique, les validations portent sur les liaisons mécaniques, électriques et hydrauliques, ainsi que les signaux délivrés par les capteurs.

4.4.1. CARACTERISATION DE FONCTIONNEMENT DU BANC D'ESSAIS

Elle concerne la recherche de trois paramètres propres à ce système à 1 degré de liberté : paramètre de masse, de raideur et d'amortissement.

La masse est estimée à partir d'un bilan de masse des diverses pièces constitutives. Elle a été évaluée à environ 970kg.

La raideur globale du banc a été testée par enfoncement de la partie mobile lors de mise sous charge. Cette raideur est estimée à $1.465 \cdot 10^6$ N/m. Cette valeur est précise à moins de 5% près, et est valable pour toute la zone de travail de ces ressorts (déplacements et pré-contraintes).

La fréquence propre est donc estimée à 6.18 Hz.

Une réponse du banc indique une fréquence de résonance de 6.05Hz, avec un taux d'amortissement de l'ordre de 5%.

4.4.2. ASSERVISSEMENT DU VERIN HYDRAULIQUE

4.4.2.1. IDENTIFICATION DU VERIN HYDRAULIQUE

Le modèle a été identifié par méthode de moindres carrés sur l'ensemble des tests réalisés en boucle fermée en position.

La meilleure représentation obtenue est la suivante :

$$\frac{X}{U_{\text{-hydraulique}}} = \frac{143300}{(s + 1.204)(s^2 + 64.6s + 11909)} \quad (4.19)$$

constituée d'un produit d'un filtre du deuxième ordre avec un filtre de premier ordre. Ce modèle représente mieux la dynamique du comportement du vérin que le modèle théorique comportant un intégrateur (cf équation 4.17).

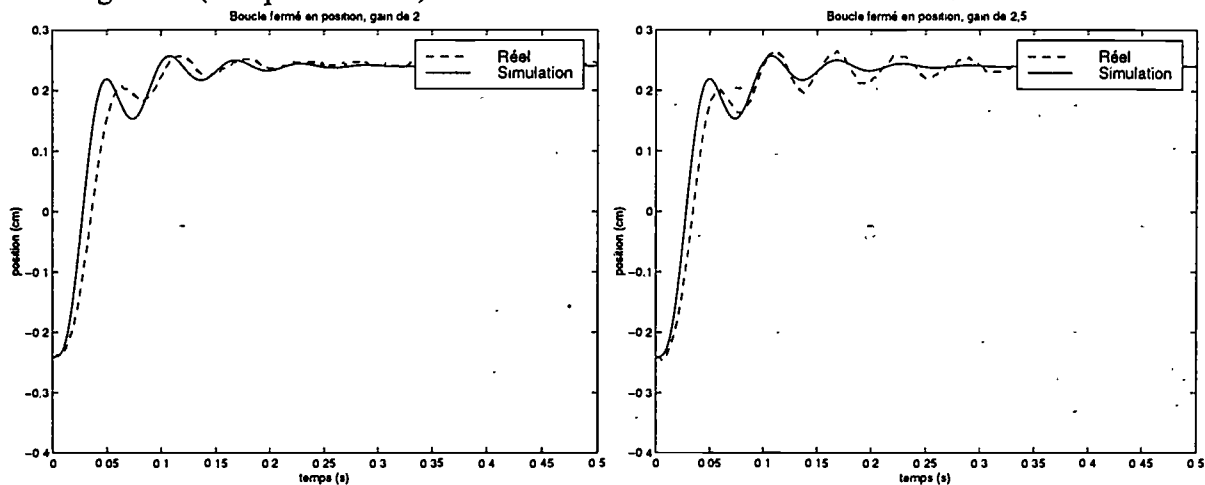


Figure 4.27 :
Comparaison pour deux gains de réponses en boucle fermée en position,
réponse du système réel, réponse du système simulé

Des courbes semblables sont obtenues pour des réponses en boucle fermée en force. Le produit du transfert en position par la dynamique de la partie mécanique seule du banc est un bon transfert pour simuler les comportements du système en force.

4.4.2.2. ASSERVISSEMENT EN POSITION DU VERIN HYDRAULIQUE

Après identification, l'attention fut portée sur la recherche de correcteur Proportionnel pour un asservissement en position. Les trois courbes suivantes présentent des illustrations des déplacements de masse mobile en réponse à une consigne hydraulique en créneaux, et cela pour des gains de correcteurs égaux à 1, 2, 3.

Pour la même consigne, l'accroissement du gain du correcteur permet de réduire le temps de montée de 0.5s en boucle ouverte à une durée de 0.1s avec un gain de 1, et à une durée inférieure à 0.05s avec les autres gains. En revanche, accroître le gain c'est accroître la fréquence de résonance du système couplé, et entraîner des oscillations, des dépassements.

Un compromis sera alors recherché, de manière à limiter les oscillations, au risque d'accroître l'erreur statique. L'utilisation du vérin hydraulique étant la sollicitation du banc d'essais, un suivi de consigne passablement bon sera encore bien suffisant pour la génération de cette sollicitation. Notre objectif ultime étant l'asservissement en force du vérin hydraulique, notre recherche sur les boucles fermées en position s'arrête donc là.

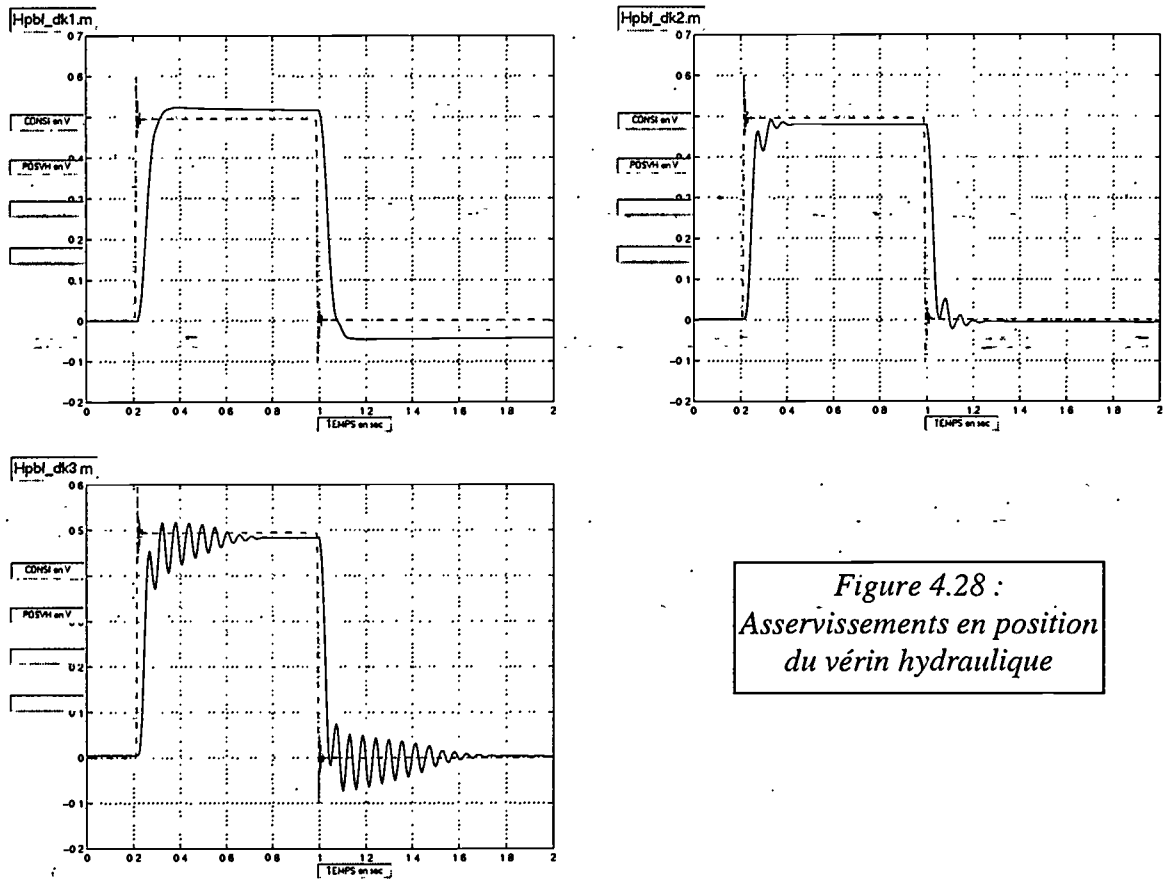


Figure 4.28 :
Asservissements en position
du vérin hydraulique

4.4.2.3. ASSERVISSEMENT EN FORCE DU VERIN HYDRAULIQUE

Le lieu d'Evans du système est celui d'un troisième ordre avec deux pôles complexes, et un pôle très proche de l'origine. Les deux zéros sont également proches de l'origine (contribution du ban cseul).

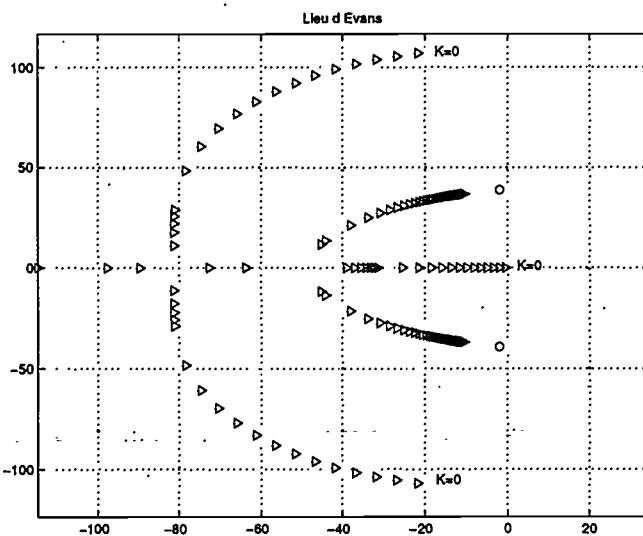
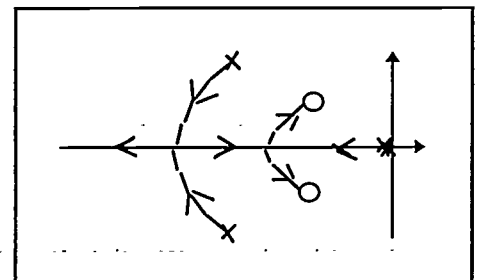


Figure 4.29 :
Lieu d'Evans pour
l'asservissement en force
du vérin hydraulique



Plus le gain est important, plus l'incidence des oscillations est amortie par accroissement de l'amortissement. Dans la réalité, on est limité par la physique des attaches, et les jeux associés. En effet, ces jeux sont générateurs de non linéarités qui apparaissent en dynamique rapide (gain élevé). Aussi doit-on trouver un compromis dans le choix du gain.

L'erreur statique du système est faible, on peut donc se contenter d'un simple correcteur P en asservissement local, pour un vérin hydraulique qui n'est destiné qu'à générer une perturbation au système.

4.4.3. ASSERVISSEMENT DE L'ACTIONNEUR ELECTROMECHANIQUE

4.4.3.1. IDENTIFICATION DE L'ACTIONNEUR ELECTROMECHANIQUE

C'est la même méthode d'identification par moindres carrés qui est choisie.

La dynamique de la boucle interne de courant étant très rapide, on peut rechercher la fonction de transfert sous la forme d'un troisième ordre. En fait, le résultat indique un pôle placé très loin sur l'axe des abscisses négatives, le système sera donc identifié sous la forme d'un second ordre.

$$\frac{X}{U_{\text{électrique}}} = \frac{30.9}{(s + 3.25)(s + 15.4)} \quad (4.20)$$

Les pôles sont donc à parties réelles négatives (localisés sur l'axe des abscisses).

4.4.3.2. ASSERVISSEMENT EN POSITION DE L'ACTIONNEUR ELECTROMECHANIQUE

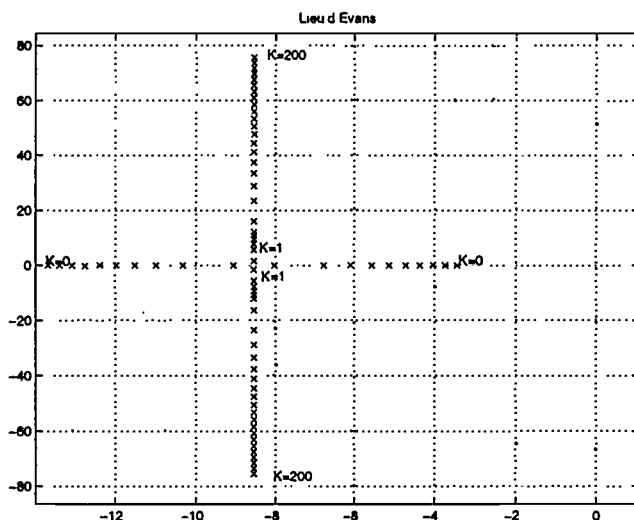


Figure 4.30 :
Lieu d'Evans pour l'asservissement
en position de l'actionneur
électromécanique

Le modèle est très satisfaisant dans la mesure où l'on trouve une erreur statique presque nulle, et une réponse qui s'approche de la dynamique de système. Avec un simple gain proportionnel, on contrôle le système de façon satisfaisante, conformément au lieu d'Evans. Un contrôleur PI n'apporterait pas beaucoup, en revanche un contrôleur PID, avec deux zéros, tirerait le graphe vers le demi-plan gauche, et autoriserait donc des gains plus élevés.

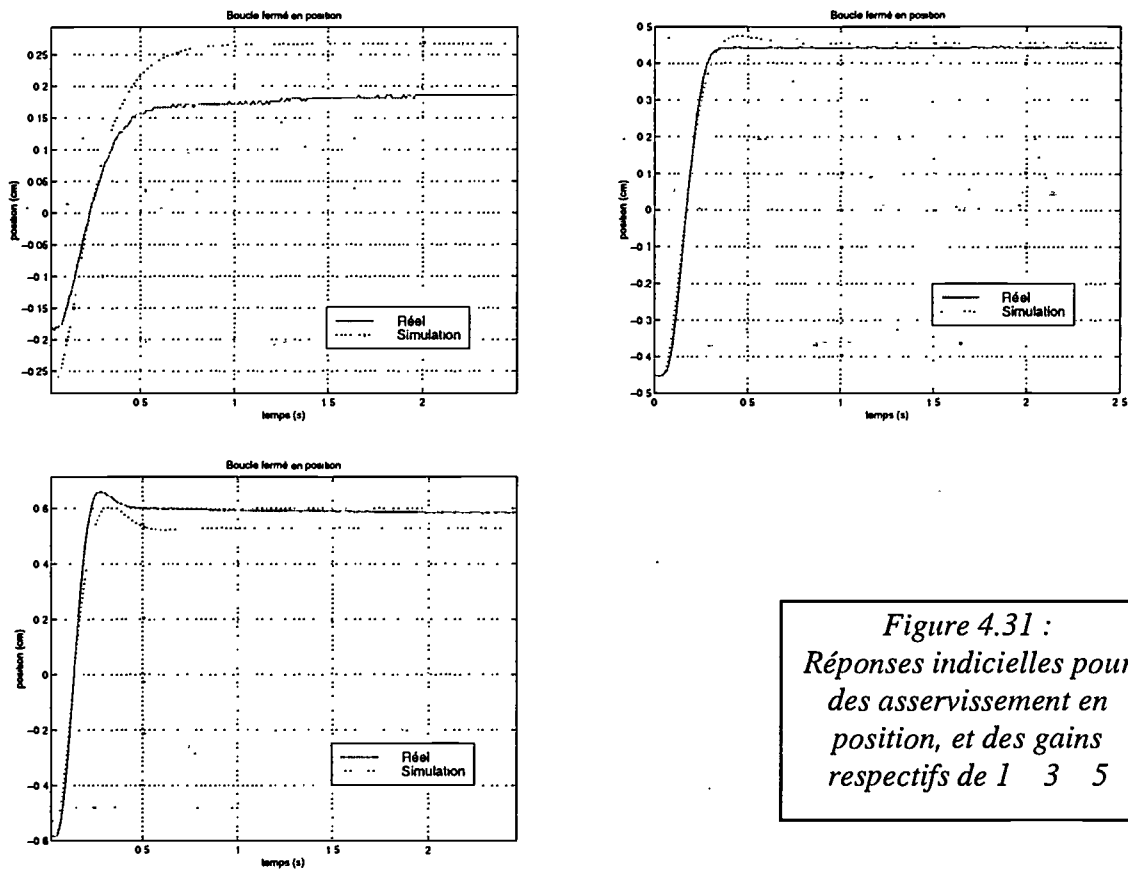


Figure 4.31 : Réponses indicielles pour des asservissement en position, et des gains respectifs de 1 3 5

4.4.3.3. ASSERVISSEMENT EN FORCE DE L'ACTIONNEUR ELECTROMECHANIQUE

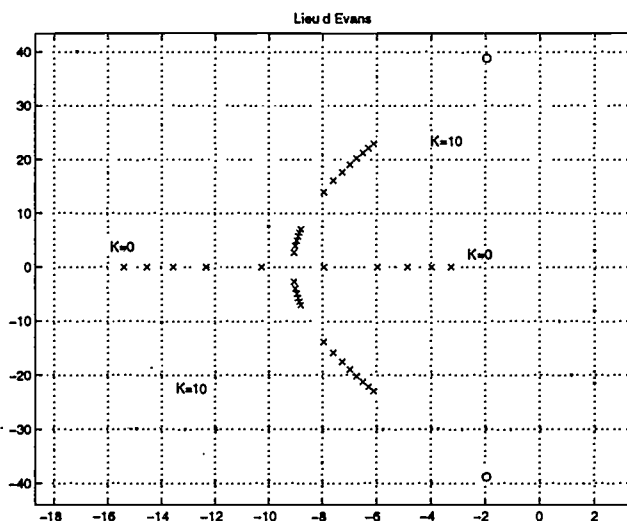
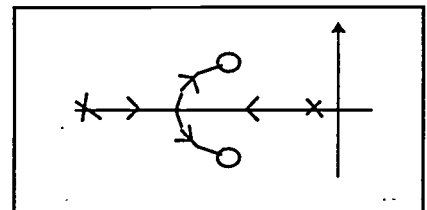


Figure 4.32 : Lieu d'Evans pour un asservissement en force de l'actionneur électromécanique



On constate le même comportement que pour le vérin hydraulique. On peut donc choisir théoriquement la valeur de gain voulue, de manière à garder une pulsation constante, et à

accroître l'amortissement du système. Un correcteur P apporte donc une bonne dynamique (cf figure 4.33)

De plus, on choisit de placer un zéro (zéro d'un correcteur PI) aux environs de l'origine de manière à annuler l'erreur statique, tout en ne créant pas une dynamique lente - on place donc un zéro à -2 sur l'axe des abscisses. On ajuste le gain pour avoir la meilleure réponse, sans solliciter des dynamiques hautes fréquences (jeux) génératrices d'instabilités. (figure 4.34)

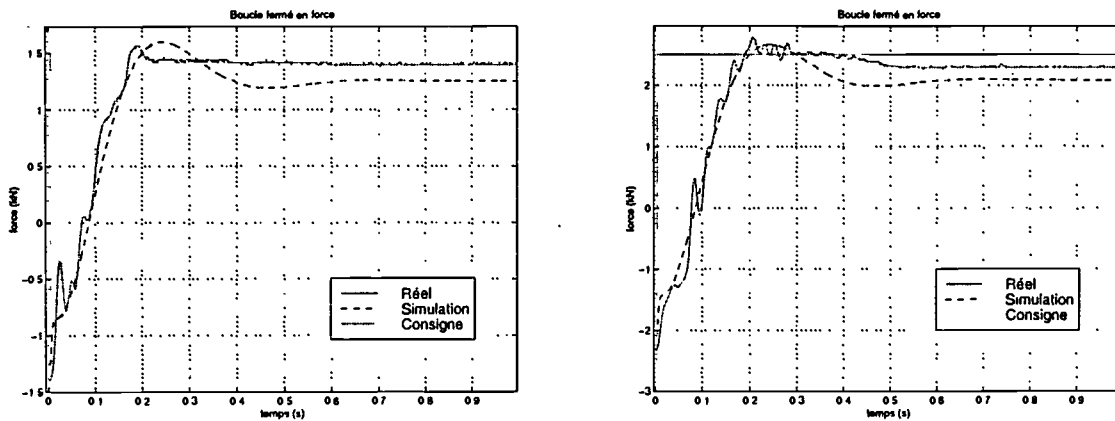


Figure 4.33 :
Réponses indicielles pour un correcteur P, asservissement en force, pour différentes amplitudes de consigne

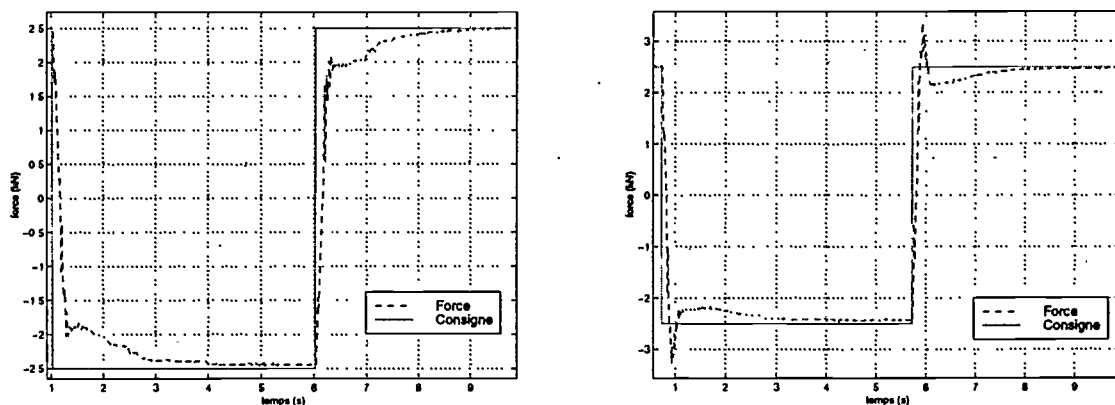


Figure 4.34 :
Réponses indicielles pour un asservissement en force avec correcteur PI, pour un gain de 2

4.4.4.VALIDATION DU FONCTIONNEMENT DE L'ACTIONNEUR ELECTROMECHANIQUE

Ces validations sont contingentées en 13 phases. Seules les premières ont aujourd'hui été engagées, après recherche d'un asservissement local et réglage des paramètres de la boucle interne de courant.

Les essais dimensionnels ont été réalisés, et l'actionneur répond majoritairement aux spécifications du Cahier des Charges, les essais d'études fréquentielles sont en cours.

Les frottements internes et non linéarités diverses sont aujourd'hui étudiées. Ces résultats sont cependant trop nouveaux pour nous permettre de tirer dès aujourd'hui des enseignements.

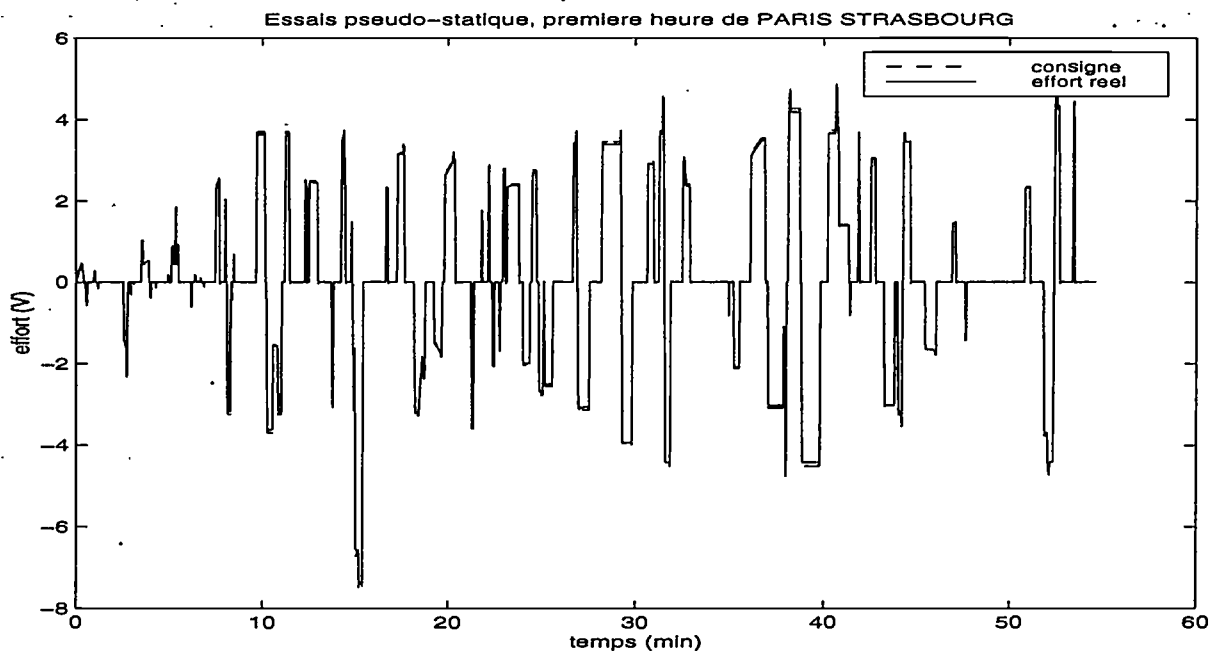


Figure 4.35 : Essais pseudo-statique de l'actionneur électromécanique, 1 heure de simulation PARIS STRASBOURG

Les premiers résultats en pseudo-statique indiquent un bon fonctionnement de l'actionneur, dans une configuration réaliste d'essai puisqu'elle correspond à une simulation de circulation d'une heure entre PARIS et STRASBOURG. On demande à l'actionneur de suivre une consigne d'effort correspondant à l'annulation de l'accélération centrifuge pour une voiture CORAIL.

Remarques : précisions sur la nature des simulations.

- les courbes, temps de parcours, et vitesse sont fournies par le LOGICIEL TEMPO, ce sont donc des conditions exactes de circulation.
- la circulation est celle d'une BB15000 tirant 11 voitures CORAIL
- la masse de la caisse de CORAIL est fixée à 40 tonnes.

4.5. PERSPECTIVES PROCHES

Elles sont nombreuses puisque les essais sur le banc ne font que commencer. Les phases d'essais successives sont toutefois conditionnées par l'obtention de résultats probants à la fin de chaque validation.

Les perspectives à court terme sont relatives à la validation du bon fonctionnement de l'actionneur électromécanique, et à son asservissement. La difficulté de la phase dépendra essentiellement des caractéristiques intrinsèques de l'actionneur, et de ses parfaites linéarités et réversibilités. Puis viendront les phases de construction de loi de contrôle actif. D'ores et déjà, différents types de lois simples (d'autant plus simples que le système mécanique comporte un seul degré de liberté) ont été retenus : ce sont des simulations d'amortissement, de contrôle actif et semi-actif.

Cette période sera, pour l'exploitant, la première phase de validation des éléments de la chaîne de contrôle commande : validation du fonctionnement de l'actionneur et pertinence du choix de la technologie électromécanique.

Les perspectives à moyen terme concerneront les essais des actionneurs verticaux sur le banc d'essais (dans la mesure où l'étude du contrôle global est maintenue), et l'optimisation des lois de contrôle, avec le choix d'une commande directe (sans boucle de rétro-action imbriquée) obtenue par formulation de contrôle actif optimum (tant pour les actionneurs transversaux que verticaux). Cette période devra également être celle de la réflexion à l'implantation sur véhicule d'une chaîne de contrôle commande, avec définition de toutes les technologies utilisées tant pour les actionneurs, les capteurs et conditionneurs, les calculateurs. Le système d'acquisition devra être isolé et blindé, et les capteurs avec conditionneurs intégrés permettraient de réduire toute pollution de signal. Mais le réseau ferré possède ces propres normes en la matière, qui devront être respectées pour implantation sur véhicule.

C'est la phase de choix de la loi de commande tant pour le transversal que pour le vertical, c'est la phase où l'on affine le contrôle multilois qui sera implanté sous caisse.

Enfin, **la phase suivante**, entièrement menée par la SNCF, consistera en des essais sur véhicule, à poste fixe puis en ligne. Cette phase devrait également être celle de validation pleine et entière des concepts de contrôle global (contrôles conjoints des plans transversaux et verticaux) et du multilois.

Cette phase sera également celle de la fiabilisation du système, avec réflexions sur les fonctionnements en modes dégradés. Pour les actionneurs hydrauliques, l'étude d'un dysfonctionnement conduit souvent à une action sur la servo-valve. Pour un vérin électromécanique, implanté au secondaire à la place des amortisseurs transversaux, un fonctionnement en mode dégradé devrait toujours impliquer une dissipation : les moteurs peuvent se transformer en générateurs, et débiter le courant sur un groupe de résistance (résistance seule en sortie de variateur ou résistances en étoile directement en sortie moteur).

Il est difficile de présager du bon fonctionnement de l'actionneur après seulement quelques semaines de test, mais l'équipe travaillant sur le banc d'essais constate d'ores et déjà un bon fonctionnement des organes, avec quelques défauts de jeunesse auxquels il faudra remédier. Une

interrogation persiste : l'actionneur sera-t-il assez rapide pour réaliser le contrôle des oscillations sur une large bande de fréquences ?

CONCLUSIONS

Ce travail de thèse contribue à alimenter la réflexion sur le concept de suspensions actives et de leurs déclinaisons aux voitures ferroviaires, en vue d'accroître le confort des passagers. Les études ont porté tant sur les aspects théoriques que sur les aspects de modélisation et de simulations numériques. Les approches techniques ont été mises en oeuvre au travers de la connaissance des comportements dynamiques de voitures ferroviaires, la spécification d'actionneurs de suspensions actives et de leurs implantations, la conception d'un banc d'essais et son utilisation.

Sur le plan de la présentation théorique des lois de contrôle, ce travail synthétise diverses lois connues des mécaniciens (lois optimales de type LQ et LQG) et les compare à d'autres comme les synthèses H_2 et H_∞ . Sous l'hypothèse de pouvoir définir préalablement un modèle de connaissance du véhicule ferroviaire, l'attention fut portée sur la recherche de lois de contrôle optimales, l'étude de leurs effets et de leurs diverses déclinaisons (contrôle sous optimal, contrôle pré-informé, skyhook...). Le domaine du contrôle non linéaire a également été abordé analytiquement et numériquement par la traduction de saturations physiques des caractéristiques des actionneurs (saturation de force, de puissance, de viscosité...). Cette présentation possède l'originalité d'introduire le contrôle semi-actif comme un élément de la grande classe des contrôles non linéaires. Enfin, fut proposé un nouvel algorithme de contrôle, baptisé multilois, spécialement adapté au contrôle de suspensions ferroviaires car il permet d'adapter les lois optimales à des variations de critère, d'environnement ou même de système. L'algorithme établit un retour par combinaison linéaire de deux ou plusieurs lois de contrôle optimales, les pondérations utilisées dans les combinaisons linéaires peuvent, en particulier, être obtenues comme solutions d'un traitement de logique floue.

Des critères de stabilité, de performance et de robustesse ont été présentés de manière à qualifier les contrôles précédemment définis. Une attention particulière fut portée au contrôle multilois pour lequel nous tentâmes de qualifier au mieux sa robustesse.

Le contexte de travail, à la Direction de la Recherche et de la Technologie de la SNCF, engagea à la mise en oeuvre de modèles et de simulations très réalistes, respectueux des caractéristiques du réseau ferré français. Un intérêt particulier fut donc porté aux modèles de véhicules, de contact roue-rail, de voies, et le logiciel utilisé pour ces calculs fut VAMPIRE, logiciel spécialisé et dédié aux simulations de dynamique ferroviaire. La majorité des lois définies ci-avant furent testées en simulation, et deux concepts novateurs retinrent notre attention : le contrôle global, ou contrôle simultané des mouvements dans le plan transversal et dans le plan vertical de la voiture (en vue d'accroître tant le confort transversal que le confort vertical) et le contrôle multilois. La combinaison de ces deux contrôles pour la mise en oeuvre d'un contrôle global multilois semble bien adaptée pour la commande des suspensions ferroviaires actives en permettant d'appréhender en particulier les changements d'objectifs de contrôle dans les phases de parcours en lignes droites et en courbes.

Les estimations de gains, synthétisées suite aux nombreuses simulations numériques, indiquent que les suspensions actives permettent de réduire de 20 à 50% les valeurs RMS des accélérations filtrées (par les filtres de pondérations de Note de confort), tant pour les mouvements transversaux que pour les mouvements verticaux, et cela, pour tous profils de voies intégrant des parties de courbes et de lignes droites. De plus, lorsque la loi de contrôle est bien réglée pour le modèle choisi, les réductions des valeurs RMS d'accélérations filtrées sont plutôt comprises entre 40 et 50%, suivant les difficultés des profils ; ces résultats sont donc particulièrement prometteurs. De plus, le contrôle multilois permet également de réaliser une fonction de centrage de la caisse de la voiture, en réduisant d'environ 80% les temps de mises en butées transversales, avec des valeurs moyennes d'enfoncement des butées dans un rapport 1/5 et cela, sans modifier négativement la dynamique des parties basses et les niveaux d'efforts transversaux transmis à la voie.

Les aspects techniques furent premièrement abordés par la connaissance de la dynamique des voitures ferroviaires, de leurs comportements, et de l'analyse de confort et des indicateurs normalisés associés. La connaissance des expériences passées, la recherche de nouvelles technologies et les simulations réalisées ont conduit à la synthèse de spécifications fonctionnelles et au choix de la technologie électromécanique pour la définition d'actionneurs transversaux et d'actionneurs verticaux de suspensions actives de voiture CORAIL. Si la conception et la construction furent l'oeuvre d'industriels (2 actionneurs transversaux ont été construits, les actionneurs verticaux le seront ultérieurement), notre participation aux phases de définition du banc d'essais, à la réflexion sur l'implantation sous caisse, et aux phases d'essais ne fut pas négligeable. Les tests de validation du premier actionneur sont, au moment de la rédaction de ce mémoire, en cours ; seuls quelques essais qualitatifs ont pu être abordés, sans pouvoir extrapoler encore des potentiels d'utilisation comme organes de suspensions actives. Les essais continuent, et devraient se poursuivre pour trois ans encore à travers des phases d'essais sur véhicule à poste fixe puis en ligne.

Au terme de cette conclusion, il est opportun de répondre à deux questions posées par l'exploitant :

- L'introduction d'organes de suspensions actives dans les voitures ferroviaires nous semble pertinent, leur utilisation, moyennant un contrôle bien adapté, permettrait une réelle amélioration du confort, un saut qualitatif par rapport aux voitures d'aujourd'hui.
- La chaîne de contrôle commande utilisée sur le banc d'essai nécessite adaptation avant implantation, mais deux actionneurs transversaux sont d'ores et déjà construits et pourraient être pleinement testés. La faisabilité de l'implantation sur voiture est donc entière, et la réalisation requiert toutefois de bonnes notions techniques.

PERSPECTIVES

Les perspectives de travaux faisant suite à cette étude sont nombreuses. Deux motivations, particulièrement importantes sont affichées : celles du développement théorique complémentaire des lois de contrôle et leurs analyses, et celle de mener à bien une approche expérimentale complète, s'illustrant par la construction d'un démonstrateur des effets du contrôle actif sur une voiture CORAIL de la SNCF (c'est le projet SAGI de la SNCF, qui doit se poursuivre pendant trois ans encore).

A court terme, les perspectives recouvrent la volonté de mener à bien les premiers essais de validation et de qualification des actionneurs sur le banc d'essais de l'Ecole Centrale de LYON. Ces essais regrouperont des tests d'endurance, d'asservissement, et des simulations de comportements ferroviaires réels. A l'issue de ces tests sera analysée l'aptitude des actionneurs à réaliser une fonction de suspension active.

Sur le plan théorique, les réflexions seront tournées vers les aspects d'analyse de la robustesse, tant pour les systèmes complexes contrôlés globalement (avec couplage éventuel des contrôles des mouvements transversaux et des mouvements verticaux), que pour le multilois. Pour ce dernier, certains critères ont déjà été proposés dans ce mémoire, on peut les optimiser. L'intérêt de rechercher de nouveaux algorithmes semble aujourd'hui faible (cet intérêt peut toutefois croître dans les mois futurs), aussi, sera-t-il proposé de poursuivre les développements des algorithmes présentés et regroupant tant le multilois que les contrôles optimaux et non linéaires (intégrant la physique de l'actionneur, la connaissance de sa fonction de transfert et ses limitations).

A moyen terme, les actions pourraient se porter sur l'optimisation de l'actionneur et la conduite de nouvelles simulations numériques intégrant des caractéristiques réelles des actionneurs : ses limitations physiques et techniques, la connaissance de son transfert.

Ces nouvelles simulations permettraient également de tester des réactions de voitures équipées de suspensions actives à de nouvelles sollicitations comme les effets aérodynamiques, ou des défauts de voie particuliers comme les appareils de voie. Cette période serait également propice au développement d'un contrôle multilois plus complexe, pour mieux prendre en compte des excitations particulières génératrices d'inconfort comme les joints de pont, les zones d'aiguillage et les effets aérodynamiques.

Sur le plan technique, l'action la plus importante à moyen terme est celle de l'implantation des actionneurs sur voiture ferroviaire, et de la spécification d'une chaîne robuste de contrôle commande. Ces différentes études devraient, à nouveau, fournir des éléments importants pour mûrir l'analyse technico-économique de la SNCF. Ce sera l'occasion d'un premier bilan sur l'analyse critique des premières spécifications fonctionnelles établies il y a déjà plus de deux années.

La réalisation de ces essais sur véhicule et la communication des résultats devraient fournir aux chercheurs quelques enseignements.

A **plus long terme**, des réflexions peuvent être engagées sur les divers développements et utilisations du contrôle actif, tant dans les développements proposés par le laboratoire, que ceux initiés par la SNCF. Du point de vue théorique, l'intérêt pourrait se porter sur de nouvelles synthèses de lois de contrôle, tant pour des applications de suspensions actives que pour des applications de mécanismes pendulaires. Les acquis techniques et technologiques recueillis au cours des essais pourraient également se décliner à d'autres modes de transport ou à d'autres utilisations dans le domaine ferroviaire. Dans cette optique, les réflexions engagées par la SNCF sur les concepts de systèmes ferroviaires du futur pourraient proposer diverses utilisations de contrôleur actif pour l'isolation de structures (contrôle acoustique et vibro-acoustique) et l'asservissement de suspensions (suspensions primaires, suspensions secondaires, suspensions pendulaires et pantographe...).

Les perspectives sont donc nombreuses, et le projet SAGI devrait apporter nombre d'enseignements.

REFERENCES BIBLIOGRAPHIQUES

Les titres suivis d'un signe * sont consultables, sous conditions, au Centre de Documentation de la SNCF, au 45 rue de LONDRES - PARIS 08 - Tel : 01 53 42 90 05 ou 01 53 42 90 11.

1. Bibliographie de la partie 1 (texte et annexes)

Articles de périodiques cités en partie 1

- [ALI1] ALIAS.J CANTENOT.J
Le rail et sa fabrication
Revue Générale des Chemins de Fer juillet-août 1983 102A p447-460
- [ALI2] ALIAS.J
La voie ferrée, techniques de construction et d'entretien
EYROLLES 1984 517p
- [AND1] ANDERSON.E BHR.H.V. NILSTAM.N.G
Allowing higher speeds on existing tracks - design considerations of the X2000 train for Swedish State Railways
Proceedings of the institution of mechanical engineers part F Journal of rail and rapid transit 1995 vol 209 n°F2 p93-104
- [BOO] BOOCOCK.D KING.B.L.
The development of the prototype advanced passenger train
ImechE 1982 Proc Mech vol 196 p35-46
- [BOU] BOUTONNET
Le confort dans le transport ferroviaire
Revue Générale des Chemins de Fer Avril 1981 100A p225-238
- [CHA1] CHARTET
La suspension verticale des véhicules ferroviaires
Revue Générale des Chemins de Fer nov 1952 p476-496
- [CHA2] CHARTET
L'usure ondulatoire " à grandes ondes" des rails, Etude théorique de son développement en relation avec les vibrations des essieux sur les rails
RGCF p262-274
- [ELB] ELBEHEIRY.E KARNOPP.D ELARABY.M ABDELRAAOUF.A
Advanced ground vehicle suspension systems - a classified bibliography
Vehicle System Dynamics 24 1995 p231-258
- [FAV] FAVRE.B FLORES.J.L.
Le confort du passager de véhicule ferroviaire, Problématique et méthode d'approche
Revue Générale des Chemins de Fer Avril 1983 102A p189-196

- [FER] FERCHLAND.C
Aktive neitech-systeme bei der Deutschen Bahn, der einsatz von VT 610/611 führt zur Verkürzung der Fahrzeiten auf kurvenreichen Strecken
Eisenbahnningenieur 01/1996 n°1 p44-49
- [FRI] FRIES.B.H. COFFEY.B.M.
A state-space approach to the synthesis of random vertical and cross-level irregularities.
ASME JDSMC 2 march 1990 vol 112
- [GOO1] GOODALL.R
Active railway suspensions : implementation status and technological trends
Vehicle System Dynamics 28 1997 p87-117
- [GOO4] GOODALL.R KORTÜM.W
Active control in ground transportation - a review of the state of the art and future potential
Vehicle System Dynamics 12 1983 p225-257
- [HAR] HARSY.G SCHNEIDER.R
Der Neigungskompensator "SIG NEIKO" als innovative Zusatzausrüstung für Drehgestelle aus dem Drehgestell-Baukastensystem der SIG
Schweizer Eisenbahn Revue 7-8/1991 p249-253
- [HED] HEDRICK.J.K
Railway vehicle active suspensions
Vehicle System Dynamics 10 1981 p267-283
- [HEIN] HEINZ.R.K
Neue Diesel-Schnelltriebwagen 605 mit Neigetechnik für den Fernverkehr der Deutschen Bahn
Eisenbahn Revue International n°1-2 1997 p13-20
- [HIR] HIRATA.T KOIZUMI.S TAKAHASHI.R
H ∞ control of railroad vehicle active suspension
Automatica vol 31 n°1 p13-24 1995
- [JAP] Railway systems and components : Tilting trains in JAPAN
Japanese railway information n°67 january 1996 8p
- [JEZ2] JEZEQUEL.L
Analyse d'un contrôle actif avec "pré-information" : application aux trains rapides.
Matériaux Mécanique Electricité n°417 juillet-octobre 1986 p14-20
- [JOL1] JOLY TERRASSE
Circulation en courbe des voitures ferroviaires à caisse inclinable, Considérations générales, Essais récents de la voiture pendulaire de la SNCF
Revue Générale des Chemins de Fer mai 1970 89A p297-319
- [KAL2] KALKER.J.J.
Survey of wheel-rail rolling contact theory
Vehicle System Dynamics 1979 p317-358
- [MAU1] MAUZIN CHARTET LENOIR
Une nouvelle voiture dite "pendulaire" destinée aux très grandes vitesses
Revue Générale des Chemins de Fer nov 1957 76A p581-593
- [MAU2] MAUZIN
Le mouvement de tamis dans les voitures de chemins de fer
Revue Générale des Chemins de Fer p337-343

- [MOR1] MOREAU.A
Le contact roue-rail
Revue Générale des Chemins de Fer 110A 1991 p43-51
- [MOR2] MOREAU COURTIN
Méthodes d'appréciation du confort vibratoire
Revue Générale des Chemins de Fer Octobre 1981 100A p609-614
- [NOU] NOUVION.F
Rames expérimentales à turbines à gaz
Revue Générale des Chemins de Fer janvier 1970 p24-55 + 8planches
- [OHN] OHNO
What aspect is needed for a better understanding of tilt sickness ?
Quarterly report of RTRI, vol37 n°1 march 1996 p9-13
- [OKA2] OKAMOTO.I
Development of new carbody tilt systems for speedup of curving
Japanese railway engineering n°122 february 1993 p11-15
- [PAS1] PASCAL.J.P. SAUVAGE.G
The available methods to calculate the wheel/rail forces in non hertzian contact patches and rail damaging
Vehicle System Dynamics 22 1993 p263-275
- [PAS2] PASCAL.J.P.
About multi-hertzian contact hypothesis and equivalent conicity in the cases of S1002 and UIC60 analytical wheel/rail profiles.
Vehicle System Dynamics 22 1993 pp57-78
- [SAS] SASAKI.K
A study of pneumatic and hydraulic active suspension
Quarterly report of RTRI vol 38 n°4 nov97 p192-199
- [SAU1] SAUVAGE
Statique et dynamique du ressort hélicoïdal
Revue Générale des Chemins de Fer 104A 1985 p113-130
- [SAU2] SAUVAGE.G PASCAL.J.P.
Nouvelle méthode de calcul des efforts dynamiques entre les roues et les rails
Revue Générale des Chemins de Fer 109A 1990 p11-19
- [SAU3] SAUVAGE.G PASCAL.J.P.
Solution of the multiple Wheel and Rail contact dynamic problem
Vehicle System Dynamics 1990 p257-272
- [SAU4] SAUVAGE SARTORI
Stabilité des véhicules à grande vitesse, Etude théorique de la dynamique transversale d'un bogie dans la voie.
Revue Générale des Chemins de Fer avril 1977 96A p207-225
- [SAUE2] SAUER.B SCHÖNBERG.S WÄTZLD.S
Der Neue Dieseltriebzug baureihe 611 mit aktiver Neigetechnik
ETR 45 1996 juin p357-362
- [SHE] SHEN.G GOODALL.R
Active yaw relaxation for improved bogie performance
Vehicle System Dynamics 28 1997 p273-289

- [TAJ] TAJIMA.S
Development of a railway vehicle vibration control system (active control)
Japanese Railway Engineering n°121 oct1992 p20-23
- [TAS1] TASSILLY
Efforts au contact roue/rail
Recherche Transport Sécurité n°18-19 p71-74
- [TAS2] TASSILLY
Propagation des ondes de flexion dans la voie ferrée considérée comme un milieu périodique
Revue Générale des Chemins de Fer 106A 1987 p45-54
- [TAS3] TASSILLY
Interaction dynamique voie/roue, modèles existants et perspectives de recherche
Revue Générale des Chemins de Fer 107A 1988 p23-30
- [TAS4] TASSILLY.E VINCENT.N
Prévision et contrôle des vibrations transmises au sol par les trains
Revue Générale des Chemins de Fer 108A 1989 p11-19
- [TAS5] TASSILLY.E VINCENT.N
Rail corrugations : analytical model and field tests
Wear, 144 1991 p163-178
- [THO] THOMPSON.A.G. DAVIS.B.R
An active pantograph with shaped frequency Response employing linear output feedback control
Vehicle System Dynamics vol19 1990 19p
- [TSU] TSUNASHIMA.H MASATO.A
Static and Dynamic performance of permanent magnet suspension for Maglev Transport vehicle
Vehicle System dynamics 29 1998 p83-111
- [WAK] WAKO.K MASUDA.M
Development of controlled pendulum railcars
Japanes railway engineering n°111 september 1989 p6-10

Ouvrages cités en partie 1

- [FOR1] FÖRSTBERG Johan
Motion-related comfort levels in trains, a study on human responses to different tilt control strategies for a high speed train
Sweden Railway Technology TRITA-FKT-Report 1991:41 ISSN 1103-470X
ISRN KTH/FKT/LA—96/41—SE 66p
- [FOR2] FÖRSTBERG Johan
Comfort disturbances caused by low-frequency motions.
NOTAT 71-1994, Väg-och transport-forskningsinstitutet
- [FOR3] FÖRSTBERG Johan, TORBJÖRN Ledin
Discomfort caused by low-frequency motions, A literature survey of hypotheses and possible causes of motion sickness
Sweden Railway Technology TRITA-FKT-Report 1996:39 ISSN 1103-470X
ISRN KTH/FKT/LA—96/39—SE 71p

- [GAR] GARG.V.K. DUKKIPATI.R.V.
Dynamics of railway vehicle systems
Accademic Press 1984 407p
- [GRI] GRIFFIN
Handbook of Human Vibration
Academic Press 1990
- [KAL2] KALKER.J.J.
Three dimensional elastic bodies in rolling contact
Klumer academic publishers , Solids mechanics and its applications 1990 314p
- [ISO2631] Norme ISO 2631 - 1.2
Vibrations et chocs mécaniques - Evaluation de l'exposition des individus à des vibrations globales du corps.
1995 44p
- [LAF] LAFAURIE.S LINO.F
Caractérisation physiologique des conditions d'apparition du mal des transports (cinétose), Recherche bibliographique, Projet SYSPEO
fev 1998 AARISTE, 15 rue de l'Ecole de Médecine, 75006 PARIS 32p
- [ORE1]* ORE ERRI B153, Application de la norme ISO 2631 au transport ferroviaire
Etude des différentes méthodes d'application de la norme ISO2631 dans le domaine ferroviaire.
Rapport 1, Septembre 1981
- [ORE2]* ORE ERRI B153, Application de la norme ISO 2631 au transport ferroviaire
Elaboration d'un code d'essais des sièges ferroviaires. Application au cas d'un siège de conducteur
Rapport 2, Septembre 1982
- [ORE3]* ORE ERRI B153, Application de la norme ISO 2631 au transport ferroviaire
Caractérisation des signaux vibratoires et traitement des événements de courte durée
Rapport 3, Avril 1983
- [ORE4]* ORE ERRI B153, Application de la norme ISO 2631 au transport ferroviaire
Elaboration d'un code d'essais des sièges ferroviaires en laboratoire. Application au cas d'un siège de voyageur.
Rapport 4, Septembre 1983
- [ORE5]* ORE ERRI B153, Application de la norme ISO 2631 au transport ferroviaire
Application des spécifications "SANTÉ" du 5^{ème} projet de révision de la norme ISO2631
Rapport 5, Avril 1985
- [ORE6]* ORE ERRI B153, Application de la norme ISO 2631 au transport ferroviaire
Relation entre valeur efficace des vibrations et confort subjectif ou activités des voyageurs assis. Résultats des essais en laboratoire effectués à la SNCF (Centre d'essais de VITRY/SEINE)
Rapport 6, Avril 1985
- [ORE7]* ORE ERRI B153, Application de la norme ISO 2631 au transport ferroviaire
Application des spécifications "confort" du 5^{ème} projet de révision à long terme de la norme ISO2631
Rapport 7, Septembre 1985

- [ORE8]* ORE ERRI B153, Application de la norme ISO 2631 au transport ferroviaire
Vibrations mécaniques. Mesure et analyse des vibrations auxquelles sont soumis
les passagers et le personnel embarqué dans les véhicules ferroviaires.
Rapport 8, Septembre 1986
- [ORE9]* ORE ERRI B153, Application de la norme ISO 2631 au transport ferroviaire
Caractérisation du confort dans la position couchée - essais en voiture lits.
Rapport 9, Septembre 1986
- [ORE10]* ORE ERRI B153, Application de la norme ISO 2631 au transport ferroviaire
Confort vibratoire : établissement des courbes de pondération
Rapport 10, Septembre 1986
- [ORE11]* ORE ERRI B153, Application de la norme ISO 2631 au transport ferroviaire
Vibrations mécaniques. Sièges de chemin de fer. Méthode de laboratoire pour
évaluer la transmission des vibrations
Rapport 11, Septembre 1986
- [ORE12]* ORE ERRI B153, Application de la norme ISO 2631 au transport ferroviaire
Influence des composantes basses fréquences sur l'évaluation du confort.
Rapport 12, Septembre 1987
- [ORE13]* ORE ERRI B153, Application de la norme ISO 2631 au transport ferroviaire
Essais concernant le confort en position debout.
Rapport 13, Avril 1988
- [ORE14]* ORE ERRI B153, Application de la norme ISO 2631 au transport ferroviaire
Confort en position couchée
Rapport 14, Avril 1988
- [ORE15]* ORE ERRI B153, Application de la norme ISO 2631 au transport ferroviaire
Essais dynamiques des sièges
Rapport 15, Avril 1988
- [ORE16]* ORE ERRI B153, Application de la norme ISO 2631 au transport ferroviaire
Essais concernant les activités du conducteur
Rapport 1, Avril 1988
- [ORE17]* ORE ERRI B153, Application de la norme ISO 2631 au transport ferroviaire
Confort en position assise
Rapport 17, Avril 1989
- [ORE18]* ORE ERRI B153, Application de la norme ISO 2631 au transport ferroviaire
Rapport final
Rapport 18, Avril 1989
- [ORE19]* ORE ERRI B153, Application de la norme ISO 2631 au transport ferroviaire
Méthode directe : utilisation d'un mannequin, faisabilité
Rapport 19, janvier 1993
- [ORE20]* ORE ERRI B153, Application de la norme ISO 2631 au transport ferroviaire
Méthode indirecte : faisabilité
Rapport 20, Novembre 1993
- [ORE21]* ORE ERRI B153, Application de la norme ISO 2631 au transport ferroviaire
Indice de confort Nmv. Comparaison avec la Note de confort ISO/SNCF et
avec le Wz
Rapport 21, mars 1993

- [ORE22]* ORE ERRI B153, Application de la norme ISO 2631 au transport ferroviaire
Mesure des vibrations en cabine de conduite. Evaluation du risque vis à vis de
la santé
Rapport 22, Mai 1993
- [ORE23]* ORE C116, Interaction entre les véhicules et la voie
Méthodes d'appréciation du confort d'un véhicule
rapport n°8 avril 1977
- [PRO]* PROFILLIDIS V.A.
Railway engineering
Avebury Technical 1995 287p
- [SNCF-1]* Enquêtes après déraillement Document Technique Interfonctionnel
DT n°035
- [SNCF-2]* DAFFOS
Les bogies du matériel remorqué - Cycle de perfectionnement des attachés du
matériel
SNCF Direction du matériel 1980
- [SNCF-3]* DAFFOS
Les bogies
SNCF Direction du matériel, Division MCR 1994
- [SNCF-4]* MOREAU
Dynamique ferroviaire
SNCF, Département des Essais et des Laboratoires, ME N 93001-B
- [SNCF-5]* CLEON
Le confort du passager d'un véhicule ferroviaire Tomes 1 & 2
SNCF, Direction du Matériel, Département de la Construction 1986
- [SNCF-6]* SANSON
Aménagements intérieurs du matériel voyageurs Tomes 1 & 2
SNCF, Direction du Matériel, Département de la Construction
- [SNCF-7]* VINCENT
Calcul des indices de confort, Théorie et programmes
SNCF Direction de la Recherche RVI/JV/CONFIDY/T/9704/1/C 1997 30p
- [SNCF-8]* LAURENT
Compte rendu des essais effectués de mai 1956 à octobre 1958 sur la voiture "pendulaire"
Essais SER - I - D - 27 Rapport n°1 de novembre 1958 22p SER 268 1-23
SNCF Direction du Matériel et de la Traction, Section des Essais et Recherche
- [SNCF-9]* MAUZIN
Compte rendu d'essais effectués pour déterminer le couple de frottement acceptable sur une
voiture pendulaire oscillant par gravité
SDF R607 SNCF Direction du matériel et de la Traction Division des Essais de matériel,
Section de dynamique ferroviaire 1967 4p
- [SNCF-10]* MAUZIN
Liaison entre véhicules d'une rame constituée par des voitures à caisse pendulaire reposant à
leurs extrémités sur un bogie commun
Note 2 1967 R587 -2
Note 3 1967 R587 -3
Note 4 1967 R587 -4

- [SNCF-11]* JOLY MOREAU VATTEONI
Circulation en courbe des véhicules ferroviaires à caisse inclinable
SNCF Direction Matériel et Traction Division des Essais de Matériel SDF
Essai SDF I-D-27 rapport n°2 février 1968 65p
- [SNCF-12]* JOLY BOUCHEZ MOREAU
Circulation en courbe des véhicules ferroviaires à caisse inclinable
SNCF Direction Matériel et Traction Division des Essais de Matériel SDF
Essai SDF I-D-27 rapport n°3 octobre 1968 65p
- [SNCF-13]* JOLY TERRASSE
Circulation en courbe des véhicules ferroviaires à caisse inclinable, considérations générales, voiture pendulaire
SNCF Direction Matériel et Traction Division des Essais de Matériel SDF
SDF R 695 1/111 106p 1969
SDF R 702 73p 1969
- [SNCF-14]* BOUCHEZ
Asservissement SAGEM monté sur la remorque XR8630 de 330kW
SNCF Direction du matériel et de la Traction SDF
SDF R726 février 1970 Essais DEM-SDF I - C - 16 n°7
- [SNCF-15]* JOLY, VATTEONI
Circulation en courbe des véhicules ferroviaires à caisse inclinable
Commande de l'asservissement par des balises placées aux entrées et sorties de courbes
SNCF Direction du Matériel et de la Traction SDF
SDF R808 64p 1972
- [SNCF-16]* VTU N°226 à suspension transversale asservie à commande mécanique - Essais de mise au point
SNCF Direction du Matériel Division des Essais en ligne MEP1088 juillet 1988
- [SNCF-17]* VTU226 Suspension Transversale Asservie à commande Faiveley 1989
SNCF Direction du Matériel Division des Essais en ligne MEP2 1166 mars 1989
- [SNCF-18]* Voiture Corail à suspension transversale asservie à commande électronique Faiveley
SNCF Direction du Matériel Division des essais en ligne MEP2 1223 juillet 1989
- [SNCF-19]* Voiture Corail à suspension transversale asservie à commande électronique Faiveley
SNCF Direction du Matériel Division des Essais en ligne MEP2 RG 90056/90P2-03 avril 1990
- [SNCF-20]* Voiture Corail à suspension transversale asservie à commande électronique Faiveley - expérimentation complémentaire Fascicule I/II et II/II Essais à poste fixe et en ligne
SNCF Direction du Matériel Division des Essais en ligne
MEP2 RG 91022/90P2-204 avril 1991
- [SNCF-21]* Voiture Corail à suspension transversale asservie - stabilité et confort -
SNCF Direction du Matériel Division des Essais en ligne MEP2 RR 92038/90P2-204 février 1993
- [SNCF-22]* Etude du comportement dynamique de la voiture CORAIL B¹⁰ tu 20.77 479.5 du type VTU-75
SNCF Direction du Matériel, Département des Essais, Centre d'essais de Vitry
Essai MR3 H1/224/6 LC/DY/MEV/n°517 avril 1976 60p
- [UIT 513]* Guide pour l'évaluation du confort vibratoire du voyageur dans les véhicules ferroviaires.
Union internationale des chemins de fer 1^{ère} édition, 01/07/94

[USD]* High speed rail tilt train technology : a state of the art survey
ENSCO incorporated, Springfield, VA may 1992
US Department of commerce, National Technical Information Service 71p+annexes

[WHI]* WHITE PAPER of the European Community
A strategy for revitalising the community's railway
3007-1996 COM(96) 421 final

Congrès cités en partie 1

[AND2] ANDERSON.E NILSTRAM.N.G. OHLSSON.L
Lateral track forces at high speed curving, comparisons of practical and theoretical results of
swedish high speed train X2000
Vehicle System Dynamics (IAVSD 1995) vol25 1996 p37-52

[CAS1] CASINI.C PIRO.G MANCINI.G
The Italian tilting train ETR460
C514/058/96 ImechE 1996 p297-3050

[CAS2] CASINI.C PIRO.G HÄFNER.F
European experience with pendolino tilting trains : tests, technical solutions, future
developments
World Congress on Rail Research 94 vol 2 p925-931

[CAT]* CATHELAT
Réflexions à propos du premier réseau de chercheurs SNCF
SNCF Direction de la Recherche, avril 1988

[CHO] CHOROMANSKI.W
Application of neural network for intelligent wheelset and railway vehicle suspension design
Vehicle System Dynamics vol25 1996 (IAVSD 1995) p87-98

[GOO2] GOODALL.R PEARSON.J PRATT.I
Actuator technologies for secondary active suspensions on railway vehicles
International conference on speedup technology for railway and maglev vehicles nov 93
JAPAN PS3-21

[GOO3] GOODALL.R PEARSON.J PRATT.I
Design of complex controllers for active secondary suspensions on railway vehicles
Vehicle System Dynamics vol25 (IASD1995) p217-228

[HIG] HIGAKI.H FUJIMORI.S HORIKE.Y YASUI.T KOYONAGI.S OKAMOTO.I
TERADA.K
An active pneumatic tilting system for railway cars
Vehicle System Dynamics (IAVSD 1991) vol 20 1992 p254-268

[IWA] IWAMOTO.K YOSHIE.N YAGI.E
Active suspensions for shinkansen
WCRR 94 vol2 p919-924

[JEZ1] JEZEQUEL.L ROBERTI.V OUYAHIA.B TOUTAIN.Y
Improvement of very high speed trains comfort with preview semi-active suspensions
Vehicle System Dynamics vol20 1992 (IAVSD1991) p299-313

- [KIR] KIRAT.R
Simulation and control design of a railway vehicle tilting system using differential pulse with modulation control of air springs
Vehicle System Dynamics (IAVSD 1995) vol25 1996 p340-358
- [MORA] MORAN.A TAMURA.Y NAGAI.M
Design of active suspensions for nonlinear high speed trains using neural networks
International conference on speedup technology for railway and maglev vehicles nov 1993 JAPAN PS3-22
- [NAK] NAKAGAWA.T NAGAI.M
A study of active suspensions for an electro-magnetically levitated vehicle - comparison between H_{∞} and LQ control
International conference on speedup technology for railway and maglev vehicles nov93 JAPAN p93-97
- [OKA1] OKAMOTO.I WAKO.K MATSUDA.K
High speed operation on curves by controlled tilt body rolling stock
World Congress on Rail Research 94 vol2 p933-938
- [ROT] ROTH.P.A MAGNUS.L
A lateral semi-active damping system for trains
Vehicle System Dynamics 1996 vol 25 (IADVS 1995) p585-598
- [SAS] SASAKI.K KATO.H KONOKAWA.T SATO.Y KAKAHI.Y
Active tilting control of series E991 emu experimental train (development of third generation active tilting control)
C514/055/96 ImechE 1996 p159-166
- [SAUE1] SAUER.B.
The BR 611 DMU with new tilting technology
C511/8/076/96 ImechE 1996 p
- [SAK] SAKURAI.K UTSUNOMIYA.M YAGI.E YOSHIMOTO.Y
Development of a new shinkansen vehicle 'S500' for realization of 300 km/h commercial operation
C514/031/96 ImechE 1996
- [WEY] WEYENBERGH RAVALARD
Caractérisation du confort vibratoire, calcul des sensibilités paramétriques des niveaux d'accélération efficaces aux vibrations de paramètres structuraux
ITTG93, Symposium, LILLE
- [ZAY1] ZAYADINE.M COLOMBI.S
Active control of an electromagnetic suspension system
International Symposium MV2 Active control in mechanical engineering p281-294 HERMES 1995

Thèses citées en partie 1

- [OUI] OUYAHIA.B
Les suspensions actives : validation des stratégies sur des modèles réalistes non linéaires
Thèse de Mécanique Ecole Centrale de LYON thèse 1485 1993

- [ZAY2] ZAYADINE.M
Etude de réglage en position de la sustentation magnétique par attraction
Thèse d'Electricité Ecole Polytechnique de Lausanne thèse n°1508 1996

Brevets cités en partie 1

- [BRE1] BOICHOT.P. KIRAT.R
Brevet d'invention : amortisseur semi-actif
INPI n° d'enregistrement 94 08337 n° de publication 2 772 265
dépôt du 06.07.1994
-

2. Bibliographie de la partie 2 (texte et annexes)

Articles de périodiques cités en partie 2

- [BERK] BERKMAN.E.F. BENDER.E.K.
Perspectives on active noise and vibration control
Sound and Vibration january 1997 p80-93
- [BERN] BERNSTEIN.D.S. HADDAD.W.M.
LQG control with an H_∞ performance bound : a Riccati equation approach
IEEE TAC vol 34 n°3 march 1989 p293-305
- [DAV] DAVIS.B.R. THOMSPON.A.G.
Optimal linear active suspensions with integral constraint
Vehicle System Dynamics 17 1988 p357-366
- [DOY2] DOYLE.J.C. STEIN.G.
Multivariable feedback design : concepts for a classical/modern synthesis
IEEE TAC vol AC26 n°1 1981 p4-16
- [DOY3] DOYLE.J.C. GLOVER.K. KHARGONEKAR.P.P. FRANCIS.B.A.
State space solutions to standard H_2 and H_∞ control problems
IEEE TAC vol 34 n°8 1989 p831-847
- [DOY4] DOYLE.J
Analysis of feedback systems with structures uncertainties
IEE PROC vol 129 n°6 nov 1982 p242-250
- [ELB1] ELBEHEIRY.E.M. KARNOPP.D.C. ELARABY.M.E. ABDELRAAOUF.A.M.
Advanced ground vehicle suspension systems - a classified bibliography
Vehicle System Dynamics 24 1995 p231-258
- [ELB2] ELBEHEIRY.E.M. KARNOP.D.C.
Optimal control of vehicle random vibration with constrained suspension deflection
JSV 1996 vol 189 p547-564
- [ELG1] EL GHAOUIL. FOLCHER.J.P.
Multiobjective robust control of LTI systems subject to unstructured perturbations
Systems and control letters 1996 vol 28 p23-30
- [ELG2] EL GHAOUIL. LEBRET.H
Robust solutions to least-squares problems with uncertain data
SIAM Journal of matrix analysis and Applications oct 1997 34p

- [HIR] HIRATA.T KOIZUMI.S RYOICHI.R TAKAHASHI.T
H ∞ control of railroad vehicle active suspension
Automatica vol31 n°1 1995 p13-24
- [HRO] HROVAT.D
Applications of optimal control to advanced automotive suspension design
ASME JDSMC vol 115 june 1993 p328-342
- [JEZ1] JEZEQUEL.L. ROBERTI.R
Behavior of a preview semi-active suspension
Mécanique Matériaux Electricité n°445 sep 1992 p32-35
- [KAS] KASHANI.R RIRICZI.S
Robust stability of LQG active suspension with model uncertainty using singular value μ method
Vehicle System Dynamics 1992 p361-384
- [KOS] KOSUT.R.L.
Suboptimal control of linear time-invariant systems subject to control structure constraints
IEEE TAC vol AC15 n°5 oct 1970
- [LEH] LEHTOMAKI.N.A. SANDELL.N.R. ATHANS.M.
Robustness results in linear quadratic gaussian based multivariable control designs
IEEE TAC AC26 n°1 fev 1981 p75-92
- [OUY2] OUYAHIA.B ROBERTI.V JEZEQUEL.L
Les suspensions actives : types et intérêts
Revue Française de Mécanique 1993-4 p489-493
- [PAC1] PACKARD.A DOYLE.J
The complex structured singular value
Automatica vol 29 n°1 1993 p71-109
- [PAC2] PACKARD.A DOYLE.J BALAS.G
Linear mltivariable robust control with a μ perspective
ASME JDSMC vol 155 june 1993 p426-438
- [RAV] RAVI TEJA.S PRINIVASA.Y.G.
Invertigation on the stochastically optimized PID controller for a linear quarter-car road vehicle model
Vehicle System Dynamics 26 1996 p103-116
- [ROB3] ROBERTI.V. JEZEQUEL.L
Adaptative semi-active isolation of seismic buildings
SMART Materials 1995 p32-40
- [TOM1] TOMIZUKA.M
Optimal discrete finite preview problems (why and how is future information important)
ASME JDSMC, dec 1975 p319-325
- [TOM2] TOMIZUKA.M
Optimum linear preview control with application to vehicle suspension - revisited
ASME JDSMC sep 1976 p309-315
- [ULS] ULSOY.A.G. HROVAT.D TSENG.T
Stability robustness of LQ and LQG active suspensions
ASME JDSMC march 1994 vol116 p123-131

- [VEN] VENHOVENS.P.J.
The development and implementation of adaptive semi-active suspension control
Vehicle System Dynamics 1994 p211-235
- [VIN2] VINCENT.J ICHCHOU.M JEZEQUEL.L
Contrôle actif optimal en mécanique : étude de 4 synthèses et de leurs extensions
Revue Française de Mécanique décembre 1997 p271-277
- [YAM] YAMAMOTO.I TERADA.Y
Theoretical research on the modelling of a low speed cruising vehicle for control law design
JSME C vol 37 n°3 1994 p521-527
- [YU] YU.F CROLLA.D.A.
An optimal self-tuning controller for an active suspension
Vehicle system dynamics 29 1998 p51-65

Ouvrages cités en partie 2

- [BER] BERNUSSOU.J
Commande robuste, développements et applications
HERMES, Collection automatique 1996 382p
- [BOU] BOUCHON-MEUNIER.B
La logique floue et ses applications
Addison-Wesley Vie Artificielle 1995 257p
- [CIA] CIARMET.P.G.
Introduction à l'analyse numérique matricielle et à l'optimisation
MASSON, collection mathématiques appliquées pour la maîtrise
- [DOY1] DOYLE.J FRANCIS.B TANNENBAUM.A
Feedback control theory
Macmillan Publishing company 1992 227p
- [FRA1] FRANCIS.B.A
H ∞ control
Lecture notes in control and information sciences 1986
- [IRW] IRWIN.G.W. WARWICK.K HUNT.K.J
Neural Network application in control
IEE Control Engineering series 53 1995 295p
- [LAF] LAFONTAINE.J
Introduction aux variétés différentielles
Presses universitaires de Grenoble 1996 299p
- [LAN] LANDAU.I.D
Identification et commande de systèmes
HERMES collection automatique 1988 306p
- [LAR] de LARMINAT.P
Automatique, commande de systèmes linéaires
HERMES, collection automatique 1993 323p
- [MAR] MARET.L
Régulation automatique, systèmes analogiques
Presses Polytechniques Romandes 1987 423p

- [MOR] MOREAU.A
Dynamique ferroviaire
SNCF, Département des Essais et des Laboratoires, ME N 93001-B
- [OUS1] OUSTALOUP.A
La dérivation non entière théorie, synthèse et applications
HERMES, Collection automatique 1995 508p
- [OUS2] OUSTALOUP.A, coordonateur
La robustesse, analyse et synthèse de commandes robustes
HERMES collection automatique 1994 530p
- [SAG] SAGE.A.P. WHITE.C.C.
Optimum systems control
Prentice Hall 1977 second edition 413p
- [SAK] SAKAWA.M
Fuzzy sets and interactive multiobjective optimization
Applied information Technology, Plenum Presse, NY 1993 308p
- [VINC] VINCENT.Y.L. GRANTHAM.W.J.
Nonlinear and optimal control systems
Wiley-interscience 1997 559p
- [VIN1] VINCENT.J
Suspensions Actives pour TGV, Approche théorique et modélisation
Rapport de DEA de Mécanique ECL-SNCF sept 1995
- [WID] WIDOW.B STERANS.S.D.
Adaptive signal precessing
Prentice Hall 1985 474p

Congrès cités en partie 2

- [GOR] GORDON.T.J PALKOVICS.L PILBEAM.C. SHARP.R.S.
Second generation approaches to active and semi-active suspensions control system design
Vehicle System Dynamics vol 23 1994 (IAVSD 1993) p158-171
- [HUI] HUISMAN.R.G.M. VELDPAUS.F.E. VOETS.H.J.M. KOK.J.J.
An optimal continuous time control strategy for active suspensions with preview
Vehicle System Dynamics vol 22 1993 p43-55
- [ICH] ICHCHOU.M JEMAI.B VINCENT.J JEZEQUEL.L
Synthèse comparative de quelques méthodes adaptatives : application aux structures mécaniques
3^{ème} colloque en calcul des structures GIENS mai 1997
- [JEZ2] JEZEQUEL.L ROBERTI.V OUYAHIA.B Y.TOUTAIN
Improvement of very high speed trains comfort with preview semi-active suspensions
Vehicle System Dynamics, vol 20 1992 (IAVSD 1991) p299-313
- [LANG] LANGLOIS.R.G. HANNA.D.M. ANDERSON.R.J.
Implementing preview control on an off-road vehicle with active suspension
Vehicle System dynmics vol 20 1992 (IAVSD 1991) p340-353

- [LYN] LYNCH.P.J. BANDA.S.S
Active control for vibration damping
LAS VEGAS 1986 (5-6 mars 1986) L.ROGERS Editions EC1-27 27p
- [MORE] X.MOREAU A.OUSTALOUP M.NOUILLANT B.BLUTEAU
La suspension CRONE : une suspension active d'ordre non entier
Active Control in Mechanical Engineering HERMES 1993
- [PAL] PALMER.I.P.S. MOSCHETTI.A GORTAN.L
H ∞ control for LANCIA thema full active suspension system
Symposium of the society of automotive engineers USA feb 1995 p213-220
- [ROB2] ROBERTI.V JEZEQUEL.L OUYAHIA.B DEVALLEZ.A
Contrôle semi-actif préinformé pour une suspension oléo-pneumatique
Symposium ITTG 1993 Lille p903-912
- [SHA] SHARP..S. PILBEAM.C
On the ride comfort benefits available from the road preview with slow-active car suspensions
Vehicle System Dynamics vol 22 1994 (IAVSD 1993) p437-448
- [VIN3] VINCENT.J CASTEL.L ICHCHOU.M JEZEQUEL.J
Global Active Suspensions for High Speed and Intercity trains
Active Control, congrès MV2 october 1997

Thèses citées en partie 2

- [GAL] GALLET.A
Isolation vibratoire par commande robuste H ∞
Thèse de Doctorat de Mathématiques Appliquées devant l'université de Provence
- [OUY1] OUYAHIA.B
Les suspensions actives : validation des stratégies sur des modèles réalistes non linéaires
Thèse de Doctorat de Mécanique, présentée devant l'Ecole Centrale de LYON 1993 T1485
- [ROB1] ROBERTI.V
Contrôle de structures : théories et applications
Thèse de Doctorat de Mécanique, présentée devant l'Ecole Centrale de LYON 1994 T1554
- [VAN] VANNIER.P
Isolation active d'un moteur d'avion
Thèse de Doctorat de Mécanique, présentée devant l'Ecole Centrale de LYON 1994 T1552
-

3. Bibliographie de la partie 3 (texte et annexes)

Articles de périodiques cités en partie 3

- [DAF1] DAFFOS.J
Confort et stabilité à grande vitesse
Revue Générale des Chemins de Fer 105A p407-412
- [DAF2] DAFFOS.J
Le bogie Y32 - études de base et essais
Revue Générale des Chemins de Fer Septembre 1974 93A 11p

- [HED] HEDRICK.J.K
Railway vehicle Active suspensions
Vehicle System Dynamics 10 1981 p267-283
- [HIR] HIRATA.T KOIZUMI.S TAKAHASHI.R
H ∞ control of railroad vehicle active suspension
Automatica vol 31 n°1 p13-24 1995
- [JOL] JOLY.R
Stabilité transversale d'un véhicule ferroviaire - Possibilités du système guidé
"rail-roue"
Rail International juillet 1984 p13-35
- [PRU1] PRUD'HOMME.A
La résistance de la voie aux efforts transversaux exercés par le matériel roulant
Revue Générale des Chemins de Fer 86A 1967 p1-23
- [PRU2] PRUD'HOMME.A
La voie
Revue Générale des Chemins de Fer 1970 89A p56-72

Ouvrages cités en partie 3

- [PRO] PROFILIDIS.V.A
Railway engineering
Avebury technical 1995 287p
- [SNCF-22]* Etude du comportement dynamique de la voiture CORAIL B¹⁰tu 20.77 479.5 du type VTU-75
SNCF Direction du Matériel, Département des Essais, Centre d'essais de Vitry
Essai MR3 H1/224/6 LC/DY/MEV/n°517 avril 1976 60p
- [VAM] VAMPIRE USER MANUAL vol 1 & 2
BRR .. AEA Technology PO BOX2 London Road DERBY England
- [VIN] VINCENT.J
Suspensions Actives pour TGV - Approche théorique et modélisation
Rapport de DEA de Mécanique ECL SNCF 1995 246p

Congrès cités en partie 3

- [IWA] IWAMOTO.K YOSHIE.N YAGI.E
Active suspensions for Shinkansen
WCRR94 p919-924
- [YOS] YOSHIKAWA.Y TAJIMA.S KOIZUMI.S
An active suspension system for railway vehicles
A-4-1,
-

4. Bibliographie de la partie 4 (texte et annexes)

Articles de périodiques cités en partie 4

- [THO] THOMPSON.A.G. CHAPLIN.P.M.
Force control in electrohydraulic active suspensions
VSD vol 25 1996 p185-202

Ouvrages cités en partie 4

- [ASC] ASCH.G
Les capteurs en instrumentation industrielle
DUNOD 4^{ème} édition 816p
- [GRE] GRELLET.G CLERC.G
Actionneurs électriques, principes, modèles, commande
Eyrolles 1997 492p
- [HYD] Les servomécanismes hydrauliques et électrohydrauliques
PRUVOST Jean Claude
Ingénieurs praticiens Document Entreprise Moderne Edition
- [TRO] TROTIGNON.J.P. QUATREMER.R & AL
Précis de construction mécanique
Tomes 1, 2, 3 AFNOR NATHAN 218p, 238p, 198p

Congrès cités en partie 4

- [NAS] NASHIKI.M DOTE.Y
High performance current-controlled PWM transistor inverter-fed brushless
servomotor
CH1682-4/82/0000-0349\$00.75 IEEE 1982 p349-356

Thèses citées en partie 4

- [VAN] VANNIER.P
Isolation active d'un moteur d'avion
Thèse de Doctorat de Mécanique, présentée devant l'Ecole Centrale de LYON 1994 T1552

Bibliographie

ANNEXES 1: CONTEXTE DE RECHERCHE

ANNEXES 1: CONTEXTE DE RECHERCHE	197
Annexe 1.A : Approche systémique	198
Annexe 1.A.1 : Approche systémique	198
Annexe 1.A.2 : Approche systémique de la suspension active	199
Annexe 1.B. : Véhicules ferroviaires classiques	200
Annexe 1.B.1 : La voiture CORAIL	200
Annexe 1.B.2 : Exemple de modes propres	202
Annexe 1.B.3 : Les défauts de voie géométriques	204
Annexe 1.B.4 : Le contact roue/rail	208
Annexe 1.C. Véhicules ferroviaires pendulaires	211
Annexe 1.C.1 : Technologies de matériels pendulaires actifs	211
Annexe 1.C.2 : Les expériences passées	212
Annexe 1.C.3 : Photos et Schémas de prototypes pendulaires français	213
Annexe 1.D : Le Confort	214
Annexe 1.D.1 : Les indices de confort ferroviaires Nmv, Wz, Nc : Présentation des formulations théoriques et algorithmiques	214
Annexe 1.D.2 : La cinétose	220
Annexe 1.D.3 : Schéma de corps humain considéré comme un système de masses suspendues	222
Annexe 1.E : Applications dans le domaine des suspensions actives	223
Annexe 1.E.1 : Localisation des actionneurs au secondaire	223
Annexe 1.E.2 : Localisation des actionneurs au primaire	225
Annexe 1.E.3 : Comparaison de technologies	226
Annexe 1.F : Histoire de conception et de développement des MAGLEV japonais	228

ANNEXE 1.A : APPROCHE SYSTEMIQUE

ANNEXE 1.A.1 : APPROCHE SYSTEMIQUE

Approche systémique générale

C'est une méthode de pensée, développée essentiellement en France par des scientifiques de Sciences Physiques et de Sciences Humaines tel qu'Edgar MORIN, Directeur de Recherche au CNRS, auteur de nombreux ouvrages, dont les plus éminents sont La Méthode (4 volumes)... Les principaux ouvrages : le Macroscopie de Joël de ROSNAY, et la Méthode d'Edgar MORIN sont disponibles dans la Collection Point Seuil.

Définition du système et vision générale du concept de système

Un système est un ensemble d'éléments en interaction dynamique, organisés en fonction d'un but :

- un système ouvert est en relation permanente avec son environnement. Il échange énergie, matière, informations utilisées dans le maintien de son organisation contre la dégradation qu'exerce le temps.
- un système fermé n'échange ni énergie, ni matière, ni informations avec son environnement : il est totalement coupé du monde extérieur.

Pour la définition des systèmes, deux approches peuvent être privilégiées :

1. approche structurale avec limite, éléments, et réseau de communication
2. approche fonctionnelle avec flux d'énergie, vannes de régulation, retards et boucles de rétro-action

Le concept de système peut s'appliquer tant à des ensembles physiques (cas de l'automatique, des ensembles mécaniques) qu'à des ensembles plus immatériels tels que des populations ou ensembles monétaires. La notion de complexité et d'analyse systémique sont des notions majeures pour l'étude et l'analyse de grands ensembles dans leur environnement. Dans le cas des suspensions actives ferroviaires, l'étude des organes actifs n'a de sens que vu dans sa globalité, comme le montre l'annexe 1.A.2

Déclinaison au domaine ferroviaire :

Déclinée au domaine ferroviaire, cette analyse systémique du problème invite à considérer la suspension active, non pas comme un simple organe lié physiquement à la caisse et au bogie du véhicule, mais comme un véritable sous-ensemble du système train (cf annexe 1.A.2).

Le système ferroviaire englobe tant le matériel et les voies que les aspects de régulation, de signalisation, les passagers et les gares....

ANNEXE 1.A.2 : APPROCHE SYSTEMIQUE DE LA SUSPENSION ACTIVE

Suspension Active :

C'est l'ensemble d'une chaîne de contrôle-commande, équipée d'un ou plusieurs actionneurs. Ces actionneurs sont montés sur un véhicule en établissant une liaison entre deux pièces distinctes du véhicule. Les organes doivent être pilotables et contrôlables, et le qualificatif actif indique que le système est consommateur d'énergie.

L'actionneur de suspensions actives est un transducteur d'énergie, transformant de l'énergie contenue initialement sous forme électrique, pneumatique ou hydraulique en énergie mécanique (mouvement de translation entre deux masses).

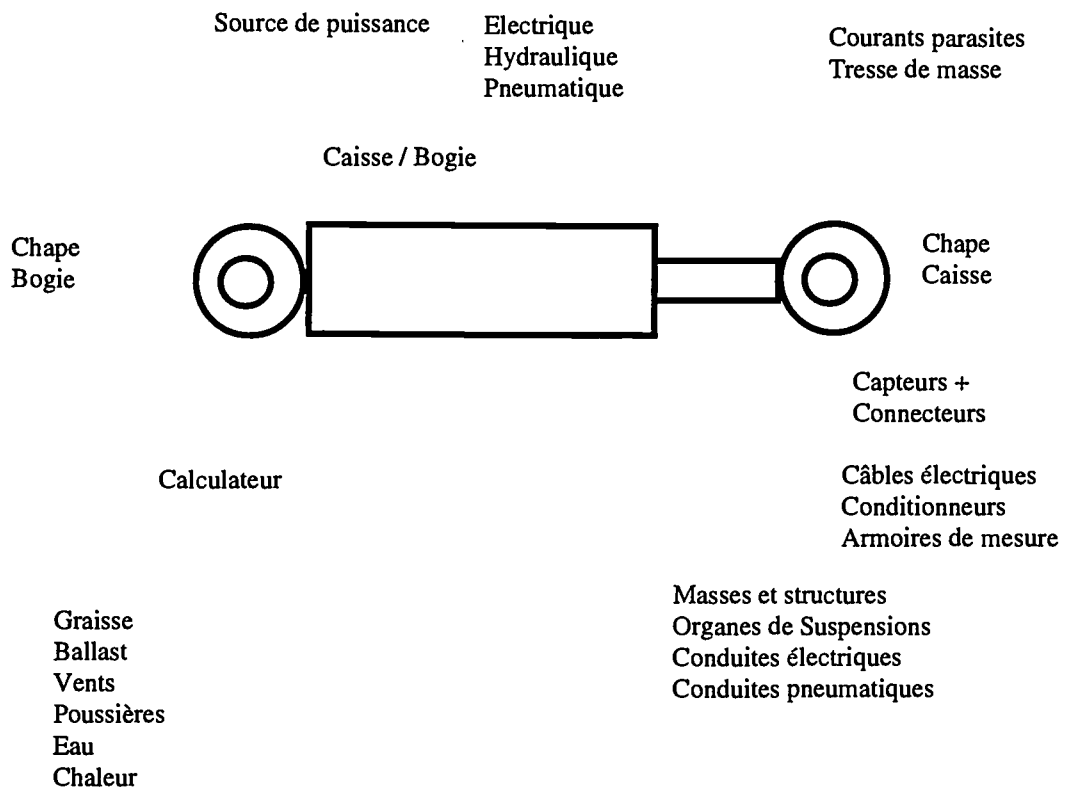
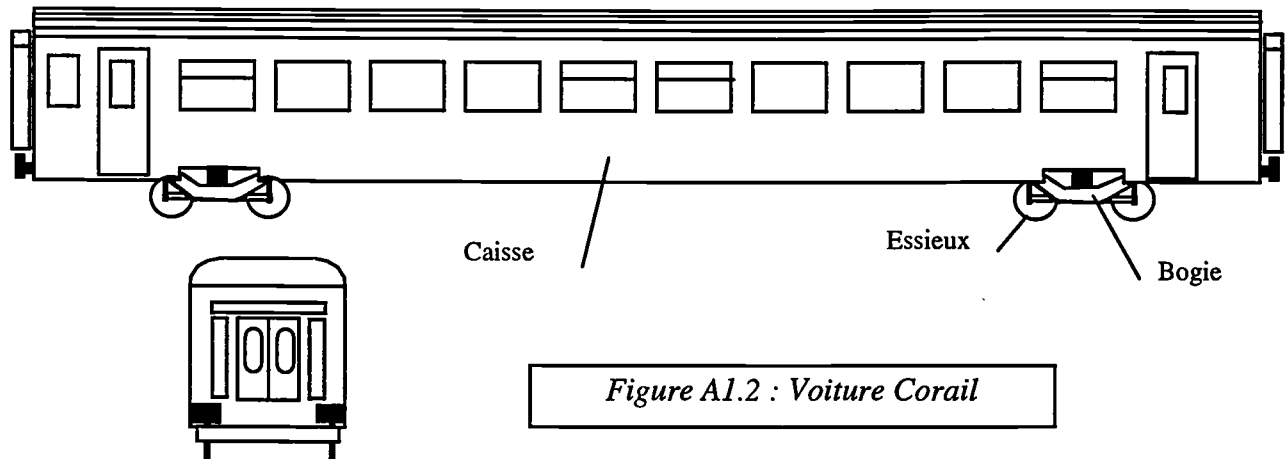


*Figure A1.1 : Approche systémique
de la suspension active*

ANNEXE 1.B. : VÉHICULES FERROVIAIRES CLASSIQUES

ANNEXE 1.B.1 : LA VOITURE CORAIL



Éléments constitutifs :

Caisse : masse supérieure dans laquelle les passagers prennent place

Bogie : pièce située sous la caisse et au-dessus des essieux

Essieu : pièce supportant les deux roues, équipée à chacune de ces extrémités d'une boîte d'essieu contenant des roulements.

Suspension Primaire : ensemble des pièces de liaison entre boîtes d'essieux et bogie

Suspension Secondaire : ensemble des pièces de liaison entre bogie et caisse.

Modèles mécaniques :

Ces modèles représentent le véhicule dans un schéma masses-ressorts-amortisseurs (multicorps).

Différents degrés de précision dans la modélisation sont proposés (représentation dans un modèle à 1, 2 ou 3 degrés de liberté, avec des lois de comportement de suspensions plus ou moins précises et complexes : introduction de butées visco-élastiques transversales par exemple).

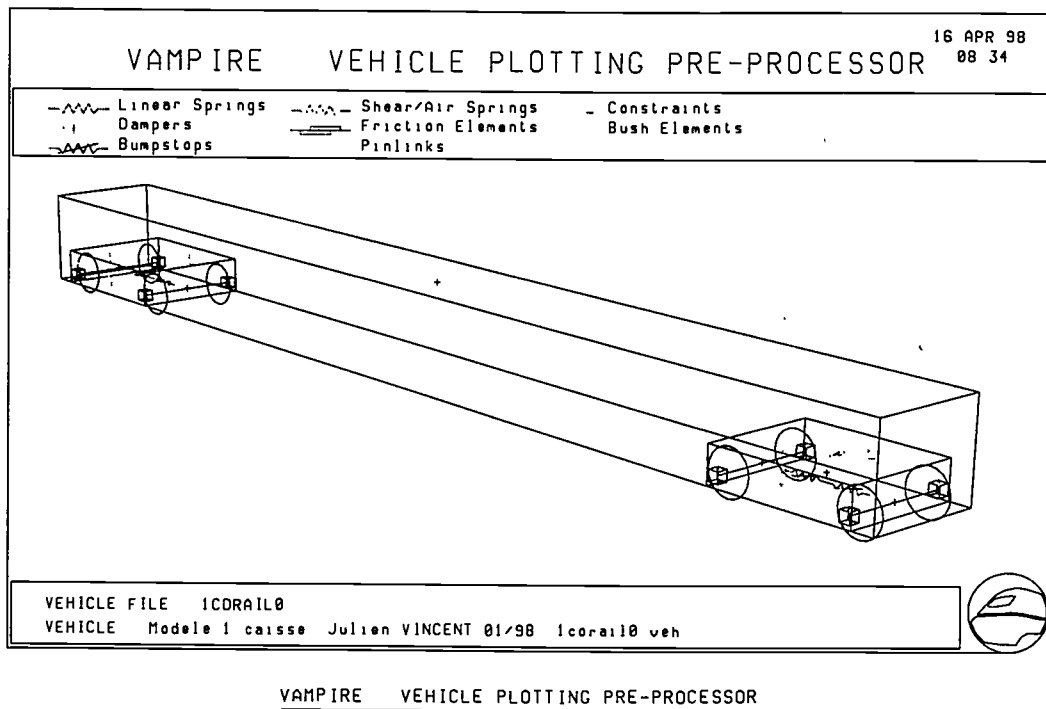


*figure A1.3 : Exemple de modèle mécanique
de véhicule CORAIL défini sur le logiciel VAMPIRE*

Repère lié au train :

Par convention, on définit un repère mobile se déplaçant sur la voie à même vitesse que le véhicule. Les orientations dans ce repère sont les suivantes:

- X : axe longitudinal
- Y : axe transversal
- Z : axe vertical ascendant

Mouvements du train : (cf [PRO])

Dénomination des 6 mouvements principaux d'un véhicule ferroviaire

- Déplacement selon l'axe X : avance
- Déplacement selon l'axe Y : ballant
- Déplacement selon l'axe Z : pompage ou rebond
- Rotation selon l'axe X : roulis
- Rotation selon l'axe Y : tangage
- Rotation selon l'axe Z : lacet

Remarque : on définit aussi le mouvement de tamis comme mouvement transversal alternatif des caisses de voitures, à amplitude notable et fréquence beaucoup plus grande que le lacet. Le tamis est un mouvement de lacet à courtes périodes, prenant naissance pour des roues à bandages usés. [MAU2]

ANNEXE 1.B.2 : EXEMPLE DE MODES PROPRES

Modes de corps rigides (oscillations)

Pour un modèle de véhicule corail classique, considéré comme un ensemble de corps rigides liés par des organes de suspensions, les résultats suivants présentent une analyse modale des oscillations. Les calculs ont été menés pour une circulation à 44.4m/s, avec une conicité de roue de 0.03

REAL PART	IMAGINARY PART	NATURAL FREQUENCY (HZ)	DAMPING (PER-CENT)	FREQ NO	Nature de Mode
0.0000	0.4947	0.079	0.000	1	Avance
-0.3715	3.4596	0.554	10.677	2	Roulis+Ballant caisse
-2.1919	5.8981	1.001	34.835	3	Lacet caisse
-0.5158	6.5224	1.041	7.884	4	Pompage caisse (mode1)
-0.9631	6.5339	1.051	14.582	5	Lacet caisse+bogie
-1.0609	7.2198	1.161	14.539	6	Ballant Lacet-Roulis
-0.7510	7.8985	1.263	9.465	7	Pompage caisse (mode2)
-2.5948	8.3595	1.393	29.645	8	Roulis caisse
-0.9191	14.4953	2.312	6.328	9	Avance
-1.2759	17.0192	2.716	7.476	10	Avance
-8.1163	40.3125	6.545	19.737	11	Pompage bogie (mode1)
-8.2519	40.3023	6.547	20.059	12	Pompage bogie (mode2)
-5.1752	48.9149	7.828	10.521	13	Tangage bogie (mode1)
-5.1758	48.9157	7.829	10.522	14	Tangage bogie (mode2)
-13.8068	53.9334	8.861	24.800	15	Roulis bogie (mode1)
-13.8451	54.1112	8.889	24.788	16	Roulis bogie (mode2)
-60.9209	0.0000	9.696	100.000	17	Lacet bogie (mode1)
-73.4885	20.1944	12.130	96.426	18	Ballant bogie (mode1)
-73.4365	20.4143	12.131	96.347	19	Ballant bogie (mode2)
-3.9504	153.9048	24.503	2.566	20	Tangage boîte d'essieux
-3.9504	153.9048	24.503	2.566	21	Tangage boîte d'essieux
-3.9504	153.9048	24.503	2.566	22	Tangage boîte d'essieux
-3.9504	153.9048	24.503	2.566	23	Tangage boîte d'essieux
-3.9504	153.9048	24.503	2.566	24	Tangage boîte d'essieux
-3.9504	153.9048	24.503	2.566	25	Tangage boîte d'essieux
-174.2245	0.0003	27.729	100.000	26	Lacet bogie (mode2)
-7.0367	177.4009	28.256	3.963	27	Tangage bogie+boîte d'essieux
-7.0367	177.4009	28.256	3.963	28	Tangage bogie+boîte d'essieux
-52.5558	185.6474	30.708	27.239	29	Roulis essieux (mode1)
-52.5555	185.6503	30.708	27.238	30	Roulis essieux (mode2)
-50.6648	186.5051	30.759	26.215	31	Roulis essieux (mode3)
-50.6649	186.5051	30.759	26.215	32	Roulis essieux (mode4)
-69.0187	250.6059	41.370	26.552	33	Pompage essieux (mode1)
-69.0187	250.6059	41.370	26.552	34	Pompage essieux (mode2)
-69.1557	250.6343	41.380	26.598	35	Pompage essieux (mode3)
-69.1557	250.6343	41.380	26.598	36	Pompage essieux (mode4)

Le deuxième mode correspond à un mode transversal couplé bas, alors que le sixième correspond au mode transversal couplé haut.

Le modèle est riche en mode de corps rigides, dans la mesure où l'on enregistre 19 modes dans la bande de fréquence de 0 à 12.5 Hz, qui est la gamme d'étude pour l'estimation du confort via les indices classiques N_c , W_z et N_{mv} (cf annexe 1.D.1).

Modes de vibrations et de déformations

Le recueil d'essais [SNCF-22] renseigne sur les modes propres de structure de caisse :

- un premier mode de flexion de caisse est enregistré au voisinage de 8.5 Hz (fréquence variable en fonction de la charge de la caisse et de sa répartition).

La contribution de ce mode est limitée dans la mesure où les points d'ancrage des suspensions (sources d'excitations) sont voisins des noeuds de la déformation modale.

- un deuxième mode de déformation du pavillon est enregistré au voisinage de 12 Hz, mais ne contribue pas au confort dynamique ressenti par le passager.

- les autres modes de déformations ont des fréquences propres au delà de 16Hz, et ne participent donc pas au confort (le confort utilise les composantes spectrales dans une gamme allant de 0.4 à 12 Hz maximum- voir annexe 1.D.1)

ANNEXE 1.B.3 : LES DEFAUTS DE VOIE GEOMETRIQUES

Définition des défauts de voie

[SNCF-4] et [PRO]

Les défauts de voie sont mesurés, en France, par des voitures "MAUZIN", du nom de l'ingénieur polytechnicien qui le premier les dessina, il y a environ 50 ans. Ces voitures sont équipées de trois bogies. Les bogies d'extrémité reposent sur deux essieux alors que le bogie central repose sur quatre essieux.

Les défauts géométriques sont dénommés comme suit :

Nivellement longitudinal :

Variation d'altitude du rail par rapport à une référence.

Sur une voiture MAUZIN, la référence est constituée par l'altitude moyenne de la caisse par rapport au rail, calculée à partir du déplacement des 8 roues des trois bogies.

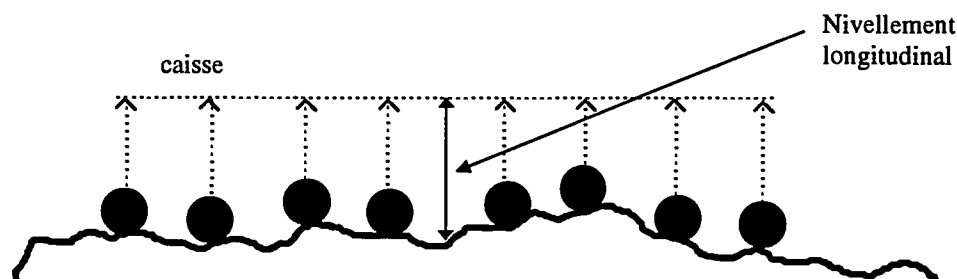


Figure A1.5 :
Nivellement longitudinal

Nivellement transversal :

C'est la différence des nivellements longitudinaux des deux fils de rails. L'écart moyen défini comme précédemment varie de 0.5 à 0.7mm. L'influence de ce défaut est surtout sensible sur la dynamique transversale.

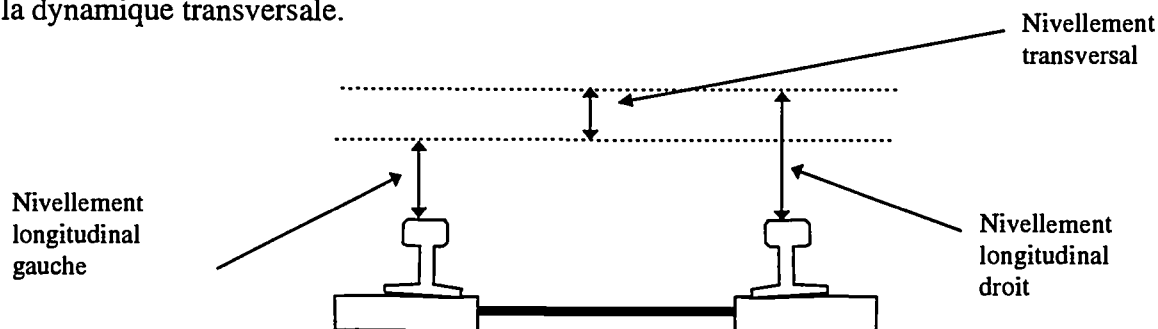
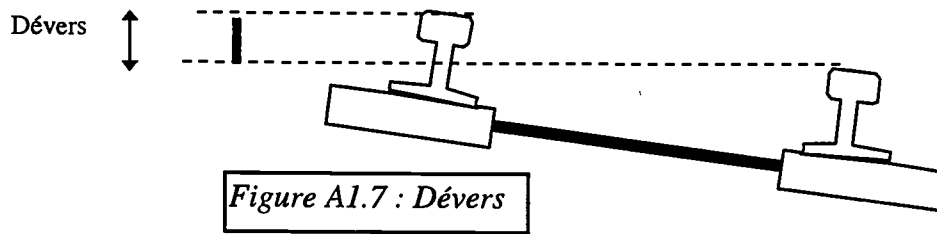


Figure A1.6 : Nivellement transversal

Contrairement à la mesure du dévers qui suit, cette différence n'est pas définie sur deux points des rails, mais sur des moyennes sur huit points (les nivellements longitudinaux).

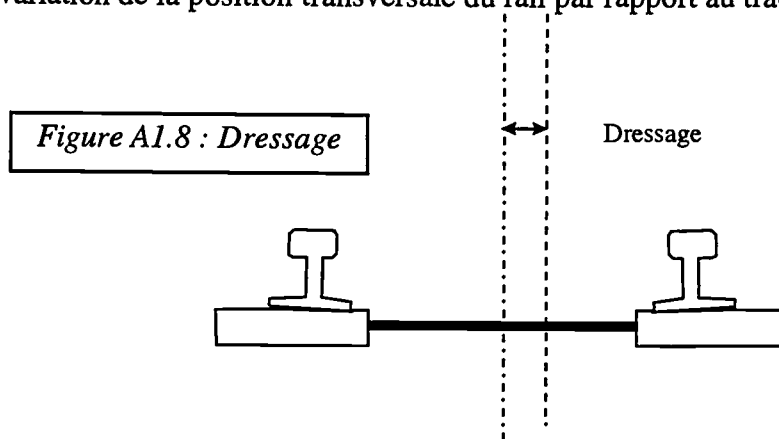
Dévers

C'est la différence d'altitude, en un point de la voie, entre les fils de rail gauche et droit



Dressage :

C'est la variation de la position transversale du rail par rapport au tracé théorique.



Ecartement :

L'écartement désigne la différence entre l'écartement moyen de la voie (1435mm nominal en France) et la mesure entre les deux fils de rails.

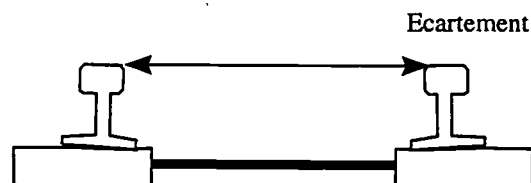
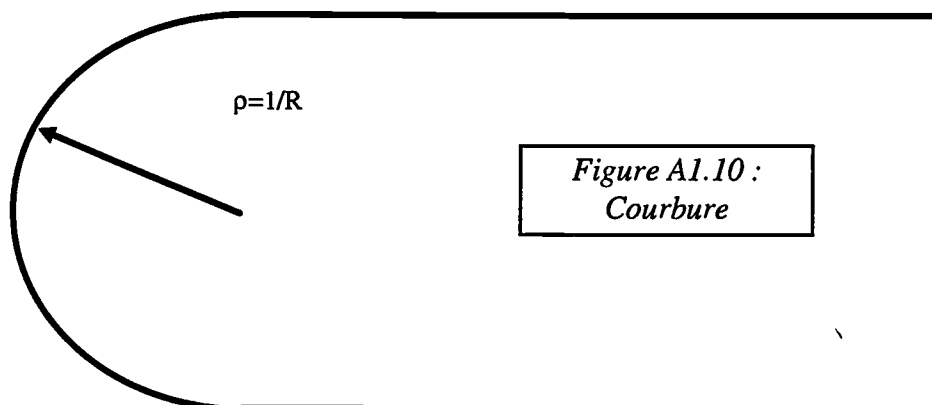


Figure A1.9 :
Ecartement

Courbure :

La courbure : c'est l'inverse du rayon en plan (projection sur le plan horizontal) de la courbe.



Usure ondulatoire ou usure dynamique :

C'est une usure qui apparaît suite aux diverses circulations ayant lieu sur une ligne, Elle est liée à "la fréquence propre principale des oscillations verticales de ces essieux sur le rail", d'après les calculs et expériences menées par CHARTET. [CHA2]

Formulation spectrale

Des exemples de densités spectrales de défauts de voies américaines ont été publiés dans un article de l'ASME (référéncé [FRI]). Ils qualifient deux types de voies américaines, dans leurs défauts transversaux, verticaux, et dévers.

Les calculs peuvent être conduits de manière à calculer des valeurs de densités spectrales de puissance de défauts, puis à comparer ces résultats à des filtres de forme connus (filtre du second ordre majoritairement). De tels filtres peuvent être utilisés lors de l'écriture de l'équation différentielle du mouvement, pour la recherche de contrôleurs notamment.

Analyse spectrale des défauts de voies américaines :

Les réseaux américains qualifient les défauts de voies américaines par des filtres du premier ordre, du second ordre et du troisième ordre.

Ces données sont fournies par la Federal Railroad Administration pour des voies de fret à 60 ou 80 mph et des voies utilisées par AMTRACK à 110 mph. (1 mph = 1.609 km/h)

Densité de puissance typique

$$\left\{ \begin{array}{l} S_v(\Omega) = \frac{A_v \Omega_c^2}{\Omega^2 (\Omega^2 + \Omega_c^2)} \\ S_a(\Omega) = \frac{A_h \Omega_c^2}{\Omega^2 (\Omega^2 + \Omega_c^2)} \\ S_c(\Omega) = \frac{4A_v \Omega_c^2}{(\Omega^2 + \Omega_c^2)(\Omega^2 + \Omega_s^2)} \end{array} \right\} \left\{ \begin{array}{l} S_v(\Omega) = \frac{A_v \Omega_c^2}{(\Omega^2 + \Omega_R^2)(\Omega^2 + \Omega_c^2)} \\ S_a(\Omega) = \frac{A_h \Omega_c^2}{(\Omega^2 + \Omega_R^2)(\Omega^2 + \Omega_c^2)} \\ S_c(\Omega) = \frac{4A_v \Omega_c^2 \Omega^2}{(\Omega^2 + \Omega_R^2)(\Omega^2 + \Omega_c^2)(\Omega^2 + \Omega_s^2)} \end{array} \right.$$

Sv traduit la densité spectrale en vertical (nivellement longitudinal défini précédemment), Sa en transversal (nivellement transversal défini précédemment) et Sc en dévers (cf définition du dévers).

L'article américain invite même à utiliser un filtre, ayant une densité spectrale de la forme

$$S_v(\Omega) = \frac{A \Omega_c^2 (\Omega^2 + \Omega_c^2)}{(\Omega^2 + \Omega_R^2)(\Omega^4 - 2(1 - 2h^2)\Omega_c^2 \Omega^2 + \Omega_c^4)}$$

le paramètre h permettant la prise en compte des effets de périodicité dans le rail.

Les différents paramètres sont adaptés en fonction de la qualité de la voie.

Classe de voies américaines	4	5	6
$A_v(m)$	2.39e-5	9.35e-6	1.5e-6
$\Omega_s(rad/m)$	1.13	0.821	0.438
$\Omega_r(rad/m)$	2.06e-2	2.06e-2	2.06e-2
$\Omega_c(rad/m)$	0.825	0.825	0.825

Pour le cas des voies françaises :

Des analyses comparables peuvent être conduites pour toutes les voies françaises, et pour tous les défauts, dans la mesure où il est possible de disposer, a priori, de mesures en lignes.

Remarque :

Il n'est pas toujours judicieux d'approcher ces densités spectrales par des filtres d'ordre 1, 2 ou 3. En effet, il est difficile de faire coller, à une densité spectrale de signal mesuré, un filtre de forme, sur une large bande fréquentielle. On constate aussi que les pentes des coupures ne sont pas toujours des multiplicateurs entiers de 20dB/décade ; c'est pourquoi des filtres d'ordre non entier seraient parfois préférables.

En particulier ALIAS signale [ALI1] et [ALI2] que des spectres de puissances de défauts

aléatoires peuvent être approchés par le transfert : $G(\Omega) = \frac{A}{(B + \Omega)^3}$ avec , A,B constante,

et Ω pulsation spatiale.

Ce qui signifie que les signaux doivent être traités par des filtres d'ordre non entier.

ANNEXE 1.B.4 : LE CONTACT ROUE/RAIL

La physique du contact roue/rail étant si particulière, il fallut construire des théories de manière à traduire numériquement ce comportement mécanique. Les ouvrages [GAR] et [KAL1] [KAL2] présentent ces théories de manière complète, les articles [MOR1] [SAU1] présentent des versions expurgées.

Historique des approches :

Diverses théories de contact roue/rail ont été proposées à travers l'histoire.

Ces théories sont classées en : [GAR]

- Théories simplifiées : le déplacement est considéré comme linéaire aux chargements, via des paramètres dépendants de la surface de contact
- Théories exactes, où tant la roue que le rail sont considérés comme des demi-plans élastiques. Les relations sont formulées à partir des formules exactes de la théorie de l'élasticité.
- Théories dynamiques : quand les effets d'inertie de la matière déformée au contact sont introduits
- Théories quasi-statiques : quand les forces d'inertie sont négligées
- Théories tri-dimensionnelles : quand tant le déplacement que les pressions sont dépendants des trois coordonnées d'espace x, y, z
- La théorie bi-dimensionnelle : quand tant les déplacements que la pression sont supposés indépendants de y (lié au transversal).

Problèmes inhérents

Ces théories de contacts roue/rails ont été développées spécialement pour le domaine ferroviaire, dans la mesure où ce domaine possédait les spécificités suivantes :

- courbure du rail
- roue, avec sa courbure, sa bande de roulement et son boudin
- multi contact possible
- pseudo-glissement (problème du contact roulant)

Ces théories doivent donc permettre

- la définition d'une ellipse de contact
- la définition des efforts de pression au contact, dans chacune des directions
- la définition des déplacements dans chacune des directions

Contact et glissement de l'essieu : [GAR]

Le comportement dynamique de véhicule ferroviaire est significativement affecté par les forces d'interactions entre la roue et le rail. Ces forces dépendent des caractéristiques d'adhésion, de glissement et de comportement. La géométrie des profils de rail et de roue conduisent à une modification des caractéristiques de ces trois paramètres, et des comportements dynamiques du véhicule, car les forces de contact sont influencées par l'aire de contact et les contraintes entre roues et rails.

Le phénomène de glissement existe dès que deux solides rigides sont comprimés l'un contre l'autre avec une certaine force et roulent l'un par rapport à l'autre. Une région de contact est alors formée au "point" de contact. D'après la théorie de Hertz en statique, la région de contact

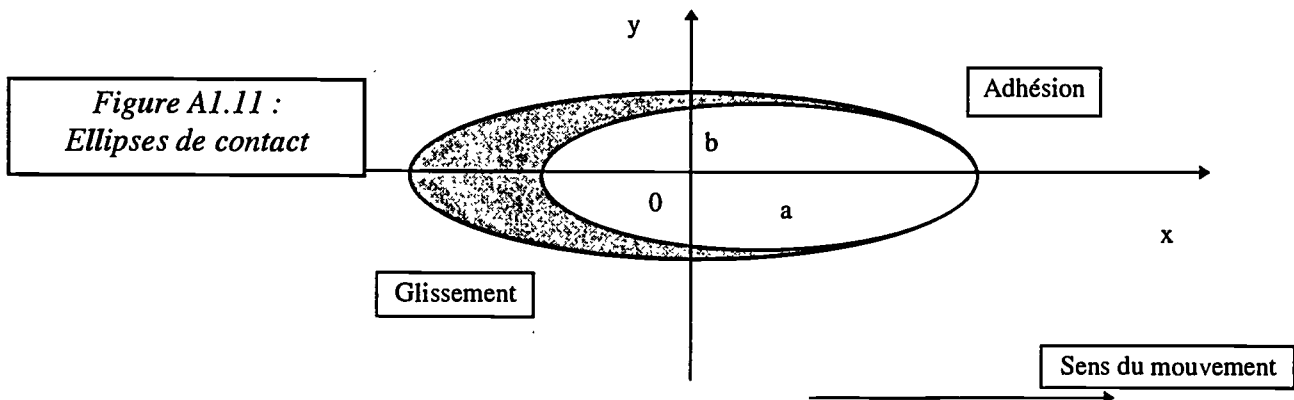
est elliptique et le rapport entre les deux demi-axes de l'ellipse peut être calculé à partir de la connaissance des rayons principaux de révolution de courbure des solides . De manière à calculer les vraies dimensions des demi-axes, la force normale doit être connue. Si les deux solides sont sphériques, ou si l'un des solides est de forme sphérique, et l'autre de forme plane, alors la forme du contact est circulaire.

En général, les vitesses à la circonférence des deux solides roulants ne sont pas égales. Le terme (sans dimensions) de glissement est utilisé pour définir ces écarts par rapport au pur mouvement de roulement de deux corps. Le glissement est défini dans les deux directions longitudinale et transversale.

Forces de glissement

Les forces de glissement sont développées à cause de la différence de taux de contraintes des deux solides en contact. Pour calculer les forces de glissement longitudinales et latérales, ainsi que le moment de glissement en rotation (appelé spin) à l'interface roue-rail, il est nécessaire de connaître le phénomène de contact, et en particulier la nature géométrique de celui-ci.

Dans la théorie de KALKER (d'après [MOR1]), théorie issue des travaux du Dr KALKER, du département de Mathématiques et Informatique, à l'université de DELFT, aux Pays Bas, l'ellipse de contact est modifiée par le déplacement relatif de la roue par rapport au rail, elle prend alors la forme suivant :



L'asymétrie de la zone de contact, et donc de la zone de répartition des efforts entraîne un effet de rotation par naissance d'un mouvement de pivotement.

Définition des glissements réduits :
$$v = \frac{Vg}{V} \quad (A1.1)$$

du spin
$$\phi = \frac{\Omega n}{V} \quad (A1.2)$$

V : vitesse d'avance du véhicule

Vg : vitesse de glissement

Ωn : composante normale de la vitesse angulaire de rotation

Efforts de KALKER :

$$\begin{cases} T_x = -G * a * b * c_{11} * v_x \\ T_y = -G * a * b * c_{22} * v_y - c_{23} * G * (a * b)^{3/2} \phi \\ M_{Oz} = c_{23} * (a * b)^{3/2} * v_y - c_{33} * G * (a * b)^2 \phi \end{cases} \quad (A1.3)$$

G : module d'élasticité transversal $G=E/(2*(1+\sigma))$

a, b : demi-axes de l'ellipse de contact de Hertz

$c_{11}, c_{22}, c_{23}, c_{33}$: coefficients de KALKER, tabulés en fonction du ratio a/b (voir tables consacrées dans les ouvrages cités).

ϕ : spin

v_x : vitesse réduite de glissement longitudinal

v_y : vitesse réduite de glissement transversal

T_x : effort longitudinal

T_y : effort transversal

M_{Oz} : moment d'axe z

Remarque : Extensions et complexité d'approche

La dynamique de la voie (considérée comme déformable) peut également être appréhendée de manière à préciser la dynamique du système global couplé. D'autres effets comme la propagation des ondes dans le rail peuvent également être analysés pour des études de couplage donnant lieu à des propagations de vibrations dans les rails et dans les sols, et à la génération de bruit par rayonnement acoustique. Les articles de TASSILLY, en particulier, invitent à étudier ces effets [TAS1] [TAS2] [TAS3] [TAS4] [TAS5].

Codes de calculs

Certains articles indiquent également des résultats de calculs de simulations réalisées avec divers codes, comme VOCO (code ayant servi à élaborer VOCODYM, logiciel de dynamique ferroviaire intégrant un calcul tabulé du contact roue/rail, logiciel utilisé aujourd'hui par la Direction du Matériel et de la Traction de la SNCF) : [SAU2] [SAU3] [PAS1] [PAS2]

VOCO est un logiciel développé par l'INRETS - Institut National de Recherche sur les Transports et leur Sécurité - , permettant une simulation du contact roue-rail avec :

- estimation des ellipses de contact
- estimation des efforts au contact entre roue et rail.

La théorie de contact classiquement utilisée est celle déduite des travaux de KALKER. Toutefois, et c'est une particularité de ce logiciel, le multi-contact est apprécié de la manière suivante par analogie : au moment où plusieurs points de contact surviennent simultanément sont déterminées les caractéristiques d'un point de contact fictif tels que les efforts tangentiels et normaux, pour les deux modèles, soient presque identiques.

(PASCAL, methods to calculate wheel/rail forces in non Hertzian contact)
[PAS1]

ANNEXE 1.C. VÉHICULES FERROVIAIRES PENDULAIRES

ANNEXE 1.C.1 : TECHNOLOGIES DE MATERIELS **PENDULAIRES ACTIFS**

Mécanismes pendulaires

Tiré de GOODALL [GOO4]

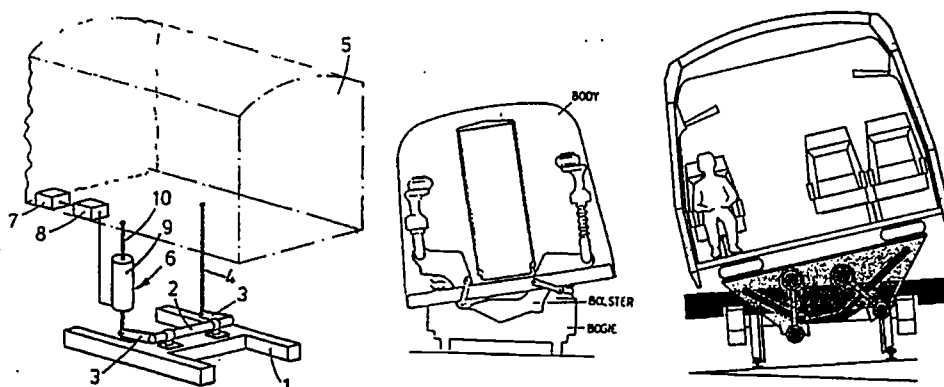


Figure A1.14 : Technologies pendulaires

Trois technologies de trains pendulaires sont présentées ici, elles diffèrent par la localisation et l'implantation des actionneurs :

- mécanisme de pendulation intégré avec la suspension secondaire (barre de roulis)
- mécanisme de pendulation localisé au-dessus de la suspension secondaire. La suspension secondaire est située entre bogie et traverse, et le mécanisme de pendulation entre traverse et caisse.
- mécanisme de pendulation localisé au-dessous de la suspension secondaire.

Actionneur électromécanique allemand

Architecture d'actionneur électromécanique pour usages pendulaires NeiTech [FER] [HEIN], dérivé du système de positionnement des tourelles du char Léopard 2.

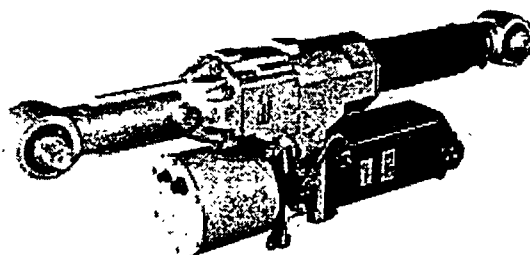


Figure A1.15 :
Actionneur
électromécanique

ANNEXE 1.C.2 : LES EXPERIENCES PASSEES

Résumé des technologies courantes de véhicules pendulaires d'après GOODALL [GOO1], article publié en 1997.

Les expériences passées : références historiques.

Pays	Constructeur	Etat du véhicule	Technologie d'activation	Mécanisme de pendulation/ suspension secondaire
Italie	FIAT	Opérationnel	Servo-hydraulique	Au-dessus
Suède	ADTRANZ	Opérationnel	Servo-hydraulique	Au-dessous
Allemagne	ADTRANZ	Opérationnel	Electro-mécanique	Au-dessous
USA	BOMBARDIER	Opérationnel	Servo-hydraulique	Au-dessous
Suisse	FIAT SIG	Prototype	Electro-mécanique	Au-dessous
Autriche	SIEMENS SGP	Prototype	Electro-mécanique	Au-dessus
Espagne	CAF	Prototype	Servo-hydraulique	A travers
Allemagne	BOMBARDIER TALBOT	Prototype	Servo-hydraulique	Au-dessus
Japon	HITACHI	Opérationnel	Pneumatique	Au-dessous
Japon	NIPPON- SHARYO	Prototype	Hydrau- pneumatique	Sur le même plan
Japon	SUMITOMO	Prototype	Pneumatique	Sur le même plan
Japon	HITACHI	Prototype	Hydraulique	Au-dessous
Japon	RTRI	Prototype	Hydraulique	Sur le même plan
Japon	SUMITOMO	Opérationnel	Pneumatique	Sur le même plan

On constate donc les tendances suivantes :

- 1) Sur le marché européen, la préférence est à la localisation de la suspension secondaire au-dessus du mécanisme de pendulation, sauf pour le constructeur italien FIAT.
- 2) Les tendances japonaises conduisirent, pendant longtemps, à préférer une localisation du mécanisme de pendulation en dessous de la suspension secondaire. Les dernières expériences sont plus éclectiques, dans la mesure où les constructeurs japonais ont proposés des localisations hautes, basses ou médianes.
- 3) Le domaine est donc en perpétuelle évolution

ANNEXE 1.C.3 : PHOTOS ET SCHEMAS DE PROTOTYPES PENDULAIRES FRANÇAIS

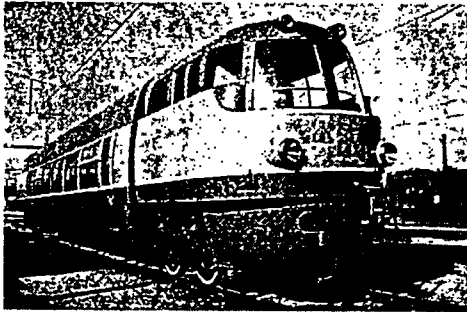
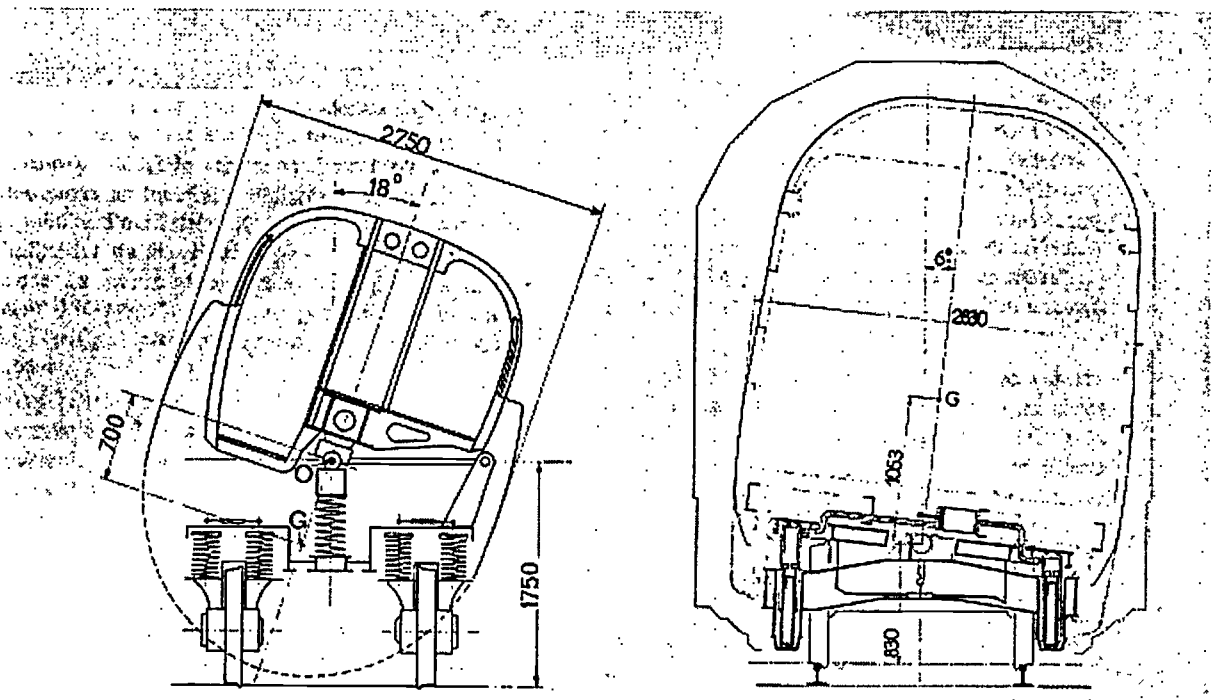


*Figure A1.16 :
La voiture MAUZIN CHARTET
des années 50-60*



Coupe de la voiture MAUZIN CHARTET

Coupe de la voiture Grand Confort CID

*Figure A1.17 :
Schéma de la voiture MAUZIN (1950-60)
et de la voiture Grand Confort CID
(1960-70)*

Les angles d'inclinaison des voitures par rapport à la voie étaient de :

- $\pm 18^\circ$ pour la voiture MAUZIN CHARTET
- $\pm 6^\circ$ pour la voiture Grand Confort

ANNEXE 1.D : LE CONFORT

ANNEXE 1.D.1 : LES INDICES DE CONFORT

FERROVIAIRES NMV, Wz, Nc : PRESENTATION DES FORMULATIONS THEORIQUES ET ALGORITHMIQUES

tiré de [SNCF-7]

Les calculs suivants sont présentés pour un signal d'accélération, dans une direction donnée. On ne recherche pas d'indice global de confort, tenant compte des accélérations verticales, transversales et longitudinales.

A. Calcul de la Note de confort ISO SNCF (Nc)

Etapes de calcul:

- ① Calcul de la densité spectrale de puissance associée à ce signal filtré, après choix du nombre de points pour le calcul de la fft.
- ② Etablissement des filtres de pondération définis ci-après, définis sur la bande de fréquence [0.5 25] Hz.
- ③ Pondération de la densité spectrale par le carré du module du filtre de pondération
- ④ Etablissement de la valeur RMS pondérée (Equivalence temps fréquence)
Variance du signal temporel = moyenne de la dsp normalisée en fréquence (celle calculée sur MATLAB)
- ⑤ Calcul de la note de confort à partir de la valeur RMS pondérée:

Soit α la valeur RMS pondérée,

$$Z_1 = \log(\alpha) \quad (A1.8)$$

$$Z_2 = \frac{-0.6667Z_1^2 + 1.6667Z_1 - 0.084396}{Z_1 - 0.7033} \quad (A1.9)$$

$$\text{Note de confort} = 10^{Z_2} \text{ heures} \quad (A1.10)$$

Filtres de pondérations théoriques :

(remarque : l'amplitude du palier est de $\sqrt{2}$ sur [0 2] Hz - gain de +3dB en transversal)

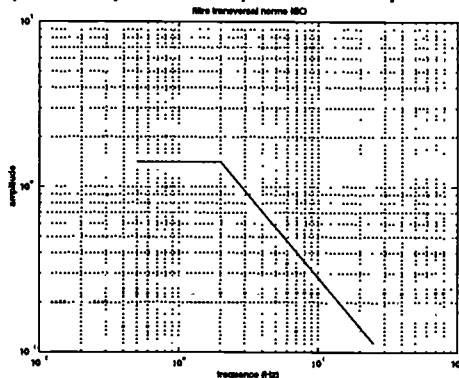


Figure A1.18 :
Fonction de transfert en
transversal Indice Nc

Palier à +3dB, pente de -6dB/octave au delà de 2Hz, L'amplitude du filtre est nulle sur les bandes [0 0.5] et [25 +∞)

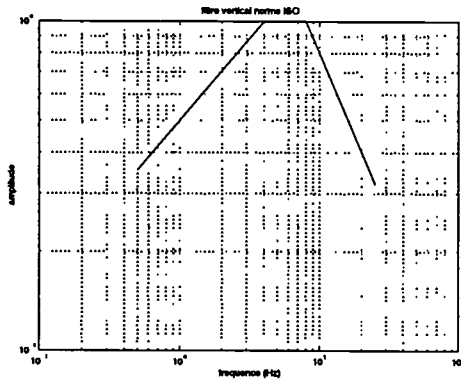


Figure A1.19 :
Fonction de transfert
en vertical Indice Nc

Pente à +3dB/octave avant 4Hz, Palier à 1 : 0dB, Pente à -6dB/octave après 8Hz, l'amplitude du filtre est nulle sur les bandes de fréquence [0 0.5] et [25 +∞)

B. Calcul de l'indice Wz

Etapes de Calcul :

- ① Calcul de la densité spectrale de puissance associée à ce signal, après choix du nombre de points pour le calcul de la fft.
- ② Construction des filtres de formes BXY BZ, définis sur la bande de fréquence [0.4 30]Hz
- ③ Multiplication de la densité spectrale par le module carré des filtres
- ④ Calcul de l'intégrale de la DSP filtrée sur cette plage de fréquence, puis extraction d'une racine

Première formulation :
$$W_z = \sqrt[6.67]{\int_{0.4}^{30} DSP(f) * B_i^2(f) df} \quad (A1.11)$$

Deuxième formulation :
$$W_z = \sqrt[10]{\int_{0.4}^{30} DSP(f)^{3/2} * B_i^3(f) df} \quad (A1.12)$$

(Remarque : il existe également un autre indice Wz, qualifiant le roulement. Les filtres de pondération ont alors une amplitude 1 sur toute la bande de fréquence (pas de pondération physiologique).

Filtres de pondération utilisés pour le calcul de l'indice Wz : BXY et BZ

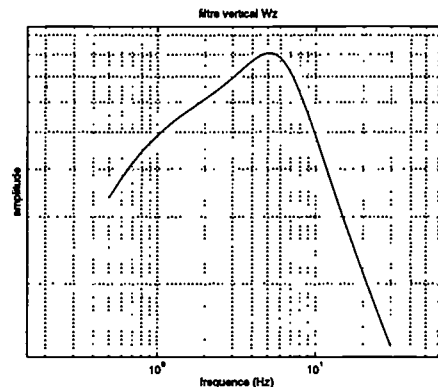
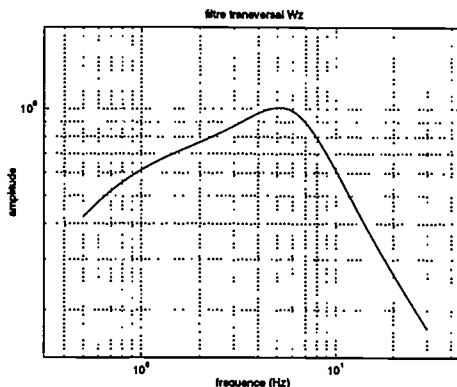


Figure A1.20 : Filtre transversal et longitudinal indice Wz

Figure A1.21 : Filtre vertical indice Wz

Formules de détermination des filtres :

$$\begin{pmatrix} B_{xy} \\ B_z \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0.737 \\ 0.588 \end{pmatrix} \sqrt{\frac{1.91f^2 + (0.25 * f^2)^2}{(1 - 0.28f^2)^2 + (1.56f - 0.037f^3)^2}} \quad (A1.13)$$

L'amplitude des filtres est nulle sur les bandes de fréquence [0 0.4] et [30 +∞).

Analyse des deux formulations du Wz

$$W_z = \sqrt[6.67]{\int_{0.4}^{30} G(f) * B^2(f) df}, \quad W_z = \sqrt[10]{\int_{0.4}^{30} G^{3/2}(f) * B^3(f) df} \quad [\text{ORE23}] \quad (A1.14)$$

Remarque : les normes mathématiques sont équivalentes mais ne donnent pas des résultats égaux.

Interprétation de l'indice Wz : (cf [ORE23])

L'indice de confort est apprécié sur les aspects de sensibilité aux vibrations mécaniques

Wz = 1	juste encore perceptible
Wz = 2	nettement perceptible
Wz = 2.5	plus fortement perceptible, cependant supportable et non désagréable
Wz = 3	fortement perceptible, peu agréable, mais encore supportable
Wz = 3.25	fortement inconfortable
Wz = 3.5	extrêmement inconfortable, désagréable, gênant et non supportable pour une durée prolongée
Wz = 4	extrêmement désagréable, préjudiciable en cas d'exposition pendant une durée prolongée

C. Calcul de l'indice Nmv

1 Méthode Théorique :

- ① Choix de 5 minutes de signal échantillonné. Découpage du signal temporel en 60 tronçons, chaque tronçon représentant donc 5 secondes de signal.
- ② Construction des filtres de formes, définis sur la bande de fréquence [0.4 80]Hz
- ③ Calcul de la densité spectrale de puissance sur chacun des tronçons.
- ④ Multiplication de chaque densité spectrale par le module carré des filtres
- ⑤ Calcul de l'intégrale de la DSP filtrée sur cette plage de fréquence ; puis extraction d'une racine pour chacun des 60 échantillons
- ⑥ Classement par ordre croissant de ces 60 valeurs sous forme de vecteur ayant des composantes d'amplitude croissante.
- ⑦ Recherche du 95ème centile a_{95}^W de ce vecteur (57ème valeur du vecteur ordonné).
- ⑧ Calcul du Nmv: $Nmv = 6 * a_{95}^W$ (A1.15)
- ⑨ Qualification du confort :

Nmv < 1	très bon confort
1 ≤ Nmv < 2	bon confort
2 ≤ Nmv < 4	confort moyen
4 ≤ Nmv < 5	mauvais confort

$5 \leq N_{mv}$ très mauvais confort

2 Adaptation des programmes :

Dans le cas où l'utilisation spécifique des programmes est l'analyse de résultats de simulations, il est rare que les fichiers issus des simulations représentent l'évolution d'un véhicule ferroviaire sur une durée de 5 minutes de parcours. C'est pourquoi on propose de découper le fichier de départ en 20 tronçons uniquement (20 est le nombre minimum pour assurer l'existence du 95ème centile).

- ① Découpage du signal temporel en vingt tronçons.
- ② Construction des filtres de formes, définis sur la bande de fréquence [0.4 80]Hz
- ③ Calcul de la densité spectrale de puissance sur chacun des tronçons.
- ④ Multiplication de chaque densité spectrale par le module carré des filtres
- ⑤ Calcul de l'intégrale de la DSP filtrée sur cette plage de fréquence ; puis extraction d'une racine pour chacun des 20 échantillons
- ⑥ Ordonner ces 20 valeurs sous forme de vecteur ayant des composantes d'amplitude croissante.
- ⑦ Recherche du 95ème centile de ce vecteur (19ème valeur du vecteur) ordonné a_{95}^W .
- ⑧ Calcul du Nmv: $N_{mv} = 6 * a_{95}^W$
- ⑨ Qualification du confort.

Figure A1.22:
*Filtre de pondération latéral
et longitudinal Indice Nmv*

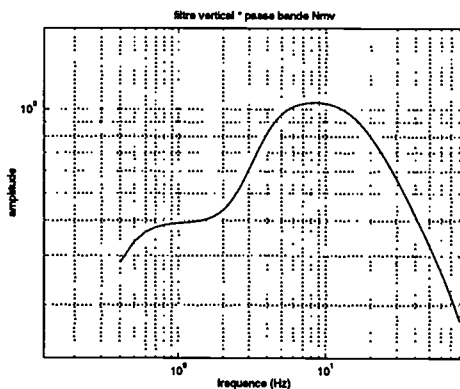
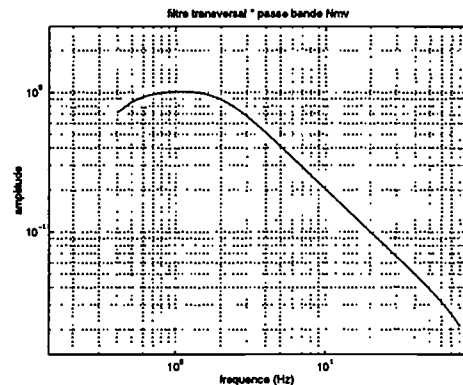


Figure A1.23 : *Filtre de pondération
en vertical Indice Nmv*

L'amplitude des filtres est nulle sur les bandes de fréquence [0 0.4] et [80 $+\infty$).

3. Pondérations et filtres : les pondérations en fonction de la posture

Courbes de Pondération	Confort de Marche (méthode simplifiée)	Confort du Voyageur Position assise (méthode complète)	Confort du Voyageur Position debout (méthode complète)
Wa	Filtre passe bande	Filtre passe bande	Filtre passe bande
Wb	z plancher	z plancher z assise	z plancher
Wc		x dossier	
Wd	x plancher y plancher	y assis	x plancher y plancher

- sur le plancher : $W_a * W_b$
 $W_a * W_d$

- à l'assise du siège : $W_a * W_b$
 $W_a * W_d$

- sur le dossier du siège : $W_a * W_c$

4 Fonctions de transfert des pondérations en fréquence

$$H_A(s) = \frac{s^2 * 4 * \pi^2 * f_2^2}{\left(s^2 + \frac{2 * \pi * f_1}{Q_1} s + 4 * \pi^2 * f_1^2\right) \left(s^2 + \frac{2 * \pi * f_2}{Q_1} s + 4 * \pi^2 * f_2^2\right)} \quad (A1.16)$$

$$H_B(s) = \frac{(s + 2 * \pi * f_3) \left(s^2 + \frac{2 * \pi * f_5}{Q_3} s + 4 * \pi^2 * f_5^2\right)}{\left(s^2 + \frac{2 * \pi * f_4}{Q_2} s + 4 * \pi^2 * f_4^2\right) \left(s^2 + \frac{2 * \pi * f_6}{Q_4} s + 4 * \pi^2 * f_6^2\right)} * \frac{2 * \pi * f_4^2 * f_6^2 * K}{f_3 * f_5^2} \quad (A1.17)$$

$$H_C(s) = \frac{(s + 2 * \pi * f_3)}{\left(s^2 + \frac{2 * \pi * f_4}{Q_2} s + 4 * \pi^2 * f_4^2\right)} * \frac{2 * \pi * f_4^2 * K}{f_3} \quad (A1.18)$$

$$H_D(s) = \frac{(s + 2 * \pi * f_3)}{\left(s^2 + \frac{2 * \pi * f_4}{Q_2} s + 4 * \pi^2 * f_4^2\right)} * \frac{2 * \pi * f_4^2 * K}{f_3} \quad (A1.19)$$

où $\forall i$ H_i représente la fonction de transfert du filtre W_i

	f1 (Hz)	f2 (Hz)	f3 (Hz)	f4 (Hz)	f5 (Hz)	f6 (Hz)	Q1	Q2	Q3	Q4	K
Wa	0.4	100					0.71				
Wb	0.4	100	16	16	2.5	4	0.71	0.63	0.8	0.8	0.4
Wc	0.4	100	8	8			0.71	0.63			1
Wd	0.4	100	2	2			0.71	0.63			1

Interprétations sur les filtres de pondération

Ces indices privilégient chacun une bande de fréquence d'analyse des signaux.

Bien que les filtres de pondération utilisés pour le calcul de chacun de ces indices sont relativement proches, des distinctions existent, (cf rapport [ORE21]). Si on analyse les courbes des pondérations, on constate que les signaux sont rangés comme suit :

Pour le vertical :

Par ordre décroissant de gain au-delà de 5 Hz : courbe d'indice Nmv, courbe note de confort (Nc), courbe indice Wz

Pour le transversal :

Par ordre décroissant de gain : courbe indice Wz, courbe note de confort (Nc), courbe indice Nmv

ANNEXE 1.D.2 : LA CINETOSE

Définition et analyse de la cinétose

d'après [LAF], [FOR1] et [FOR3]

Présentation

"Le mal des transports ou cinétose est l'ensemble des manifestations cliniques survenant chez des personnes exposées à des mouvements générés par différents modes de transport. Les manifestations de la cinétose résultent des répercussions neurovégétatives liées à un changement dans les données utilisées par la fonction d'équilibration, pour remplir sa fonction d'intégration spatiale. Il s'agit d'un syndrome d'adaptation à un environnement physique différent de celui dans lequel l'être humain évolue habituellement".

Déroulement

La cinétose peut être appréhendée comme une crise neurovégétative, avec par ordre chronologique d'apparition les stades suivants :

- l'émergence progressive d'un sentiment d'inquiétude et d'insécurité;
- les pâleurs, sueurs;
- les vertiges;
- les malaises, faiblesse musculaire, allant jusqu'au collapsus.

Capteurs sensoriels

"La cause principale de la cinétose est la difficulté centrale d'intégration des différents messages sensoriels relatifs aux mouvements du corps".

Ces messages sensoriels sont fournis par différents capteurs sensoriels :

1. Les récepteurs vestibulaires :
 - Trois canaux semi-circulaires, sensibles aux accélérations angulaires,
 - Deux otolithes, détectant les vibrations linéaires, et le changement de position de la tête par rapport à la gravité,
2. Les récepteurs visuels, sensibles aux mouvements propres du corps,
3. Les récepteurs musculo-squelettiques, donnant des réponses caractéristiques suite à des stimulations vibratoires dans la gamme [0-200]Hz,
4. Les récepteurs cutanés, responsables de la perception vibratoire cutanée.

Les informations issues des capteurs sensoriels sont nombreuses et cohérentes quand l'être humain est en de bonnes conditions, sur la terre ferme.

Dans un véhicule en mouvement, différents conflits sont susceptibles de se déclarer.

Conflits sensoriels générateurs de cinétose

Le tableau suivant recense les divers conflits sensoriels susceptibles de se produire par contradictions de perceptions sensorielles

Six types de conflits sensoriels sont recensés (d'après le professeur GRIFFIN, 1990 - Handbook of Human Vibration[GRI]), et [OHN]

	Conflit visuel (A) - vestibulaire (B)	Conflit canaux circulaires (A) - Otolithes (B)
Type 1 (A et B)	Les systèmes visuels et vestibulaires délivrent simultanément une information différente (information contradictoire ou non corrélée) - Vagues vues d'un bateau - Utilisation de jumelles dans un véhicule en mouvement	Les informations délivrées par le limaçon et les otolithes sont différentes (contradictoires ou non corrélées). - Simulation d'une accélération de Coriolis
Type 2 (A sans B)	Signaux délivrés par le système visuel en l'absence d'un signal vestibulaire - Malaise dans un cinéma circulaire ou sphérique - Malaise dans un simulateur	Signal délivré par le limaçon en l'absence d'un signal provenant des otolithes - Simulation calorique des canaux semi-circulaires
Type 3 (B sans A)	Signaux fournis par le système vestibulaire en l'absence d'un signal visuel - Lecture dans un véhicule en mouvement - Regard dans un véhicule en mouvement, sans référence extérieure (rideaux tirés).	Signal délivré par les otolithes en l'absence d'un signal provenant du limaçon - Oscillations très basse fréquence.

Analyse de la cinétose dans un contexte ferroviaire :

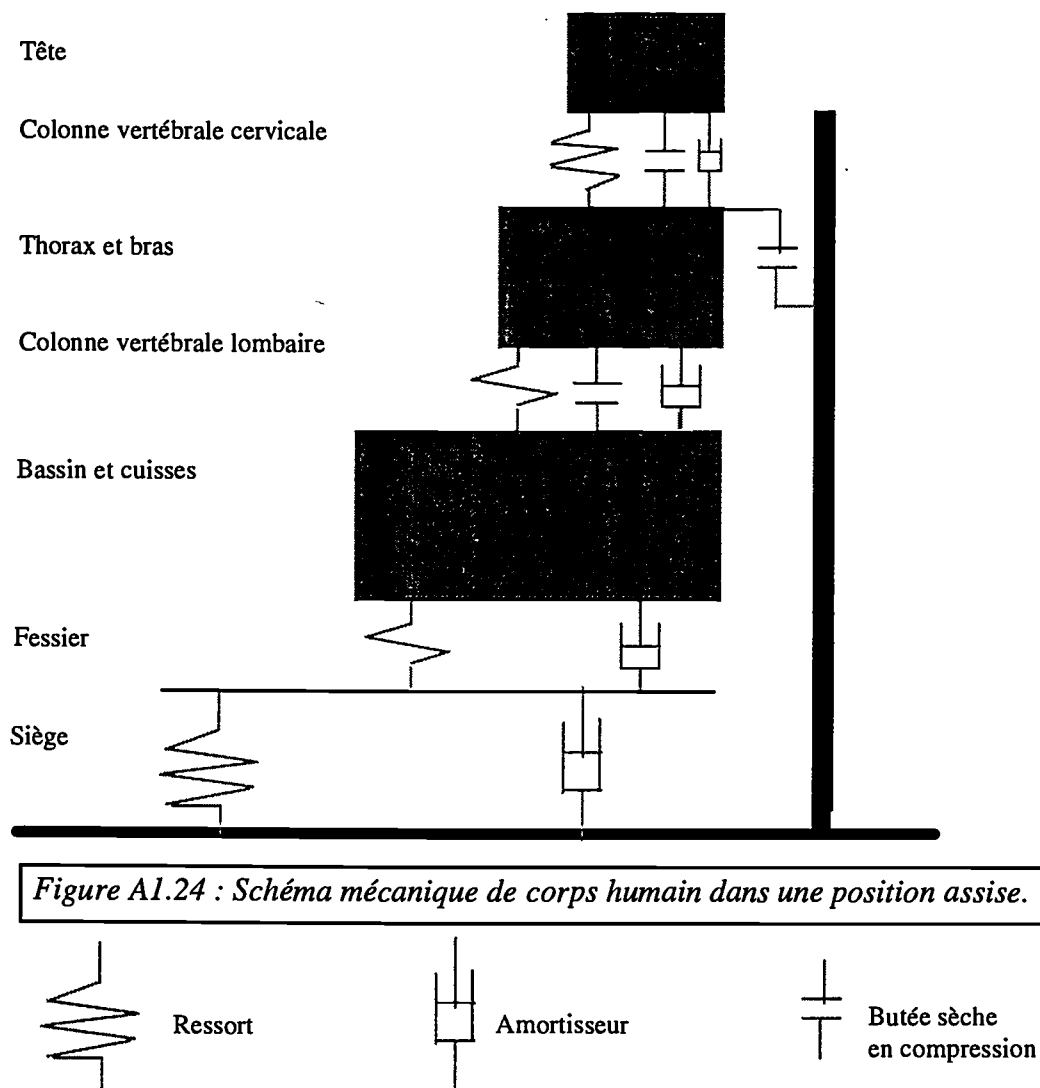
Les malaises ressentis par les passagers des véhicules classiques sont analysés comme des conflits entre informations issues de récepteurs sensoriels et de récepteurs vestibulaires de type 1 et 3.

Les types de malaises dont peuvent être victimes les passagers des véhicules pendulaires sont les types 1 et 3, liés à la perception des vibrations, la perception de l'accélération centrifuge, la perte de référence extérieure (due également à l'inclinaison de la voiture pendulaire), la générescence de très basses fréquences (transversal et roulis) lors de l'asservissement de la caisse.

Les facteurs importants de l'apparition d'un mal des transports semblent être , d'après CLEON [SNCF-5] : la fréquence, la direction, la forme de l'excitation, le temps d'exposition, des facteurs humains, psychologiques ou physiologiques.

ANNEXE 1.D.3 : SCHEMA DE CORPS HUMAIN CONSIDERE COMME UN SYSTEME DE MASSES SUSPENDUES

d'après le rapport traitant du confort de M.CLEON [SNCF-5]



Le corps humain est alors appréhendé comme un système composé de masses, de ressorts et d'amortisseurs, possédant des fréquences propres et des taux d'amortissements propres. Un tel système permet de traduire les modes de compressions globaux, mais ne représente pas les modes de résonance des viscères.

Une étude plus fine des modes de résonances internes réclame un modèle éléments finis.

ANNEXE 1.E : APPLICATIONS DANS LE DOMAINE DES SUSPENSIONS ACTIVES

ANNEXE 1.E.1 : LOCALISATION DES ACTIONNEURS AU SECONDAIRE

Les expériences passées [GOO1] (1997)

Pays	Constructeurs	Etats	Localisation de la suspension active	Caractéristiques	Technologie
UK	Mark 3 voitures	Expérimental	Secondaire vertical	Actif-large bande	Electromécanique
UK	Véhicule d'essais	Expérimental	Secondaire vertical	Actif-large bande	Electromécanique et pneumatique
UK	APT	Expérimental	Secondaire transversal	Actif-large bande	Servo-hydraulique
UK	Véhicule test	Expérimental	Secondaire transversal	Actif-large bande	Electromécanique
ITALIE	FIAT	Opérationnel	Secondaire transversal	Actif-passe bas	Pneumatique
UK	Adtranz	Expérimental/opérationnel	Secondaire transversal	Actif-passe-bas	Hydraulique
SUEDE	Adtranz/X2000	Expérimental	Secondaire transversal	Semi-actif haute fréquence	Electromagnétique-Hydraulique
UK	Gec Alstom	Laboratoire	Secondaire transversal	Semi-actif passe-haut	Hydraulique
ESPAGNE	CAF	Expérimental	Secondaire transversal	Actif large bande	Servo-hydraulique
AUTRICHE	SIEMENS	Expérimental	Secondaire transversal	Actif moyennes-fréquences	Sevo-pneumatique
AUTRICHE	SEMENS	Expérimental	Secondaire vertical	Semi-actif large-bande	Hydraulique
UK	Adtranz	Expérimental	Secondaire vertical	Semi-actif large bande	Pneumatique
JAPON	HITACHI&JNR	Laboratoire	Secondaire vertical	Actif moyenne fréquence	Servo-pneumatique
JAPON	HITACHI&JNR S485	Expérimental	Secondaire transversal	Actif moyenne fréquence	Servo-pneumatique
JAPON	KAYABA&JREast TRYZ	Expérimental	Secondaire transversal	Actif large bande	Hydro-pneumatique
JAPON	SUMITOMO&JREast TRYZ	Expérimental	Secondaire transversal	Actif large bande	Servo-hydraulique
JAPON	HITACHI&JREast TRYZ	Expérimental	Secondaire transversal	Actif large bande	Servo-hydraulique
JAPON	KAWASAKI&JRCentral 300X	Expérimental	Secondaire transversal	Actif large bande	Servo-hydraulique
JAPON	SUMITOMO&JREast STAR21	Expérimental	Secondaire transversal	Actif moyenne fréquence	Servo-pneumatique
JAPON	KAYABA&JREast S500	Opérationnel	Secondaire transversal	Semi-actif large bande	Hydraulique
JAPON	SUMITOMO&JRWest S500	Expérimental	Secondaire transversal	Actif moyenne fréquence	Servo-pneumatique
JAPON	SUMITOMO&TRT	Opérationnel	Secondaire vertical et torsion	Actif passe-bas	Pneumatique
JAPON	RTRI	Laboratoire	Actif moyennes fréquences	Actif moyennes fréquences	Servo-pneumatique
JAPON	Université	Laboratoire	Secondaire transversal	Actif large bande	Servo-hydraulique
FRANCE	Gec Alstom & ECL	Laboratoire Expérimental	Secondaire transversal	Semi-actif moyennes fréquences	Servo-hydraulique
FRANCE	GEC Alstom & SNCF	Expérimental	Secondaire transversal	Semi-actif moyennes fréquences	Servo-hydraulique
FRANCE	SAMM & SNCF	Expérimental	Secondaire transversal	Semi-actif et actif	Electro-mécanique

On constate donc les tendances suivantes :

- 1) Les expériences anglaises furent nombreuses au début des années 1980. Malheureusement, ces expériences n'ont pas débouché sur des utilisations commerciales.
- 2) Plusieurs projets européens ont vu le jour dans les années 1980 et 1990, projets supportés en particulier par les recherches sur les matériels pendulaires.
- 3) Quelques mécanismes de suspensions actives ont été proposés pour les trains pendulaires par FIAT notamment, mais ces mécanismes ne travaillent qu'en basse fréquence pour une action de centrage de la caisse.
- 4) Une fois de plus, les constructeurs japonais et les réseaux japonais furent prolifiques en prototypes, et le sont plus que jamais en cette fin de décennie. Le Japon est également la seule nation qui possède un train équipé de suspensions semi-actives, train circulant à plus de 300 km/h.
- 5) La France semble plus que jamais expectative à l'introduction de suspensions actives et semi-actives, et connaît des développements théoriques et des constructions de prototypes tant pour les voitures remorquées que pour les rames TGV ; les technologies utilisées faisant appel soit à des vérins hydrauliques, soit à des actionneurs électromécaniques.

La tendance actuelle est donc incontestablement au développement des suspensions actives. Les études et les prototypes montrent la faisabilité, tout en signalant les limites des diverses technologies.

ANNEXE 1.E.2 : LOCALISATION DES ACTIONNEURS AU PRIMAIRE

Actions sur les suspensions primaires [GOO1], article publié en 1997.

Les expériences passées

Pays	Concepteurs	Etat	Localisation	Caractéristiques	Technologies
ALLEMAGNE	MBB	Laboratoire	Lacet d'essieux	Semi-actif	Electro-magnétique
FRANCE	Matra-transport RATP INRETS	Laboratoire	Primaire transversal et lacet	Actif	Electro-magnétique
FRANCE	GEC Alsthom INRETS	Expérimental	Primaire transversal et lacet	Actif	Servo-hydraulique
HOLLAND	VEVEY ZGT Tram	Expérimental	Lacet primaire	Actif passe-bas	Hydraulique
ALLEMAGNE	LHB SIEMENS Copenhague	Opérationnel	Lacet primaire	Actif passe-bas	Hydraulique pur
JAPON	JR Central	Expérimental	Lacet primaire	Semi-passif	Pneumatique
ALLEMAGNE	DLR	Laboratoire	Primaire transversal et lacet		Electro-magnétique

Les applications sont donc encore peu nombreuses et peu développées.

Il est délicat de dégager aujourd'hui des tendances quant à leurs potentielles applications.

On ne connaît pas encore d'expérience menée sur des circulations à grandes vitesses.

ANNEXE 1.E.3 : COMPARAISON DE TECHNOLOGIES

Tableau comparatif des technologies d'actionneurs pour suspensions actives, établi par HEDRICK en 1981. [HED]

Suspension Passive	Actionneur	Avantages	Inconvénients
Aucune	Ressort pneumatique avec valve de niveau	Simple, facile, indépendant de la charge	Passif uniquement, difficile de modifier la fonction de transfert , volumineux
Aucune	Ressort pneumatique avec servo-valves	Peut se mettre en parallèle avec des suspensions existantes, pendulation possible	Grande consommation d'air, exigence sur les servo-valves
Aucune	Ressort pneumatique avec "displacement air pump"	Peut être ajouté à des suspensions existantes avec faible consommation d'énergie, pendulation possible	Moyennement compliqué, encombrant pour le pendulaire
Ressort pneumatique	Actionneur pneumatique	Peut être ajouté aux suspensions actuelles, pendulation possible	Grande consommation d'air, complication moyenne
Aucune	Electro-magnétique	Large bande, facile à contrôler, simple mécaniquement	Très grande consommation énergétique, déplacement limité ne permettant pas la pendulation
Ressort mécanique	Electro-magnétique	Large bande, facile à contrôler et simple mécaniquement	Grande consommation, déplacement limité
Ressort pneumatique	Electro-magnétique	Large bande, facile à contrôler, permettant des consommations énergétiques moyenne	Déplacement limité
Aucune	Vérin servo-hydraulique	Large bande, facile à contrôler, pendulation possible	Moyennement cher, grande maintenance exigée, compresseur encombrant.
Mécanique ou ressort pneumatique	vérin servo-hydraulique	Large bande, facile à contrôler, pendulation possible	Prix moyen, grande maintenance
Aucune	Electro-mécanique	Large bande, facile à contrôler, pendulation possible	Encombrant, demandant une maintenance soutenue
Mécanique ou pneumatique	Electro-mécanique	Large bande, facile à contrôler, pendulation possible	Demandant une maintenance soutenue

Le tableau précédent a été dressé en 1981, il y a donc plus de 15 ans ; les conclusions doivent donc être analysées et réactualisées en fonction des développements des nouvelles expériences.

Cependant, on constatait déjà en 1981 :

- l'émergence de deux sources énergétiques d'activations que sont l'hydraulique et l'électrique.
- des faiblesses encore trop abondantes, comme le coût élevé, la fiabilité des systèmes douteuse et les encombrements volumineux.

Les années 80 et 90 ont permis d'accroître la fiabilité des organes et des systèmes, tout en réduisant les coûts des actionneurs (connaissance, expérience, séries) et des systèmes de contrôle (calculateurs, électronique de commande, électronique de puissance).

De nouveaux organes tels que de nouvelles pompes hydrauliques, l'utilisation de nouveaux matériaux dans les vérins, les développements de composants d'électronique de puissance, les ordinateurs, les nouveaux moteurs synchrones et asynchrones constituent tous de nouveaux produits, en pleine évolution, pour une utilisation dans une chaîne de contrôle actif.

Ainsi, les actionneurs électromécaniques sont aujourd'hui plus fiables, plus puissants, utilisant un courant triphasé, et donc possédant un volume de moteur inférieur aux classiques moteurs à courant continu.

ANNEXE 1.F : HISTOIRE DE CONCEPTION ET DE DÉVELOPPEMENT DES MAGLEV JAPONAIS

Date	Fait
1962	Recherche sur les propulsions par moteur linéaire et les déplacements sans contact.
1970	Etude de la lévitation électrodynamique utilisant des aimants supraconducteurs
1972	Tests de déplacements en lévitation, puis déplacement et LIM propulsion (ML100), puis prototype de véhicule (LSM200) avec propulsion LSM a aimants supraconducteurs
1975	Nouveau prototype avec propulsion LSM par aimants supraconducteurs (ML100A) avec absence totale de contact dans les phases de mouvement.
1977	Construction d'un centre d'essais, puis test du ML500 sur une voie construite en forme de T inversé.
1979	Simulations de passage en tunnel, tests de refroidissement à l'hélium, puis premier record de vitesse à 517km/h
1980	Nouveau véhicule MLU001 et nouvelle voie en forme de U
1981	Test de deux voitures
1982	Test de deux voitures habitées
1986	Test de trois voitures, la vitesse de 352.4km/h est atteinte
1987	Test de deux voitures non habitées, atteignant la vitesse de 405.3km/h, puis de 400.8km/h avec passagers à bord. Conception d'un nouveau prototype MLU002
1988	Test d'aiguillage
1989	Test des freins aérodynamiques, le prototype MLU002 atteint 394km/h
1990	Début de la construction d'une nouvelle voie dédiée aux MAGLEV plus longue
1991	Essais avec mise en place de lévitation sur murs latéraux
1993	Nouveau prototype MLU002N
1994	Ce prototype de véhicule atteint la vitesse de 431km/h

Depuis la vitesse de 520km/h a été dépassée.

La recherche et le développement de matériels à sustentation magnétique, au JAPON, peut donc se résumer en :

- une profonde volonté de faire aboutir ce projet
- une pérennité de plus de 35 années de recherche
- la construction de multiples prototypes de véhicules et de voies (trois voies dédiées dont la dernière de plusieurs dizaines de kilomètres).
- et donc des budgets conséquents.

ANNEXE 2 : APPROCHES THEORIQUES

Annexe 2 : Approches Théoriques	229
Annexe 2.A : Automatique	230
Annexes 2.A.1 : Correcteur PID	230
Annexe 2.A.2 : Filtre de PADE	232
Annexe 2.B : Modèles et Systèmes	233
Annexe 2.B.1 : Systèmes et formulation	233
Annexe 2.B.2 : Réserve de modèles	234
Annexe 2.C : Contrôle LQ, LQG et extensions	235
Annexe 2.C.1 : Principe d'événement certain	235
Annexe 2.C.2 : Matrice Hamiltonienne et équations de RICCATI - Filtre de KALMAN	236
Annexe 2.C.3 : Pré-information	241
Annexe 2.C.4 : Contrôle sous-optimal	244
Annexe 2.C.5 : Vision asymptotique du contrôle	246
Annexe 2.C.6 : Espace Etat et fonction de transfert	249
Annexe 2.C.7 : Le skyhook	250
Annexe 2.C.8 : Transfert et comportements en basses fréquences de systèmes actifs	252
Annexe 2.D : Théorie H_∞	254
Annexe 2.D.1 : les valeurs singulières	254
Annexe 2.D.2 : Contrôleur H_∞	255
Annexe 2.D.3 : La μ synthèse	258
Annexe 2.E : Robustesse	259
Annexe 2.E.1 : Performance et robustesse pour les contrôles Linear Quadratic	259
Annexe 2.E.2 : Théorie des sensibilités	261
Annexe 2.E.3 : Démonstrations de robustesse	263
Annexe 2.E.4 : Fonction de LYAPUNOV et caractère de stabilité	264
Annexe 2.E.5 : Exemples de comportements robustes	266
Annexe 2.F : Multilois	269
Annexe 2.F.1 : Logique Floue	269
Annexe 2.F.2 : Multilois	272
Annexe 2.F.3 : Analyse de la robustesse d'un multilois	275
Annexe 2.G : Contrôles optimaux non linéaires (Non linear and optimal control)	282
Annexe 2.G.1 : Présentation	282
Annexe 2.G.2 : Etude du cas linéaire	284
Annexe 2.G.3 : Saturation de la force	286
Annexe 2.G.4 : Saturation de la puissance	289
Annexe 2.G.5 : Saturations communes de la force et de la puissance	292
Annexe 2.G.6 : Contrôle semi-actif	298

ANNEXE 2.A : AUTOMATIQUE

ANNEXE 2.A.1 : CORRECTEUR PID

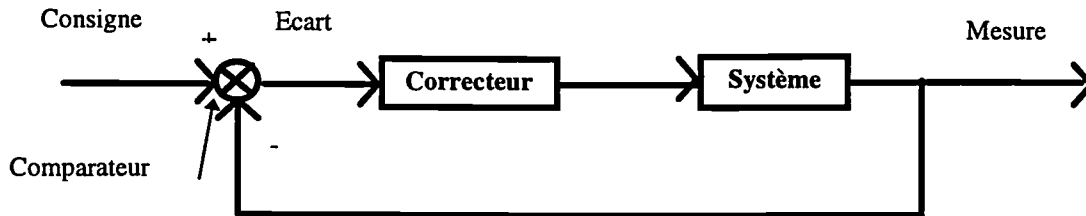


Figure A2.1 : Schéma d'asservissement

Nature du système :

Le système est de la forme suivante

$$H(s) = \frac{s + 1}{s^2 + 0.1s + 1} \quad \text{numérateur du premier ordre, dénominateur du second}$$

Nature et fonction de transfert du contrôleur :

Proportionnel : $G(s) = k_p$ (A2.1)

Proportionnel Intégral $G(s) = \left(k_p + \frac{k_i}{s} \right)$ (A2.2)

Proportionnel Dérivée $G(s) = (k_p + s.k_d)$ (A2.3)

Proportionnel Intégrale Dérivée $G(s) = \left(k_p + \frac{k_i}{s} + s.k_d \right)$ (A2.4)

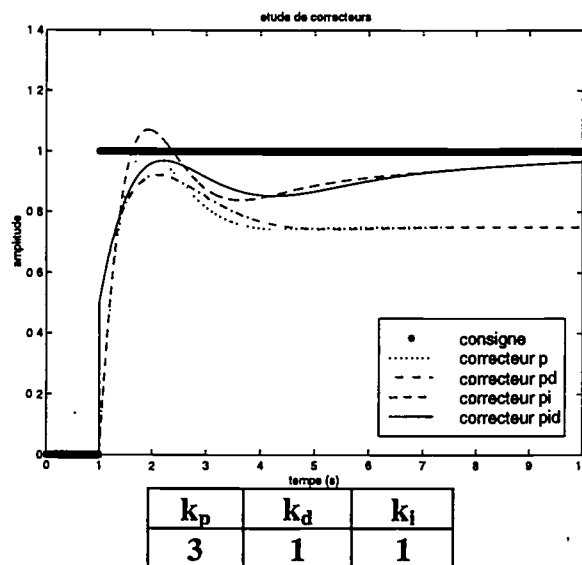


Figure A2.2: Réponses temporelles à une consigne de type échelon

Analyse des propriétés de ces 4 correcteurs :

- * Le correcteur proportionnel P assure la rapidité.
- * Le terme intégral I annule l'erreur statique E_{∞} (erreur infinie entre consigne et réponse, dans le cas d'une réponse impulsionnelle par exemple), au prix d'une plus grande lenteur, quand le retour intégral est prépondérant.
- * Le terme différentiateur D améliore la stabilité, et permet une correction forte dans toutes les zones transitoires.

De façon pragmatique, le correcteur P se règle en suivant, par exemple, l'évolution des pôles du système en boucle ouverte sur un lieu d'EVANS. Les actions D et I sont ensuite affinées, tout en conservant la stabilité de l'ensemble, en fonction des contraintes de vitesses, temps de montée du premier pic, fréquence de résonance, annulation d'erreur...

ANNEXE 2.A.2 : FILTRE DE PADE

Filtre décrivant un retard pur de temps τ .

Filtre ayant la fonction de transfert théorique : $G(s) = \frac{e^{-s\tau/2}}{e^{s\tau/2}}$, (A2.5)

dans la réalité, approximé par des développements limités de chacune des exponentielles.

Exemple de filtre de PADE d'ordre 2, pour un temps de retard τ

$$G(s) = \frac{1 - \left(\frac{s\tau}{2}\right) + \frac{1}{2!}\left(\frac{s\tau}{2}\right)^2}{1 + \left(\frac{s\tau}{2}\right) + \frac{1}{2!}\left(\frac{s\tau}{2}\right)^2} \quad (A2.6)$$

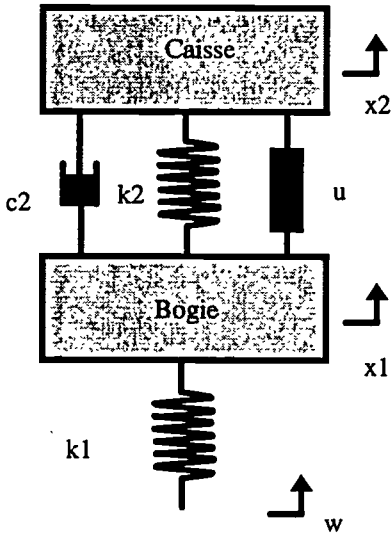
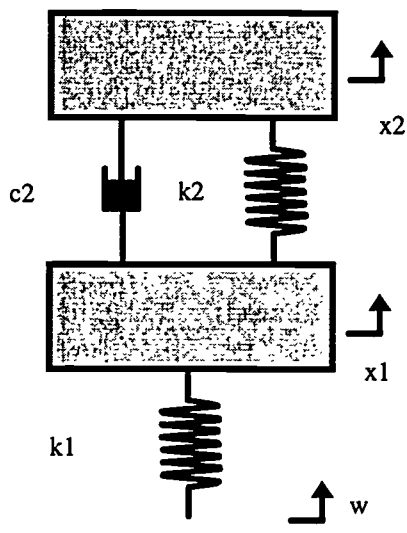
Exemple de filtre de PADE d'ordre 4, pour un temps de retard τ

$$G(s) = \frac{1 - \left(\frac{s\tau}{2}\right) + \frac{1}{2!}\left(\frac{s\tau}{2}\right)^2 - \frac{1}{3!}\left(\frac{s\tau}{2}\right)^3 + \frac{1}{4!}\left(\frac{s\tau}{2}\right)^4}{1 + \left(\frac{s\tau}{2}\right) + \frac{1}{2!}\left(\frac{s\tau}{2}\right)^2 + \frac{1}{3!}\left(\frac{s\tau}{2}\right)^3 + \frac{1}{4!}\left(\frac{s\tau}{2}\right)^4} \quad (A2.7)$$

N.B: Ces transferts peuvent également s'écrire en espace-état.

ANNEXE 2.B : MODELES ET SYSTEMES

ANNEXE 2.B.1 : SYSTEMES ET FORMULATION

Modèles	Modèle Système Actif	Modèle Système Passif
Schémas		
Equations différentielles du mouvement :	$\dot{\mathbf{X}} = \mathbf{A}\mathbf{X} + \mathbf{B}\mathbf{u} + \mathbf{G}\mathbf{w}$ (A2.8)	$\dot{\mathbf{X}} = \mathbf{A}\mathbf{X} + \mathbf{G}\mathbf{w}$ (A2.9)

Mise en équation : équation différentielle du mouvement pour le système actif

$$\begin{cases} m_2 \ddot{x}_2 + c_2 (\dot{x}_2 - \dot{x}_1) + k_2 (x_2 - x_1) = u \\ m_1 \ddot{x}_1 + c_2 (\dot{x}_1 - \dot{x}_2) + k_2 (x_1 - x_2) + k_1 (x_1 - w) = -u \end{cases} \quad (\text{A2.10})$$

Soit $\mathbf{X} = \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ \dot{x}_1 \\ \dot{x}_2 \end{bmatrix}$ vecteur d'état du système $\dot{\mathbf{X}} = \mathbf{A}\mathbf{X} + \mathbf{B}\mathbf{u} + \mathbf{G}\mathbf{w}$

$$\mathbf{A} = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ -(k_1 + k_2)/m_1 & k_2/m_1 & -c_2/m_1 & c_2/m_1 \\ k_2/m_2 & -k_2/m_2 & c_2/m_2 & -c_2/m_2 \end{bmatrix} \quad \mathbf{B} = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ -1/m_1 \\ 1/m_2 \end{bmatrix} \quad \mathbf{G} = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ k_1/m_1 \\ 0 \end{bmatrix} \quad (\text{A2.11})$$

NB : pour le cas passif, on prendra $u=0$.

ANNEXE 2.B.2 : RESERVE DE MODELES

Pour les modèles verticaux

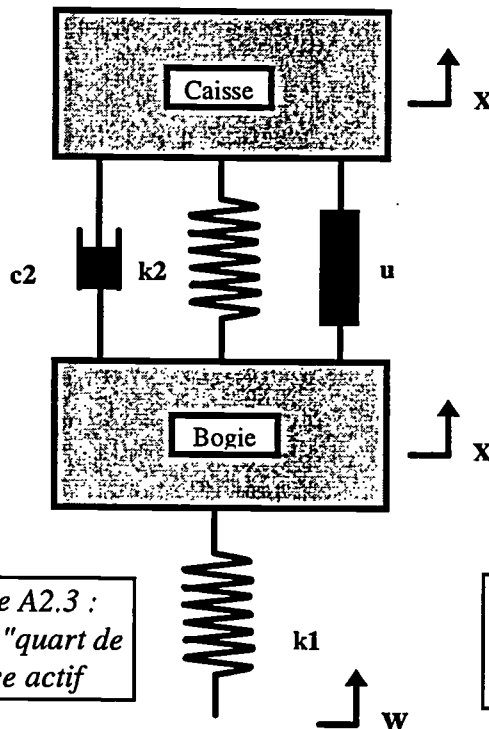


Figure A2.3 :
Modèle "quart de
caisse actif"

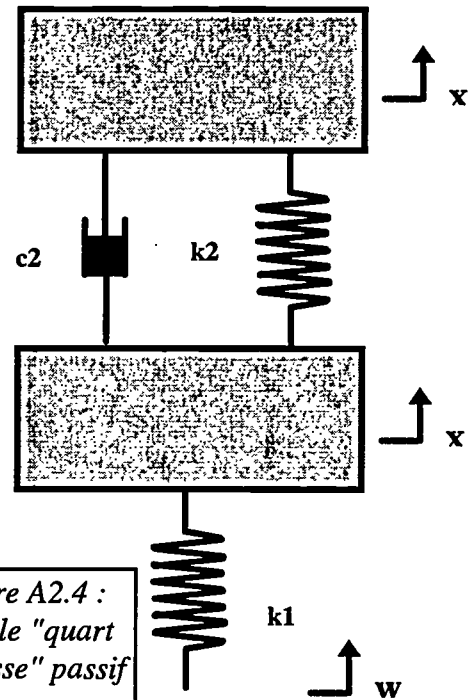
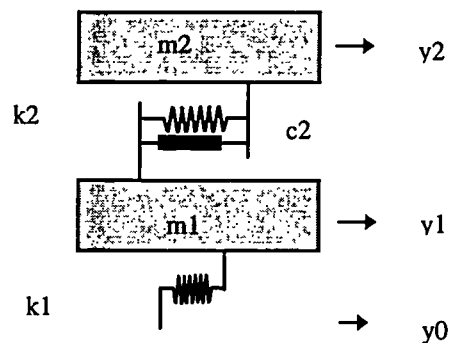


Figure A2.4 :
Modèle "quart
de caisse" passif

modèle	k1 (N/m)	k2 (N/m)	c1 (Ns/m)	c2 (Ns/m)	m1 (kg)	m2 (kg)
modèle 5	$1.09 \cdot 10^6$	$2 \cdot 10^5$		$4 \cdot 10^4$	3200	24700
modèle 6	$4.36 \cdot 10^6$	$6 \cdot 10^5$		$4 \cdot 10^4$	3200	24740

Pour les modèles transversaux :

Figure A2.5 : Modèle quart de
caisse actif, pour
comportements transversaux



modèle	k1 (N/m)	k2 (N/m)	c1 (Ns/m)	c2 (Ns/m)	m1 (kg)	m2 (kg)
modèle 4	$1.09 \cdot 10^6$	$2 \cdot 10^5$		0	3200	247000

ANNEXE 2.C : CONTROLE LQ, LQG ET EXTENSIONS

ANNEXE 2.C.1 : PRINCIPE D'ÉVENEMENT CERTAIN

Cette annexe évoque :

- le principe d'événement certain
- le caractère ergodique des signaux.

L'équation différentielle du mouvement est de la forme :

$$\dot{\mathbf{X}} = \mathbf{A}\mathbf{X} + \mathbf{B}\mathbf{u} + \mathbf{G}\mathbf{w}$$

Si w est un signal déterministe, il peut être pris en compte dans l'écriture de l'indice de coût (c'est en particulier ce qui se passe lors de la recherche de contrôle actif pré-informé).

L'indice de coût s'écrit :

$$\mathbf{J} = \frac{1}{2} \int_0^{\infty} (\mathbf{u}'\mathbf{R}\mathbf{u} + \mathbf{X}'\mathbf{Q}\mathbf{X} + \mathbf{w}'\mathbf{Z}\mathbf{w}) dt \quad (\text{A2.12})$$

Si w est un signal aléatoire de type bruit blanc, on ne le prend pas en compte dans l'écriture de l'indice de coût. On applique le principe d'événement certain, qui conduit à une utilisation des propriétés statistiques des signaux (en particulier l'ergodicité). On considère alors l'indice de coût comme une moyenne des intégrales de pondération sur les événements.

$$\text{L'indice s'écrit : } \mathbf{J} = \mathbf{E} \left[\frac{1}{2} \int_0^{\infty} (\mathbf{u}'\mathbf{R}\mathbf{u} + \mathbf{X}'\mathbf{Q}\mathbf{X}) dt \right] \quad (\text{A2.13})$$

Ce principe d'évènement certain a pour avantage de faire disparaître la référence déterministe lors de la recherche du contrôleur optimum. En effet, le signal déterministe est entièrement absent de toute formulation Hamiltonienne ou Lagrangienne.

Pour une justification théorique, on pourra consulter l'ouvrage de SAGE [SAG], ou la thèse de ROBERTI [ROB1].

ANNEXE 2.C.2 : MATRICE HAMILTONIENNE ET EQUATIONS DE RICCATI - FILTRE DE KALMAN

Matrice Hamiltonienne :

$$\text{Soit } \mathbf{H}_m = \begin{bmatrix} \mathbf{A} & -\mathbf{B}\mathbf{R}^{-1}\mathbf{B}^t \\ -\mathbf{Q} & -\mathbf{A}^t \end{bmatrix}, \quad (\text{A2.15})$$

Q symétrique positive, R symétrique définie positive

L'objet de cette annexe est la recherche d'une matrice K symétrique positive, solution de l'équation de Riccati associée à la matrice Hamiltonienne $\mathbf{H}_m$.

$$\dot{\mathbf{K}} = -\mathbf{K}\mathbf{A} - \mathbf{A}^t\mathbf{K} - \mathbf{Q} + \mathbf{K}\mathbf{B}\mathbf{R}^{-1}\mathbf{B}^t\mathbf{K} \quad (\text{A2.16})$$

Résolution d'une équation de Riccati par la méthode des vecteurs (tiré de [VIN])

Cette méthode est inspirée de la thèse de Vannier [VAN]. Nous proposons cependant ici une démonstration plus courte, et plus cohérente avec l'aspect mécanique du problème.

Remarque : l'écriture sous la forme d'une équation de Riccati n'est pas indispensable pour résoudre le problème. La simple écriture matricielle différentielle avec la matrice Hamiltonienne et l'hypothèse de linéarité suffit.

Rappels mathématiques :

Définition : une matrice $\mathbf{H}_m$ est dite Hamiltonienne ssi $\mathbf{H}_m = \mathbf{J}_m \mathbf{H}_m^t \mathbf{J}_m$ avec

$$\mathbf{J}_m = \begin{bmatrix} \mathbf{0} & -\mathbf{I} \\ \mathbf{I} & \mathbf{0} \end{bmatrix}$$

$$\mathbf{J}_m^2 = -\mathbf{I} \quad \mathbf{J}_m^t = -\mathbf{J}_m \quad \mathbf{J}_m^{-1} = -\mathbf{J}_m$$

Lemme : Pour chaque valeur propre λ_i d'une matrice Hamiltonienne, $-\lambda_i$ est aussi valeur propre. De plus, si ξ_i et ζ_i sont les vecteurs propres droits associés aux valeurs propres λ_i et respectivement $-\lambda_i$, alors $-\mathbf{J}\zeta_i$ et $\mathbf{J}\xi_i$ sont les vecteurs propres gauches normalisés pour λ_i et $-\lambda_i$.

Démonstration : $\mathbf{H}_m = \mathbf{J}_m \mathbf{H}_m^t \mathbf{J}_m$ par définition de $\mathbf{H}_m$

$$\mathbf{H}_m \xi_i = \lambda_i \xi_i = \mathbf{J}_m \mathbf{H}_m^t \mathbf{J}_m \xi_i \quad \text{soit} \quad (\mathbf{J}_m \xi_i)^t \mathbf{H}_m = -\lambda_i (\mathbf{J}_m \xi_i)^t$$

$(-\lambda_i)$ est valeur propre de $\mathbf{H}_m$ à gauche, associée au vecteur $\mathbf{J}_m \xi_i$. On obtient de même $\mathbf{H}_m \zeta_i = -\lambda_i \zeta_i$ et $(\mathbf{J}_m \zeta_i)^t \mathbf{H}_m = \lambda_i (\mathbf{J}_m \zeta_i)^t$. Afin d'utiliser la similitude de

transformation de la matrice pour H_m , il est nécessaire de normaliser l'ensemble bi-orthogonal formé par des vecteurs propres droits et gauches. $J_m \zeta_i$ est inadmissible comme vecteur propre gauche associé à λ_i puisque les deux relations de normalisation : $(J_m \zeta_i)^t \xi_i = 1$ et $(J_m \xi_i)^t \zeta_i = 1$ sont contradictoires. Puisque $-J \zeta_i$ pourrait très bien être un vecteur gauche pour H_m et puisque $(-J_m \zeta_i)^t \xi_i = (J_m \xi_i)^t \zeta_i = 1$ est une relation de normalisation compatible, $-J_m \zeta_i$ sera choisi comme étant le vecteur gauche normalisé pour λ_i .

Définition : Une matrice M est dite simplexe si $M^t J_m M = J_m$, ou encore si $-J_m M^t J_m = M^{-1}$

Théorème : Si une matrice Hamiltonienne H_m possède des valeurs propres distinctes, alors

il existe une matrice simplexe P telle que $P^{-1} H_m P = \begin{bmatrix} \Lambda & 0 \\ 0 & -\Lambda \end{bmatrix} = D$

avec $\forall i, \text{Re}(\lambda_i) > 0$ et $\Lambda = \text{diag}[\lambda_1 \quad \lambda_2 \quad \dots \quad \lambda_n]$. On dit que H est semblable "simplexement" à une matrice diagonale.

Revenons à notre démonstration : on désire connaître les valeurs asymptotiques de l'équation différentielle matricielle :

$$\begin{pmatrix} \dot{X} \\ \dot{\lambda} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} A & -B R^{-1} B^t \\ -Q & -A^t \end{pmatrix} \begin{pmatrix} X \\ \lambda \end{pmatrix} \quad \text{que l'on écrit aussi sous la forme} \quad \begin{pmatrix} \dot{X} \\ \dot{\lambda} \end{pmatrix} = H_m \begin{pmatrix} X \\ \lambda \end{pmatrix}$$

avec H_m matrice Hamiltonienne.

Par définition de l'exponentielle matricielle, la solution de l'équation sera

$$\begin{pmatrix} X(t) \\ \lambda(t) \end{pmatrix} = \exp(H_m t) \begin{pmatrix} X(0) \\ \lambda(0) \end{pmatrix}$$

Rappelons la définition de l'exponentielle matricielle : $\exp(H_m t) = \sum_{n=0}^{\infty} \frac{H_m^n}{n!} t^n$, avec

$$H_m = P D P^{-1}, \quad \exp(H_m t) = \sum_{n=0}^{\infty} \frac{(P D P^{-1})^n}{n!} t^n = P \left(\sum_{n=0}^{\infty} \frac{D^n}{n!} t^n \right) P^{-1} = P \exp(D t) P^{-1}$$

On a donc :

$$\begin{pmatrix} X(t) \\ \lambda(t) \end{pmatrix} = \exp(H_m t) \begin{pmatrix} X(0) \\ \lambda(0) \end{pmatrix} = P \exp(D t) P^{-1} \begin{pmatrix} X(0) \\ \lambda(0) \end{pmatrix} = P \begin{bmatrix} \exp(\Lambda t) & 0 \\ 0 & \exp(-\Lambda t) \end{bmatrix} P^{-1} \begin{pmatrix} X(0) \\ \lambda(0) \end{pmatrix}$$

H_m étant une matrice Hamiltonienne, et P étant une matrice simplexe, P vérifie

$$\mathbf{P}^{-1} = -\mathbf{J}_m \mathbf{P}^t \mathbf{J}_m \quad \text{et } \mathbf{P} = [\xi_1, \xi_2, \dots, \xi_n, \zeta_1, \zeta_2, \dots, \zeta_n]$$

$$\text{donc pour } \mathbf{P} = \begin{bmatrix} \mathbf{P}_{11} & \mathbf{P}_{12} \\ \mathbf{P}_{21} & \mathbf{P}_{22} \end{bmatrix} \quad \text{on a } \mathbf{P}^{-1} = \begin{bmatrix} \mathbf{P}_{22}^t & -\mathbf{P}_{12}^t \\ -\mathbf{P}_{21}^t & \mathbf{P}_{11}^t \end{bmatrix}$$

et en utilisant ces partitions de $\mathbf{P}$, on obtient

$$\begin{pmatrix} \mathbf{X}(t) \\ \lambda(t) \end{pmatrix} = \begin{bmatrix} \mathbf{P}_{11} & \mathbf{P}_{12} \\ \mathbf{P}_{21} & \mathbf{P}_{22} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \exp(\Lambda t) & \mathbf{0} \\ \mathbf{0} & \exp(-\Lambda t) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \mathbf{P}_{22}^t & -\mathbf{P}_{12}^t \\ -\mathbf{P}_{21}^t & \mathbf{P}_{11}^t \end{bmatrix} \begin{pmatrix} \mathbf{X}(0) \\ \lambda(0) \end{pmatrix}$$

$$\begin{pmatrix} \mathbf{X}(t) \\ \lambda(t) \end{pmatrix} = \begin{bmatrix} \mathbf{P}_{11} \exp(\Lambda t) \mathbf{P}_{22}^t - \mathbf{P}_{12} \exp(-\Lambda t) \mathbf{P}_{21}^t & -\mathbf{P}_{11} \exp(\Lambda t) \mathbf{P}_{12}^t + \mathbf{P}_{12} \exp(-\Lambda t) \mathbf{P}_{11}^t \\ \mathbf{P}_{21} \exp(\Lambda t) \mathbf{P}_{22}^t - \mathbf{P}_{22} \exp(-\Lambda t) \mathbf{P}_{21}^t & -\mathbf{P}_{21} \exp(\Lambda t) \mathbf{P}_{12}^t + \mathbf{P}_{22} \exp(-\Lambda t) \mathbf{P}_{11}^t \end{bmatrix} \begin{pmatrix} \mathbf{X}(0) \\ \lambda(0) \end{pmatrix}$$

Rappel de la contrainte mécanique et mathématique de convergence : le système doit être stable et tendre à l'infini vers 0 $\Rightarrow$ lorsque t tend vers l'infini, $\mathbf{X}$ doit tendre vers 0.

Or quand t tend vers l'infini, $\exp(-\Lambda t)$ tend vers la matrice nulle, puisque $\Lambda = \text{diag}[\lambda_1 \quad \lambda_2 \quad \dots \quad \lambda_n]$ avec $\text{Re}(\lambda_i) > 0$; $\mathbf{X}(t)$ tend alors vers

$$\mathbf{P}_{11} \exp(\Lambda t) (\mathbf{P}_{22}^t \mathbf{X}(0) - \mathbf{P}_{12}^t \lambda(0)) = \mathbf{0}, \quad \text{quantité qui sera nulle à l'infini ssi}$$

$$(\mathbf{P}_{22}^t \mathbf{X}(0) - \mathbf{P}_{12}^t \lambda(0)) = \mathbf{0} \quad \text{puisque } \mathbf{P}_{11} \text{ est non nulle.}$$

On cherche $\mathbf{K}$ constant, solution de $\lambda(t) = \mathbf{KX}(t)$ $\mathbf{K}$ symétrique positive

$$\text{Soit } \mathbf{P}_{22}^t - \mathbf{P}_{12}^t \mathbf{K} = \mathbf{0}$$

$$\Rightarrow \mathbf{K} = \mathbf{P}_{22} \mathbf{P}_{12}^{-1}$$

La solution s'exprime donc en fonction des vecteurs propres de la matrice Hamiltonienne associés à des valeurs propres à partie réelle négative.

Condition de stabilité et de convergence :

$$\text{Observons une transformation de Laplace : } \mathbf{X} = \int_0^\infty \mathbf{x}(t) \exp(-st) dt \quad (\text{A2.17})$$

$$\text{Le système devient } s * \text{Id} * \begin{pmatrix} \mathbf{X} \\ \lambda \end{pmatrix} = \mathbf{H}_m * \begin{pmatrix} \mathbf{X} \\ \lambda \end{pmatrix} \quad \text{soit encore } (s * \text{Id} - \mathbf{H}_m) * \begin{pmatrix} \mathbf{X} \\ \lambda \end{pmatrix} = \mathbf{0}$$

Il existe une solution non triviale si et seulement si $\det(s * \text{Id} - \mathbf{H}_m) = 0$ c'est-à-dire si s est valeur propre de la matrice $\mathbf{H}_m$.

On est alors assuré de la stabilité du système, de la convergence, si s est à partie réelle strictement négative (indispensable pour la convergence de l'intégrale

$$\mathbf{X} = \int_0^\infty \mathbf{x}(t) \exp(-st) dt$$

Remarque : Connaissant par ailleurs la propriété de symétrie de la matrice K, on vient de démontrer que la relation $\lambda = KX$ de linéarité des variables est valable $\forall t$, y compris $t=0$.

Remarque : l'équation de JAMESON se résout en utilisant le théorème de CAYLEY HAMILTON : le polynôme caractéristique de la matrice A est un polynôme annulateur de la matrice.

filtre de KALMAN

soit le système dynamique observé suivant :

$$\begin{cases} \dot{\mathbf{X}} = \mathbf{A}\mathbf{X} + \mathbf{D}\mathbf{w} \\ \mathbf{Y} = \mathbf{C}\mathbf{X} + \mathbf{v} \end{cases} \quad (\text{A2.18})$$

La matrice d'observabilité C est supposée non inversible (elle-même généralement non carrée). Les bruits w et v sont supposés non corrélés.

$$\begin{aligned} \mathbf{E}[\mathbf{w}(t)\mathbf{w}(\tau)^t] &= \mathbf{V}_1(t)\delta(t - \tau) & \mathbf{E}[\mathbf{v}(t)\mathbf{v}(\tau)^t] &= \mathbf{V}_2(t)\delta(t - \tau) & (\text{A2.19}) \\ \mathbf{E}[\mathbf{w}(t)\mathbf{v}(t)^t] &= \mathbf{0} \end{aligned}$$

On cherche un estimateur du système, ce qui signifie que l'on cherche un vecteur $\hat{\mathbf{X}}$ estimant à chaque instant t le vecteur X d'état du système. On suppose a priori que $\hat{\mathbf{X}}$ vérifiera une équation différentielle de la forme :

$$\dot{\hat{\mathbf{X}}} = \mathbf{F}\hat{\mathbf{X}} + \mathbf{Z}\mathbf{Y} \quad (\text{A2.20})$$

Première condition sur l'estimateur:

L'estimateur doit avoir la même moyenne que le vecteur à estimer.

$$\mathbf{E}[\mathbf{X}] = \mathbf{E}[\hat{\mathbf{X}}] \quad (\text{A2.21})$$

Ce qui implique $\mathbf{F} + \mathbf{ZC} = \mathbf{A}$ Soit $\mathbf{F} = \mathbf{A} - \mathbf{ZC}$ (A2.22)

Une seule matrice est alors à déterminer : la matrice Z. On la recherche moyennant la deuxième hypothèse sur le filtre

Deuxième hypothèse :

Le filtre de KALMAN permet d'obtenir un estimateur qui minimise la variance de l'erreur

par rapport au vecteur estimé. $\dot{\hat{\mathbf{X}}} = (\mathbf{A} - \mathbf{ZC})\hat{\mathbf{X}} + \mathbf{Z}\mathbf{Y}$ (A2.23)

Soit $\mathbf{P} = \mathbf{E}[(\mathbf{X} - \hat{\mathbf{X}})(\mathbf{X} - \hat{\mathbf{X}})^t | \mathbf{Y}]$: la variance de l'erreur entre vecteur d'état et estimateur, sachant que le vecteur d'observation est contenu dans Y.

Soit ε l'erreur d'estimation : $\varepsilon = \mathbf{X} - \hat{\mathbf{X}}$ (A2.24)

ε vérifie l'équation différentielle $\dot{\varepsilon} = (\mathbf{A} - \mathbf{ZC})\varepsilon + \mu$ (A2.24)

avec $\mu = \mathbf{D}\mathbf{w} - \mathbf{Z}\mathbf{v}$ (A2.25)

Les variances $\mathbf{E}[\mu(t)\mu(t)^t] = \mathbf{D}\mathbf{V}_1\mathbf{D}^t + \mathbf{Z}\mathbf{V}_2\mathbf{Z}^t$ (A2.26)

$$\text{et } \dot{\mathbf{P}} = (\mathbf{A} - \mathbf{ZC})\mathbf{P} + \mathbf{P}(\mathbf{A} - \mathbf{ZC})^t + \mathbf{D}\mathbf{V}_1\mathbf{D}^t + \mathbf{Z}\mathbf{V}_2\mathbf{Z}^t \quad (\text{A2.27})$$

$$\text{Critère d'erreur et minimisation : soit } \mathbf{J} = \text{tr}(\text{var}(\epsilon)) = \text{tr}(\mathbf{P}) \quad (\text{A2.28})$$

On recherche $\mathbf{Z}$ qui minimise $\mathbf{J}$ pour tout instant t , on recherche donc $\mathbf{Z}$ tel que

$$\frac{d}{d\mathbf{Z}} \left(\frac{d\mathbf{J}}{dt} \right) = \mathbf{0} \quad (\text{A2.29})$$

$$\text{On aboutit alors à la formule } \mathbf{Z} = \mathbf{P}\mathbf{C}^t\mathbf{V}_2^{-1} \quad (\text{A2.30})$$

l'estimateur à variance minimale, obtenu par le filtre de KALMAN vérifie donc :

$$\begin{cases} \dot{\hat{\mathbf{X}}} = \mathbf{A}\hat{\mathbf{X}} + \mathbf{Z}(\mathbf{Y} - \mathbf{C}\hat{\mathbf{X}}) \\ \mathbf{Z} = \mathbf{P}\mathbf{C}^t\mathbf{V}_2^{-1} \\ \dot{\mathbf{P}} = \mathbf{A}\mathbf{P} + \mathbf{P}\mathbf{A}^t + \mathbf{D}\mathbf{V}_1\mathbf{D}^t - \mathbf{P}\mathbf{C}^t\mathbf{V}_2^{-1}\mathbf{C}\mathbf{P} \end{cases} \quad (\text{A2.31})$$

Soit à horizon infini

$$\begin{cases} \dot{\hat{\mathbf{X}}} = \mathbf{A}\hat{\mathbf{X}} + \mathbf{Z}(\mathbf{Y} - \mathbf{C}\hat{\mathbf{X}}) \\ \mathbf{Z} = \mathbf{P}\mathbf{C}^t\mathbf{V}_2^{-1} \\ \mathbf{0} = \mathbf{A}\mathbf{P} + \mathbf{P}\mathbf{A}^t + \mathbf{D}\mathbf{V}_1\mathbf{D}^t - \mathbf{P}\mathbf{C}^t\mathbf{V}_2^{-1}\mathbf{C}\mathbf{P} \end{cases}$$

ANNEXE 2.C.3 : PRE-INFORMATION

La démonstration fournie dans cette annexe a été largement inspirée de l'article de HUISMANN [HUI]. Elle présente l'algorithme de recherche d'un contrôle actif pré-informé.

Démonstration :

Soit l'équation différentielle du mouvement : $\dot{\mathbf{X}} = \mathbf{A}\mathbf{X} + \mathbf{B}\mathbf{u} + \mathbf{G}\mathbf{w}$, où $\mathbf{w}$ n'est plus considéré comme un signal aléatoire, mais comme un signal déterministe. Le signal $\mathbf{w}$ peut en particulier être mesuré m mètres en amont de la suspension active, dans le cas d'un véhicule ferroviaire.

$$\text{Fonctionnelle quadratique : } \mathbf{J} = \frac{1}{2} \int (\mathbf{X}'\mathbf{Q}\mathbf{X} + \mathbf{u}'\mathbf{R}\mathbf{u} + 2\mathbf{X}'\mathbf{N}\mathbf{u}) dt \quad (\text{A2.32})$$

Remarque : plus aucune variable n'est maintenant aléatoire, la recherche de moyennes sur les échantillons ($E[\cdot]$) a disparu de l'écriture de la fonctionnelle quadratique, et le Hamiltonien tient maintenant compte du signal de défauts.

$$\mathbf{H} = \frac{1}{2} (\mathbf{X}'\mathbf{Q}\mathbf{X} + \mathbf{u}'\mathbf{R}\mathbf{u} + 2\mathbf{X}'\mathbf{N}\mathbf{u}) + \lambda' (\mathbf{A}\mathbf{X} + \mathbf{B}\mathbf{u} + \mathbf{G}\mathbf{w} - \dot{\mathbf{X}}) \quad (\text{A2.33})$$

$$\text{Conduisant aux équations : } \begin{cases} \dot{\mathbf{X}} = \mathbf{A}\mathbf{X} + \mathbf{B}\mathbf{u} + \mathbf{G}\mathbf{w} \\ \dot{\lambda} = -\mathbf{A}'\lambda - \mathbf{Q}\mathbf{X} - \mathbf{N}\mathbf{u} \\ \mathbf{u} = -\mathbf{R}^{-1}(\mathbf{N}'\mathbf{X} + \mathbf{B}'\lambda) \end{cases} \quad (\text{A2.34})$$

$$\begin{cases} \dot{\mathbf{X}} = (\mathbf{A} - \mathbf{B}\mathbf{R}^{-1}\mathbf{N}')\mathbf{X} - \mathbf{B}\mathbf{R}^{-1}\mathbf{B}'\lambda + \mathbf{G}\mathbf{w} \\ \dot{\lambda} = -(\mathbf{Q} - \mathbf{N}\mathbf{R}^{-1}\mathbf{N}')\mathbf{X} - (\mathbf{A} - \mathbf{B}\mathbf{R}^{-1}\mathbf{B}')'\lambda \end{cases} \quad (\text{A2.35})$$

$$\text{Posons, } \begin{cases} \mathbf{A}_d = \mathbf{A} - \mathbf{B}\mathbf{R}^{-1}\mathbf{N}' \\ \mathbf{Q}_d = \mathbf{Q} - \mathbf{N}\mathbf{R}^{-1}\mathbf{N}' \end{cases} \quad (\text{A2.36})$$

$$\begin{cases} \dot{\mathbf{X}} = \mathbf{A}_d\mathbf{X} - \mathbf{B}\mathbf{R}^{-1}\mathbf{B}'\lambda + \mathbf{G}\mathbf{w} \\ \dot{\lambda} = -\mathbf{Q}_d\mathbf{X} - \mathbf{A}_d'\lambda \end{cases} \quad (\text{A2.37})$$

Et soit $\mathbf{P}$ la solution de RICCATI stationnaire :

$$\dot{\mathbf{P}} = \mathbf{0} \quad (\text{A2.38})$$

$$\mathbf{A}_d'\mathbf{P} + \mathbf{P}\mathbf{A}_d + \mathbf{Q}_d - \mathbf{P}\mathbf{B}\mathbf{R}^{-1}\mathbf{B}'\mathbf{P} = \mathbf{0} \quad (\text{A2.39})$$

Le vecteur $\mathbf{r}$, $\mathbf{r} = \lambda - \mathbf{P}\mathbf{X}$, est le résidu, dépendant du temps, obtenu par soustraction au multiplicateur de LAGRANGE de la quantité du multiplicateur établie pour un contrôle à

horizon infini. On peut le comprendre comme une différence entre une quantité tabulée pour un contrôle à horizon infini et un contrôle à horizon fini.

$$\dot{\mathbf{r}} = \dot{\boldsymbol{\lambda}} - \mathbf{P}\dot{\mathbf{X}} \quad (\text{A2.40})$$

$$\dot{\mathbf{r}} = -(\mathbf{A}_d - \mathbf{B}\mathbf{R}^{-1}\mathbf{B}'\mathbf{P})^t \boldsymbol{\lambda} + (-\mathbf{P}\mathbf{A}_d - \mathbf{Q}_d)\mathbf{X} + \mathbf{P}\mathbf{G}\mathbf{w} \quad (\text{A2.41}^\circ)$$

$$\dot{\mathbf{r}} = -(\mathbf{A}_d - \mathbf{B}\mathbf{R}^{-1}\mathbf{B}'\mathbf{P})^t \boldsymbol{\lambda} + (\mathbf{A}_d - \mathbf{B}\mathbf{R}^{-1}\mathbf{B}')^t \mathbf{P}\mathbf{X} + \mathbf{P}\mathbf{G}\mathbf{w} \quad (\text{A2.42})$$

$$\dot{\mathbf{r}} = -\mathbf{A}_g^t \mathbf{r} + \mathbf{P}\mathbf{G}\mathbf{w} \quad \mathbf{A}_g = \mathbf{A}_d - \mathbf{B}\mathbf{R}^{-1}\mathbf{B}'\mathbf{P} \quad (\text{A2.43})$$

A horizon infini, on obtient la formulation :

$$\mathbf{r}(\mathbf{t}) = \int_0^\infty \exp(-\mathbf{A}_g^t \sigma) \mathbf{P}\mathbf{G}\mathbf{w}(\mathbf{t} + \sigma) d\sigma \quad (\text{A2.44})$$

Et si le temps de préinformation est fini, on obtient le résultat suivant, comme indiqué article SHARP [SHA]

Temps t_i de préinformation,

$$\mathbf{r}(\mathbf{t}) = \int_0^{t_i} \exp(-\mathbf{A}_g^t \sigma) \mathbf{P}\mathbf{G}\mathbf{w}(\mathbf{t} + \sigma) d\sigma \quad (\text{A2.45})$$

$$\dot{\mathbf{X}} = \mathbf{A}_d \mathbf{X} - \mathbf{B}\mathbf{R}^{-1}\mathbf{B}'\boldsymbol{\lambda} + \mathbf{G}\mathbf{w} \quad (\text{A2.46})$$

$$\dot{\mathbf{X}} = \mathbf{A}_d \mathbf{X} - \mathbf{B}\mathbf{R}^{-1}\mathbf{B}'\mathbf{P}\mathbf{X} - \mathbf{B}\mathbf{R}^{-1}\mathbf{B}'\mathbf{r} + \mathbf{G}\mathbf{w} \quad (\text{A2.47})$$

$$\dot{\mathbf{X}} = \mathbf{A}_g \mathbf{X} - \mathbf{B}\mathbf{R}^{-1}\mathbf{B}'\mathbf{r} + \mathbf{G}\mathbf{w} \quad (\text{A2.48})$$

Soit ramené à une expression plus conventionnelle

$$\dot{\mathbf{X}} = \mathbf{A}\mathbf{X} + \mathbf{B}\mathbf{u} + \mathbf{G}\mathbf{w} \quad (\text{A2.49})$$

$$\mathbf{u} = -\mathbf{R}^{-1}((\mathbf{N}^t + \mathbf{B}'\mathbf{P})\mathbf{X} + \mathbf{B}'\mathbf{r}) \quad (\text{A2.50})$$

Le terme $\mathbf{R}^{-1}\mathbf{B}'\mathbf{r}$ traduit la participation du feedforward.

La pré-information permet d'accroître le gain du contrôle, par réduction des valeurs rms de signal (réduction de 35% supplémentaire de l'indice de coût par rapport au cas actif, comme souligné dans le texte au paragraphe 2.1.4.1.).

Les forces de contrôle sont différentes pour les lois actives et actives pré-informées, comme indiqué sur la courbe 4. Enfin, dans le cas pré-informé, l'effort à fournir est combinaison de deux composantes : une composante de feedback et une composante de feedforward, chacune des participations n'étant pas négligeable dans la somme.

La figure A2.8 présente les réductions des accélérations du mobile. Si l'action de la pré-information est faible sur de petites l'amplitudes, les effets sont plus intéressants sur les grandes amplitudes, la pré-information permettant de plus grandes atténuations en ces zones, soit une réduction de l'indice de coût.

La figure A2.9 montre que les contrôles ont globalement même forme, avec quelques actions correctrices qui permettent de faire la différence d'indice de coût.

La pré-information a donc une action bénéfique.

Résultats de simulation :

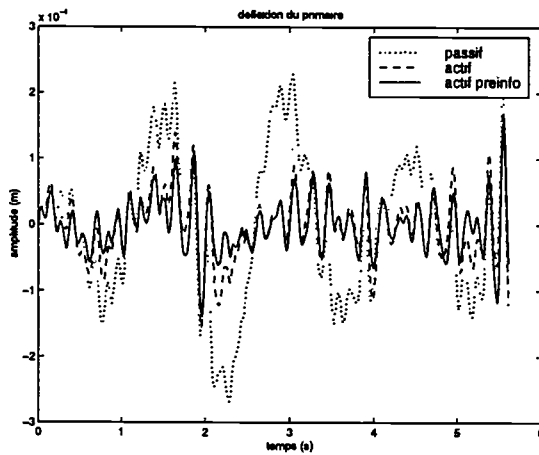


Figure A2.6 :
Déflexion de suspension primaire

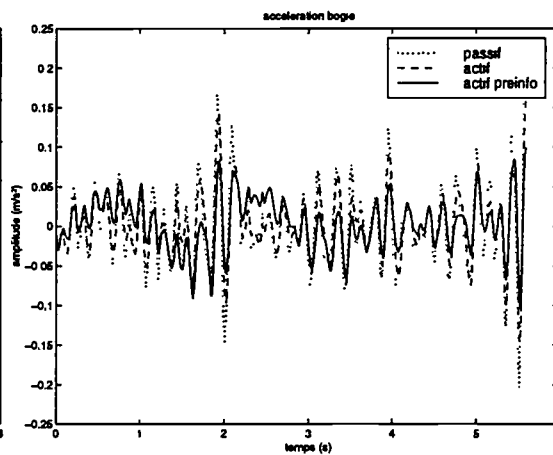


Figure A2.7 :
Accélération de bogie

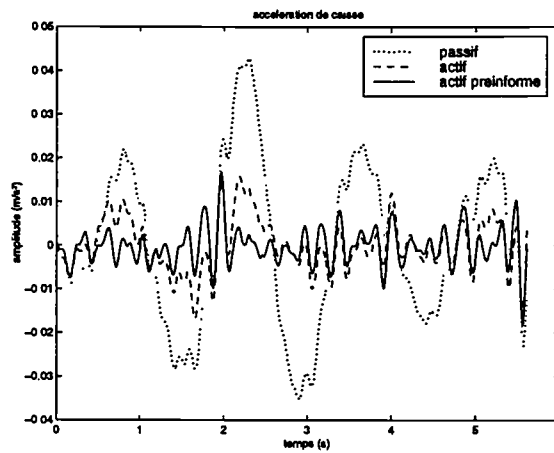


Figure A2.8 : *Accélération de caisse*

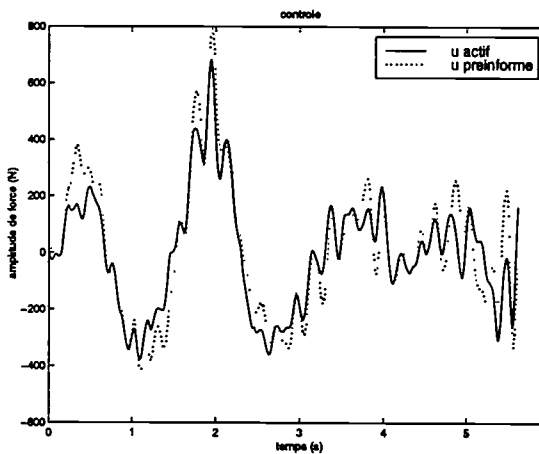


Figure A2.9 : *Comparaison des contrôles*

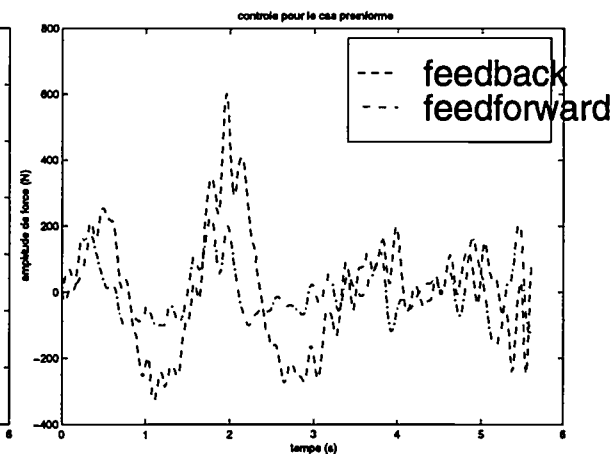


Figure A2.10 :
Composantes de feedback et feedforward

ANNEXE 2.C.4 : CONTROLE SOUS-OPTIMAL

L'objet de cette annexe est la présentation d'un algorithme de recherche de contrôle sous-optimal.

Soit la formulation des contrôles classiques et sous-optimaux

Formulation du contrôle optimal classique :

$$\dot{\mathbf{X}}^* = (\mathbf{A} + \mathbf{BK}^*)\mathbf{X}^* + \mathbf{Dw} \quad \text{avec} \quad \mathbf{u} = \mathbf{BK}^*\mathbf{X}^* \quad (\text{A2.51})$$

Le signe * derrière les lettres K et X signifie que l'on considère la solution optimale du contrôle.

Formulation du contrôle sous optimal : contrôle proportionnel à une fraction de l'état uniquement

$$\dot{\mathbf{X}} = (\mathbf{A} + \mathbf{BK})\mathbf{X} + \mathbf{Dw} \quad \text{avec} \quad \begin{cases} \mathbf{Y} = \mathbf{CX} \dots \text{observation} \\ \mathbf{u} = \mathbf{MY} = \mathbf{KX} \dots \text{contrôle} \end{cases} \quad (\text{A2.52}) \quad \mathbf{K} = \mathbf{MC}$$

Les résultats suivants apparaissent dans la thèse de ROBERTI [ROB1], dans l'article de KOSUT [KOS]. Ce sont ces ouvrages qui nous ont conduits à proposer cette démonstration.

Démonstration

Définissons une erreur $\mathbf{e} = \mathbf{X}^* - \mathbf{X}$ entre état pour le système optimal et état pour le système sous-optimal

$$\text{Cette erreur vérifie l'équation différentielle} \quad \dot{\mathbf{e}} = (\mathbf{A} + \mathbf{BK})\mathbf{e} + \mathbf{B}(\mathbf{K}^* - \mathbf{K})\mathbf{X}^* \quad (\text{A2.53})$$

$$\text{Soit encore} \quad \dot{\mathbf{e}} = (\mathbf{A} + \mathbf{BK})\mathbf{e} + \mathbf{Bq} \quad \text{avec} \quad \mathbf{q} = (\mathbf{K}^* - \mathbf{K})\mathbf{X}^* \quad (\text{A2.54})$$

où q joue le rôle d'une perturbation, dont on souhaite minimiser la valeur quadratique.

$$\text{Soit } \mathbf{J} = \frac{1}{2} \int_0^\infty (\mathbf{q}^t \mathbf{R} \mathbf{q}) dt \quad \text{une telle fonctionnelle quadratique, avec R symétrique positive.} \quad (\text{A2.55})$$

$$\Phi = \frac{1}{2} \mathbf{X}^{*t} (\mathbf{K} - \mathbf{K}^*) \mathbf{R} (\mathbf{K} - \mathbf{K}^*) + \lambda^t \left((\mathbf{A} + \mathbf{BK}^*) \mathbf{X}^* - \dot{\mathbf{X}}^* \right) \quad (\text{A2.56})$$

ϕ potentiel de Lagrange permettant la formulation des équations de LAGRANGE:

$$\begin{cases} \dot{\mathbf{X}}^* = (\mathbf{A} + \mathbf{BK}^*) \mathbf{X}^* \\ \dot{\lambda} = -(\mathbf{K} - \mathbf{K}^*)^t \mathbf{R} (\mathbf{K} - \mathbf{K}^*) \mathbf{X}^* - (\mathbf{A} + \mathbf{BK}^*)^t \lambda \end{cases} \quad (\text{A2.57})$$

L'équation de RICCATI, qui est en fait une équation de LYAPUNOV, dans ce cas (sous l'hypothèse d'horizon infini)

$$(\mathbf{A} + \mathbf{BK}^*)^t \mathbf{P} + \mathbf{P}(\mathbf{A} + \mathbf{BK}^*) + (\mathbf{K} - \mathbf{K}^*)^t \mathbf{R} (\mathbf{K} - \mathbf{K}^*) = \mathbf{0} \quad (\text{A2.58})$$

$$\text{Que l'on note encore } \mathbf{g}(\mathbf{M}, \mathbf{P}) = (\mathbf{A} + \mathbf{BK}^*)^t \mathbf{P} + \mathbf{P}(\mathbf{A} + \mathbf{BK}^*) + (\mathbf{K} - \mathbf{K}^*)^t \mathbf{R} (\mathbf{K} - \mathbf{K}^*) = \mathbf{0}$$

KOSUT montre que J peut aussi s'écrire sous la forme $J = \frac{1}{2} \mathbf{X}_0' \mathbf{P} \mathbf{X}_0$ (voir aussi annexe LYANOUNOV 2.E.4)

Minimiser J revient donc à minimiser $\text{tr}(\mathbf{P})$ sous réserve de vérifier la dernière équation de RICCATI.

Soit $\mathbf{g}(\mathbf{M}, \mathbf{P}, \mathbf{F}) = \text{tr}(\mathbf{P}) + \sum_{ij} \mathbf{F}_{ij} \mathbf{g}_{ij}(\mathbf{M}, \mathbf{P}),$ (A2.59)

ou P est une matrice de multiplicateurs de LAGRANGE.

$\mathbf{h}(\mathbf{M}, \mathbf{P}, \mathbf{F}) = \text{tr}(\mathbf{P}) + \text{tr}(\mathbf{F}' \mathbf{g}(\mathbf{M}, \mathbf{P}))$ (A2.60)

Minimisation de la fonctionnelle : elle répond aux trois équations (A2.61)

$$\begin{cases} \frac{\partial \mathbf{h}}{\partial \mathbf{M}} = \mathbf{0} \\ \frac{\partial \mathbf{h}}{\partial \mathbf{P}} = \mathbf{0} \\ \frac{\partial \mathbf{h}}{\partial \mathbf{F}} = \mathbf{0} \end{cases} \quad (\text{A2.61})$$

$\mathbf{h} = \text{tr} \left(\mathbf{P} + \mathbf{F}' \left((\mathbf{A} + \mathbf{B} \mathbf{K}^*)' \mathbf{P} + \mathbf{P} (\mathbf{A} + \mathbf{B} \mathbf{K}^*) + (\mathbf{M} \mathbf{C} - \mathbf{K}^*)' \mathbf{R} (\mathbf{M} \mathbf{C} - \mathbf{K}^*) \right) \right)$

$\frac{\partial \mathbf{h}}{\partial \mathbf{P}} = \mathbf{I} + (\mathbf{A} + \mathbf{B} \mathbf{K}^*) \mathbf{F} + \mathbf{F} (\mathbf{A} + \mathbf{B} \mathbf{K}^*)' = \mathbf{0}$ (A2.62)

$\frac{\partial \mathbf{h}}{\partial \mathbf{F}} = (\mathbf{A} + \mathbf{B} \mathbf{K}^*)' \mathbf{P} + \mathbf{P} (\mathbf{A} + \mathbf{B} \mathbf{K}^*) + (\mathbf{K} - \mathbf{K}^*)' \mathbf{R} (\mathbf{K} - \mathbf{K}^*) = \mathbf{0}$ (A2.63)

$\frac{\partial \mathbf{h}}{\partial \mathbf{M}} = \mathbf{R} \mathbf{M} \mathbf{C} \mathbf{F}' \mathbf{C}' + \mathbf{R}' \mathbf{M} \mathbf{F} \mathbf{C}' - \mathbf{R} \mathbf{K}^* \mathbf{F}' \mathbf{C}' - \mathbf{R} \mathbf{K}^* \mathbf{F} \mathbf{C}'$ (A2.64)

Comme R est symétrique inversible, et K,P sont symétriques $\mathbf{M} = \mathbf{K}^* \mathbf{F} \mathbf{C}' (\mathbf{C} \mathbf{F} \mathbf{C}')^{-1}$ (A2.65)

Complément mathématique : Dérivation matricielle de traces

Soit Q la matrice par rapport à laquelle on souhaite dériver les traces suivantes, Q,A,B matrices carrées.

$\text{tr}(\mathbf{A} \mathbf{Q}) = \sum_{ij} \mathbf{A}_{ij} \mathbf{Q}_{ji}$ $\frac{\partial \text{tr}(\mathbf{A} \mathbf{Q})}{\partial \mathbf{Q}} = \mathbf{A}'$

$\text{tr}(\mathbf{Q} \mathbf{A}) = \sum_{ij} \mathbf{Q}_{ij} \mathbf{A}_{ji}$ $\frac{\partial \text{tr}(\mathbf{Q} \mathbf{A})}{\partial \mathbf{Q}} = \mathbf{A}'$

$\text{tr}(\mathbf{A} \mathbf{Q} \mathbf{B}) = \sum_{ijk} \mathbf{A}_{ij} \mathbf{Q}_{jk} \mathbf{B}_{ki}$ $\frac{\partial \text{tr}(\mathbf{A} \mathbf{Q} \mathbf{B})}{\partial \mathbf{Q}} = (\mathbf{B} \mathbf{A})' = \mathbf{A}' \mathbf{B}'$

$\text{tr}(\mathbf{A} \mathbf{Q}' \mathbf{B}) = \sum_{ijk} \mathbf{A}_{ij} \mathbf{Q}_{kj} \mathbf{B}_{ki}$ $\frac{\partial \text{tr}(\mathbf{A} \mathbf{Q}' \mathbf{B})}{\partial \mathbf{Q}} = \mathbf{B} \mathbf{A}$

ANNEXE 2.C.5 : VISION ASYMPTOTIQUE DU CONTRÔLE

On souhaite dans cette annexe étudier des effets simples de contrôles répondant à 3 critères distincts, en sensibilisant sur la recherche du compromis dans la formulation même de l'indice de coût :

- minimisation du déplacement entre caisse et bogie
- minimisation de l'accélération de caisse
- minimisation conjointe de l'accélération de caisse et de déplacement de la caisse.

Minimiser le débattement entre caisse et bogie conduit essentiellement à accroître la raideur entre les deux éléments de masses. Minimiser l'accélération de la caisse conduit à rechercher le plus grand découplage possible entre la caisse et tous les autres éléments adjacents. Asymptotiquement, une caisse sans aucune liaison avec le monde extérieur est une caisse immobile. Minimiser conjointement le déplacement et l'accélération de la caisse conduit pour la caisse au plus grand découplage possible des autres masses en mouvement, tout en fixant par des éléments virtuels de suspensions (ressorts et amortisseurs) la caisse au sol (on peut approcher, sous réserve de considérer de bonnes pondérations de l'indice de coût, la formulation du "skyhook" (cf les paragraphes suivants...)).

Des illustrations de ces contrôles obtenus par méthode LQ sont proposées ci-dessous.

Soit $\dot{\mathbf{X}} = \mathbf{A}\mathbf{X} + \mathbf{B}\mathbf{u} + \mathbf{G}\mathbf{w}$ l'équation différentielle du mouvement.

$\mathbf{X}^t = [\mathbf{x}_1 \quad \mathbf{x}_2 \quad \dot{\mathbf{x}}_1 \quad \dot{\mathbf{x}}_2]$ le vecteur d'état du système, $\mathbf{w}$ une perturbation aléatoire.

$$\mathbf{J} = \frac{1}{2} \mathbf{E} \left[\int_0^{\infty} (\mathbf{X}^t \mathbf{Q} \mathbf{X} + \mathbf{u}^t \mathbf{R} \mathbf{u} + \dot{\mathbf{X}}^t \mathbf{T} \dot{\mathbf{X}}) dt \right] \text{ l'indice de coût du système.} \quad (\text{A2.66})$$

Dans les exemples suivants, la matrice $\mathbf{R}$ a été choisie constante. En revanche, les matrices $\mathbf{Q}$ et $\mathbf{T}$ ont varié en fonction des objectifs fixés.

On présente deux types de résultats :

1. l'évolution de la matrice $\mathbf{A}$ en $\mathbf{A}$ -BK, avec modifications des composantes, le contrôle étant obtenu par méthode LQ
2. le schéma physique correspondant à cette représentation

On appelle une représentation asymptotique, une représentation du système obtenue pour des pondérations extrêmes, ne garantissant plus forcément des marges de stabilité ni de performance.

Figure A2.11	<i>modèle passif</i>
Figure A2.12	<i>modèle actif</i>
Figure A2.13	<i>contrôle à effet de raidissement de la suspension secondaire</i>
Figure A2.14	<i>contrôle à effet d'assouplissement de la suspension secondaire</i>
Figure A2.15	<i>contrôle à effet de minimisation des mouvements de la masse haute</i>

Système passif

$$\dot{\mathbf{X}} = \mathbf{A}\mathbf{X} + \mathbf{G}\mathbf{w}$$

$$\mathbf{A} = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ -(k_1 + k_2)/m_1 & k_2/m_1 & -c_2/m_1 & c_2/m_1 \\ k_2/m_2 & -k_2/m_2 & c_2/m_2 & -c_2/m_2 \end{bmatrix} \quad \mathbf{G} = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ k_1/m_1 \\ 0 \end{bmatrix}$$

A=

0	0	1	0
0	0	0	1
-4.03e2	6.25e1	-1.25e1	1.25e1
8.09	-8.09	1.61	-1.61

Systèmes actifs

$$\dot{\mathbf{X}} = \mathbf{A}\mathbf{X} + \mathbf{B}\mathbf{u} + \mathbf{G}\mathbf{w}$$

Posons $\mathbf{u} = \mathbf{K}\mathbf{x} = \alpha \cdot \mathbf{x}_1 + \beta \cdot \mathbf{x}_2 + \gamma \cdot \dot{\mathbf{x}}_1 + \delta \cdot \dot{\mathbf{x}}_2$

$$\mathbf{A} - \mathbf{B} \cdot \mathbf{K} = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ -(k_1 + k_2 + \alpha)/m_1 & (k_2 - \beta)/m_1 & -(c_2 + \gamma)/m_1 & (c_2 - \delta)/m_1 \\ (k_2 + \alpha)/m_2 & -(k_2 - \beta)/m_2 & (c_2 + \gamma)/m_2 & -(c_2 - \delta)/m_2 \end{bmatrix}$$

Le système actif se distingue du système passif par adjonction d'un actionneur entre les deux masses du système, en parallèle avec la suspension secondaire.

Système actif : minimisation de la déflexion caisse - bogie

A-BK=

0	0	1	0
0	0	0	1
-3.22e3	3.12e3	-6.66e1	1.14e2
3.73e2	-4.04e2	8.63	-1.47e1

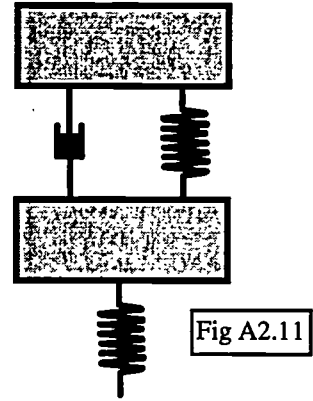


Fig A2.11

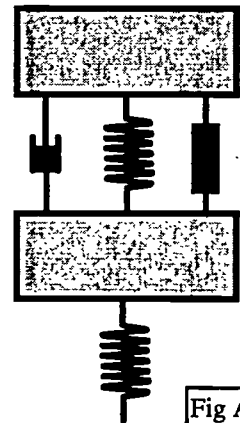


Fig A2.12

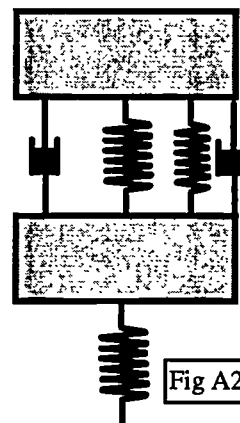


Fig A2.13

Accroissement notoire des caractéristiques des suspensions (tant raideur qu'amortissement) entre les deux masses en vue de réduire les mouvements relatifs entre ces masses. On tend à solidariser ces deux masses en les liant par des suspensions très raides et amortissantes.

Système actif : minimisation de l'accélération de caisse

A-BK

0	0	1	0
0	0	0	1
-3.40e2	1.5	-3.19e-1	4.82
2.95e-2	-1.99e-1	4.13 ^e -2	-6.24e-1

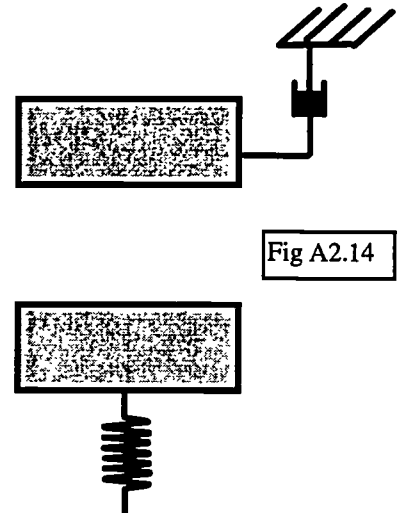


Fig A2.14

Une réduction très importante des grandeurs de raideur et d'amortissement pour la suspension secondaire, conduisent à un assouplissement de cette suspension au point de faire disparaître toute liaison entre masse inférieure et masse supérieure (vision asymptotique). L'accélération de la masse supérieure est alors notoirement réduite, dans la mesure où la masse supérieure n'est plus liée à aucune source d'excitation.

Système actif : minimisation conjointe d'accélération et de déplacement de caisse.

Application :

- accroissement de la tenue de route
- accroissement d confort

A-BK

0	0	1	0
0	0	0	1
-5.26e2	9.88e3	8.11	4.84e2
2.41e1	-1.28e3	-1.05	-6.28e1

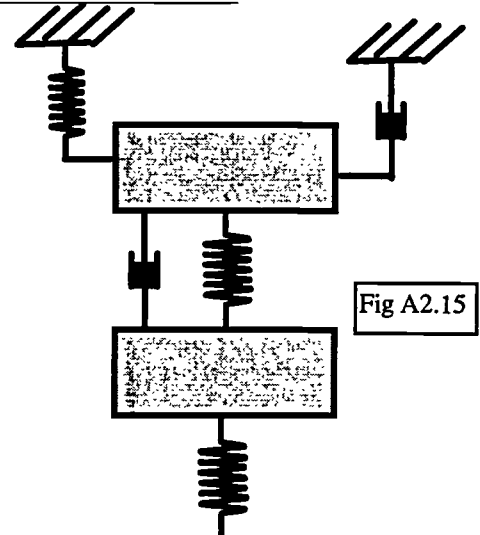


Fig A2.15

La minimisation conjointe des déplacements relatifs entre les deux masses et de l'accélération de la masse supérieure conduit à un léger raidissement de la suspension secondaire, et au couplage de la masse secondaire à des éléments fixes fictifs, en vue de réduire toute accélération.

La personne chargée de l'établissement du contrôle actif devra donc être attentive à la notion de compromis. Le contrôle d'une quantité peut se faire au détriment d'une autre, et au détriment parfois de la stabilité du système asservi (c'est ce qui est indiqué en partie 2.2 du corps du texte).

ANNEXE 2.C.6 : ESPACE ETAT ET FONCTION DE TRANSFERT

La formulation des équations différentielles dans une représentation Espace-Etat $\dot{\mathbf{X}} = \mathbf{A}\mathbf{X} + \mathbf{G}\mathbf{w}$ pour un système passif admet donc pour solution

$\mathbf{X} = (\mathbf{sI} - \mathbf{A})^{-1} \mathbf{G}\mathbf{w}$. La fonction de transfert entre X et w dépend donc de la quantité $(\mathbf{sI} - \mathbf{A})^{-1}$, cette matrice peut donc s'écrire sous la forme : $(\mathbf{sI} - \mathbf{A})^{-1} \mathbf{G} = \frac{\mathbf{P(s)G}}{\det(\mathbf{sI} - \mathbf{A})}$.
(A2.67)

On constate alors que la quantité $\det(\mathbf{sI} - \mathbf{A})$ apparaît au dénominateur, et c'est la seule, puisque les quantités $\mathbf{P(s)G}$ ne représentent que des polynômes.

Les pôles de la fonction de transfert X/w sont donc les valeurs propres de la matrice $\mathbf{A}$.

Dans le cas d'une formulation discrète des équations différentielles, on analysera les racines du polynôme dénominateur, obtenu après transformée en Z .

Exemple numérique :

On prend à nouveau l'exemple numérique défini dans l'annexe précédente.

$$\text{Soit } \mathbf{A} = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ -4.03\text{e}-2 & 6.25\text{e}1 & -1.25\text{e}1 & 1.25\text{e}1 \\ 8.09 & -8.09 & 1.61 & -1.61 \end{bmatrix}$$

Les valeurs propres associées à la matrices $\mathbf{A}$ sont : $\begin{cases} -6.4679 \pm i * 1.8627\text{e}1 \\ -5.8711\text{e}-1 \pm i * 2.5962 \end{cases}$

Elles sont également les racines du polynôme caractéristique de $\mathbf{A}$, et pôles de la fonction de transfert.

$$\det(\mathbf{A} - \mathbf{s} * \mathbf{I}) = \mathbf{s}^4 + 1.411\text{e}1 * \mathbf{s}^3 + 4.1109\text{e}2 * \mathbf{s}^2 + 5.4821\text{e}2 * \mathbf{s} + 2.7546\text{e}3$$

ANNEXE 2.C.7 : LE SKYHOOK

Un contrôleur skyhook est un contrôleur vérifiant le transfert suivant : $u = -c\dot{x}$, où c est une constante de viscosité, et $\dot{x}$ la vitesse absolue d'une masse. Le skyhook permet donc de construire un retour proportionnel à la vitesse absolue de la masse à contrôler.

Sous une vision mécanique, le contrôle skyhook correspond à la liaison par un amortisseur de la masse vers la terre ou le ciel (vers un point fixe du repère). D'un point de vue mathématique, le skyhook entraîne une évolution de la matrice d'amortissement, en dissymétrisant cette matrice d'amortissement. En automatique, cette dissymétrie peut avoir une influence sur l'écriture des numérateurs et dénominateurs des transferts, le paramètre amortissant pouvant être modifié au dénominateur, sans être modifié au numérateur.

Influence de l'introduction d'un amortissement, puis d'un skyhook, pour un système à 1 degré de liberté.

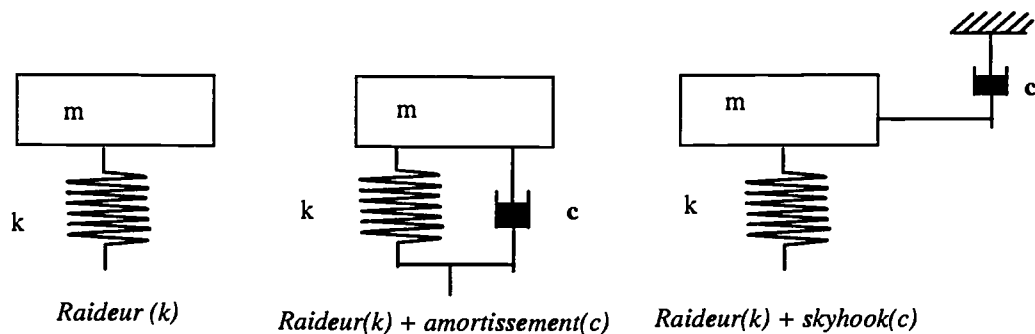
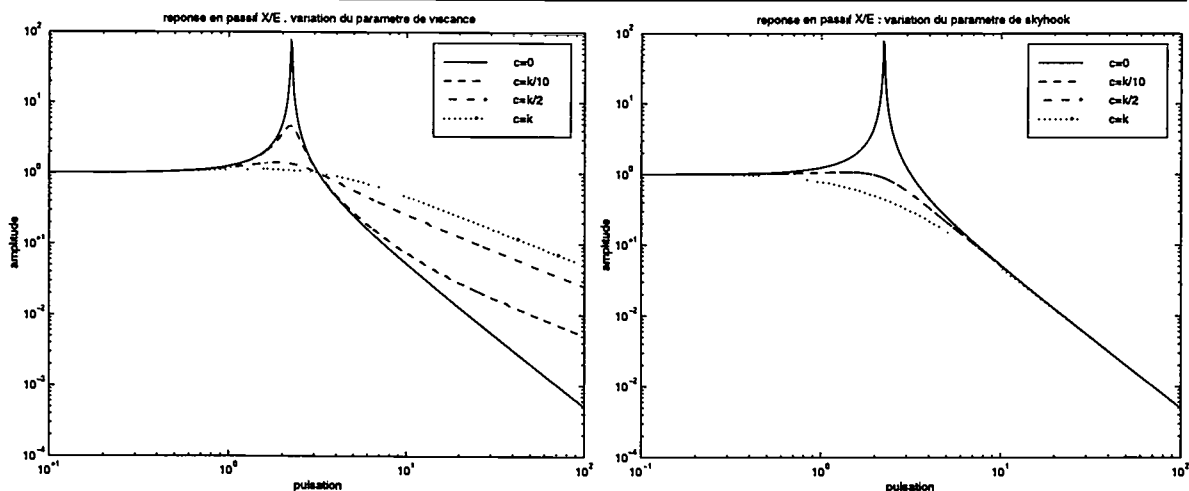


Figure A2.16. : Schéma de systèmes skyhook

Figure A2.17: Réponse temporelle d'un système amorti, d'un système avec skyhook



Les viscosités sont fixées relativement à k aux valeurs suivantes : $0 \quad k/10 \quad k/2 \quad k$

	Amortissement classique	Skyhook
Transfert entre excitation et déplacement de la masse	$\frac{X}{E} = \frac{k + cs}{ms^2 + cs + k}$ (A2.68)	$\frac{X}{E} = \frac{k}{ms^2 + cs + k}$ (A2.69)
Lorsque c augmente	réduction de l'amplitude à la résonance au détriment du comportement en hautes fréquences	réduction seule de l'amplitude à la résonance.
Points fixes	0 et un point après la résonance	0 et ∞

Le skyhook permet donc de conserver le gain du système passif, sur la bande des hautes fréquences, alors que l'amortissement accroît le gain en hautes fréquences.

ANNEXE 2.C.8 : TRANSFERT ET COMPORTEMENTS EN BASSES FREQUENCES DE SYSTEMES ACTIFS

L'introduction d'un contrôle actif est susceptible de modifier profondément la forme des fonctions de transferts, pour toutes les fréquences.

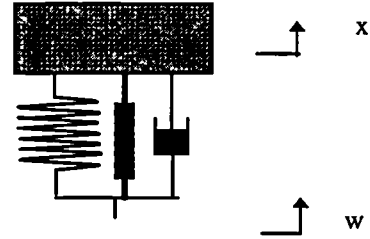
Pour un système à un degré de liberté, le paramètre de raideur modifie la résonance et le comportement en basses fréquences, le paramètre de masse modifie la résonance et la pente du transfert au delà de la résonance, le paramètre d'amortissement modifie le pic de surpassement, et modifie légèrement la résonance.

Mais le contrôle actif est susceptible de faire naître des liens virtuels entre masses précédemment non liées, ou entre masses et référentiels fixes.

Figure A2.18: Modèle de système actif à 1 ddl

Soit un schéma à un degré de liberté :

$$\text{En passif } x - w = \frac{-m \cdot s^2}{m \cdot s^2 + c \cdot s + k} w \quad (\text{A2.70})$$



Dans le cas d'un système activé, avec une commande du type $u = (\alpha + \beta s)x + (\gamma + \delta s)e$, retour complet sur l'état. Le transfert précédent devient : $x - w = \frac{-m \cdot s^2 + (\beta + \delta) \cdot s + (\alpha + \gamma)}{m \cdot s^2 + (c - \beta) \cdot s + (k - \alpha)} w$ (que l'on peut obtenir avec une loi LQ par exemple). (A2.71)

Le comportement asymptotique de la fonction de transfert est profondément modifié :

$$\text{En effet, dans le cas passif, } \lim_{s \rightarrow 0} \frac{x - w}{w} = 0$$

$$\text{En effet, dans le cas actif, } \lim_{s \rightarrow 0} \frac{x - w}{w} = \lim_{s \rightarrow 0} \frac{\alpha + \gamma}{(k - \alpha)}, \text{ qui peut prendre toute valeur en fonction de } \alpha \text{ et } \gamma.$$

Illustration pour le modèle "quart de caisse" (modèle n°5 - voir annexe 2.B.2), avec une fonctionnelle quadratique visant à réduire les déflexions entre les deux masses.

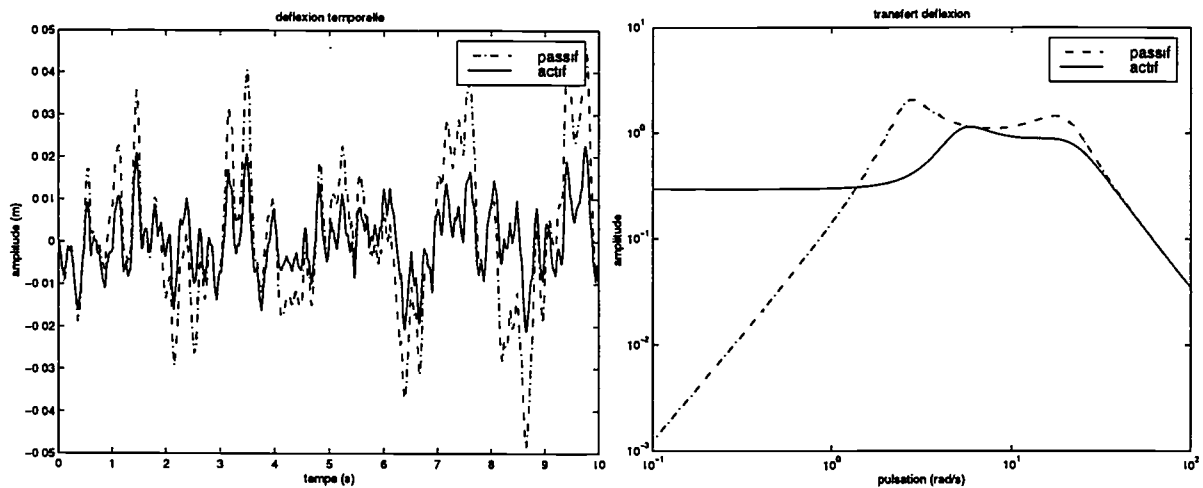


Figure A2.19 : Réponses temporelles et transferts pour un modèle "quart de caisse"

Comme présenté dans le paragraphe relatif à la méthode de recherche d'un contrôle LQ, le contrôle permet de réduire la valeur RMS du signal recherché. Cependant, il est fréquent de constater une distorsion du transfert en basses fréquences (figure A2.19 - transfert déflexion/défaut). Si le contrôle permet de réduire l'amplitude du transfert au delà de 1Hz, le comportement est tout autre en deçà de 1Hz.

ANNEXE 2.D : THEORIE H_∞

ANNEXE 2.D.1 : LES VALEURS SINGULIERES

Propriétés mathématiques de valeurs singulières [CIA]

1. $\bar{\sigma}(A) = \max_{x \in \mathbb{C}^n} \frac{\|Ax\|}{\|x\|}$ Plus grande valeur singulière
2. $\underline{\sigma}(A) = \min_{x \in \mathbb{C}^n} \frac{\|Ax\|}{\|x\|}$ Plus petite valeur singulière
3. $\forall i \quad \underline{\sigma}(A) \leq |\lambda_i(A)| \leq \bar{\sigma}(A)$, où λ_i est la i ème valeur propre de A
4. si A^{-1} existe, $\underline{\sigma}(A) = \frac{1}{\bar{\sigma}(A^{-1})}$
5. si A^{-1} existe, $\bar{\sigma}(A) = \frac{1}{\underline{\sigma}(A^{-1})}$
6. $\bar{\sigma}(\alpha A) = |\alpha| \bar{\sigma}(A)$
7. $\bar{\sigma}(A + B) \leq \bar{\sigma}(A) + \bar{\sigma}(B)$
8. $\bar{\sigma}(AB) \leq \bar{\sigma}(A) \bar{\sigma}(B)$
9. $\underline{\sigma}(A) - \bar{\sigma}(E) \leq \underline{\sigma}(A + E) \leq \underline{\sigma}(A) + \bar{\sigma}(E)$
10. $\max\{\bar{\sigma}(A), \bar{\sigma}(B)\} \leq \bar{\sigma}([A \quad B]) \leq \sqrt{2} \max\{\bar{\sigma}(A), \bar{\sigma}(B)\}$
11. $\max_{i,j} |a_{ij}| \leq \bar{\sigma}(A) \leq n * \max_{i,j} |a_{ij}|$
12. $\sum_{i=1}^p \sigma_i^2 = \text{trace}(A^* A)$

ANNEXE 2.D.2 : CONTROLEUR H_∞

Soit le système :

$$\begin{cases} \dot{\mathbf{X}} = \mathbf{A}\mathbf{X} + \mathbf{B}_1\mathbf{u}_1 + \mathbf{B}_2\mathbf{u}_2 \\ \mathbf{Y}_1 = \mathbf{C}_1\mathbf{X} + \mathbf{D}_{11}\mathbf{u}_1 + \mathbf{D}_{12}\mathbf{u}_2 \\ \mathbf{Y}_2 = \mathbf{C}_2\mathbf{X} + \mathbf{D}_{21}\mathbf{u}_1 + \mathbf{D}_{22}\mathbf{u}_2 \end{cases} \quad \mathbf{P} = \begin{bmatrix} \mathbf{A} & -\mathbf{B}_1 & \mathbf{B}_2 \\ \mathbf{C}_1 & \mathbf{D}_{11} & \mathbf{D}_{12} \\ \mathbf{C}_2 & \mathbf{D}_{21} & \mathbf{D}_{22} \end{bmatrix} \quad (\text{A2.72})$$

1. Recherche du contrôleur H_∞

L'Algorithme de recherche est analysé sous les hypothèses (restrictives) suivantes :

- $\begin{pmatrix} \mathbf{A} & \mathbf{B}_2 & \mathbf{C}_2 \end{pmatrix}$ est stabilisable

- $\begin{pmatrix} \mathbf{A} & \mathbf{B}_1 & \mathbf{C}_1 \end{pmatrix}$ est stabilisable

- $\mathbf{D}_{11} = \mathbf{0}$ (A2.73)

- $\mathbf{D}_{22} = \mathbf{0}$ (A2.74)

- $\mathbf{D}_{12}^t(\mathbf{C}_1 \quad \mathbf{D}_{12}) = (\mathbf{0} \quad \mathbf{I})$ (A2.75)

$\begin{pmatrix} \mathbf{B}_1 \\ \mathbf{D}_{21} \end{pmatrix} \mathbf{D}_{21}^t = \begin{pmatrix} \mathbf{0} \\ \mathbf{I} \end{pmatrix}$ (A2.76)

Soit deux matrices Hamiltoniennes, utilisées tant pour la recherche du contrôleur que pour la formulation de la reconstruction d'état.

$$\text{Soit } \mathbf{H}_\infty = \begin{bmatrix} \mathbf{A} & \frac{1}{\gamma^2} \mathbf{B}_1 \mathbf{B}_1^t - \mathbf{B}_2 \mathbf{B}_2^t \\ -\mathbf{C}_1^t \mathbf{C}_1 & -\mathbf{A}^t \end{bmatrix} \text{ et } \mathbf{J}_\infty = \begin{bmatrix} \mathbf{A}^t & \frac{1}{\gamma^2} \mathbf{C}_1^t \mathbf{C}_1 - \mathbf{C}_2^t \mathbf{C}_2 \\ -\mathbf{B}_1 \mathbf{B}_1^t & -\mathbf{A} \end{bmatrix} \quad (\text{A2.77})$$

Il existe un contrôleur admissible vérifiant $\|\mathbf{T}_{zw}\|_\infty < \gamma$ si les conditions suivantes sont satisfaites

$\mathbf{H}_\infty$ est une matrice Hamiltonienne admettant pour solution de l'équation de Riccati, une matrice symétrique positive notée $\mathbf{X}_\infty$. De même, $\mathbf{J}_\infty$ est une matrice Hamiltonienne, associée au processus de reconstruction d'état, soit $\mathbf{Y}_\infty$ la matrice symétrique positive solution de l'équation de RICCATI.

$$\bullet X_{\infty}A + A^t X_{\infty} + C_1^t C_1 - X_{\infty} \left(B_2 B_2^t - \frac{1}{\gamma^2} B_1 B_1^t \right) X_{\infty} = 0 \quad (A2.78)$$

$$\bullet Y_{\infty} A^t + A Y_{\infty} + B_1 B_1^t - Y_{\infty} \left(C_2^t C_2 - \frac{1}{\gamma^2} C_1^t C_1 \right) Y_{\infty} = 0 \quad (A2.79)$$

$$\bullet \rho(X_{\infty} Y_{\infty}) < \gamma^2 \quad (A2.80)$$

Alors le contrôleur s'écrit :

$$K_{\text{sub}}(s) = \begin{bmatrix} \hat{A}_{\infty} & -Z_{\infty} L_{\infty} \\ F_{\infty} & 0 \end{bmatrix} \quad (A2.81)$$

$$\text{avec } \hat{A}_{\infty} = A + \frac{1}{\gamma^2} B_1 B_1^t X_{\infty} + B_2 F_{\infty} + Z_{\infty} L_{\infty} C_2 \quad (A2.82)$$

$$\text{et } F_{\infty} = -B_2^t X_{\infty} \quad L_{\infty} = -Y_{\infty} C_2^t \quad Z_{\infty} = (I - \frac{1}{\gamma^2} Y_{\infty} X_{\infty})^{-1} \quad (A2.83)$$

2. Autres algorithmes de contrôle, fournis par DOYLE dans l'article relatif au problème de contrôle standard dans l'espace état avec recherche de contrôleur par méthode H2 et H ∞ .

Quatre cas ont été pris en compte, ils sont dénommés : full information, full control, disturbance feedforward, output estimation [DOY3] et correspondent à des cas classiques de contrôle sous hypothèses restrictives.

1. full information , car $Y_2 = \begin{pmatrix} X \\ u_1 \end{pmatrix}$ l'entrée du contrôleur contient toutes les informations sur l'état et sur l'excitation.

$$P = \begin{bmatrix} A & B_1 & B_2 \\ C_1 & 0 & D_{12} \\ \begin{bmatrix} I \\ 0 \end{bmatrix} & \begin{bmatrix} 0 \\ I \end{bmatrix} & \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \end{bmatrix} \end{bmatrix} \quad (A2.84)$$

2. Full contrôle, car on donne un accès complet au contrôle (problème dual du précédent).

$$P = \begin{bmatrix} A & B_1 & \begin{bmatrix} I & 0 \end{bmatrix} \\ C_1 & 0 & \begin{bmatrix} 0 & I \end{bmatrix} \\ C_2 & D_{21} & \begin{bmatrix} 0 & 0 \end{bmatrix} \end{bmatrix} \quad (A2.85)$$

3. Disturbance feedforward, car Y_2 dépend pleinement de la perturbation u_1

$$P = \begin{bmatrix} A & B_1 & B_2 \\ C_1 & 0 & D_{12} \\ C_2 & I & 0 \end{bmatrix} \quad (A2.87)$$

4. Output estimation, car la sortie Y_1 retranscrit entièrement le contrôle u_2

$$P = \begin{bmatrix} A & B_1 & B_2 \\ C_1 & 0 & I \\ C_2 & D_{21} & 0 \end{bmatrix} \quad (A2.88)$$

Pour connaître les algorithmes de synthèses et les propriétés relatives aux solutions, on se référera à l'article de DOYLE [DOY3].

3. Etude des transferts

$$\text{Soit le processus } P: \begin{cases} \dot{X} = AX + B_1 u_1 + B_2 u_2 \\ Y_1 = C_1 X + D_{11} u_1 + D_{12} u_2 \\ Y_2 = C_2 X + D_{21} u_1 + D_{22} u_2 \end{cases} \quad (A2.89)$$

Le processus analysé dans le domaine fréquentiel, fournit les équations suivantes :

$$X = (sI - A)^{-1} B_1 u_1 + (sI - A)^{-1} B_2 u_2$$

$$\text{Soit } \begin{cases} Y_1 = [C_1 (sI - A)^{-1} B_1 + D_{11}] u_1 + [C_1 (sI - A)^{-1} B_2 + D_{12}] u_2 \\ Y_2 = [C_2 (sI - A)^{-1} B_1 + D_{21}] u_1 + [C_2 (sI - A)^{-1} B_2 + D_{22}] u_2 \end{cases}$$

$$\begin{pmatrix} Y_1 \\ Y_2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} P_{11} & P_{12} \\ P_{21} & P_{22} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} u_1 \\ u_2 \end{pmatrix} \quad (A2.90)$$

$$\text{avec } P_{ij} = C_i (sI - A)^{-1} B_j + D_{ij} \quad (A2.91)$$

$$\text{Pour un contrôle } u_2 = KY_2 \quad (A2.92)$$

$$Y_1 = P_{11} u_1 + P_{12} K (I - P_{22} K)^{-1} P_{21} u_1 \quad (A2.93)$$

Deux étapes :

$$1. \text{ vérifier l'inversibilité de } I - P_{22} K \quad (A2.94)$$

$$2. \text{ vérifier la stabilité du transfert : } P_{11} + P_{12} K (I - P_{22} K)^{-1} P_{21} \quad (A2.95)$$

ANNEXE 2.D.3 : LA μ SYNTHÈSE

C'est une synthèse qui permet la recherche d'un nouveau contrôleur, pour un système nominal tenant compte, maintenant, de la présence des incertitudes, comme le signalait DOYLE dans l'article de référence "The complex structured singular value [PAC2]".

Soit le nouveau système nominal :

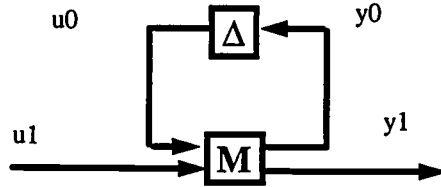


Figure A2.20 : Système avec incertitudes

où M traduit le système nominal contrôlé et Δ est une matrice d'incertitudes, d'erreurs du modèle.

Soit $\underline{\Delta}$ l'ensemble contenant les matrices Δ admissibles, matrices vérifiant des propriétés de forme et de norme, par exemple Δ de forme diagonale ou diagonale par blocs, et $\forall \Delta \in \underline{\Delta}$, $\overline{\sigma}(\Delta) < 1$.

La μ synthèse ou D-K itération, permet de synthétiser un contrôleur tel que le système en boucle fermée ait les propriétés de robustesse fixées par le concepteur. (cf les articles de DOYLE...)

Définition de la valeur singulière :

On appelle valeur singulière structurée de M, associée à la structure $\underline{\Delta}$ la quantité

$$\mu_{\underline{\Delta}}(M) = \frac{1}{\min_{\Delta \in \underline{\Delta}} \{ \overline{\sigma}(\Delta), \det(I - M\Delta) = 0 \}} \quad (\text{A2.96})$$

Analyse et robustesse :

L'analyse consiste en la recherche de l'ensemble $\mathbf{B}_{\underline{\Delta}}$, tel que pour tout $\Delta \in \mathbf{B}_{\underline{\Delta}}$, la stabilité en boucle fermée du schéma contrôlé est stable.

La synthèse ou DK itération consiste, pour un ensemble $\mathbf{B}_{\underline{\Delta}}$ de types d'incertitudes, à rechercher un contrôleur stabilisant le système, quelle que soit l'incertitude.

ANNEXE 2.E : ROBUSTESSE

ANNEXE 2.E.1 : PERFORMANCE ET ROBUSTESSE POUR LES CONTROLES LINEAR QUADRATIC

Démonstration :

Cette démonstration est courante, elle apparaît dans le livre de P. de LARMINAT [LAR]

Soit un Indice quadratique : $J = \frac{E}{2} \left[\int_0^{\infty} (u'u + y'y) dt \right]$

Remarque : on peut toujours se ramener à cette écriture, même si l'indice de départ s'écrit sous la forme $J = \frac{E}{2} \left[\int_0^{\infty} (u'R^{-1}u + X'QX) dt \right]$, moyennant une ré-écriture des équations différentielles du mouvement.

Equation de RICCATI associée au système contrôlé

$$A'P + PA + C'C - PBB'P = 0 \quad (A2.97)$$

Etude du transfert sur le retour :

Soit $\hat{u}$ la sortie du contrôleur en boucle ouverte

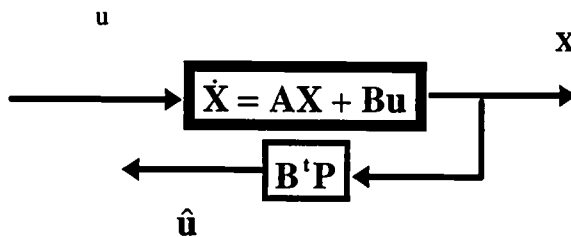


Figure A2.21 :
Schéma de transfert en
boucle ouverte

$\hat{u} = L(s).u$, où L représente le transfert en boucle ouverte.

$$\hat{u} = -B'P(sI - A)^{-1}Bu \quad \text{avec } X = (sI - A)^{-1}Bu \quad (A2.98)$$

et $Y = CX = C(sI - A)^{-1}B$, observation (A2.99)

$$\text{Donc } L(s) = -B'P(sI - A)^{-1}B \quad (A2.100)$$

$$L(s) = -B'(-sI - A')^{-1}(-sI - A')P(sI - A)^{-1}B \quad (A2.101)$$

$$L'(-s) = -B'(-sI - A')^{-1}P(sI - A)(sI - A)^{-1}B \quad (A2.102)$$

$$\text{Donc } L(s) + L'(-s) = -B'(-sI - A')^{-1}(-PA - A'P)(sI - A)^{-1}B \quad (A2.103)$$

$$\text{Or } A'P + PA + C'C - PBB'P = 0 \quad (A2.104)$$

$$\text{Soit } L(s) + L'(-s) = -B'(-sI - A')^{-1}(C'C - PBB'P)(sI - A)^{-1}B \quad (A2.105)$$

$$\text{Soit } G(s) = C(sI - A)^{-1}B \quad (A2.106)$$

$$\mathbf{I} + \mathbf{G}^t(-s)\mathbf{G}(s) = \mathbf{I} + \mathbf{B}^t(-s\mathbf{I} - \mathbf{A}^t)^{-1} \mathbf{C}^t \mathbf{C}(s\mathbf{I} - \mathbf{A})^{-1} \mathbf{B} \quad (\text{A2.107})$$

$$\mathbf{L}^t(-s)\mathbf{L}(s) = \mathbf{B}^t(-s\mathbf{I} - \mathbf{A}^t)^{-1} \mathbf{P} \mathbf{B} \mathbf{B}^t \mathbf{P}(s\mathbf{I} - \mathbf{A}) \mathbf{B} \quad (\text{A2.108})$$

$$\text{D'où l'on tire } (1 + \mathbf{L}^t(-s))(1 + \mathbf{L}(s)) = 1 + \mathbf{G}^t(-s)\mathbf{G}(s) \quad (\text{A2.109})$$

$$\text{Soit pour la représentation fréquentielle, } s = j\omega, \mathbf{G}^t(-j\omega)\mathbf{G}(j\omega) \geq \mathbf{0} \quad \forall \omega \quad (\text{A2.110})$$

$$\text{Donc } \|\mathbf{1} + \mathbf{L}(j\omega)\| \geq 1 \quad (\text{A2.111})$$

Le transfert $\mathbf{L}(j\omega)$ est constamment en dehors du cercle unité de centre $(-1,0)$.

Il en résulte les marges de stabilité :

- marge de gain : $[0.5 \quad \infty]$
- marge de phase $[-60^\circ \quad 60^\circ]$

Analyse :

Cette marge de stabilité n'est assurée que s'il n'y a pas de couplage entre état et action dans l'écriture de la fonctionnelle quadratique (pas de terme $\mathbf{X}^t \mathbf{N} \mathbf{u}$).

En revanche, comme le signale UL SOY [ULS], les marges peuvent fondre dès qu'il existe un terme de couplage (NB : le terme de couplage est en particulier présent lorsque l'on cherche à réduire des accélérations et non pas simplement des déplacements ou des vitesses).

Utiliser un contrôle LQ n'est donc pas forcément gage de robustesse totale ; il faut préalablement analyser le contenu de la fonctionnelle quadratique, et, a posteriori, l'étude des marges est nécessaire dans plusieurs cas...

ANNEXE 2.E.2 : THEORIE DES SENSIBILITES

Démonstration de la propriété de la performance robuste

Etude de l'équivalence entre : la robustesse du contrôle et la propriété $\|W_2 T\|_\infty < 1$

La démonstration se réalise en deux temps, une démonstration pour chaque implication.

Implication 1 : si $\|W_2 T\|_\infty < 1$ alors K est un contrôleur robuste

$$1 + (1 + \Delta W_2)L = (1 + L)(1 + \Delta W_2 T) \quad (A2.112)$$

$$1 + L + \Delta W_2 L = 1 + L + \Delta W_2 L(1 + L)^{-1}(1 + L) \quad (A2.113)$$

$$= 1 + L + \Delta W_2 T(1 + L) \quad (A2.114)$$

$$= (1 + \Delta W_2 T)(1 + L) \quad (A2.115)$$

$$\text{Puisque } \|\Delta\|_\infty < 1, \quad \|\Delta W_2 T\|_\infty \leq \|W_2 T\|_\infty < 1 \quad (A2.116)$$

1. montrer que $(1 + \Delta W_2)L$ ne passe pas par -1, revient à montrer que $1 + (1 + \Delta W_2)L$ ne s'annule pas. Or on vient de montrer que $\|\Delta W_2 T\|_\infty \leq \|W_2 T\|_\infty < 1$. Donc

$$|1 + \Delta W_2 T| > 0 \quad \forall \omega$$

$$\text{Notons } \tilde{L} \text{ le transfert } \tilde{L} = (1 + \Delta W_2)L \quad \text{avec incertitudes} \quad (A2.117)$$

$$1 + \tilde{L} = (1 + L)(1 + \Delta W_2 T) \quad (A2.118)$$

$$\text{Soit encore, } |1 + \tilde{L}| \exp(j\tilde{\phi}) = |1 + L| \exp(j\phi) |1 + \Delta W_2 T| \exp(j\psi) \quad (A2.119)$$

$$\text{Soit } |1 + \tilde{L}| = |1 + L| |1 + \Delta W_2 T| \quad \exp(j\tilde{\phi}) = \exp(j(\phi + \psi)) \quad (A2.120)$$

Implication 2 : si C est un contrôleur robuste alors $\|W_2 T\|_\infty < 1$

Raisonnement par l'absurde : si $\|W_2 T\|_\infty \geq 1$

$$\text{On choisit } W_2 \text{ tel que } |W_2 T| = 1 \quad \Delta = -W_2(0)T(0) \quad (A2.121)$$

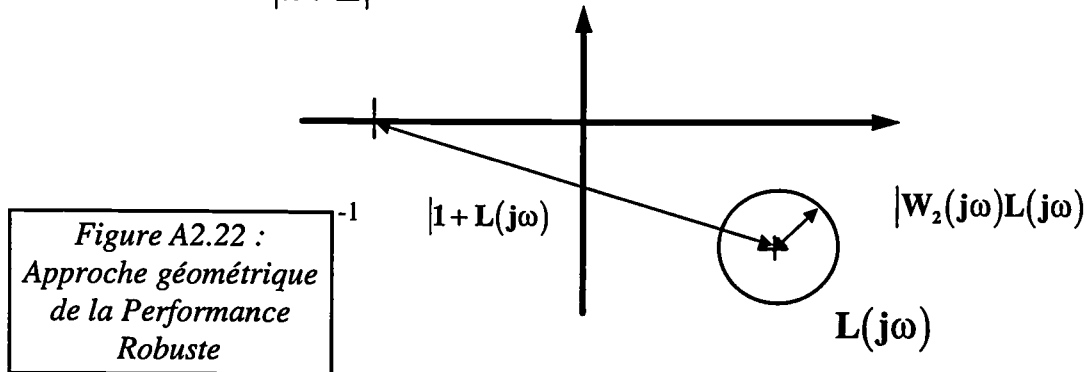
$$\text{Alors } 1 + \Delta W_2 T = 0 \text{ en } \omega = 0 \quad (A2.122)$$

$$(1 + \Delta W_2)L = (1 + L)(1 + \Delta W_2 T) - 1 = -1 \quad (A2.123)$$

Le système contrôle n'est donc pas stable ; on a réussi à construire un Δ déstabilisant le système. Donc l'hypothèse de base est absurde.

Cette propriété de performance robuste s'illustre de la manière suivante :

$$\|W_2 T\|_\infty < 1 \Leftrightarrow \left| \frac{W_2 L}{1+L} \right| < 1 \Leftrightarrow |W_2 L| < |1+L| \quad (A2.124)$$



Déclinaison de la condition en fonction de l'incertitude

Système mécanique : G

Contrôleur : K

Incertitudes : Δ , avec $\|\Delta\|_\infty < 1$

Type de l'incertitude	Critère à respecter :
$\tilde{G} = (1 + \Delta W_2)G$	$\ W_2 T\ _\infty < 1$
$\tilde{G} = G + \Delta W_2$	$\ W_2 K S\ _\infty < 1$
$\tilde{G} = G(1 + \Delta W_2 P)^{-1}$	$\ W_2 G S\ _\infty < 1$
$\tilde{G} = G(1 + \Delta W_2^{-1})$	$\ W_2 S\ _\infty < 1$

Avec toujours :

$$T = 1 - S = \frac{GK}{1 + GK}$$

$$S = \frac{1}{1 + GK}$$

ANNEXE 2.E.3 : DEMONSTRATIONS DE ROBUSTESSE

Etude des marges de gain, marges de phase et de module

Démonstration relative à la marge de gain :

$$S = (1 + L)^{-1} \quad \|S\|_{\infty} \geq |(1 + L)^{-1}| \quad (\text{A2.125})$$

$$\frac{1}{\|S\|_{\infty}} \leq 1 + L \quad \text{car } -1 < L < 0 \text{ au voisinage intérieur du point } -1$$

$$-\frac{1}{L} \geq \frac{1}{1 - \frac{1}{\|S\|_{\infty}}} \quad (\text{A2.126})$$

$$\text{De même, } T = \frac{L}{1 + L} \quad \|T\|_{\infty} \geq \frac{-L}{1 + L} \quad \Rightarrow \quad \frac{-1}{L} \geq 1 + \frac{1}{\|T\|_{\infty}}$$

On déduit donc, par définition de la marge de gain :

$$\boxed{M_g \geq \frac{1}{1 - \frac{1}{\|S\|_{\infty}}} \text{ ou encore } M_g \geq 1 + \frac{1}{\|T\|_{\infty}}} \quad (\text{A2.127})$$

Démonstration relative à la marge de phase :

L est distant du point -1 à plus de $\frac{1}{\|S\|_{\infty}}$, à plus de $\frac{1}{\|T\|_{\infty}}$

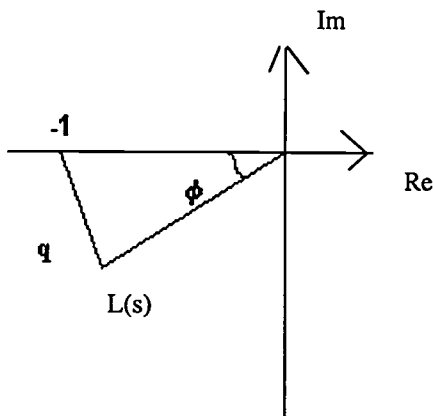


Figure A2.23 :
Approche géométrique
de la marge de phase

$$q = \frac{1}{\|S\|_{\infty}} \quad \text{ou} \quad q = \frac{1}{\|T\|_{\infty}}$$

$$\sin\left(\frac{\phi}{2}\right) = \frac{1}{2\|S\|_{\infty}} \quad \text{et } \phi = 2 \sin^{-1}\left(\frac{1}{2\|S\|_{\infty}}\right), \text{ de même } \phi = 2 \sin^{-1}\left(\frac{1}{2\|T\|_{\infty}}\right) \quad (\text{A2.128})$$

$$\text{D'où la marge de phase : } \boxed{M_p \geq 2 \arcsin\left(\frac{1}{2\|S\|_{\infty}}\right) \quad M_p \geq 2 \arcsin\left(\frac{1}{2\|T\|_{\infty}}\right)} \quad (\text{A2.129})$$

ANNEXE 2.E.4 : FONCTION DE LYAPUNOV ET CARACTERE DE STABILITE

Fonction de LYAPUNOV

Définition d'une fonction de LYAPUNOV d'après SAGE [SAG] :

V est une fonction de LYAPUNOV, si

* elle est continue dans la boule B(0,b)

* elle est positive sur B et nulle en 0 : $V(0)=0$ et $V(x) > 0, \forall x, \|x\| < b$ (A2.130)

* elle est dérivable sur B et à dérivée négative $\frac{dV(x)}{dt} \leq 0, \forall x, \|x\| < b$ (A2.131)

Théorème de LYAPUNOV

Soit le système linéaire invariant dans le temps : $\dot{X} = AX$

Soit Q une matrice symétrique définie positive.

L'équation de LYAPUNOV prend la forme $A^t P + PA + Q = 0$ (A2.132)

Le système est stable asymptotiquement si et seulement si une solution symétrique positive P existe.

Alors $V(X) = X^t P X$ est une fonction de LYAPUNOV décroissante et on a

$$\int_0^{\infty} X^t(t) Q X(t) dt = X_0^t P X_0 \quad (A2.133)$$

Démonstration de l'existence de la matrice P :

Soit U la matrice orthogonale permettant de triangulariser A

$$U^t A U = \tilde{A} \quad \text{avec } U^t U = I \text{ et } \tilde{A} \text{ matrice triangulaire supérieure.} \quad (A2.134)$$

$$\text{Posons } \tilde{P} = U P U^t \text{ et } \tilde{Q} = U Q U^t \quad (A2.135)$$

$$\text{alors } \tilde{A}^t \tilde{P} + \tilde{P} \tilde{A} + \tilde{Q} = 0 \text{ et P est symétrique} \quad (A2.136)$$

$$\begin{bmatrix} \tilde{a}_{11} & 0 & 0 \\ \tilde{a}_{12} & \tilde{a}_{22} & 0 \\ \tilde{a}_{13} & \tilde{a}_{23} & \tilde{a}_{33} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \tilde{p}_{11} & \tilde{p}_{12} & \tilde{p}_{13} \\ \tilde{p}_{12} & \tilde{p}_{22} & \tilde{p}_{23} \\ \tilde{p}_{13} & \tilde{p}_{23} & \tilde{p}_{33} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \tilde{p}_{11} & \tilde{p}_{12} & \tilde{p}_{13} \\ \tilde{p}_{12} & \tilde{p}_{22} & \tilde{p}_{23} \\ \tilde{p}_{13} & \tilde{p}_{23} & \tilde{p}_{33} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \tilde{a}_{11} & \tilde{a}_{12} & \tilde{a}_{13} \\ 0 & \tilde{a}_{22} & \tilde{a}_{23} \\ 0 & 0 & \tilde{a}_{33} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} q_{11} & q_{12} & q_{13} \\ q_{12} & q_{22} & q_{23} \\ q_{13} & q_{23} & q_{33} \end{bmatrix} = 0$$

Le système se résout progressivement : $\tilde{p}_{11}$, puis $\tilde{p}_{12}$, $\tilde{p}_{22}$, ...

Donc $\tilde{P}$ existe si $\tilde{A}$ n'admet aucune valeur propre nulle, c'est à dire si A n'admet aucune valeur propre nulle.

Démonstration de la positivité de la matrice P :

$$\dot{V} = \dot{X}'PX + X'P\dot{X} = X'(AP + PA)X = -X'QX \quad (A2.137)$$

$\dot{V}$ est négative car Q matrice symétrique positive.

Donc $V(X) = X'PX$ est une bonne fonction de LYAPUNOV

On appelle $V(X)$ potentiel de LYAPUNOV

Stabilité des équations de RICCATI

Il a été montré dans l'annexe 2.C.2, que le contrôle était obtenu sous la forme suivante $u = -R^{-1}B'PX = KX$, avec P solution symétrique positive stationnaire de l'équation de RICCATI :

$$A'P + PA + Q - PBR^{-1}B'P = 0 \quad (A2.138)$$

Cette équation peut également se mettre sous la forme

$$(A + BK)'P + P(A + BK) + Q + PBR^{-1}B'P = 0 \text{ soit encore} \quad (A2.139)$$

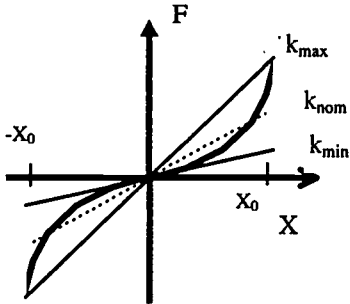
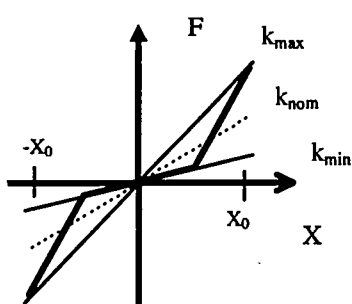
$$(A + BK)'P + P(A + BK) + (Q + KR^{-1}K) = 0 \quad (A2.140)$$

Qui est une équation de LYAPUNOV, permettant d'obtenir P

On vérifie simplement que la matrice $A+BK$ est stable, et que la matrice $Q + KR^{-1}K$ est symétrique définie positive, ce qui est le cas puisque Q est symétrique positive, R est symétrique définie positive et K est non nul.

ANNEXE 2.E.5 : EXEMPLES DE COMPORTEMENTS ROBUSTES

1. Deux types de non-linéarités classiques des suspensions :

Raideur non linéaire convexe	Butée élastique ou visco-élastique
$F = k \text{sign}(X) X ^\alpha$ $\alpha \in [1 \ 3]$	$F = kX \quad \text{si } -X_0 \leq X \leq X_0$ $F = kX_0 + k'(X - X_0) \quad \text{si } X > X_0$ $F = -kX_0 + k'(X + X_0) \quad \text{si } X < -X_0$
	

Pour tout $X \in [-X_0 \ X_0]$ $|k_{\min} \cdot X| < |F(x)| < |k_{\max} \cdot X|$

Pour tout $X \in [-X_0 \ X_0]$ $F(X) = k_{\text{nom}}(1 + \delta) \cdot X$ avec $\delta \in \left[\frac{k_{\min} - k_{\text{nom}}}{k_{\text{nom}}} \ \frac{k_{\max} - k_{\text{nom}}}{k_{\text{nom}}} \right]$

2. Modifications des représentations algébriques

Considérons le système nominal représenté par ses équations :

$$\begin{cases} \dot{X} = AX + B_1 u_1 + B_2 u_2 \\ Y_1 = C_1 X + D_{11} u_1 + D_{12} u_2 \\ Y_2 = C_2 X + D_{21} u_1 + D_{22} u_2 \end{cases} \quad (\text{A2.141})$$

Les formes des matrices A, B₁ et B₂ sont les suivantes, comme indiqué en annexe 2.B.1

$$A = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ -\frac{k_1 + k_2}{m_1} & \frac{k_2}{m_1} & -\frac{c_2}{m_1} & \frac{c_2}{m_1} \\ \frac{k_2}{m_2} & -\frac{k_2}{m_2} & \frac{c_2}{m_2} & -\frac{c_2}{m_2} \end{bmatrix}, \quad B_1 = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ \frac{k_1}{m_1} \\ 0 \end{bmatrix}, \quad B_2 = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ -\frac{1}{m_1} \\ \frac{1}{m_2} \end{bmatrix}$$

Deux exemples d'incertitudes structurées seront ici abordés : incertitudes sur la raideur secondaire k_2 et incertitudes sur la masse de la caisse m_2 .

Variation de raideur : $\tilde{k}_2 = k_2(1 + \delta)$ (A2.142)

$\tilde{A} = A + \delta\bar{A}$ avec $\bar{A} = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ -\frac{k_2}{m_1} & \frac{k_2}{m_1} & 0 & 0 \\ \frac{k_2}{m_2} & -\frac{k_2}{m_2} & 0 & 0 \end{bmatrix}$ (A2.143)

L'équation différentielle devient : $\dot{X} = \tilde{A}X + B_1u_1 + B_2u_2 = (A + \delta\bar{A})X + B_1u_1 + B_2u_2$ (A2.144)

Que l'on veut mettre sous la forme : $\dot{X} = AX + B_0u_0 + B_1u_1 + B_2u_2$ (A2.145)

avec $u_0 = \Delta Y_0$ et $Y_0 = C_0X + D_{00}u_0$, $u_0 = (\Delta^{-1} - D_{00})^{-1}C_0X$ (A2.146)

et par identification $\delta\bar{A} = B_0(\Delta^{-1} - D_{00})^{-1}C_0$ (A2.147)

Les matrices $B_0 = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ -\frac{1}{m_1} \\ \frac{1}{m_2} \end{bmatrix}$, $C_0 = [1 \quad -1 \quad 0 \quad 0]$, $\Delta = \delta$, $D_{00} = 0$ conviennent pour une

écriture algébrique du système avec incertitudes.

Variation de masse secondaire : $\frac{1}{\tilde{m}_2} = \frac{(1 + \delta)}{m_2}$ (A2.148)

$\tilde{A} = A + \delta\bar{A}$, $\tilde{B}_2 = B_2 + \delta\bar{B}_2$ (A2.149)

$\bar{A} = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ \frac{k_2}{m_2} & -\frac{k_2}{m_2} & \frac{c_2}{m_2} & -\frac{c_2}{m_2} \end{bmatrix}$ $\bar{B} = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ \frac{1}{m_2} \end{bmatrix}$

L'équation différentielle devient :

$\dot{X} = \tilde{A}X + B_1u_1 + \tilde{B}_2u_2 = (A + \delta\bar{A})X + B_1u_1 + (B_2 + \delta\bar{B}_2)u_2$ (A2.150)

Que l'on veut mettre sous la forme : $\dot{X} = AX + B_0u_0 + B_1u_1 + B_2u_2$ (A2.151)

avec $u_0 = \Delta Y_0$ et $Y_0 = C_0X + D_{00}u_0 + D_{02}u_2$ (A2.152)

Cette fois une matrice D_{02} apparaît, puisque les incertitudes entachent également la matrice B_2 .

$$\mathbf{u}_0 = (\Delta^{-1} - \mathbf{D}_{00})^{-1} \mathbf{C}_0 \mathbf{X} + (\Delta^{-1} - \mathbf{D}_{00})^{-1} \mathbf{D}_{02} \mathbf{u}_2 \quad (\text{A2.153})$$

$$\text{Et par identification : } \begin{cases} \overline{\mathbf{A}} = \mathbf{B}_0 (\Delta^{-1} - \mathbf{D}_{00})^{-1} \mathbf{C}_0 \\ \overline{\mathbf{B}} = \mathbf{B}_0 (\Delta^{-1} - \mathbf{D}_{00})^{-1} \mathbf{D}_{02} \end{cases} \quad (\text{A2.154})$$

Pour l'exemple du système à deux degrés de liberté, les matrices :

$$\mathbf{B}_0 = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ 1 \\ \overline{\mathbf{m}_2} \end{bmatrix}, \quad \mathbf{C}_0 = [\mathbf{k}_2 \quad -\mathbf{k}_2 \quad \mathbf{c}_2 \quad -\mathbf{c}_2], \quad \Delta = \delta, \quad \mathbf{D}_{00} = \mathbf{0}, \quad \mathbf{D}_{02} = \mathbf{1}$$

conviennent parfaitement

ANNEXE 2.F : MULTILOIS

ANNEXE 2.F.1 : LOGIQUE FLOUE

Introduction

En guise d'introduction sur l'utilisation de la logique floue, voici quelques propos de B. BOUCHON-MEUNIER, publiés dans le livre français de référence sur ce domaine : La Logique floue et ses Applications [BOU].

"Il convient d'utiliser la logique floue lorsque des imperfections entachent la connaissance dont nous disposons sur le système, lorsqu'une modélisation rigoureuse de celui-ci est difficile, lorsqu'il est très complexe, lorsque notre façon naturelle de l'aborder passe par une vue globale de certains aspects.... Insistons (...) sur le fait que la logique floue est le seul cadre dans lequel puisse être traitées des imprécisions et des incertitudes, qui autorisent également le traitement de certaines incomplétudes, et le seul cadre dans lequel puisse être traitées des connaissances numériques et des connaissances exprimées symboliquement par des qualifications du langage".

Construction d'un régulateur flou :

Ce régulateur est une succession de 3 étapes appelées fuzzification, inférence floue, défuzzification.

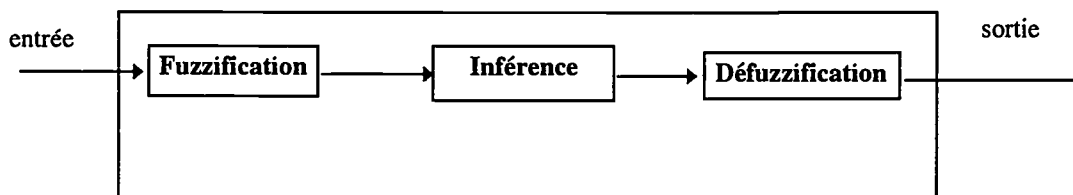


Figure A2.24 : Régulateur flou

La fuzzification consiste à définir les fonctions d'appartenance des grandeurs physiques du système aux sous-ensembles flous. On peut concevoir, par exemple, un système possédant trois sous-ensembles flous (només N pour Négatif, Z pour Zéro et P pour Positif) ; la fonction d'appartenance précisera la probabilité d'appartenance de la variable de départ à chacun de ces sous-ensembles N,P,Z, elle permet de quantifier la probabilité d'appartenance à un sous-ensemble.

L'inférence est l'endroit où les règles établies par l'expert sont traduites en formulations logiques, puis en formules mathématiques.

Soient $(SE_i, SE_k) \in \{(N,Z), (N,P), (Z,P)\}$

exemple de règle : SI (Entrée1 $\in$ SE_i ET/OU Entrée2 $\in$ SE_j..) ALORS Sortie $\in$ SE_k.

La méthode utilisée pour ces traitements est celle de la "somme-produit", qui garantit un temps de calcul très faible (cette méthode sera conservée pour tous les algorithmes présentés dans cette thèse) :

- l'opérateur **ET** est traduit par la formation du produit
- l'opérateur **OU** est traduit par la formation de la somme
- La conclusion de chaque règle **ALORS** utilise le produit

La défuzzification consiste à accorder une valeur numérique précise à chacun des coefficients de sortie. Pour la méthode "somme-produit", le principe est le suivant : il s'agit de calculer le centre de gravité de la fonction floue de commande obtenue à la fin de l'étape précédente. La valeur de la commande correspond alors à l'abscisse du centre de gravité.

$$X_g = \frac{\int f(y)ydy}{\int f(y)dy} \quad (A2.155)$$

Exemple de traitement par logique floue :

Données

3 sous ensembles flous, de type N,Z,P

2 entrées : E1 et E2

exemple : E1=-0.4 et E2=-0.1

1 sortie : S1

Fuzzification

Fonction d'appartenance

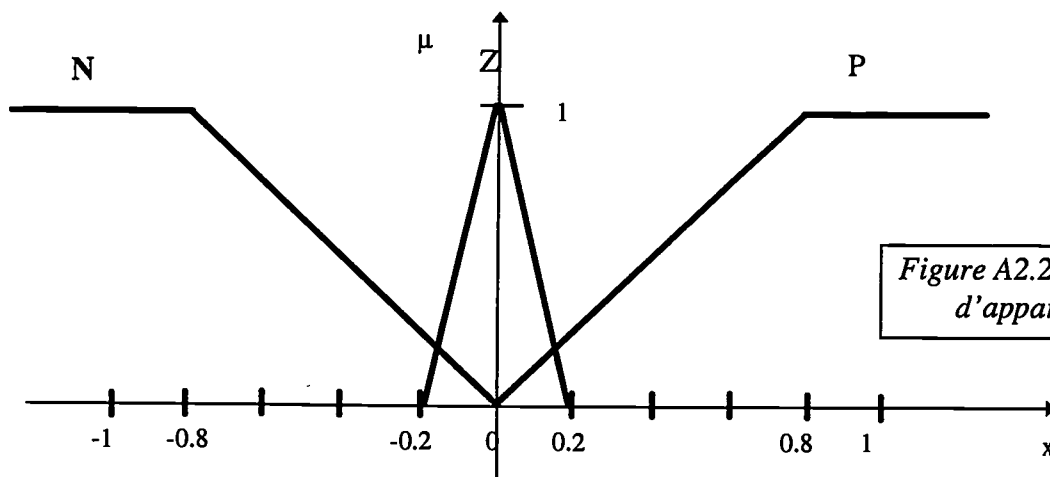


Figure A2.25 : Fonction d'appartenance

Inférences

Règle 1 : Si (E1 ∈ N et E2 ∈ N) alors S ∈ N

Règle 2 : Si (E1 ∈ N et E2 ∈ Z) alors S ∈ Z

Règle 1	Règle 2
si $E1 \in N$ $\mu(E1)=0.5$ si $E2 \in N$ $\mu(E2)=0.125$	si $E1 \in N$ $\mu(E1)=0.5$ si $E2 \in Z$ $\mu(E2)=0.5$
$\mu(E1)*\mu(E2)=0.0625$ $S_1 \in N$	$\mu(E1)*\mu(E2)=0.25$ $S_1 \in Z$

Défuzzification :

On somme les deux domaines, et on recherche le centre de gravité.
$$X_g = \frac{\int f(y)dy}{\int f(y)dy} \quad (A2.156)$$

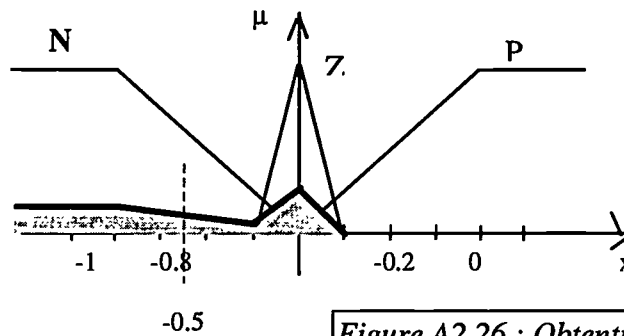


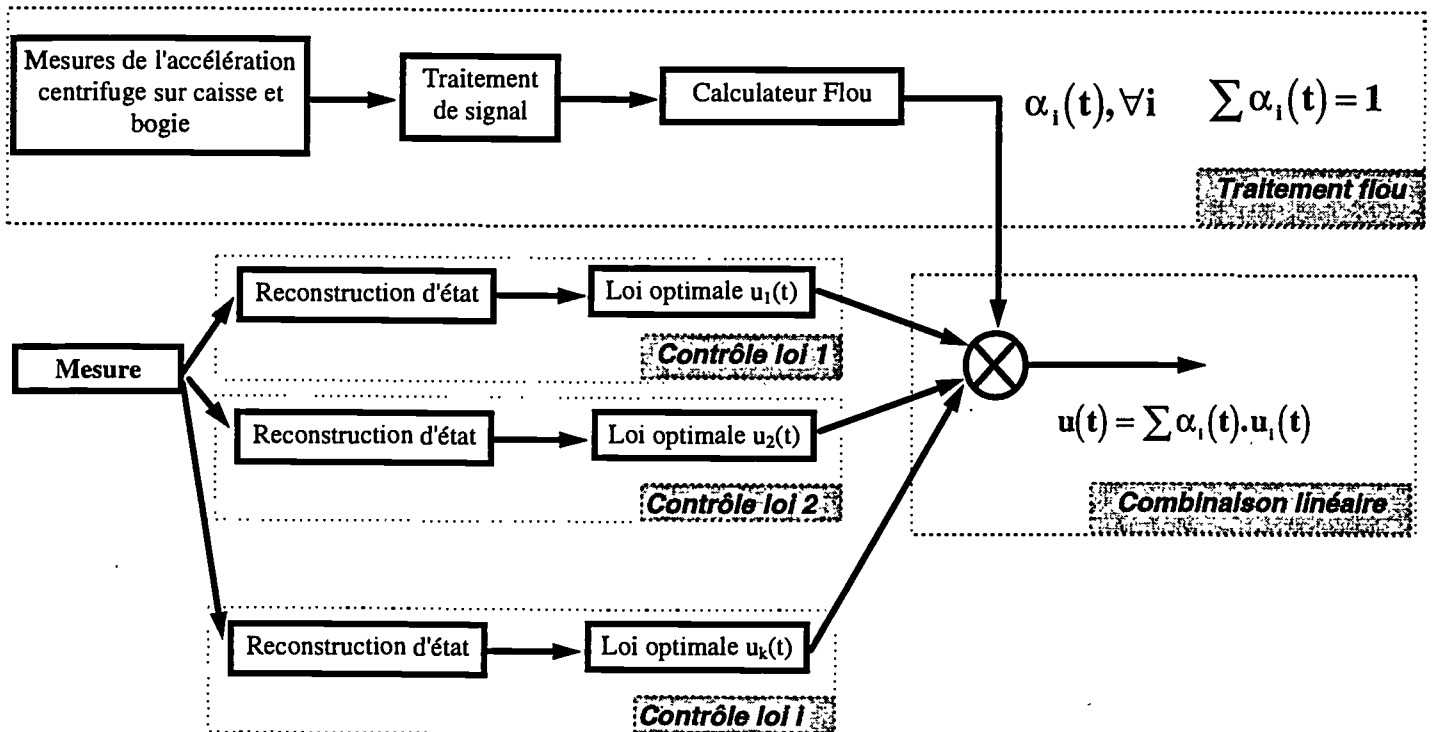
Figure A2.26 : Obtention de la valeur numérique de la sortie floue

Résultat pour la commande : -0.5

ANNEXE 2.F.2 : MULTILOIS

Extension au multilois du théorème de séparation

Schéma de construction du multilois, utilisation de plus de deux lois optimales



FigureA2.27 : Schéma du contrôle multilois

Multilois et reconstruction d'état

Dans le cas où le contrôle est obtenu avec reconstruction d'état, on prouve que le théorème de séparation est toujours valable pour le multilois, dès qu'il s'applique à chacune des lois de contrôle optimales (c'est à dire avec un contrôle du type LQG, ou synthèse H2).

Les valeurs propres du système couplé seront l'ensemble :

- des valeurs propres associées à la première reconstruction, indépendant de α (loi1)
- des valeurs propres associées à la deuxième reconstruction, indépendant de α (loi2)
- des valeurs propres associées au multicontrôle, dépendant de α

Soit l'équation différentielle du mouvement :

$$\begin{cases} \dot{\mathbf{X}} = \mathbf{A}\mathbf{X} + \mathbf{B}\mathbf{u} \\ \mathbf{Y} = \mathbf{C}\mathbf{X} \end{cases} \quad \begin{matrix} \mathbf{X} \text{ état, } \mathbf{Y} \text{ observation} \end{matrix} \quad (\text{A2.157})$$

La reconstruction d'état s'écrit sous la forme :

$$\dot{\hat{\mathbf{X}}} = \mathbf{A}\hat{\mathbf{X}} + \mathbf{B}\mathbf{u} + \mathbf{Z}(\mathbf{Y} - \mathbf{C}\hat{\mathbf{X}}) \quad (\text{A2.158})$$

$$\dot{\hat{\mathbf{X}}} = (\mathbf{A} - \mathbf{Z}\mathbf{C} + \mathbf{B}\mathbf{K})\hat{\mathbf{X}} + \mathbf{Z}\mathbf{C}\mathbf{X} \quad \text{avec } \mathbf{u} = \mathbf{K}\hat{\mathbf{X}} \quad (\text{A2.159})$$

Choisissons maintenant un multilois établi par combinaison linéaire de 2 contrôles optimaux, chacun des contrôles étant proportionnel à l'état reconstruit.

$$\mathbf{u} = \alpha\mathbf{K}_\alpha\hat{\mathbf{X}}_\alpha + (1 - \alpha)\mathbf{K}_\beta\hat{\mathbf{X}}_\beta \quad (\text{A2.160})$$

Avec les reconstructions :

$$\dot{\hat{\mathbf{X}}}_\alpha = \mathbf{A}\hat{\mathbf{X}}_\alpha + \mathbf{B}\mathbf{u} + \mathbf{Z}_\alpha(\mathbf{Y} - \mathbf{C}_\alpha\hat{\mathbf{X}}_\alpha) \quad (\text{A2.161})$$

$$\dot{\hat{\mathbf{X}}}_\beta = \mathbf{A}\hat{\mathbf{X}}_\beta + \mathbf{B}\mathbf{u} + \mathbf{Z}_\beta(\mathbf{Y} - \mathbf{C}_\beta\hat{\mathbf{X}}_\beta) \quad (\text{A2.162})$$

Et $\dot{\mathbf{X}} = \mathbf{A}\mathbf{X} + \mathbf{B}\mathbf{u}$

Il suffit donc de vérifier la stabilité de la matrice : M

$$\begin{bmatrix} \dot{\mathbf{X}} \\ \dot{\hat{\mathbf{X}}}_\alpha \\ \dot{\hat{\mathbf{X}}}_\beta \end{bmatrix} = \mathbf{M} \begin{bmatrix} \mathbf{X} \\ \hat{\mathbf{X}}_\alpha \\ \hat{\mathbf{X}}_\beta \end{bmatrix}$$

$$\mathbf{M} = \begin{bmatrix} \mathbf{A} & \alpha\mathbf{B}\mathbf{K}_\alpha & (1 - \alpha)\mathbf{B}\mathbf{K}_\beta \\ \mathbf{Z}_\alpha\mathbf{C}_\alpha & \mathbf{A} + \alpha\mathbf{B}\mathbf{K}_\alpha - \mathbf{Z}_\alpha\mathbf{C}_\alpha & (1 - \alpha)\mathbf{B}\mathbf{K}_\beta \\ \mathbf{Z}_\beta\mathbf{C}_\beta & \alpha\mathbf{B}\mathbf{K}_\alpha & \mathbf{A} + (1 - \alpha)\mathbf{B}\mathbf{K}_\beta - \mathbf{Z}_\beta\mathbf{C}_\beta \end{bmatrix} \quad (\text{A2.163})$$

$$\det(\mathbf{M} - \lambda\mathbf{I}) = \det \left(\begin{bmatrix} \mathbf{A} + \alpha\mathbf{B}\mathbf{K}_\alpha + (1 - \alpha)\mathbf{B}\mathbf{K}_\beta - \lambda & \alpha\mathbf{B}\mathbf{K}_\alpha & (1 - \alpha)\mathbf{B}\mathbf{K}_\beta \\ \mathbf{A} + \alpha\mathbf{B}\mathbf{K}_\alpha + (1 - \alpha)\mathbf{B}\mathbf{K}_\beta - \lambda & \mathbf{A} + \alpha\mathbf{B}\mathbf{K}_\alpha - \mathbf{Z}_\alpha\mathbf{C}_\alpha - \lambda & (1 - \alpha)\mathbf{B}\mathbf{K}_\beta \\ \mathbf{A} + \alpha\mathbf{B}\mathbf{K}_\alpha + (1 - \alpha)\mathbf{B}\mathbf{K}_\beta - \lambda & \alpha\mathbf{B}\mathbf{K}_\alpha & \mathbf{A} + (1 - \alpha)\mathbf{B}\mathbf{K}_\beta - \mathbf{Z}_\beta\mathbf{C}_\beta - \lambda \end{bmatrix} \right) \quad (\text{A2.164})$$

$$\det(\mathbf{M} - \lambda\mathbf{I}) = \det \left(\begin{bmatrix} \mathbf{A} + \alpha\mathbf{B}\mathbf{K}_\alpha + (1 - \alpha)\mathbf{B}\mathbf{K}_\beta - \lambda & \alpha\mathbf{B}\mathbf{K}_\alpha & (1 - \alpha)\mathbf{B}\mathbf{K}_\beta \\ 0 & \mathbf{A} - \mathbf{Z}_\alpha\mathbf{C}_\alpha - \lambda & 0 \\ 0 & 0 & \mathbf{A} - \mathbf{Z}_\beta\mathbf{C}_\beta - \lambda \end{bmatrix} \right) \quad (\text{A2.165})$$

$$\det(\mathbf{M} - \lambda\mathbf{I}) = \det(\mathbf{A} + \alpha\mathbf{B}\mathbf{K}_\alpha + (1 - \alpha)\mathbf{B}\mathbf{K}_\beta - \lambda) \det(\mathbf{A} - \mathbf{Z}_\alpha\mathbf{C}_\alpha - \lambda) \det(\mathbf{A} - \mathbf{Z}_\beta\mathbf{C}_\beta - \lambda)$$

Conclusion :

Le théorème de séparation est encore valable et vérifié :

Les valeurs propres associées au système reconstruit et contrôlé par le contrôle multilois sont les valeurs propres associées au contrôle seul, et les valeurs propres associées à chacune des équations de reconstruction d'état.

Pour un contrôle multilois utilisant plus de deux lois de contrôle :

$$\mathbf{u}(\mathbf{t}) = \sum_{i=1}^n \alpha_i(\mathbf{t}) \cdot \mathbf{u}_i(\mathbf{t}) \quad \text{avec} \quad \sum_{i=1}^n \alpha_i(\mathbf{t}) = 1$$

et où $\forall i$ chaque $\mathbf{u}_i(\mathbf{t})$ est obtenu en vérifiant le théorème de séparation.

Les valeurs propres du système contrôlé par le multilois sont :

- les valeurs propres liées à la reconstruction de chacune des lois
- les valeurs propres associées au seul contrôle multilois.

ANNEXE 2.F.3 : ANALYSE DE LA ROBUSTESSE D'UN MULTILOIS

Equation différentielle du mouvement :

$$\dot{\mathbf{X}} = \mathbf{A}\mathbf{X} + \mathbf{B}\mathbf{u} + \mathbf{G}\mathbf{w}$$

Lois de contrôle actif :

Loi optimale dans le cas 1 : $\mathbf{u}_1 = \mathbf{K}_1\mathbf{X}$ soit $\dot{\mathbf{X}} = (\mathbf{A} + \mathbf{B}\mathbf{K}_1)\mathbf{X} + \mathbf{G}\mathbf{w}$ (A2.166)

$\mathbf{A} + \mathbf{B}\mathbf{K}_1$ est stable, ce qui signifie que toutes les valeurs propres de la matrice sont à partie réelle strictement négative.

Loi optimale dans le cas 2 : $\mathbf{u}_2 = \mathbf{K}_2\mathbf{X}$ soit $\dot{\mathbf{X}} = (\mathbf{A} + \mathbf{B}\mathbf{K}_2)\mathbf{X} + \mathbf{G}\mathbf{w}$ (A2.167)

$\mathbf{A} + \mathbf{B}\mathbf{K}_2$ est stable, ce qui signifie que toutes les valeurs propres de la matrice sont à partie réelle strictement négative.

Composition des contrôles :

Soit $\alpha \in [0 \quad 1]$ et $\dot{\mathbf{X}} = [\mathbf{A} + \mathbf{B}(\alpha\mathbf{K}_1 + (1-\alpha)\mathbf{K}_2)]\mathbf{X} + \mathbf{G}\mathbf{w}$ (A2.168)

$$\dot{\mathbf{X}} = \alpha(\mathbf{A} + \mathbf{B}\mathbf{K}_1)\mathbf{X} + (1-\alpha)(\mathbf{A} + \mathbf{B}\mathbf{K}_2)\mathbf{X} + \mathbf{G}\mathbf{w} \quad (\text{A2.169})$$

Rappel de critère de STABILITE :

C est stable ssi toutes ses valeurs propres ont une partie réelle strictement négative.

On peut également utiliser le critère suivant :

C est stable ssi la matrice $\exp(\mathbf{C}t)$ tend vers la matrice nulle lorsque t tend vers l'infini.

On propose une démonstration de la stabilité du contrôle multilois en utilisant le critère de LYAPUNOV ; c'est une contribution originale de cette thèse.

Rappel pour un système contrôlé par retour d'état classique (loi optimale)

Soit le système mécanique $\dot{\mathbf{X}} = \mathbf{A}\mathbf{X} + \mathbf{B}\mathbf{u} + \mathbf{G}\mathbf{w}$

Et la recherche de contrôle actif par loi optimale.

$$\mathbf{u} = -\mathbf{R}^{-1}\mathbf{B}'\mathbf{P} = \mathbf{K}\mathbf{X}$$

$$\mathbf{A}'\mathbf{P} + \mathbf{P}\mathbf{A} + \mathbf{Q} - \mathbf{P}\mathbf{B}\mathbf{R}^{-1}\mathbf{B}'\mathbf{P} = 0$$

$$\mathbf{P} \cdot (\mathbf{A} + \mathbf{B} \cdot \mathbf{K}) + (\mathbf{A} + \mathbf{B} \cdot \mathbf{K})' \cdot \mathbf{P} + (\mathbf{Q} + \mathbf{K} \cdot \mathbf{R} \cdot \mathbf{K}) = 0$$

$V(X) = X^T P X$ est dénommé potentiel de LYAPUNOV s'il vérifie les trois hypothèses

$$\text{suivantes : } \begin{cases} V(0) = 0 \\ V(X) > 0, \forall X \neq 0 \\ \frac{dV(X)}{dt} < 0, \forall X \neq 0 \end{cases} \quad \text{cf annexe 2.E.4}$$

Dans le voisinage de l'origine

Si $V(X)$ est potentiel de LYAPUNOV (obtenu par exemple pour un système contrôlé par synthèse LQ LQG ou H2), alors le système contrôlé est stable.

Extension au multilois :

❶ Soit $V_1(X)$, potentiel de LYAPUNOV associé au système contrôlé avec la première loi de contrôle optimale :

$$V_1(X) = X^T P_1 X \quad (A2.171)$$

$$\text{avec } P_1 \cdot (A + B \cdot K_1) + (A + B \cdot K_1)^T \cdot P_1 + (Q_1 + K_1 \cdot R_1 \cdot K_1) = 0 \quad (A2.172)$$

$$\text{et vecteur de contrôle } u_1 = -R_1^{-1} B^T P_1 = K_1 X \quad (A2.173)$$

❷ Soit $V_2(X)$, potentiel de LYAPUNOV associé au système contrôlé avec la deuxième loi de contrôle optimale :

$$V_2(X) = X^T P_2 X \quad (A2.174)$$

$$\text{avec } P_2 \cdot (A + B \cdot K_2) + (A + B \cdot K_2)^T \cdot P_2 + (Q_2 + K_2 \cdot R_2 \cdot K_2) = 0 \quad (A2.175)$$

$$\text{et le vecteur de contrôle } u_2 = -R_2^{-1} B^T P_2 = K_2 X \quad (A2.176)$$

❸ Si on admet la condition suivante sur les matrices de pondération des contrôles :

$$R_1 = R_2 = R \quad (A2.177)$$

❹ Considérons maintenant une formulation multilois obtenue pour un vecteur de contrôle :

$$u = \alpha \cdot u_1 + (1 - \alpha) \cdot u_2 \quad (A2.178)$$

$$u = K X \quad \text{avec } K = \alpha \cdot K_1 + (1 - \alpha) \cdot K_2 \quad (A2.179)$$

Alors

$$\text{le retour d'état s'écrit : } K = -R^{-1} B^T (\alpha \cdot P_1 + (1 - \alpha) \cdot P_2) X = -R^{-1} B^T P X \quad (A2.180)$$

$$\text{avec } P = \alpha \cdot P_1 + (1 - \alpha) \cdot P_2 \quad (A2.181)$$

en terme de potentiel de Lyapunov

$$V(X) = X^T \cdot P \cdot X \quad (A2.182)$$

$$V(X) = X^T \cdot (\alpha \cdot P_1 + (1 - \alpha) \cdot P_2) \cdot X \quad (A2.183)$$

$$V(X) = \alpha \cdot X^T \cdot P_1 \cdot X + (1 - \alpha) \cdot X^T \cdot P_2 \cdot X \quad (A2.184)$$

$$V(\mathbf{X}) = \alpha \cdot V_1(\mathbf{X}) + (1 - \alpha) \cdot V_2(\mathbf{X}) \quad (\text{A2.185})$$

Conclusion sur la stabilité :

$$\text{Si } V(\mathbf{X}) = \alpha \cdot V_1(\mathbf{X}) + (1 - \alpha) \cdot V_2(\mathbf{X}) \quad (\text{A2.186})$$

$V_1(\mathbf{X})$ est potentiel de Lyapunov

$V_2(\mathbf{X})$ est potentiel de Lyapunov

Alors $\forall \alpha \in [0 \ 1]$ $V(\mathbf{X})$ est aussi potentiel de Lyapunov, donc le multilois est stable.

Remarque 1 :

La démonstration précédente est encore vrai dans le cas où les matrices R_1 et R_2 sont proportionnelles $R_1 = \beta \cdot R_2$ $\beta > 0$ ($\beta > 0$ est requis par la condition de positivité des matrices R_1 et R_2).

Cette condition n'est pas tellement restrictive, dans la mesure où il est fréquent de choisir pour matrice de pondération R sur les contrôles le résultat de la multiplication de la matrice identité par un scalaire strictement positif.

Remarque 2 :

Dans le cas où l'indice de coût contient des termes croisés entre action et état, la propriété est encore vraie sous la condition de proportionnalité des matrices de pondération des actions.

En effet, pour un Lagrangien du type :

$$H = \frac{1}{2} (\mathbf{X}^t \cdot \mathbf{Q} \cdot \mathbf{X} + \mathbf{u}^t \cdot \mathbf{R} \cdot \mathbf{u} + 2 \cdot \mathbf{X}^t \cdot \mathbf{N} \cdot \mathbf{u}) + \lambda^t \cdot (\mathbf{A} \cdot \mathbf{X} + \mathbf{B} \cdot \mathbf{u} - \dot{\mathbf{X}}) \quad (\text{A2.187})$$

$$\text{Le contrôle prend la forme } \mathbf{u} = -\mathbf{R}^{-1} \cdot (\mathbf{B}^t \cdot \mathbf{P} + \mathbf{N}^t) \quad (\text{A2.188})$$

Avec P solution de l'équation de RICCATI

$$\mathbf{A}^t \cdot \mathbf{P} + \mathbf{P} \cdot \mathbf{A} + \mathbf{Q} - (\mathbf{P} \cdot \mathbf{B} + \mathbf{N}) \cdot \mathbf{R}^{-1} \cdot (\mathbf{B}^t \cdot \mathbf{P} + \mathbf{N}^t) = \mathbf{0} \quad (\text{A2.189})$$

Qui peut encore s'écrire sous la forme

$$(\mathbf{A} - \mathbf{N} \cdot \mathbf{R}^{-1} \cdot \mathbf{B}^t) \cdot \mathbf{P} + \mathbf{P} \cdot (\mathbf{A} - \mathbf{B} \cdot \mathbf{R}^{-1} \cdot \mathbf{N}^t) + (\mathbf{Q} - \mathbf{N}^t \cdot \mathbf{R}^{-1} \cdot \mathbf{N}) - \mathbf{P} \cdot \mathbf{B} \cdot \mathbf{R}^{-1} \cdot \mathbf{B}^t \cdot \mathbf{P} = \mathbf{0}$$

On retombe alors sur la formulation classique abordée dans le paragraphe précédent. (A2.190)

Si chacune des lois de contrôle est obtenue par ce formalisme, chacun des potentiels associés est un potentiel de **Lyapunov**, et un barycentre interne de ces deux potentiels sera encore potentiel de **Lyapunov**.

ETUDE DE LA STABILITE ROBUSTE :

Expression des transferts en boucle ouverte pour chacun des contrôles pris séparément.

$$\mathbf{L}_1 = \mathbf{K}_1 (\mathbf{sI} - \mathbf{A})^{-1} \mathbf{B} \quad \mathbf{L}_2 = \mathbf{K}_2 (\mathbf{sI} - \mathbf{A})^{-1} \mathbf{B} \quad (\text{A2.191})$$

Soit le même transfert pour un contrôle multilois :

$$\mathbf{L} = (\alpha \mathbf{K}_1 + (1 - \alpha) \mathbf{K}_2) (\mathbf{sI} - \mathbf{A})^{-1} \mathbf{B} = \alpha \mathbf{L}_1 + (1 - \alpha) \mathbf{L}_2 \quad (\text{A2.192})$$

Les fonctions de sensibilité, pour chacun des contrôles, prennent la forme suivante :

$$\mathbf{S}_1 = (\mathbf{I} + \mathbf{L}_1)^{-1} \quad \mathbf{S}_2 = (\mathbf{I} + \mathbf{L}_2)^{-1} \quad (\text{A2.193})$$

Pour le multilois, la sensibilité prend la forme d'une combinaison des deux sensibilités propres à chacun des contrôles.

$$\mathbf{S} = (\mathbf{I} + \mathbf{L})^{-1} = (\mathbf{I} + \alpha\mathbf{L}_1 + (1-\alpha)\mathbf{L}_2)^{-1} = (\alpha(\mathbf{I} + \mathbf{L}_1) + (1-\alpha)(\mathbf{I} + \mathbf{L}_2))^{-1} = (\alpha\mathbf{S}_1^{-1} + (1-\alpha)\mathbf{S}_2^{-1})^{-1}$$

La fonction de sensibilité inverse, pourra s'écrire : $\mathbf{T} = \mathbf{L}(\mathbf{I} + \mathbf{L})^{-1} = (\alpha\mathbf{L}_1 + (1-\alpha)\mathbf{L}_2)\mathbf{S}$ (A2.194)

Comme indiqué dans le paragraphe. (cf 2.2.2.3.)... , le critère de stabilité robuste consiste en la recherche d'un filtre $\mathbf{W}_2$ tel que $\|\mathbf{W}_2\mathbf{T}\|_\infty < 1$

Supposons que deux filtres aient été trouvés $\mathbf{W}_{21}$ et $\mathbf{W}_{22}$, dans le cas de contrôles simples :

$\mathbf{W}_{21}$ tel que $\|\mathbf{W}_{21}\mathbf{T}_1\|_\infty < 1$, et $\mathbf{W}_{22}$ tel que $\|\mathbf{W}_{22}\mathbf{T}_2\|_\infty < 1$

$$\mathbf{T}_1 = \mathbf{L}_1(\mathbf{I} + \mathbf{L}_1)^{-1}, \quad \mathbf{T}_2 = \mathbf{L}_2(\mathbf{I} + \mathbf{L}_2)^{-1} \quad (\text{A2.195})$$

Il est très délicat de travailler sur $\overline{\sigma}(\mathbf{T})$ directement, vu la complexité de la formule permettant d'en déduire $\mathbf{T}$.

En revanche, il est très facile de travailler sur $\overline{\sigma}(\mathbf{L})$, car $\mathbf{L}$ est combinaison linéaire directe de $\mathbf{L}_1$ et $\mathbf{L}_2$

$$\mathbf{L} = \alpha\mathbf{L}_1 + (1-\alpha)\mathbf{L}_2 \quad (\text{A2.196})$$

$$\overline{\sigma}(\mathbf{L}) \leq \alpha\overline{\sigma}(\mathbf{L}_1) + (1-\alpha)\overline{\sigma}(\mathbf{L}_2), \quad \text{vu que } \alpha \in [0 \quad 1]$$

$$\text{Et par majoration, } \overline{\sigma}(\mathbf{L}) \leq \max(\overline{\sigma}(\mathbf{L}_1), \overline{\sigma}(\mathbf{L}_2)) \quad (\text{A2.197})$$

Or si $\overline{\sigma}(\mathbf{L}) \ll 1$, ce qui arrive en Hautes fréquences, dès que $\overline{\sigma}(\mathbf{T}) < 0\text{dB}$,

$$\overline{\sigma}(\mathbf{T}) \approx \overline{\sigma}(\mathbf{L}) \quad (\text{A2.198})$$

Donc pour les hautes fréquences :

$$\overline{\sigma}(\mathbf{T}) \approx \overline{\sigma}(\mathbf{L}) \leq \max(\overline{\sigma}(\mathbf{L}_1), \overline{\sigma}(\mathbf{L}_2)) \approx \max(\overline{\sigma}(\mathbf{T}_1), \overline{\sigma}(\mathbf{T}_2)) \quad (\text{A2.199})$$

Un filtre $\mathbf{W}_2$ satisfaisant aux conditions sera défini par l'équation (A2.200)

$$|\mathbf{W}_2(\mathbf{j}\omega)|^{-1} = \max(|\mathbf{W}_{21}(\mathbf{j}\omega)|^{-1}, |\mathbf{W}_{22}(\mathbf{j}\omega)|^{-1}) \quad (\text{A2.200})$$

Pour chaque fréquence, la marge de robustesse pour le multilois est au moins égale à la plus petite marge de robustesse obtenue pour chacun des deux lois de contrôle.

NB : cette démonstration est entièrement généralisable à un contrôle multilois bâti avec plus de deux lois de contrôle nominales, puisque la majoration convexe $\mathbf{L} = \sum_i \alpha_i \mathbf{L}_i$ avec

$$\sum_i \alpha_i = 1 \text{ reste toujours valable : } \overline{\sigma}(\mathbf{L}) \leq \sum_i \alpha_i \overline{\sigma}(\mathbf{L}_i) \leq \max_i(\overline{\sigma}(\mathbf{L}_i)) \quad (\text{A2.201})$$

ETUDE DE LA PERFORMANCE ROBUSTE :

Cette étude est notoirement plus compliquée, et aujourd'hui aucun critère satisfaisant n'a été trouvé.

En reprenant le critère défini dans le paragraphe 2.2.2.3 trouver un filtre $W1$ vérifiant $\|W_1 S\|_\infty < 1$ serait l'idéal. Cependant trouver ce filtre, à partir de connaissance des lois de contrôle nominales, n'est pas chose facile. La difficulté pour analyser la performance du multilois tient en deux raisons :

- la complexité de l'écriture de S en fonction de S_1 et S_2 :

$$S = (\alpha S_1^{-1} + (1 - \alpha) S_2^{-1})^{-1} \quad (A2.202)$$

- Le fait que, majoritairement, on ne puisse raisonner par valeur approchée, comme on l'a fait pour le raisonnement de stabilité robuste .

En effet, on démontre que pour $\frac{1}{\bar{\sigma}(S)}$ bien au-dessus de 0dB,

$$\frac{1}{\bar{\sigma}(S)} \approx \underline{\sigma}(L) \text{ si } \underline{\sigma}(L) \gg 1 \quad (A2.203)$$

Or cette dernière condition $\underline{\sigma}(L) \gg 1$ n'est pas souvent satisfaite dans le cas de contrôle du fait même de la présence de composante nulle dans le vecteur B .

De surcroît, on constate, par simulation, que $\bar{\sigma}(S)$ n'est pas toujours majoré par le maximum entre $\bar{\sigma}(S_1)$ et $\bar{\sigma}(S_2)$, comme on aurait pu l'espérer initialement, en raisonnant de manière analogue avec la démonstration précédente. Le critère de majoration n'est pas respecté, en particulier, lorsque l'un des deux contrôles à une réponse pour la plus grande valeur singulière de la fonction de transfert d'amplitude très élevée (pic haut et fin traduisant un très faible amortissement).

La figure suivante illustre ces propos. Alors que les plus grandes valeurs propres des transferts S_1 et S_2 sont tracés en croix, l'évolution de la plus grande valeur propre de S est tracée pour 11 valeurs de α réparties uniformément sur l'intervalle $[0, 1]$.

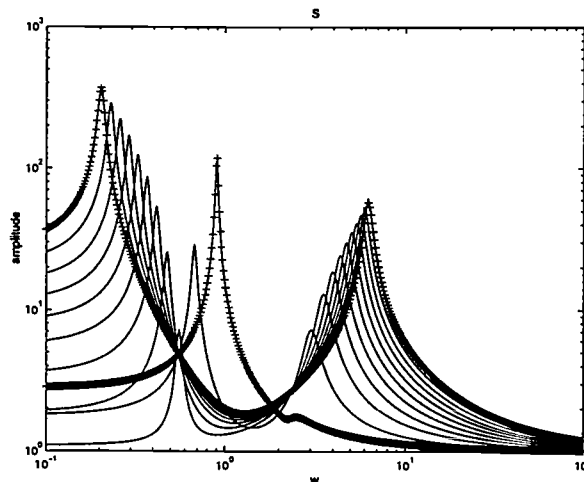


*Figure A2.28 :
Variation de la
sensibilité d'un
multilois*

En guise de conclusion, on indique donc que le critère multilois devra être analysé numériquement et graphiquement, de manière à assurer au contrôle une certaine robustesse de performance, et éventuellement rechercher un filtre W_1 vérifiant $\|W_1 S\|_\infty < 1$, en considérant un majorant de l'enveloppe du faisceau de courbes.

On ne sait donc pas proposer, aujourd'hui, un critère autre qu'un critère visuel et numérique.

Remarque : Si C_1 et C_2 commutent

$$C_1 = A + BK_1$$

$$C_2 = A + BK_2$$

$$C = \alpha C_1 + (1 - \alpha)C_2$$

C_1 et C_2 ayant toutes leurs valeurs propres à partie réelle strictement positive, elles sont donc inversibles, et diagonalisables :

Il existe $P \in GL_n(\mathbb{R} + i\mathbb{R})$ tel que $C_1 = P^{-1}DP$

Il existe $Q \in GL_n(\mathbb{R} + i\mathbb{R})$ tel que $C_2 = Q^{-1}EQ$

où D et E sont des matrices diagonales.

$$\exp(Ct) = \exp((\alpha C_1 + (1 - \alpha)C_2)t) = \exp(\alpha C_1 t + (1 - \alpha)C_2 t) = \exp(\alpha C_1 t) \exp((1 - \alpha)C_2 t)$$

$$\text{et comme par définition } \exp(Zt) = \sum_{i=0}^{\infty} \frac{Z^i t^i}{i!}$$

$$\exp(\alpha C_1 t) = \sum_{i=0}^{\infty} \frac{C_1^i t^i \alpha^i}{i!} = \sum_{i=0}^{\infty} \frac{(P^{-1}DP)^i t^i \alpha^i}{i!} = P^{-1} \sum_{i=0}^{\infty} \frac{D^i t^i \alpha^i}{i!} P = P^{-1} \exp(\alpha Dt) P$$

$$\text{De même, } \exp((1 - \alpha)C_2 t) = Q^{-1} \exp((1 - \alpha)Et) Q$$

Donc $\exp(Ct) = P^{-1} \exp(\alpha Dt) P Q^{-1} \exp((1 - \alpha)Et) Q$, ce qui peut encore s'écrire :

$$\exp(Ct) = \left[\sum_{k=1}^n \sum_{l=1}^n c_{ijkl} \exp(\alpha \lambda_k t) \exp((1 - \alpha) \mu_l t) \right]_{i,j} = \left[\sum_{k=1}^n \sum_{l=1}^n c_{ijkl} \exp((\alpha \lambda_k + (1 - \alpha) \mu_l) t) \right]_{i,j}$$

Où λ_i est la i ème valeur propre de C_1 , μ_j la j ème valeur propre de C_2 .

Puisque $\Re(\mu_i) < 0$ et $\Re(\lambda_i) < 0 \quad \forall i$,

$$\text{on en déduit que } \forall i, j \quad \lim_{t \rightarrow \infty} \left(\sum_{k=1}^n \sum_{l=1}^n c_{ijkl} \exp((\alpha \lambda_k + (1 - \alpha) \mu_l) t) \right) = 0$$

ce qui fournit une information sur les marges de stabilité.

C est donc stable

On en déduit également que la plus grande partie réelle de valeur propre de C (la plus petite en module, mais la plus grande puisque la valeur propre de la partie réelle est négative, pour des raisons de stabilité) est inférieure ou égale à $\alpha \Re(\lambda_{ii}) + (1 - \alpha) \Re(\mu_{jj})$

où λ_{ii} est la valeur propre de C1 ayant la plus grande partie réelle

où μ_{jj} est la valeur propre de C2 ayant la plus grande partie réelle.

Cette propriété n'est assurée que si C1 et C2 sont stables, et si α est compris entre 0 et 1

Remarques relatives aux plus grandes valeurs singulières :

$$C = \alpha C_1 + (1 - \alpha) C_2 \quad \text{avec } \alpha \in [0 \quad 1]$$

$$\bar{\sigma}(C) = \bar{\sigma}(\alpha C_1 + (1 - \alpha) C_2) \leq \alpha \bar{\sigma}(C_1) + (1 - \alpha) \bar{\sigma}(C_2) \leq \max(\bar{\sigma}(C_1), \bar{\sigma}(C_2))$$

Cette propriété est toujours satisfaite.

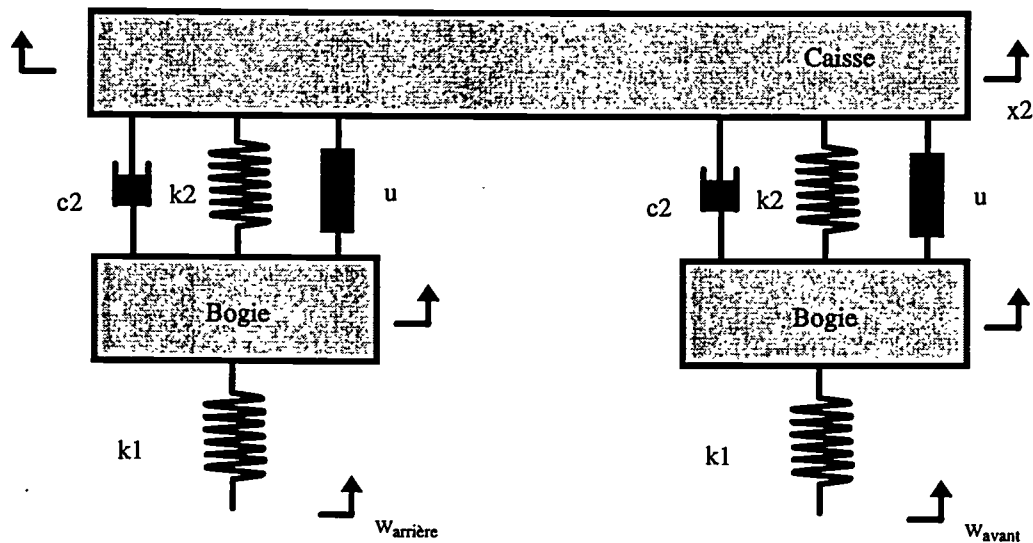
ANNEXE 2.G : ANNEXE : CONTROLES OPTIMAUX NON LINEAIRES (NON LINEAR AND OPTIMAL CONTROL)

ANNEXE 2.G.1 : PRESENTATION

C'est la formulation d'algorithmes de recherche de lois de contrôle optimales, intégrant des conditions restrictives sur les fonctionnements des actionneurs. On considère en effet que ces actionneurs sont soumis à des phénomènes de saturations sur des grandeurs telles que les forces délivrées, les puissances mécaniques, les viscosités dans une représentation de contrôle semi-actif.

Modèle mécanique utilisé :

Modèle mécanique à 4 degrés de liberté, avec deux actionneurs verticaux.



FigureA2.29 : Modèle à 4 ddl pour l'étude des contrôles optimaux non linéaires

Les paramètres mécaniques choisis pour les exemples numériques ont été adimensionnés. Ils ne représentent donc pas des paramètres caractéristiques du domaine ferroviaire, mais les fréquences propres du système sont en revanche représentatives de cet environnement.

Masse de caisse	2	Raideur primaire	80
Masse de bogie	10	Raideur secondaire	7
Inertie de caisse	1	Viscance secondaire	0.3

Notations :

X	état global du système
u	vecteur de contrôle en force
w	vecteur perturbation aléatoire
λ, μ	vecteurs multiplicateur de Lagrange associés à une égalité
δ, γ, κ	vecteurs multiplicateur de Lagrange associés à une inégalité

Nature de la fonctionnelle quadratique et synthèse:

Elle vise à une simple réduction des déplacements verticaux et l'angle de tangage de la masse supérieure. La loi de contrôle optimal est obtenue, dans le cas linéaire, par méthode LQ.

Le formalisme suivant est valable également pour toute synthèse de contrôleur garantissant un contrôle

- optimum ou proportionnel à l'état
- avec reconstruction d'état si le théorème de séparation est vérifié.

Schéma de résolution

Par formulation Hamiltonienne et résolution des équations de Lagrange

$$\text{pour } \mathbf{H}(\mathbf{X}_i) \quad \frac{d}{dt} \frac{\partial \mathbf{H}}{\partial \dot{\mathbf{X}}_i} - \frac{\partial \mathbf{H}}{\partial \mathbf{X}_i} = \mathbf{0} \quad (\text{A2.204})$$

avec $\mathbf{X}_i$ ième composante du vecteur d'état $\mathbf{X}$.

Traduction des inégalités de saturations

La prise en compte de la saturation, inégalité par excellence, peut s'illustrer de deux manières dans l'écriture du Lagrangien. Dans le cas d'une saturation en force par exemple, $\mathbf{u}_{\min} < \mathbf{u} < \mathbf{u}_{\max}$, on pourra augmenter le Lagrangien :

$$\textcircled{1} \text{ soit avec les termes } -\gamma_1(\mathbf{u}_{\max} - \mathbf{u}) - \gamma_2(\mathbf{u} - \mathbf{u}_{\min}) \quad (\text{A2.205})$$

$$\text{avec } \begin{cases} \gamma_1 \geq 0 \\ \gamma_2 \geq 0 \end{cases}, \text{ et } \begin{cases} \gamma_1(\mathbf{u}_{\max} - \mathbf{u}) = 0 \\ \gamma_2(\mathbf{u} - \mathbf{u}_{\min}) = 0 \end{cases} \quad (\text{A2.206})$$

C'est à dire un ajout de 2 égalités, 2 inégalités et deux variables de multiplicateurs de Lagrange.

c'est ce que préconise VINCENT [VINC]

$\textcircled{2}$ soit sous forme d'une égalité de type $+\gamma[(\mathbf{u}_{\max} - \mathbf{u})(\mathbf{u} - \mathbf{u}_{\min}) - \alpha^2]$, c'est ce que préconise SAGE [SAG], à travers l'utilisation des variable γ et α .

$$\text{Et l'égalité} \quad (\mathbf{u}_{\max} - \mathbf{u})(\mathbf{u} - \mathbf{u}_{\min}) = \alpha^2 \quad (\text{A2.207})$$

Dans les démonstrations suivantes, c'est la première formulation qui a été choisie.

ANNEXE 2.G.2 : ETUDE DU CAS LINEAIRE

Hypothèses

Aucune restriction sur le contrôle

Mise en équations

Equation dynamique :

$$\dot{\mathbf{X}} = \mathbf{A}\mathbf{X} + \mathbf{B}\mathbf{u} + \mathbf{G}\mathbf{w}$$

Indice de coût :

$$\mathbf{J} = \frac{1}{2} \int_0^{\infty} (\mathbf{X}^t \mathbf{Q} \mathbf{X} + \mathbf{u}^t \mathbf{R} \mathbf{u} + 2\mathbf{X}^t \mathbf{N} \mathbf{u}) dt$$

Formulation du Lagrangien :

$$\mathbf{H} = \frac{1}{2} (\mathbf{X}^t \mathbf{Q} \mathbf{X} + \mathbf{u}^t \mathbf{R} \mathbf{u} + 2\mathbf{X}^t \mathbf{N} \mathbf{u}) + \lambda^t (\mathbf{A}\mathbf{X} + \mathbf{B}\mathbf{u} - \dot{\mathbf{X}})$$

Equations du mouvement :

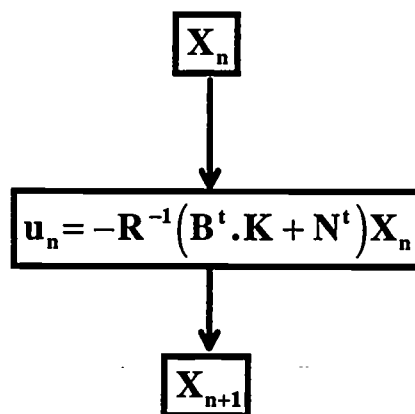
$$\begin{cases} \dot{\mathbf{X}} = \mathbf{A}\mathbf{X} + \mathbf{B}\mathbf{u} + \mathbf{G}\mathbf{w} \\ \dot{\lambda} = -\mathbf{Q}\mathbf{X} - \mathbf{A}^t \lambda - \mathbf{N}\mathbf{u} \\ \mathbf{u} = -\mathbf{R}^{-1} (\mathbf{B}^t \lambda + \mathbf{N}^t \mathbf{X}) \end{cases}$$

Algorithme de résolution :

$$\mathbf{u} = -\mathbf{R}^{-1} (\mathbf{B}^t \mathbf{K} + \mathbf{N}^t) \mathbf{X}$$

avec K solution de Riccati pour la matrice hamiltonnienne

$$\mathbf{H}_m = \begin{bmatrix} \mathbf{A} - \mathbf{B}\mathbf{R}^{-1}\mathbf{N}^t & -\mathbf{B}\mathbf{R}^{-1}\mathbf{B}^t \\ -\mathbf{Q} + \mathbf{N}\mathbf{R}^{-1}\mathbf{N}^t & -\mathbf{A}^t + \mathbf{N}\mathbf{R}^{-1}\mathbf{B}^t \end{bmatrix}$$



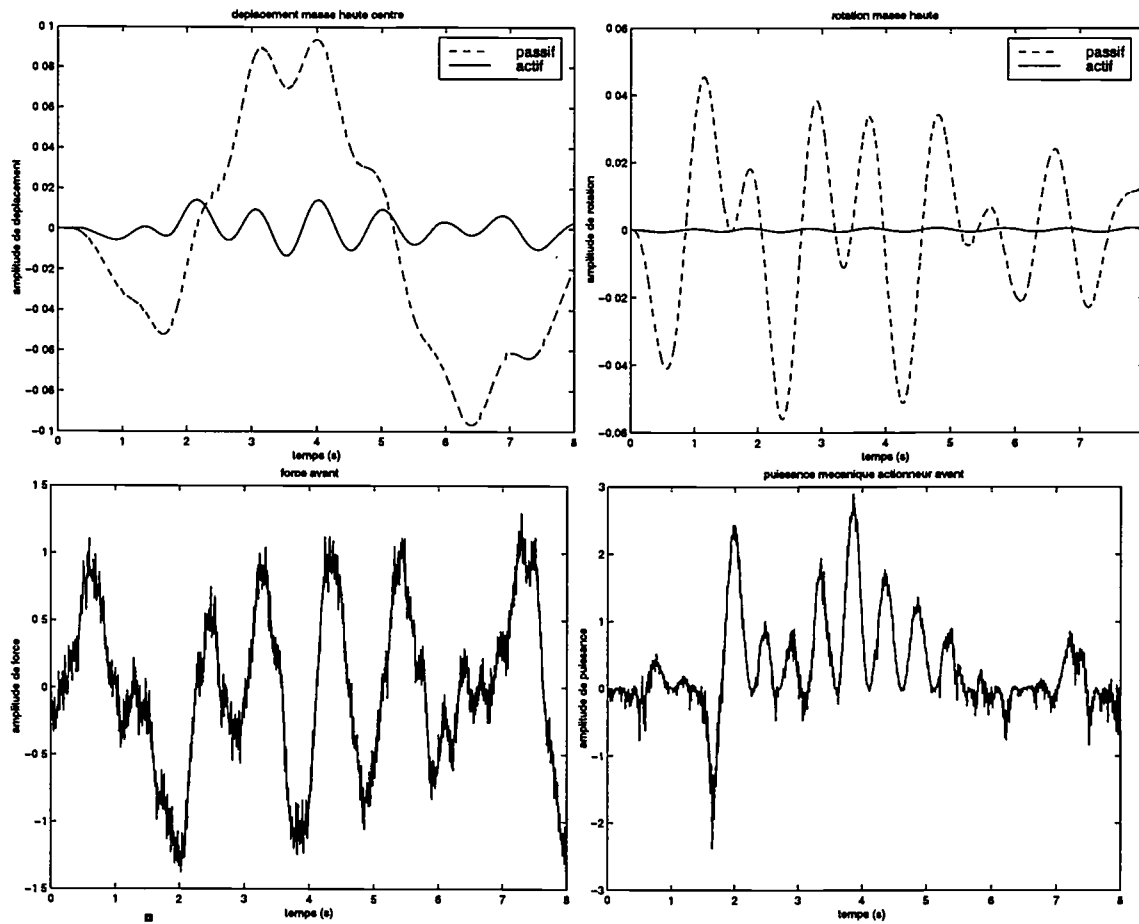


Figure A2.30 : Réponses temporelles du système actif
 ----- passif ——— actif

Conclusion :

Le contrôle actif permet de réduire conjointement les déplacements transversaux et le tangage de la caisse. Les forces et puissances délivrées par les actionneurs sont continues.

ANNEXE 2.G.3 : SATURATION DE LA FORCE

Hypothèses

La force délivrée par l'actionneur admet une amplitude comprise entre $[u_{\min} \ u_{\max}]$

La contrainte : $u_{\min} < u < u_{\max}$ (A2.208)

traduit une limitation physique classique de la commande par limitations de grandeurs électriques de consigne.

Mise en équation

Equation dynamique :

$$\dot{\mathbf{X}} = \mathbf{A}\mathbf{X} + \mathbf{B}\mathbf{u} + \mathbf{G}\mathbf{w}$$

Indice de coût :

$$\mathbf{J} = \frac{1}{2} \int_0^{\infty} (\mathbf{X}^t \mathbf{Q} \mathbf{X} + \mathbf{u}^t \mathbf{R} \mathbf{u} + 2 \mathbf{X}^t \mathbf{N} \mathbf{u}) dt$$

Formulation du Lagrangien :

$$\left\{ \begin{array}{l} \mathbf{H} = \frac{1}{2} (\mathbf{X}^t \mathbf{Q} \mathbf{X} + \mathbf{u}^t \mathbf{R} \mathbf{u} + 2 * \mathbf{X}^t \mathbf{N} \mathbf{u}) + \lambda^t (\mathbf{A}\mathbf{X} + \mathbf{B}\mathbf{u} - \dot{\mathbf{X}}) - \gamma_1 (\mathbf{u}_{\max} - \mathbf{u}) - \gamma_2 (\mathbf{u} - \mathbf{u}_{\min}) \\ \gamma_1 \geq 0 \\ \gamma_2 \geq 0 \\ \gamma_1 (\mathbf{u}_{\max} - \mathbf{u}) = 0 \\ \gamma_2 (\mathbf{u} - \mathbf{u}_{\min}) = 0 \end{array} \right. \quad (\text{A2.209})$$

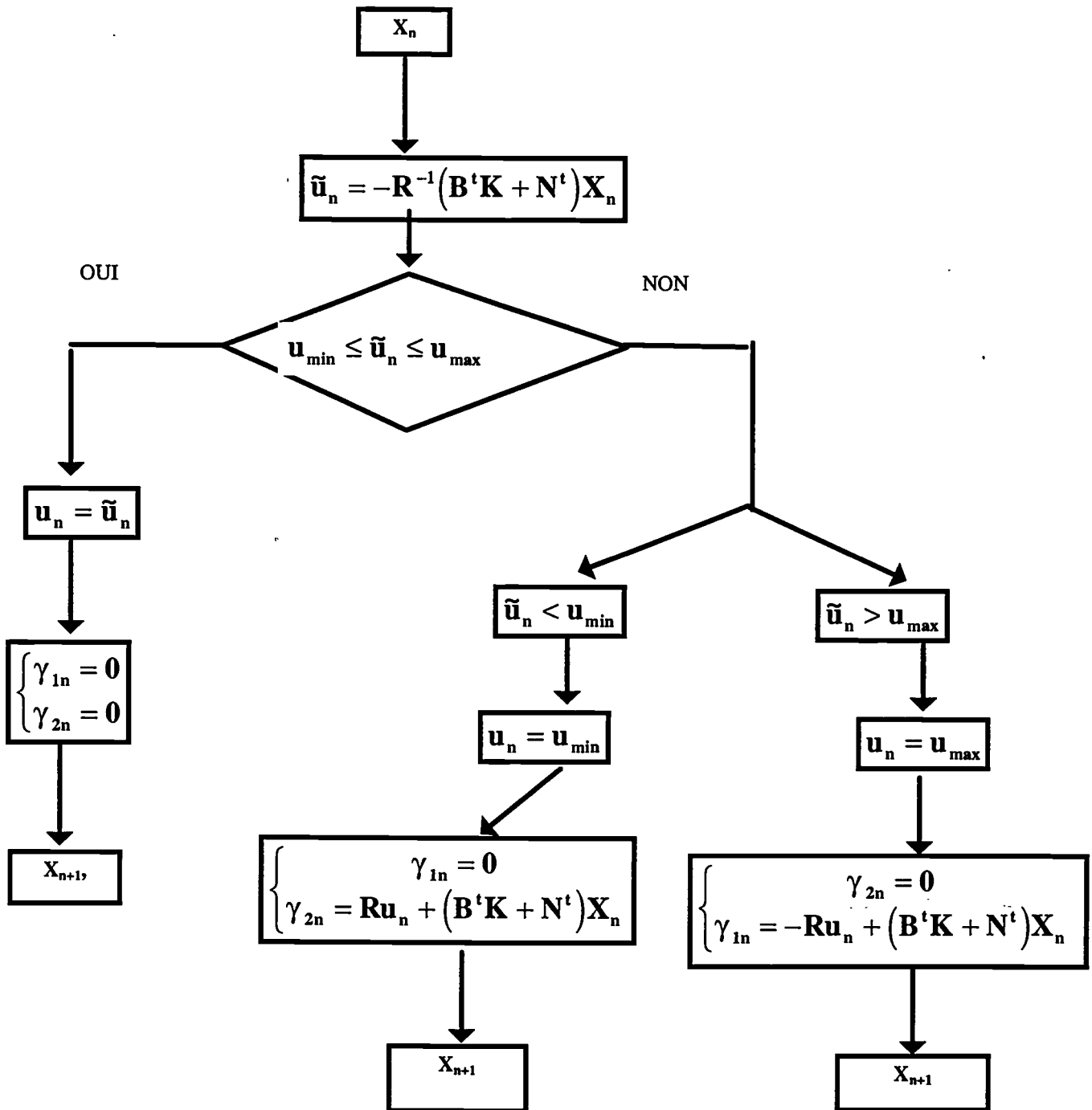
Equations du mouvement :

$$\left\{ \begin{array}{l} \dot{\mathbf{X}} = \mathbf{A}\mathbf{X} + \mathbf{B}\mathbf{u} + \mathbf{G}\mathbf{w} \\ \dot{\lambda} = -\mathbf{Q}\mathbf{X} - \mathbf{A}^t \lambda - \mathbf{N}\mathbf{u} \\ \mathbf{u} = -\mathbf{R}^{-1} (\mathbf{B}^t \lambda + \mathbf{N}^t \mathbf{X} + \gamma_1 - \gamma_2) \end{array} \right.$$

Résolution de Riccati : $\tilde{\mathbf{u}} = -\mathbf{R}^{-1} (\mathbf{B}^t \mathbf{K} + \mathbf{N}^t) \mathbf{X}$, $\mathbf{K}$ solution de Riccati pour

la matrice hamiltonnienne $\mathbf{H}_m = \begin{bmatrix} \mathbf{A} - \mathbf{B}\mathbf{R}^{-1}\mathbf{N}^t & -\mathbf{B}\mathbf{R}^{-1}\mathbf{B}^t \\ -\mathbf{Q} + \mathbf{N}\mathbf{R}^{-1}\mathbf{N}^t & -\mathbf{A}^t + \mathbf{N}\mathbf{R}^{-1}\mathbf{B}^t \end{bmatrix}$

Algorithme de résolution



Extensions

Le schéma de résolution a été présenté pour un système possédant un actionneur. La recherche du contrôle est aussi aisée si le modèle possède plusieurs actionneurs, à condition que la matrice R de coût du contrôle soit diagonale. Dans la négative, le schéma de résolution est plus complexe, chacune des forces étant dépendante des autres.

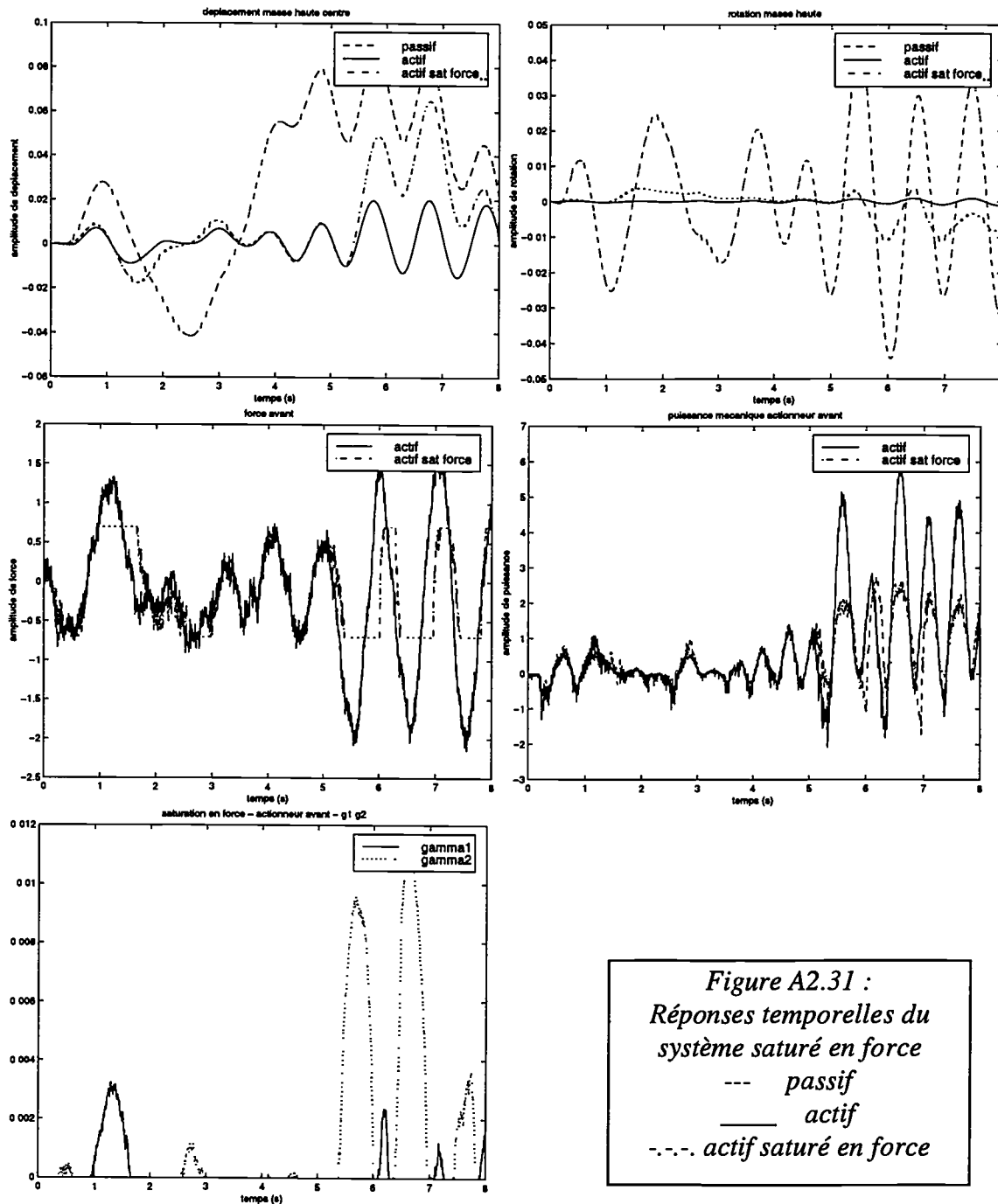


Figure A2.31 :
Réponses temporelles du
système saturé en force
--- passif
— actif
-.-.- actif saturé en force

Conclusion :

La saturation de la force conduit à l'apparition de paliers en force (les signaux de force ne sont donc pas de classe C^1). Dans les zones de saturations, le contrôle est moins efficace ; en revanche, dans les zones de non saturation, la dynamique du véhicule est très proche du cas du contrôle linéaire.

La limitation de la force a enfin une action de réduction de la puissance mécanique $P = F.v$

ANNEXE 2.G.4 : SATURATION DE LA PUISSANCE

Hypothèses

La puissance mécanique P délivrée par chacun des actionneurs est comprise entre $P_{\min}$ et $P_{\max}$:

$$P_{\min} \leq P \leq P_{\max} \quad (A2.210)$$

La puissance mécanique s'exprime sous la forme $P = \mathbf{u} \cdot \mathbf{TX}$ Force*vitesse

Mise en équation

Equation dynamique :

$$\dot{\mathbf{X}} = \mathbf{AX} + \mathbf{Bu} + \mathbf{Gw}$$

Indice de coût :

$$J = \frac{1}{2} \int_0^{\infty} (\mathbf{X}' \mathbf{Q} \mathbf{X} + \mathbf{u}' \mathbf{R} \mathbf{u} + 2 \mathbf{X}' \mathbf{N} \mathbf{u}) dt$$

Formulation du Lagrangien :

$$\left\{ \begin{array}{l} H = \frac{1}{2} (\mathbf{X}' \mathbf{Q} \mathbf{X} + \mathbf{u}' \mathbf{R} \mathbf{u} + 2 \mathbf{X}' \mathbf{N} \mathbf{u}) + \lambda' (\mathbf{AX} + \mathbf{Bu} - \dot{\mathbf{X}}) - \delta_1 (\mathbf{P}_{\max} - \mathbf{uTX}) - \delta_2 (\mathbf{uTX} - \mathbf{P}_{\min}) \\ \delta_1 \geq 0 \\ \delta_2 \geq 0 \\ \delta_1 (\mathbf{P}_{\max} - \mathbf{uTX}) = 0 \\ \delta_2 (\mathbf{uTX} - \mathbf{P}_{\min}) = 0 \end{array} \right. \quad (A2.211)$$

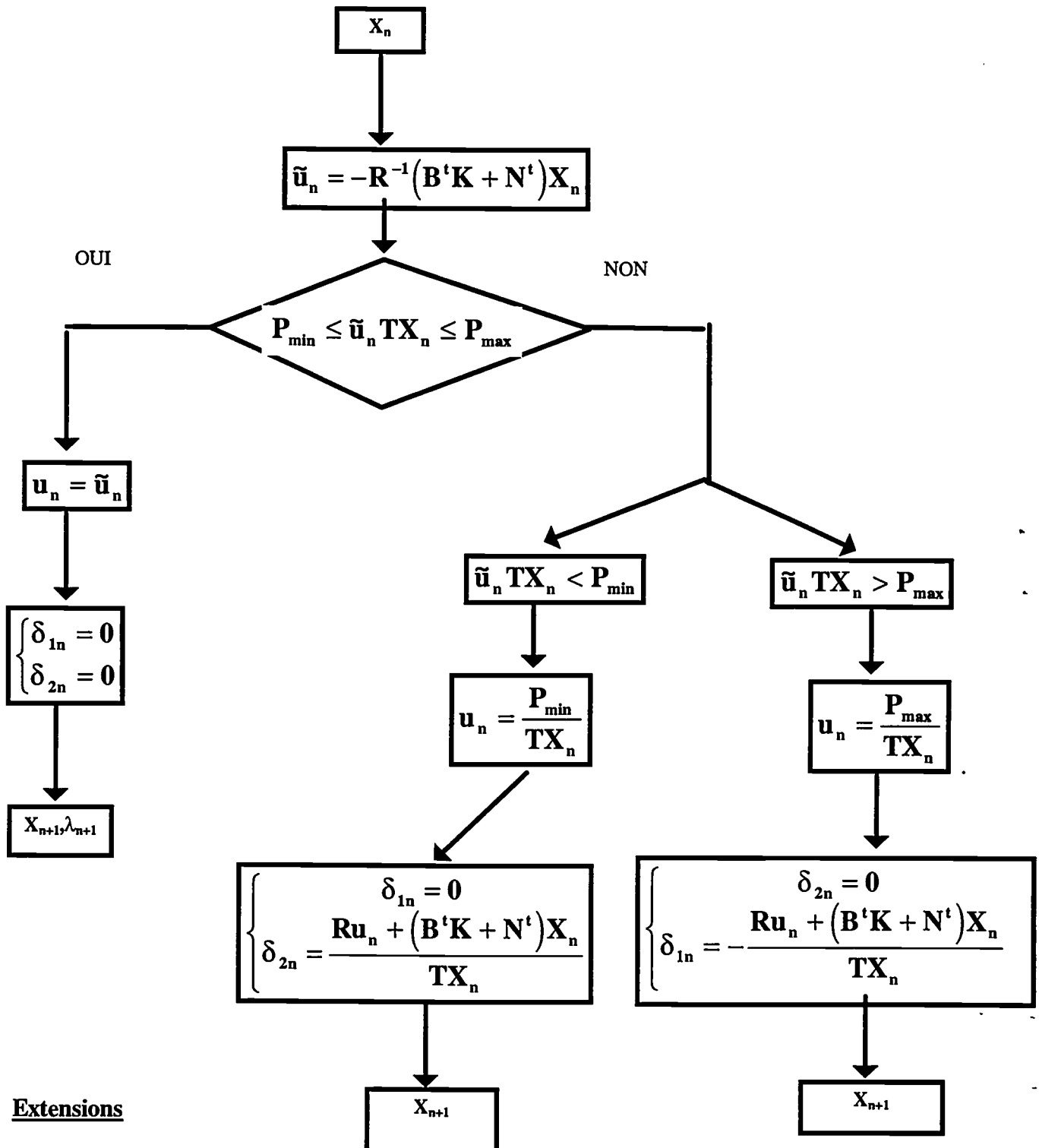
Equations du mouvement :

$$\left\{ \begin{array}{l} \dot{\mathbf{X}} = \mathbf{AX} + \mathbf{Bu} + \mathbf{Gw} \\ \dot{\lambda} = -\mathbf{QX} - \mathbf{A}' \lambda - \delta_1 \mathbf{T}' \mathbf{u} + \delta_2 \mathbf{T}' \mathbf{u} - \mathbf{Nu} \\ \mathbf{u} = -\mathbf{R}^{-1} (\mathbf{B}' \lambda + \mathbf{N}' \mathbf{X} + \delta_1 \mathbf{TX} - \delta_2 \mathbf{TX}) \end{array} \right.$$

Soit $\tilde{\mathbf{u}} = -\mathbf{R}^{-1} (\mathbf{B}' \mathbf{K} + \mathbf{N}') \mathbf{X}$,

et $\mathbf{K}$ solution de Riccati pour la matrice hamiltonnienne $\mathbf{H}_m = \begin{bmatrix} \mathbf{A} - \mathbf{BR}^{-1} \mathbf{N}' & -\mathbf{BR}^{-1} \mathbf{B}' \\ -\mathbf{Q} + \mathbf{NR}^{-1} \mathbf{N}' & -\mathbf{A}' + \mathbf{NR}^{-1} \mathbf{B}' \end{bmatrix}$

Algorithme de résolution



Extensions

Le schéma de résolution a été présenté pour un système possédant un actionneur. La recherche du contrôle est aussi aisée si le modèle possède plusieurs actionneurs, à condition que la matrice R de coût du contrôle soit diagonale. Dans la négative, le schéma de résolution est plus complexe, chacune des forces étant dépendante des autres.

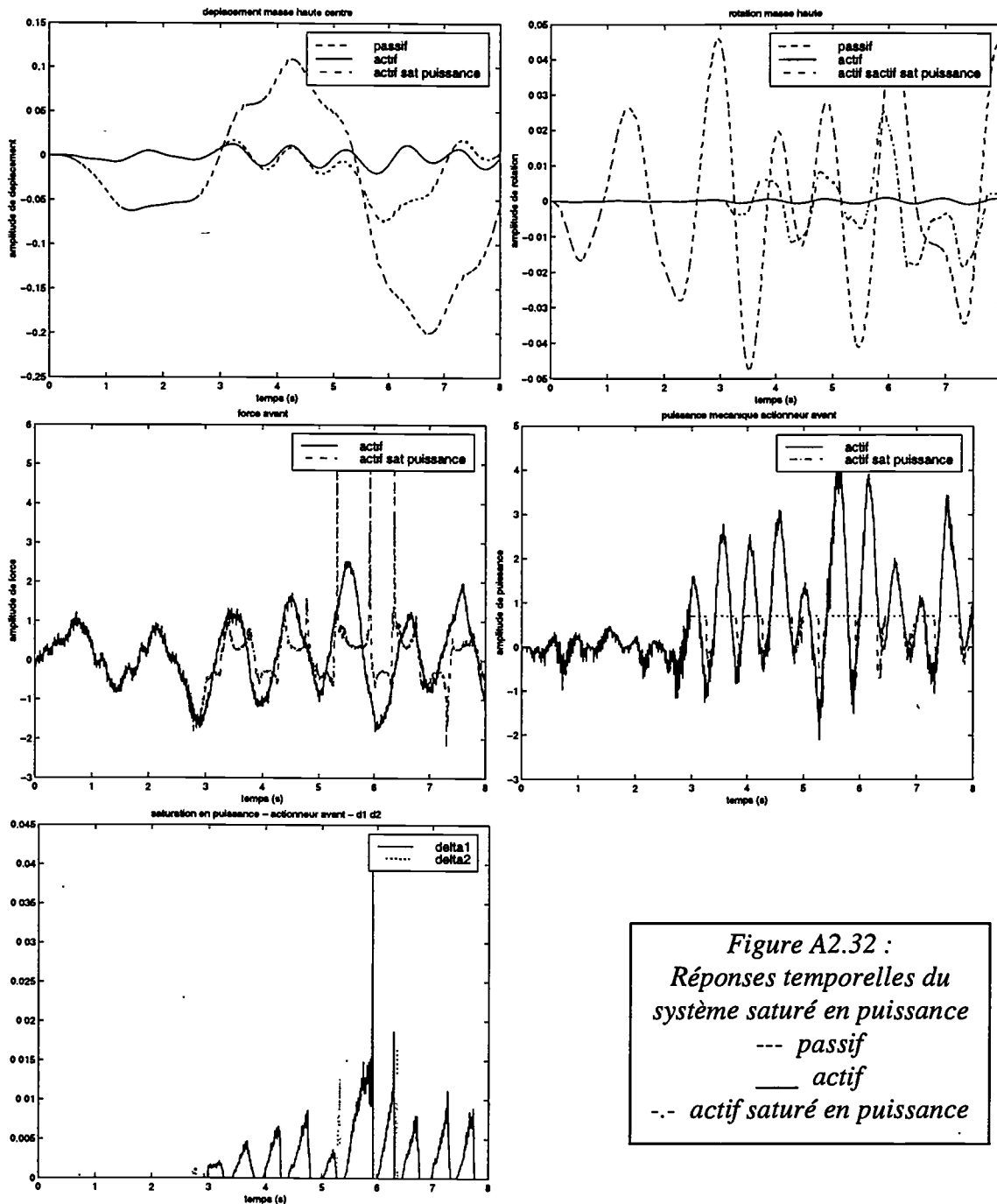


Figure A2.32 :
*Réponses temporelles du
système saturé en puissance*
--- passif
— actif
-.- actif saturé en puissance

Conclusion :

A nouveau, on constate que le contrôle non linéaire est moins bon que le contrôle linéaire. Pour la saturation en puissance, les discontinuités aux saturations sont susceptibles d'engendrer des sauts de forces très importants, singularités dangereuses pour le confort du passager et la durée de vie de l'actionneur. Aussi, veillera-t-on à associer cette saturation de puissance à une saturation postérieure de la force, traduisant plus précisément une contrainte physique d'actionneur (c'est ce que propose le prochain exemple).

ANNEXE 2.G.5 : SATURATIONS COMMUNES DE LA FORCE ET DE LA PUISSANCE

Hypothèses

$$\begin{aligned} \mathbf{u}_{\min} < \mathbf{u} < \mathbf{u}_{\max} \\ \mathbf{P}_{\min} \leq \mathbf{P} \leq \mathbf{P}_{\max} \end{aligned} \quad (\text{A2.212})$$

On choisit de bâtir l'algorithme de manière à contrôler la limitation de puissance, puis la saturation en force

Mise en équation

Equation dynamique :

$$\dot{\mathbf{X}} = \mathbf{A}\mathbf{X} + \mathbf{B}\mathbf{u} + \mathbf{G}\mathbf{w}$$

Indice de coût :

$$\mathbf{J} = \frac{1}{2} \int_0^{\infty} (\mathbf{X}'\mathbf{Q}\mathbf{X} + \mathbf{u}'\mathbf{R}\mathbf{u} + 2\mathbf{X}'\mathbf{N}\mathbf{u}) dt$$

Formulation du Lagrangien :

$$\left\{ \begin{aligned} \mathbf{H} &= \frac{1}{2} (\mathbf{X}'\mathbf{Q}\mathbf{X} + \mathbf{u}'\mathbf{R}\mathbf{u} + 2\mathbf{X}'\mathbf{N}\mathbf{u}) + \lambda' (\mathbf{A}\mathbf{X} + \mathbf{B}\mathbf{u} - \dot{\mathbf{X}}) - \delta_1 (\mathbf{P}_{\max} - \mathbf{u}\mathbf{T}\mathbf{X}) - \delta_2 (\mathbf{u}\mathbf{T}\mathbf{X} - \mathbf{P}_{\min}) \\ &\quad - \gamma_1 (\mathbf{u}_{\max} - \mathbf{u}) - \gamma_2 (\mathbf{u} - \mathbf{u}_{\min}) \\ &\quad \gamma_1 \geq 0 \\ &\quad \gamma_2 \geq 0 \\ &\quad \delta_1 \geq 0 \\ &\quad \delta_2 \geq 0 \\ &\quad \gamma_1 (\mathbf{u}_{\max} - \mathbf{u}) = 0 \\ &\quad \gamma_2 (\mathbf{u} - \mathbf{u}_{\min}) = 0 \\ &\quad \delta_1 (\mathbf{P}_{\max} - \mathbf{u}\mathbf{T}\mathbf{X}) = 0 \\ &\quad \delta_2 (\mathbf{u}\mathbf{T}\mathbf{X} - \mathbf{P}_{\min}) = 0 \end{aligned} \right. \quad (\text{A2.213})$$

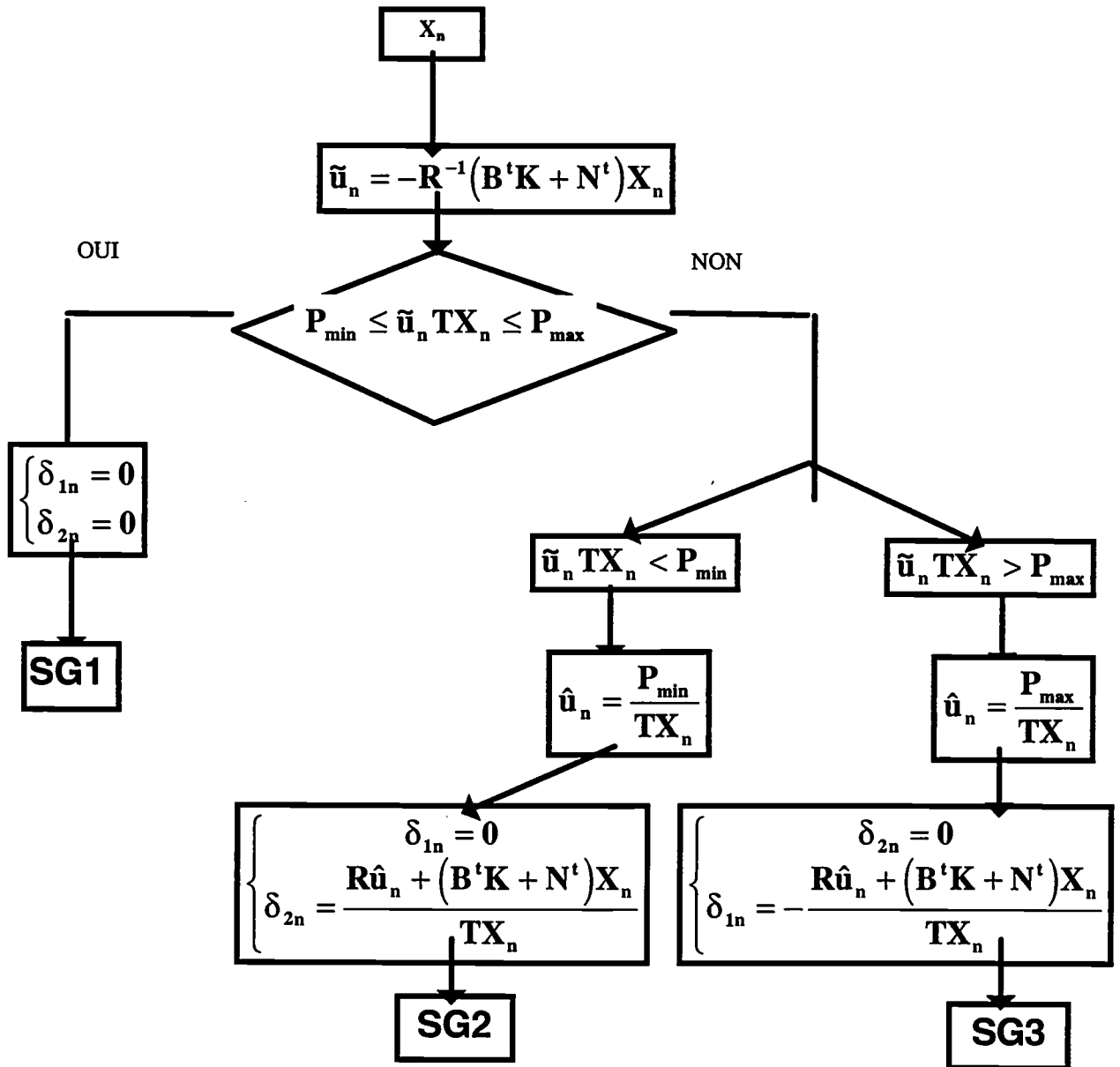
Equations du mouvement :

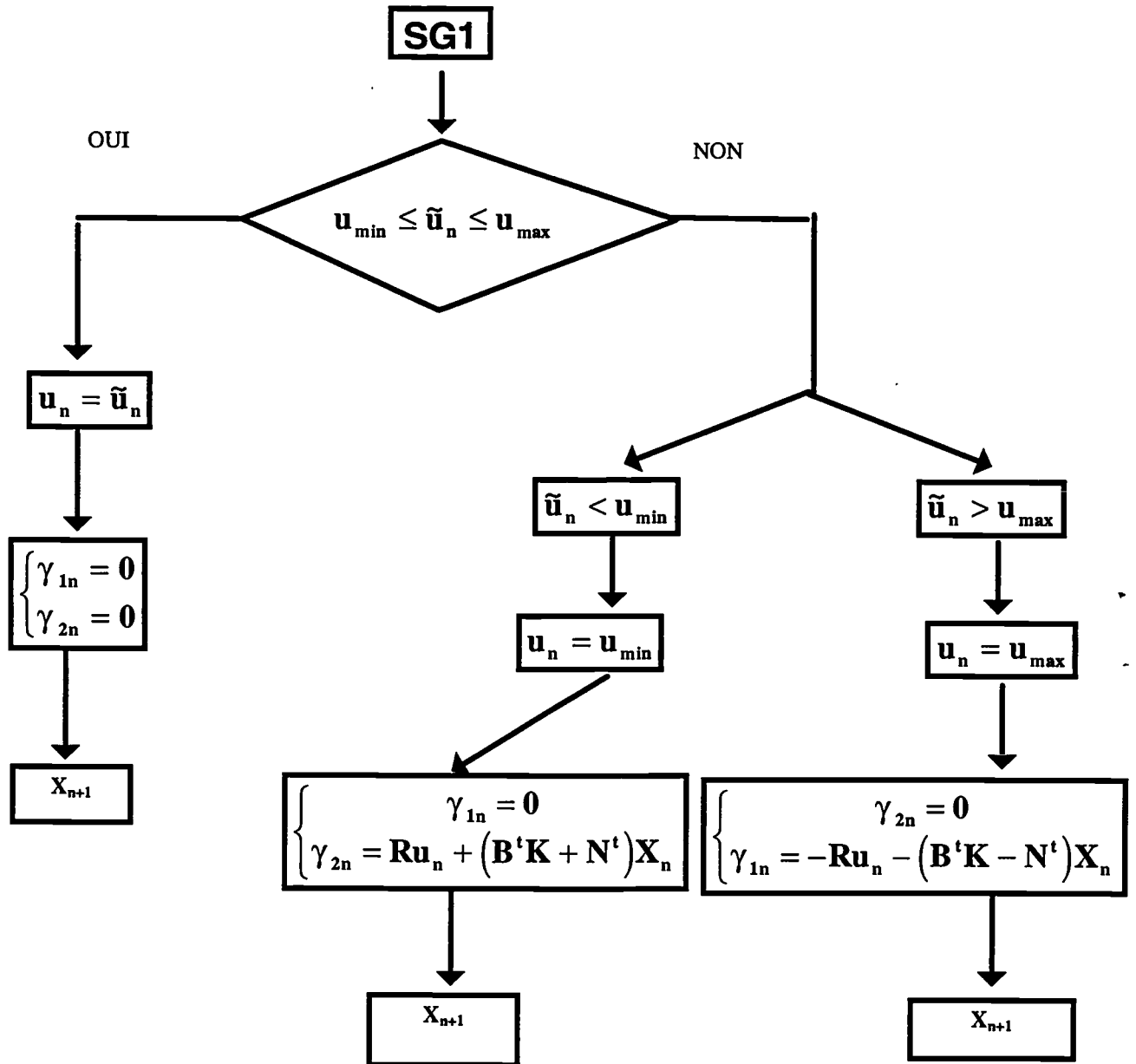
$$\left\{ \begin{aligned} \dot{\mathbf{X}} &= \mathbf{A}\mathbf{X} + \mathbf{B}\mathbf{u} + \mathbf{G}\mathbf{w} \\ \dot{\lambda} &= -\mathbf{Q}\mathbf{X} - \mathbf{A}'\lambda - \delta_1 \mathbf{T}'\mathbf{u} + \delta_2 \mathbf{T}'\mathbf{u} - \mathbf{N}\mathbf{u} \\ \mathbf{u} &= -\mathbf{R}^{-1} (\mathbf{B}'\lambda + \mathbf{N}'\mathbf{X} + \delta_1 \mathbf{T}\mathbf{X} - \delta_2 \mathbf{T}\mathbf{X} + \gamma_1 - \gamma_2) \end{aligned} \right.$$

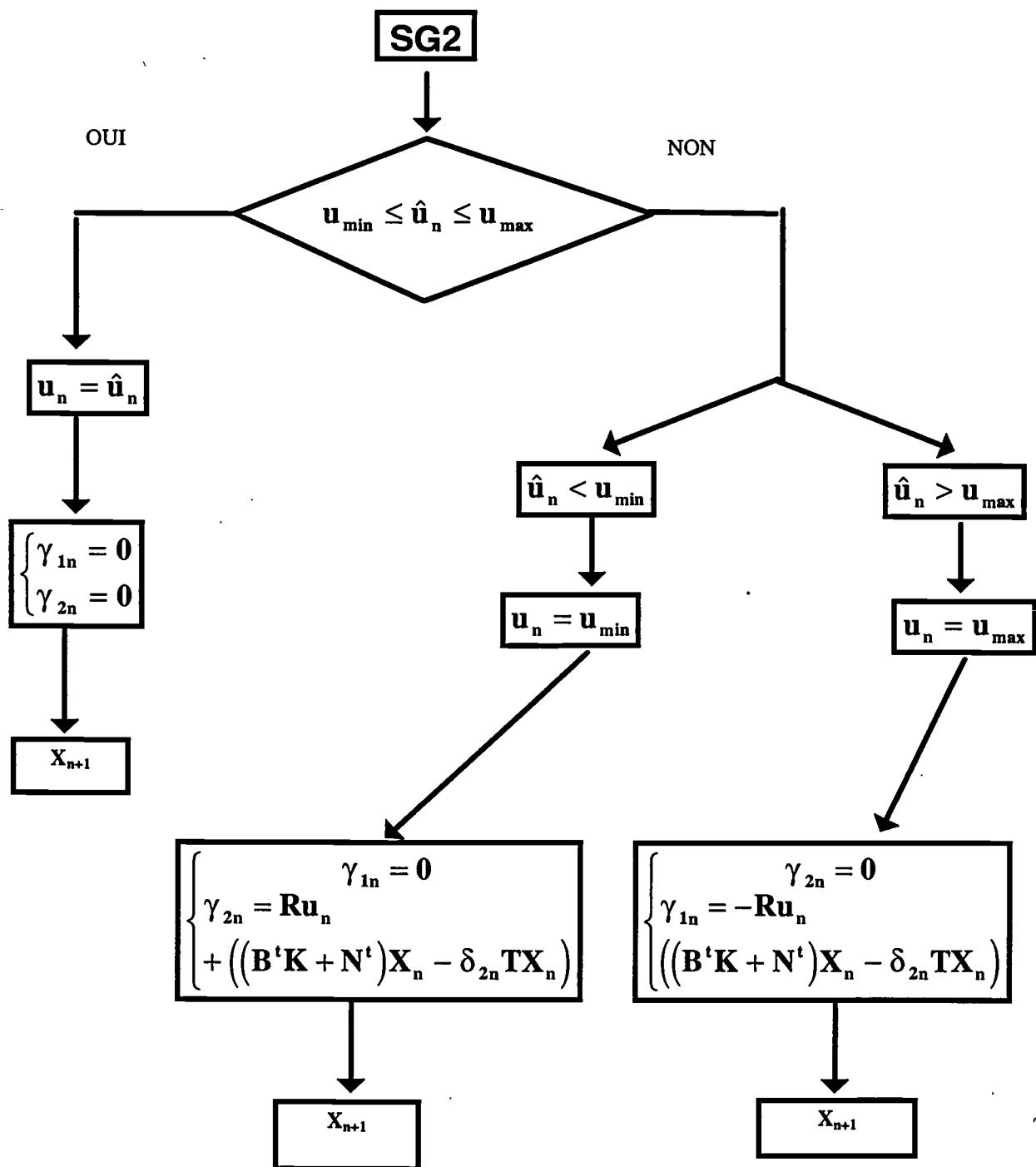
Soit $\tilde{\mathbf{u}} = -\mathbf{R}^{-1} (\mathbf{B}'\mathbf{K} + \mathbf{N}')\mathbf{X}$,

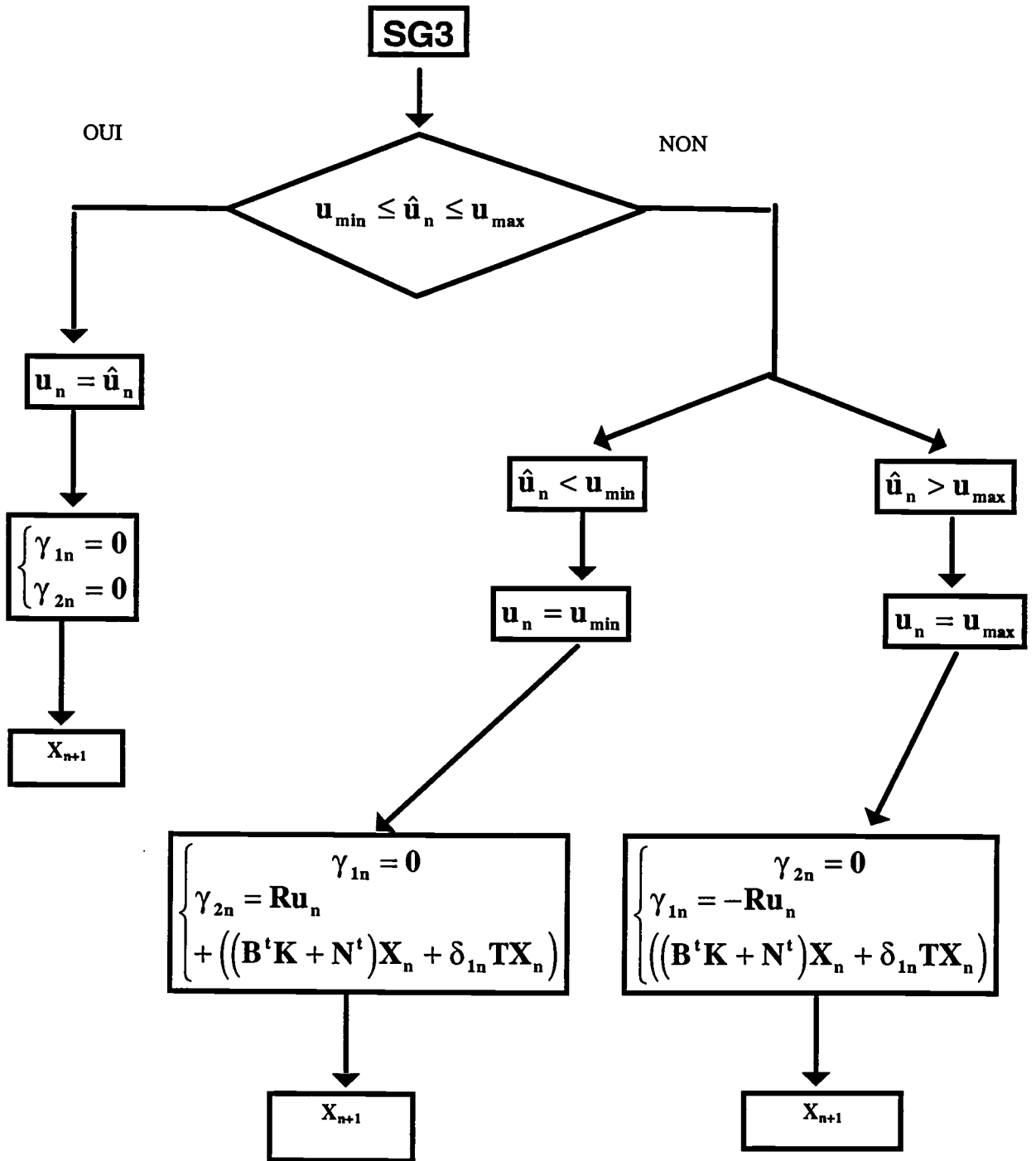
et $\mathbf{K}$ solution de Riccati pour la matrice Hamiltonnienne $\mathbf{H}_m = \begin{bmatrix} \mathbf{A} - \mathbf{B}\mathbf{R}^{-1}\mathbf{N}' & -\mathbf{B}\mathbf{R}^{-1}\mathbf{B}' \\ -\mathbf{Q} + \mathbf{N}\mathbf{R}^{-1}\mathbf{N}' & -\mathbf{A}' + \mathbf{N}\mathbf{R}^{-1}\mathbf{B}' \end{bmatrix}$

Algorithme de résolution









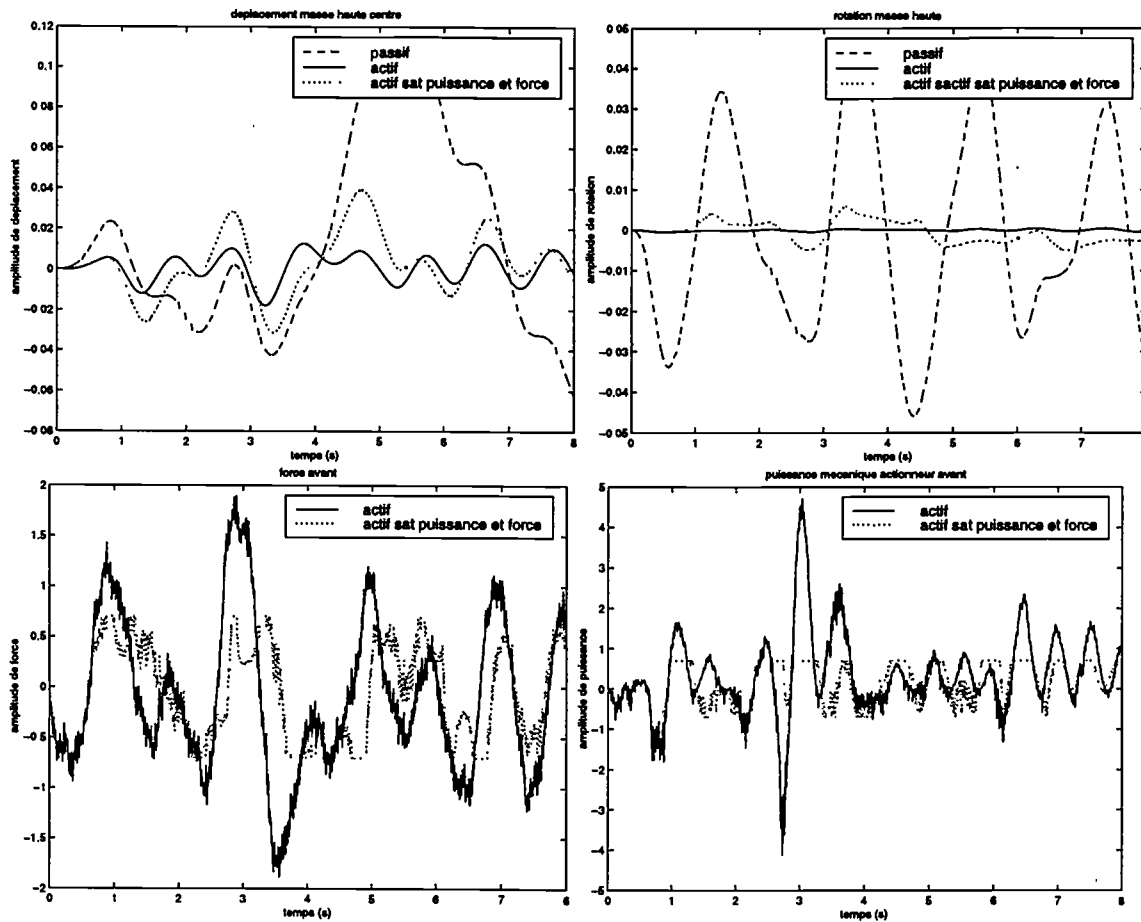


Figure A2.33 : Réponses temporelles du système saturé en puissance et en force
 --- passif — actif actif saturé en puissance et en force

Conclusion :

Cette fois, les puissances et forces ont été limitées par saturation. On ne constate plus de singularité (le confort du passager sera donc amélioré). Malgré toutes ces saturations, le contrôle non linéaire peut encore avoir des effets non négligeables sur la dynamique de la caisse, il suffit pour cela, de bien choisir les valeurs supérieures et inférieures des saturations.

ANNEXE 2.G.6 : CONTROLE SEMI-ACTIF

Hypothèses

La force délivrée par l'actionneur est une force uniquement dissipative de la forme $\mathbf{u} = \mathbf{c} \cdot \mathbf{T}\mathbf{x}$ avec une viscosité c comprise entre $[\mathbf{c}_{\min} \quad \mathbf{c}_{\max}]$ (A2.214)

La saturation de la viscosité sera réalisée pour chacun des actionneurs pris séparément.

Mise en équation

Equation dynamique :

$$\dot{\mathbf{X}} = \mathbf{A}\mathbf{X} + \mathbf{B}\mathbf{u} + \mathbf{G}\mathbf{w}$$

Indice de coût :

$$J = \frac{1}{2} \int_0^{\infty} (\mathbf{X}'\mathbf{Q}\mathbf{X} + \mathbf{u}'\mathbf{R}\mathbf{u} + 2\mathbf{X}'\mathbf{N}\mathbf{u})dt$$

Formulation du Lagrangien :

$$\left\{ \begin{array}{l} \mathbf{H} = \frac{1}{2} (\mathbf{X}'\mathbf{Q}\mathbf{X} + \mathbf{u}'\mathbf{R}\mathbf{u} + 2\mathbf{X}'\mathbf{N}\mathbf{u}) + \lambda'(\mathbf{A}\mathbf{X} + \mathbf{B}\mathbf{u} - \dot{\mathbf{X}}) + \mu(\mathbf{u} - \mathbf{c}\mathbf{T}\mathbf{X}) \\ - \kappa_1(\mathbf{c}_{\max} - \mathbf{c}) - \kappa_2(\mathbf{c} - \mathbf{c}_{\min}) \\ \kappa_1 \geq 0 \\ \kappa_2 \geq 0 \\ \kappa_1(\mathbf{c}_{\max} - \mathbf{c}) = 0 \\ \kappa_2(\mathbf{c} - \mathbf{c}_{\min}) = 0 \end{array} \right. \quad (\text{A2.215})$$

Equations du mouvement :

$$\dot{\mathbf{X}} = \mathbf{A}\mathbf{X} + \mathbf{B}\mathbf{u} + \mathbf{G}\mathbf{w}$$

$$\dot{\lambda} = -\mathbf{Q}\mathbf{X} - \mathbf{A}'\lambda - \mathbf{N}\mathbf{u} + \mu\mathbf{c}\mathbf{T}'$$

$$\mathbf{u} = -\mathbf{R}^{-1}(\mathbf{B}'\lambda + \mathbf{N}'\mathbf{X} + \mu)$$

$$\mathbf{u} = \mathbf{c}\mathbf{T}\mathbf{X}$$

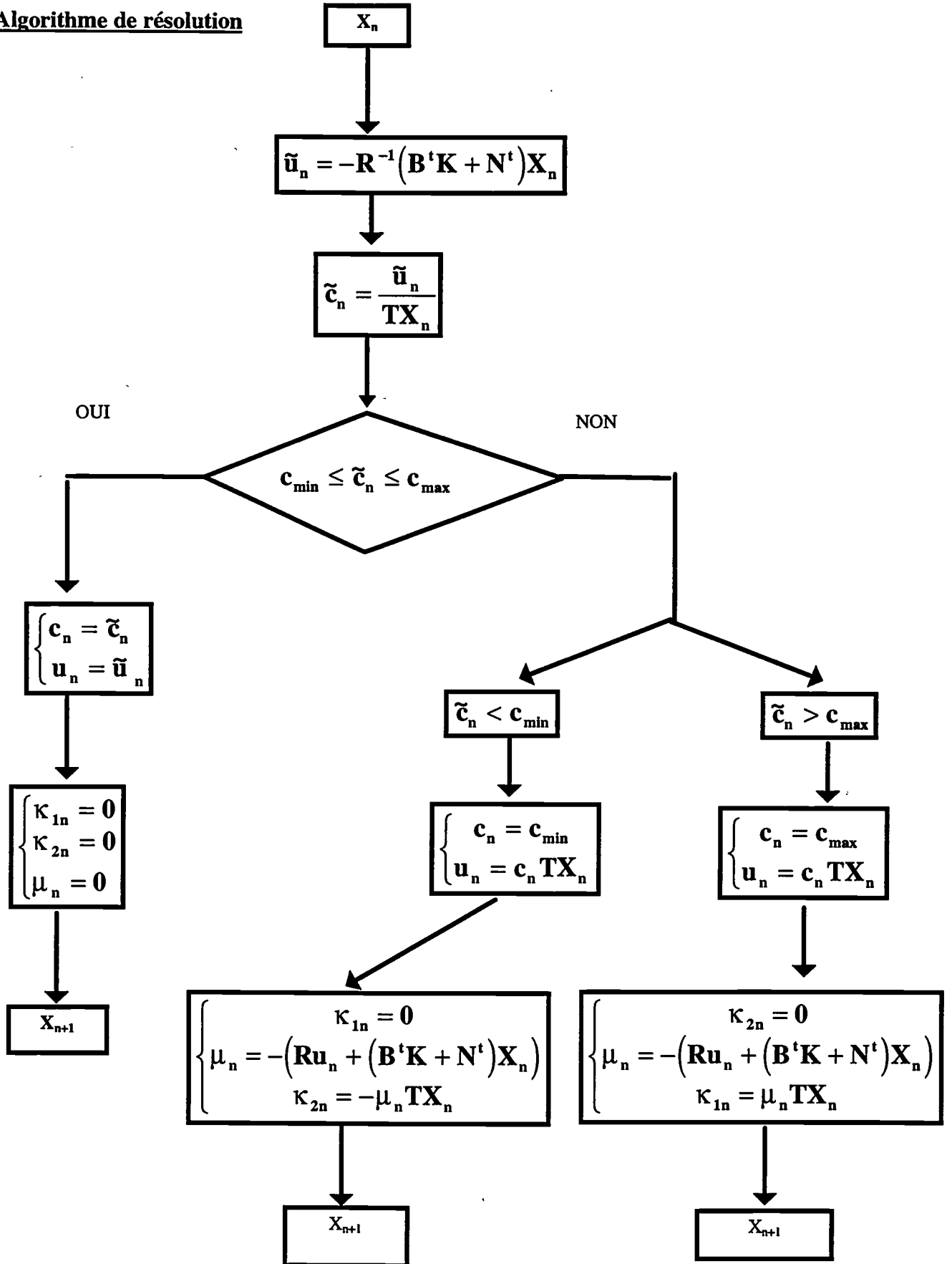
$$\mu\mathbf{T}\mathbf{X} = \kappa_1 - \kappa_2$$

$$\text{Soit } \tilde{\mathbf{u}} = -\mathbf{R}^{-1}(\mathbf{B}'\mathbf{K} + \mathbf{N}')\mathbf{X},$$

$$\text{et } \mathbf{K} \text{ solution de Riccati pour la matrice hamiltonnienne } \mathbf{H}_m = \begin{bmatrix} \mathbf{A} - \mathbf{B}\mathbf{R}^{-1}\mathbf{N}' & -\mathbf{B}\mathbf{R}^{-1}\mathbf{B}' \\ -\mathbf{Q} + \mathbf{N}\mathbf{R}^{-1}\mathbf{N}' & -\mathbf{A}' + \mathbf{N}\mathbf{R}^{-1}\mathbf{B}' \end{bmatrix}$$

Remarque : ces algorithmes de contrôle actif sont fréquemment utilisés , pour des raisons énergétiques.... On les retrouve en particulier dans les publications [GOR] [ROB3] [ROB2]

Algorithme de résolution



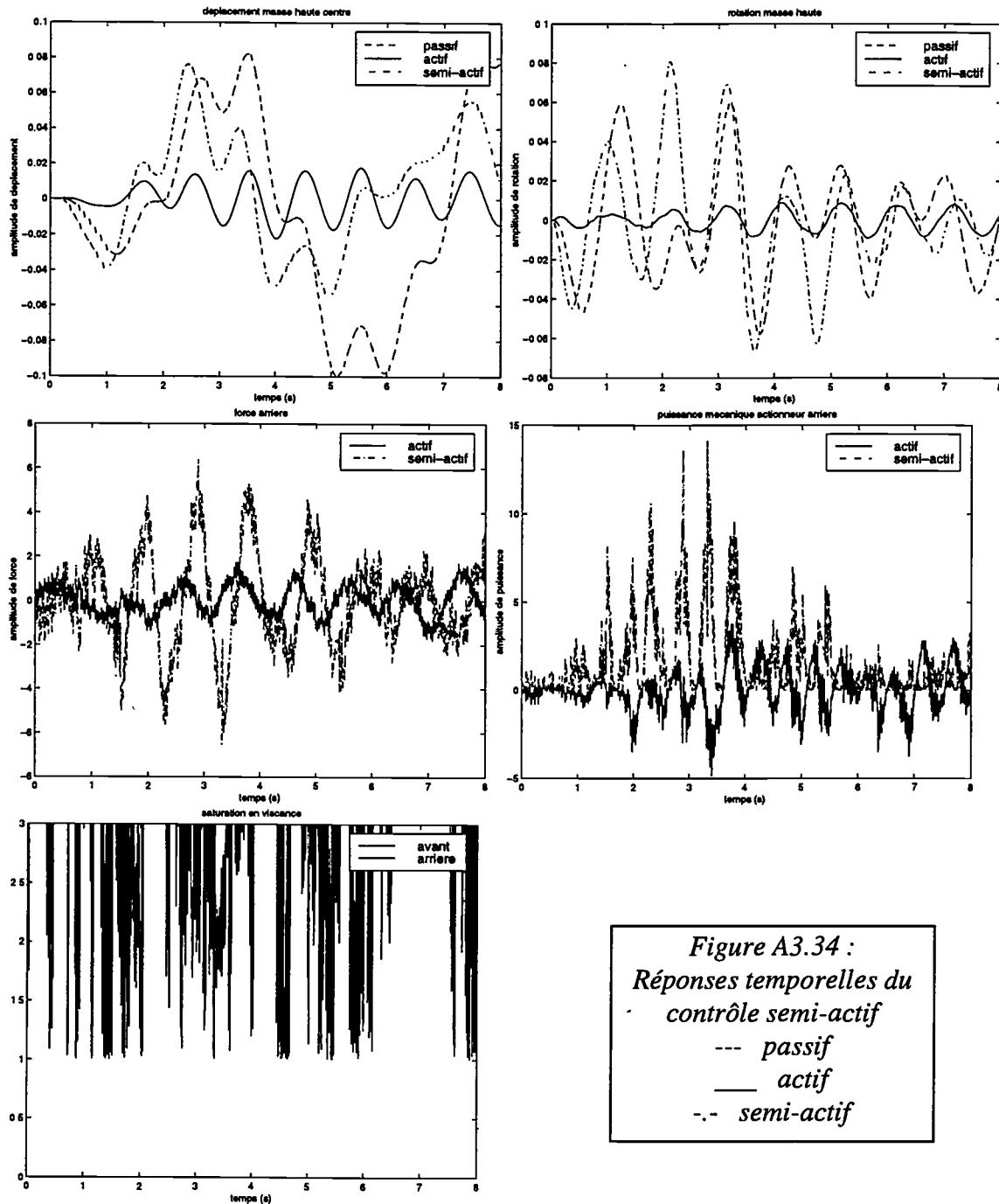


Figure A3.34 :
Réponses temporelles du
contrôle semi-actif
--- passif
— actif
-.- semi-actif

Conclusion :

On redécouvre, à travers cet exemple, le contrôle semi-actif comme compromis entre solution passive et contrôle actif, avec une loi d'action visant à une simple dissipation de puissance (caractère positif de la courbe de puissance). Cependant, on constate que contrôle semi-actif ne signifie pas faible valeur de contrôle, comme le prouve la courbe 3 où les valeurs de forces pour la loi semi-active sont supérieures aux forces de la loi active.

Enfin, la dernière courbe fait état de la variation de la viscance entre ses deux bornes ($c_{\min}$ et $c_{\max}$).

ANNEXES 3 : SIMULATIONS DANS UN CONTEXTE FERROVIAIRE

Annexes 3 : Simulations dans un contexte ferroviaire	301
Annexe 3.A : Les données des simulations	302
Annexe 3.A.1 : Les données du logiciel VAMPIRE	302
Annexe 3.A.2 : Modèle de véhicule actif sur VAMPIRE	303
Annexe 3.A.3 : Le Modèle de véhicule pendulaire	307
Annexe 3.A.4 : Modèles de voies	308
Annexe 3.B : Résultats de simulations	310
Annexe 3.B.1 : Modèle algébrique - Synthèse LQ	310
Annexe 3.B.2 : Contrôle par synthèse H2	315
Annexe 3.C : Contraintes sur la voie et sur le matériel pour garantir une bonne circulation	318
Annexe 3.D : Logique floue	320

ANNEXE 3.A : LES DONNEES DES SIMULATIONS

ANNEXE 3.A.1 : LES DONNEES DU LOGICEL VAMPIRE

Se référer au manuel du logiciel VAMPIRE [VAM]

La simulation sur le logiciel VAMPIRE réclame 5 fichiers de données : fichier de roue, de rail, de tracé et de défauts, et enfin le fichier contenant les informations relatives au véhicule.

❶ Le fichier de roue :

Il contient 4 colonnes traduisant les coordonnées verticales et latérales de la roue droite et de la roue gauche.

❷ Le fichier de rail :

Il contient 4 colonnes traduisant les coordonnées verticales et latérales du rail droit et du rail gauche, plus une information relative à l'écartement entre les deux rails.

Ces deux profils sont ensuite exploités de manière à générer un profil de contact. Ce contact géométrique (points de contact, rayons de courbure au point de contact..) est inscrit dans un tableau qui sera consulté à chaque pas de résolution. La théorie du contact permet de calculer les efforts au contact, en utilisant les fichiers géométriques, et les théories de Hertz (effort normal) et KALKER (efforts transversal, longitudinal, et moment de rotation).

❸ Le fichier de tracé :

Pour chaque pas du tracé, le fichier contient les informations d'abscisse curviligne, de courbure, de variation verticale, de dévers et éventuellement d'angle de déviation (pour simuler un passage sur aiguille déviée par exemple).

❹ Le fichier de défauts :

Ce fichier contient toutes les irrégularités de voies, défauts de courte longueur d'onde. On y écrit en particulier les défauts de dévers, courbure, défauts latéraux et verticaux, variations d'écartement.

Pour tous les fichiers de données, des interpolations linéaires entre les deux pas encadrants de signal permettent d'obtenir une valeur pour chaque pas d'intégration.

❺ Le fichier de véhicule :

C'est un fichier défini comme un assemblage de corps (essieux ou masses - rigides ou possédant quelques modes de vibrations, en l'occurrence les premiers) par des éléments de suspensions.

Les éléments de suspensions sont classiquement de la forme : raideur, amortissement, raideur et amortissement (parallèle et série) en 6 dimensions (trois translations et 3 rotations), suspensions pneumatiques, éléments de frottement sec, non-linéarités de raideur, contraintes (éléments de très grandes raideurs entre masses).

Dans le cas d'une utilisation de la sous-routine en FORTRAN, la force délivrée par l'actionneur simulé est appliquée en parallèle d'un élément de raideur de la suspension.

NB: on peut également utiliser un fichier de forces à appliquer à la structure, pour simuler les effets de chargements aérodynamiques par exemple.

ANNEXE 3.A.2 : MODELE DE VEHICULE ACTIF SUR VAMPIRE

A. Description graphique du modèle corps rigides

Vue d'ensemble d'un véhicule CORAIL, avec présence :

- de ressorts
- d'amortisseurs
- de butées élastiques
- d'éléments viscoélastiques sur trois translations et trois rotations.

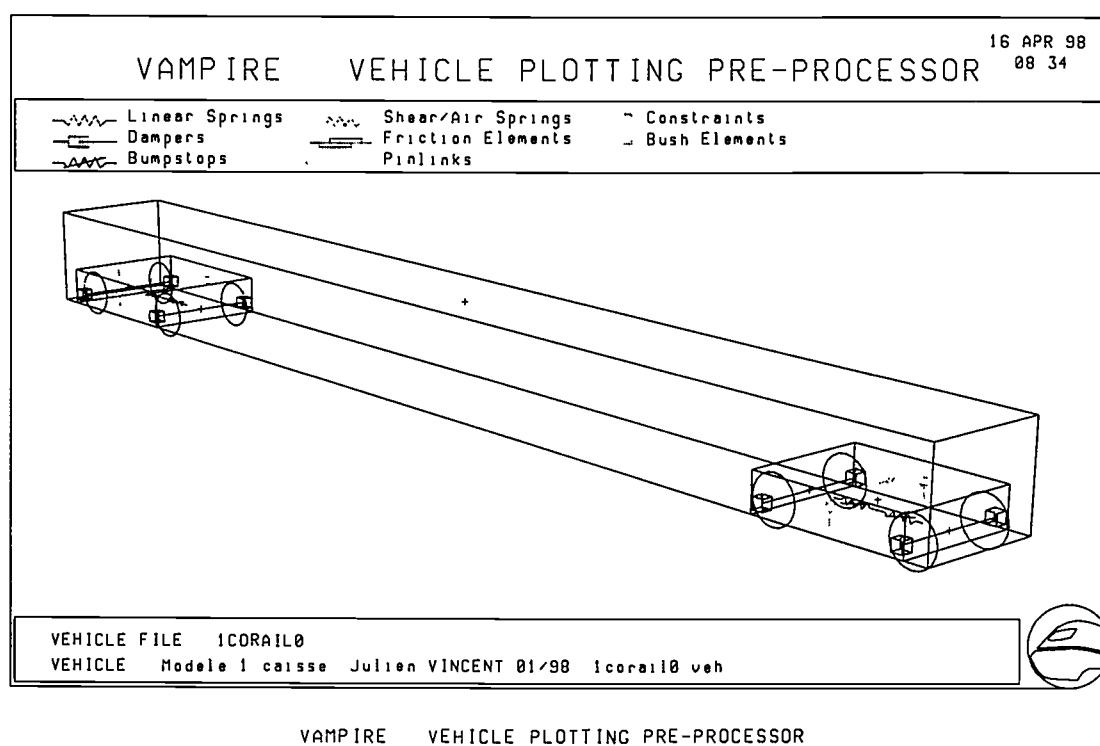


Figure A3.1 : modèle de véhicule CORAIL actif

Le véhicule actif permet un contrôle des mouvements transversaux du véhicule. Les amortisseurs transversaux au secondaire ont été retirés, et remplacés par des actionneurs modélisés sur le dessin par le symbole du "spring".

Chaque modèle comporte 46 degrés de liberté répartis comme suit :

- 6 degrés de liberté pour la caisse	6
- 6 degrés de liberté pour chaque bogie	6*2
- 7 degrés de liberté pour chaque essieu	7*4

46

	Degrés de liberté de caisse	Degrés de liberté de bogie	Degrés de liberté d'essieu
Déplacement longitudinal	X	X	X
Déplacement transversal	X	X	X
Déplacement vertical	X	X	X
Roulis	X	X	X
Lacet	X	X	X
Tangage	X	X	
Tangage de boîtes d'essieux			X

B. Analyse matricielle et découplage des modes

Cette analyse permet de constater le découplage entre

- les mouvements transversaux (déplacements transversaux, roulis, lacet)
- les mouvements verticaux (déplacements verticaux et tangage)

Remarques préliminaires :

R1 : la matrice de masse est diagonale.

R2 : la matrice d'amortissement à la même forme que la matrice de raideur.

R3 : les valeurs sont approchées.

R4 : les termes prépondérants dans la matrice apparaissent en grisé.

Couplages transversaux dans la matrice de raideur

2.3e6	0	0	0	3.4e6	0	-1.1e6	0	0	0	-1.7e5	0	-1.1e6	0	0	0	-1.7e5	0
0	7e5	0	-1e6	0	2.1e-2	-3.5e5	0	5.2e4	0	0	0	-3.5e5	0	5.2e4	0	0	0
0	0	1.6e6	0	-4.8e-2	0	0	0	-8e5	0	0	0	0	0	-8e5	0	0	0
0	-1.0e6	0	4.8e6	4.8e-2	-3.2e-2	0	5.2e5	0	-1.7e6	0	0	0	5.2e5	0	-1.7e6	0	0
3.4e6	0	-4.8e-2	4.8e-2	1.3e8	0	-1.7e6	0	7.3e6	4.8e-2	-3.3e5	0	-1.7e6	0	-7.3e6	-4.8e-2	-3.3e5	0
0	2.1e-2	0	-3.2e-2	0	5.9e7	0	-3.2e6	0	4.8e5	9.1e-4	-3.9e5	0	3.2e6	0	-4.8e5	9.1e-4	-3.9e5
-1.1e6	0	0	0	-1.7e6	0	1.2e8	0	0	0	1.8e7	0	0	0	0	0	0	0
0	-3.5e5	0	5.2e5	0	-3.2e6	0	1.9e7	0	-2.9e6	0	-2.2e-1	0	0	0	0	0	0
0	0	-8e5	0	7.3e6	0	0	0	4.1e6	0	2.7e-2	0	0	0	0	0	0	0
0	5.2e4	0	-1.7e6	4.8e-2	4.8e5	0	-2.9e6	0	5.5e6	-2.7e-2	-2.9e-2	0	0	0	0	0	0
-1.7e5	0	0	0	-3.3e5	9.10e-4	1.8e7	0	2.7e-2	-2.7e-2	2.0e7	1.7e-1	0	0	0	0	0	0
0	0	0	0	0	-3.9e5	0	-2.2e-1	0	-2.9e-2	1.7e-1	1.5e8	0	0	0	0	0	0
-1.1e6	0	0	0	-1.7e6	0	0	0	0	0	0	0	1.2e8	0	0	0	1.8e7	0
0	-3.5e5	0	5.2e5	0	3.2e6	0	0	0	0	0	0	0	1.9e7	0	-2.9e6	0	-2.2e-1
0	0	-8e5	0	-7.3e6	0	0	0	0	0	0	0	0	0	4.1e6	0	2.7e-2	0
0	5.2e4	0	-1.7e6	-4.8e-2	-4.8e5	0	0	0	0	0	0	0	-2.9e6	0	5.5e6	-2.7e-2	-2.9e-2
-1.7e5	0	0	0	-3.3e5	9.10e-4	0	0	0	0	0	0	1.8e7	0	-2.7e-2	-2.7e-2	2.0e7	1.7e-1
0	0	0	0	0	-3.9e5	0	0	0	0	0	0	0	-2.2e-1	0	-2.9e-2	1.7e-1	1.5e8

Couplage des déplacements transversaux, angles de roulis et de lacet pour la caisse et les deux bogies.

Les degrés de liberté du système

1. déplacement longitudinal de caisse	7. déplacement longitudinal de bogie avant	13. déplacement longitudinal de bogie arrière
2. déplacement transversal de caisse	8. déplacement transversal de bogie avant	14. déplacement transversal de bogie arrière
3. déplacement vertical de caisse	9. déplacement vertical de bogie avant	15. déplacement vertical de bogie arrière
4. roulis de caisse	10. roulis de bogie avant	16. roulis de bogie arrière
5. tangage de caisse	11. tangage de bogie avant	17. tangage de bogie arrière
6. lacet de caisse	12. lacet de bogie avant	18. lacet de bogie arrière

Couplages verticaux dans la matrice de raideur

2.3e6	0	0	0	3.4e6	0	-1.1e6	0	0	0	-1.7e5	0	-1.1e6	0	0	0	-1.7e5	0
0	7e5	0	-1e6	0	2.1e-2	0	-3.5e5	0	5.2e4	0	0	0	-3.5e5	0	5.2e4	0	0
0	0	1.6e6	0	-4.8e-2	0	0	0	-8e5	0	0	0	0	0	-8e5	0	0	0
0	-1.0e6	0	4.8e6	4.8e-2	-3.2e-2	0	5.2e5	0	-1.7e6	0	0	0	5.2e5	0	-1.7e6	0	0
3.4e6	0	-4.8e-2	4.8e-2	1.3e8	0	-1.7e6	0	7.3e6	4.8e-2	-3.3e5	0	-1.7e6	0	-7.3e6	-4.8e-2	-3.3e5	0
0	2.1e-2	0	-3.2e-2	0	5.9e7	0	-3.2e6	0	4.8e5	9.1e-4	-3.9e5	0	3.2e6	0	-4.8e5	9.1e-4	-3.9e5
-1.1e6	0	0	0	-1.7e6	0	1.2e8	0	0	0	1.8e7	0	0	0	0	0	0	0
0	-3.5e5	0	5.2e5	0	-3.2e6	0	1.9e7	0	-2.9e6	0	-2.2e-1	0	0	0	0	0	0
0	0	-8e5	0	7.3e6	0	0	0	4.1e6	0	2.7e-2	0	0	0	0	0	0	0
0	5.2e4	0	-1.7e6	4.8e-2	4.8e5	0	-2.9e6	0	5.5e6	-2.7e-2	-2.9e-2	0	0	0	0	0	0
-1.7e5	0	0	0	-3.3e5	9.10e-4	1.8e7	0	2.7e-2	-2.7e-2	2.0e7	1.7e-1	0	0	0	0	0	0
0	0	0	0	0	-3.9e5	0	-2.2e-1	0	-2.9e-2	1.7e-1	1.5e8	0	0	0	0	0	0
-1.1e6	0	0	0	-1.7e6	0	0	0	0	0	0	0	1.2e8	0	0	0	1.8e7	0
0	-3.5e5	0	5.2e5	0	3.2e6	0	0	0	0	0	0	0	1.9e7	0	-2.9e6	0	-2.2e-1
0	0	-8e5	0	-7.3e6	0	0	0	0	0	0	0	0	0	4.1e6	0	2.7e-2	0
0	5.2e4	0	-1.7e6	-4.8e-2	-4.8e5	0	0	0	0	0	0	-2.9e6	0	5.5e6	-2.7e-2	-2.9e-2	0
-1.7e5	0	0	0	-3.3e5	9.10e-4	0	0	0	0	0	0	1.8e7	0	2.7e-2	-2.7e-2	2.0e7	1.7e-1
0	0	0	0	0	-3.9e5	0	0	0	0	0	0	-2.2e-1	0	-2.9e-2	1.7e-1	1.5e8	0

Couplage des déplacements verticaux de caisse et de bogies, et du tangage de caisse.

On constate donc un couplage entre le degrés de liberté :

pour le transversal : 2, 4, 8, 10, 14, 16, 18

pour le vertical : 3, 5, 9, 15

Matrice de Masse

3 ⁴	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
0	3 ⁴	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
0	0	3 ⁴	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
0	0	0	5 ⁴	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
0	0	0	0	1.7 ⁶	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
0	0	0	0	0	1.7 ⁶	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
0	0	0	0	0	0	2.4 ³	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
0	0	0	0	0	0	0	2.4 ³	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
0	0	0	0	0	0	0	0	2.4 ³	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
0	0	0	0	0	0	0	0	0	1.5 ³	0	0	0	0	0	0	0	0	0
0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1.5 ³	0	0	0	0	0	0	0	0
0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	2.7 ³	0	0	0	0	0	0	0
0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	2.4 ³	0	0	0	0	0	0
0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	2.4 ³	0	0	0	0	0
0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	2.4 ³	0	0	0	0
0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1.5 ³	0	0	0
0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1.5 ³	0	0
0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	2.7 ³	0

Matrice d'amortissement

2e4	0	0	0	3e4	0	-1e4	0	0	0	-1.5 e3	0	-1e4	0	0	0	-1e5	0
0	8e4	0	-9.6 e4	0	0	0	-4e4	0	-6e3	0	0	0	-4e4	0	-6e3	0	0
0	0	4.7e4	0	0	0	0	0	-2.3 e4	0	0	0	0	0	-2.3 e4	0	0	0
0	-9.6 e4	0	1.6e5	0	0	0	4.8e4	0	-1.7 e4	0	0	0	4.8e4	0	-1.7 e4	0	0
3e4	0	0	0	3.9e6	0	-1.5 e4	0	2.1e5	0	2.25 e3	0	-1.5 e4	0	-2.1 e5	0	-2.25 e3	0
0	0	0	0	0	6.7e6	0	-3.6 e5	0	-5.5 e4	0	-1e4	0	3.6 e5	0	5.5e4	0	-1e4
-1e4	0	0	0	-1.5 e4	0	2e6	0	0	0	3 ⁵	0	0	0	0	0	0	0
0	-4e4	0	4.8e4	0	-3.6 e5	0	4.4e5	0	-5.4 e4	0	0	0	0	0	0	0	0
0	0	-2.3 e4	0	2.1e5	0	0	0	3.8e4	0	0	0	0	0	0	0	0	0
0	-6e3	0	-1.7 e4	0	-5.5 e4	0	-5.4 e4	0	5e4	0	0	0	0	0	0	0	0
-1.5 e3	0	0	0	-2.2 e3	0	3e5	0	0	0	7.4e4	0	0	0	0	0	0	0
0	0	0	0	0	-1e4	0	0	0	0	0	2.66 e6	0	0	0	0	0	0
-1e4	0	0	0	-1.5 e4	0	0	0	0	0	0	0	2e6	0	0	0	3e5	0
0	-4e4	0	4.8e4	0	3.6e5	0	0	0	0	0	0	0	4.4e5	0	-5.4 e4	0	0
0	0	-2.3 e4	0	-2.1 e5	0	0	0	0	0	0	0	0	0	3.8e4	0	0	0
0	-6e3	0	-1.7 e4	0	5.5e4	0	0	0	0	0	0	0	-5.4 e4	0	5e4	0	0
-1.5 e3	0	0	0	-2.25 e3	0	0	0	0	0	0	0	3.e5	0	0	0	7.4 e4	0
0	0	0	0	0	-1e4	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	2.66 e6

ANNEXE 3.A.3 : LE MODELE DE VEHICULE PENDULAIRE

Modèle VAMPIRE de véhicule

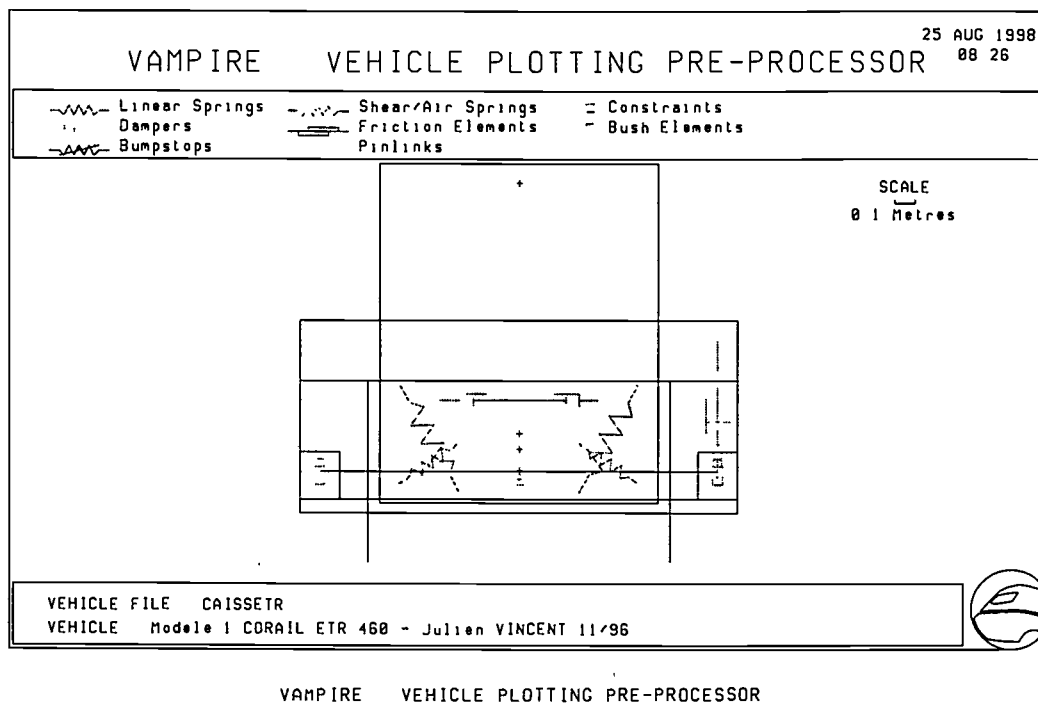


Figure A3.2 : Modèle de véhicule pendulaire

Matérialisation de biellettes et matérialisation d'actionneurs réalisée par des liaisons de type springs.

Pour une représentation fonctionnelle, on se référera à la figure 3.8 dans le corps du texte.

Ce modèle mécanique comporte 58 degrés de liberté : les 46 degrés de liberté de la voiture CORAIL plus 6 degrés de liberté pour chacune des traverses de pendulation.

ANNEXE 3.A.4 : MODELES DE VOIES

Tracés de voies

Quatre tracés de voies ont été utilisés : trois tracés de voies françaises, et un tracé de voie théorique, construit en référence à des voies typiques françaises tant pour la nature des courbes que pour la nature des raccordements paraboliques.

voie1 POITIERS ANGOULEME

point kilométrique 363840

Longueur du fichier : 2950m	Pas de résolution 0.5m
Vmax de circulation 200km/h	Vmax de simulation 160km/h
Courbure maximale 0.57 km^{-1}	Rayon minimum 1754m
Dévers maximum 159mm	Insuffisance de dévers : 13mm

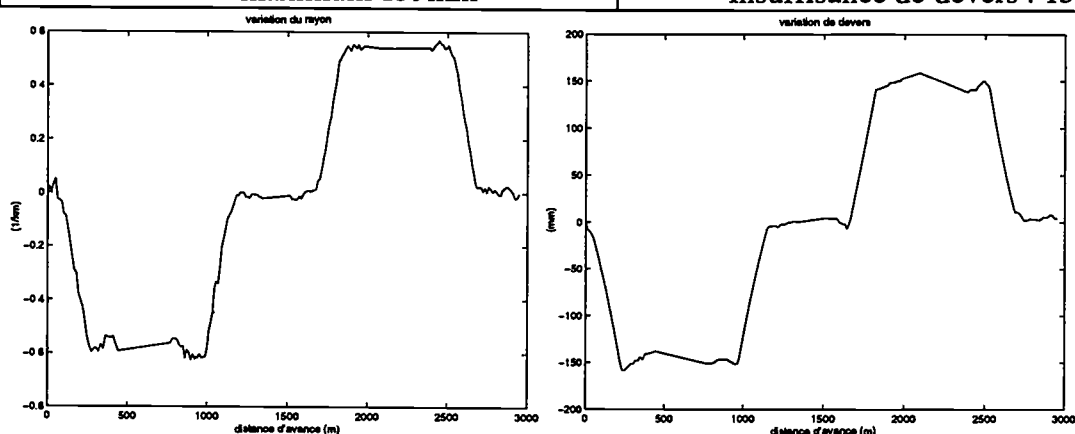


Figure A3.3 :
Tracé de voie
pk 363

LES AUBRAIS MONTAUBAN Point kilométrique 552 voie1 Courbe2 mars97

Longueur du fichier : 582m	Pas de résolution 0.5m
Vmax de circulation 125km/h	Vmax de simulation 110km/h
Courbure maximale 1.868 km^{-1}	Rayon minimum 535m
Dévers maximum 129mm	Insuffisance de dévers : 140mm

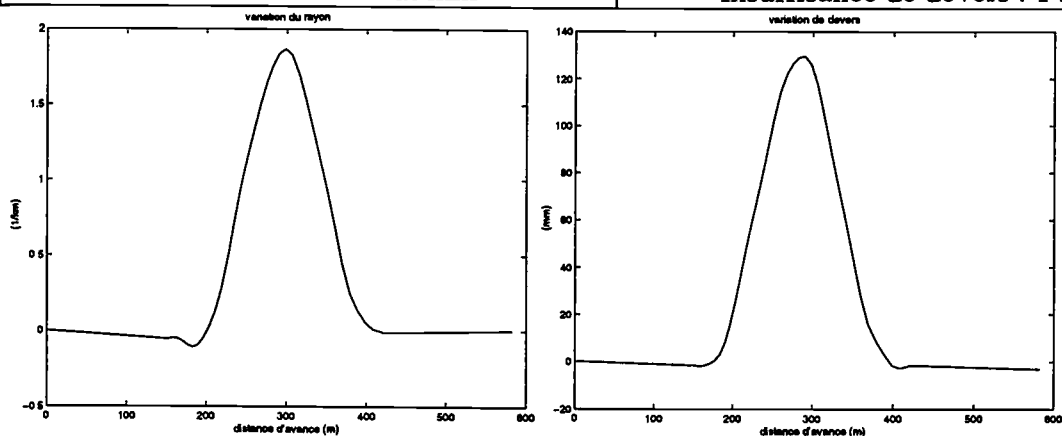


Figure A3.4 :
Tracé de voie
pk552

LES AUBRAIS MONTAUBAN Point kilométrique 581 Courbe2 Voie1 mars97

Longueur du fichier : 1487m	Pas de résolution 0.5m
Vmax de circulation 130km/h	Vmax de simulation 110km/h
Courbure maximale 1.982 km ⁻¹	Rayon minimum 505m
Dévers maximum 132mm	Insuffisance de dévers : 150mm

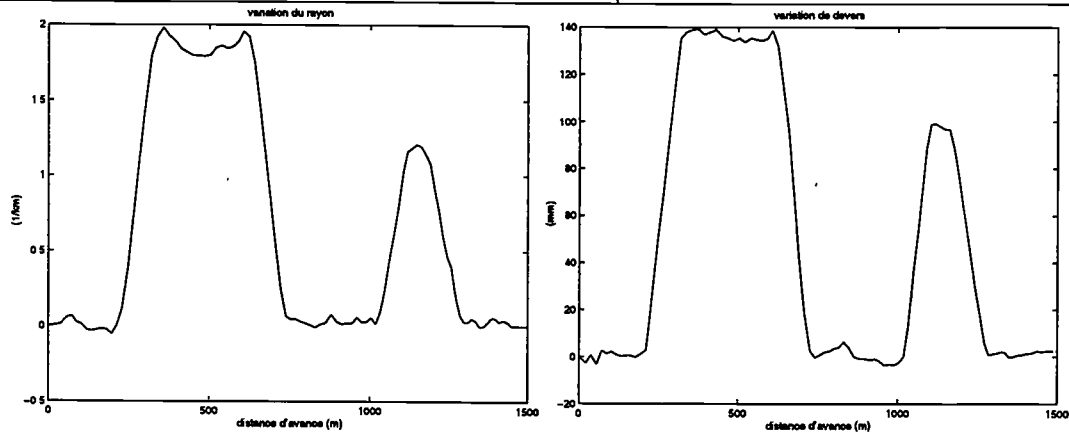


Figure A3.5 :
Tracé de voie
pk 581

FICHER DE TRACE THEORIQUE :

Longueur du fichier : 3500	
Vmax de circulation 160km/h	Vmax de simulation 160km/h
	Rayon minimum 925 m
Dévers maximum 160 mm	Insuffisance de dévers : 160mm

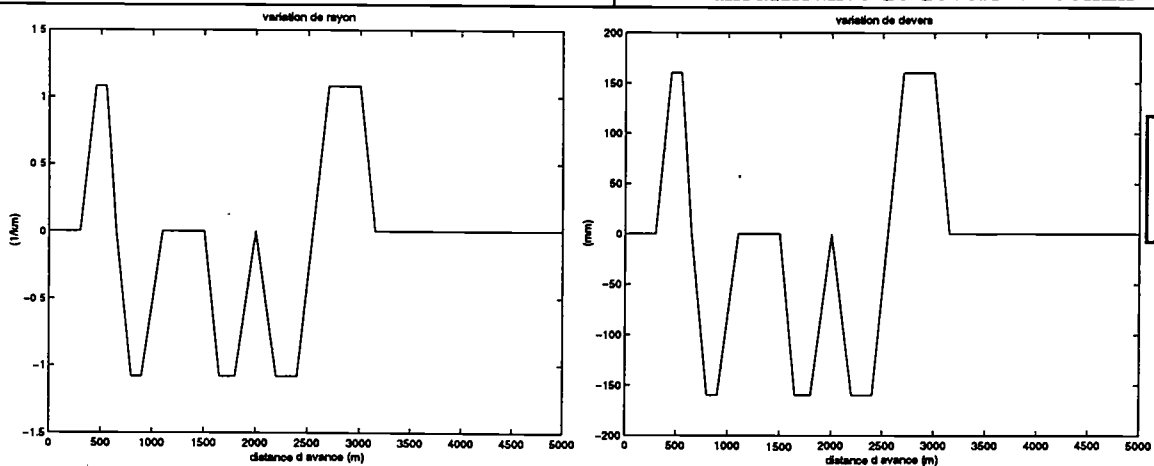


Figure A3.6:
Tracé de voie
théorique

Ce fichier théorique est un fichier permettant de solliciter fortement le véhicule, avec en particulier :

- des successions sans ligne droite intermédiaire de courbes, contre-courbes
- des successions sans ligne droite intermédiaire de courbes orientées dans le même sens
- des courbes courtes et des courbes longues

Irrégularités de voies

Les irrégularités de voies sont des fichiers de défauts issus de mesures exécutées sur les voies.

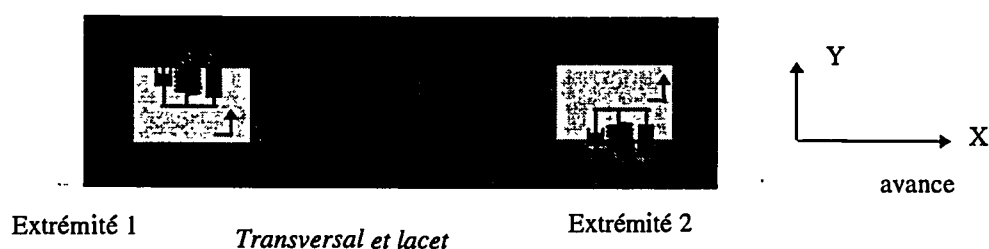
ANNEXE 3.B : RESULTATS DE SIMULATIONS

ANNEXE 3.B.1 : MODELE ALGEBRIQUE - SYNTHESE LQ

L'objectif de cette annexe est de présenter des résultats de simulations MATLAB du comportement d'un modèle de véhicule ferroviaire, équipé de deux actionneurs transversaux.

Modèle utilisé :

c'est le modèle à deux dimensions défini dans le texte de la partie 3 (figure 3.4)



Mise en équations :

Figure A3.7 :
Modèle à deux dimensions (cf figure 3.4)

Représentation algébrique

y_{c1} :	déplacement transversal caisse avant	m
y_{c2} :	déplacement transversal caisse arrière	m
y_{b1} :	déplacement transversal pour le bogie avant	m
y_{b2} :	déplacement transversal pour le bogie arrière	m
u_1 :	force (N) délivrée par l'actionneur avant	
u_2 :	force (N) délivrée par l'actionneur arrière	
w_1 :	perturbations avant (m)	
w_2 :	perturbations arrière (m)	

M :	masse de caisse	30^3	kg
I_z :	inertie en lacet de la caisse	1^6	kgm^2
m :	masse de bogie	5^3	kg
k_2 :	raideur transversale secondaire	8^5	Nm^{-1}
k_1 :	raideur transversale primaire	8^6	Nm^{-1}
c_2 :	viscance transversale secondaire	4^4	Nsm^{-1}
l :	demi-longueur de caisse	15	m

Vecteur d'état : $\mathbf{Y}^t = \begin{bmatrix} y_{c1} & y_{c2} & y_{b1} & y_{b2} \end{bmatrix}$ (A3.1)

Vecteur d'action $\mathbf{u}^t = \begin{bmatrix} u_1 & u_2 \end{bmatrix}$

Vecteur de perturbation $\mathbf{w}^t = \begin{bmatrix} w_1 & w_2 \end{bmatrix}$

$$\text{Matrice de masse : } \mathbf{M} = \begin{bmatrix} \mathbf{M} / 2 & \mathbf{M} / 2 & 0 & 0 \\ \mathbf{I}_z / 2\mathbf{l} & -\mathbf{I}_z / 2\mathbf{l} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & m & 0 \\ 0 & 0 & 0 & m \end{bmatrix} \quad (\text{A3.2})$$

$$\text{Matrice d'amortissement : } \mathbf{C} = \begin{bmatrix} c_2 & c_2 & -c_2 & -c_2 \\ c_2 * \mathbf{l} & -c_2 * \mathbf{l} & -c_2 * \mathbf{l} & c_2 * \mathbf{l} \\ -c_2 & 0 & c_2 & 0 \\ 0 & -c_2 & 0 & c_2 \end{bmatrix} \quad (\text{A3.3})$$

$$\text{Matrice de raideur : } \mathbf{K} = \begin{bmatrix} k_2 & k_2 & -k_2 & -k_2 \\ k_2 * \mathbf{l} & -k_2 * \mathbf{l} & -k_2 * \mathbf{l} & k_2 * \mathbf{l} \\ -k_2 & 0 & k_2 & 0 \\ 0 & -k_2 & 0 & k_2 \end{bmatrix} \quad (\text{A3.4})$$

$$\text{Matrice d'action : } \mathbf{B} = \begin{bmatrix} 1 & 1 \\ 1 & -1 \\ -1 & 0 \\ 0 & -1 \end{bmatrix} \quad (\text{A3.5})$$

$$\text{Matrice de perturbation : } \mathbf{G} = \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 0 \\ k_1 & 0 \\ 0 & k_1 \end{bmatrix} \quad (\text{A3.6})$$

Equation différentielle d'état du système mécanique :

$$\mathbf{M}\ddot{\mathbf{Y}} + \mathbf{C}\dot{\mathbf{Y}} + \mathbf{K}\mathbf{Y} = \mathbf{B}\mathbf{u} + \mathbf{G}\mathbf{w} \quad (\text{A3.7})$$

$$\mathbf{X}^t = [\mathbf{Y} \quad \dot{\mathbf{Y}}], \quad \dot{\mathbf{X}} = \mathbf{A}\mathbf{X} + \tilde{\mathbf{B}}\mathbf{u} + \tilde{\mathbf{G}}\mathbf{w} \quad (\text{A3.8})$$

$$\mathbf{A} = \begin{bmatrix} \mathbf{0} & \mathbf{I} \\ -\mathbf{M}^{-1}\mathbf{K} & -\mathbf{M}^{-1}\mathbf{C} \end{bmatrix} \quad \tilde{\mathbf{B}} = \begin{bmatrix} \mathbf{0} \\ \mathbf{M}^{-1}\mathbf{B} \end{bmatrix} \quad \tilde{\mathbf{G}} = \begin{bmatrix} \mathbf{0} \\ \mathbf{M}^{-1}\mathbf{G} \end{bmatrix}$$

Choix des perturbations

On choisit de simples perturbations aléatoires.

Objectifs du contrôle :

On recherche une loi de contrôle par méthode Linear Quadratic, avec des pondérations tant sur les déplacements transversaux de caisse que sur les accélérations transversales de caisse lors de l'établissement de la fonctionnelle quadratique (indice de coût).

L'indice de coût s'écrit donc de la manière suivante :

$$J = \frac{1}{2} E \left[\int_0^{\infty} (\dot{\mathbf{X}}' \mathbf{Q} \dot{\mathbf{X}} + \mathbf{u}' \mathbf{R} \mathbf{u} + \dot{\mathbf{X}}' \mathbf{T} \dot{\mathbf{X}}) dt \right]$$

Pondérations sur le déplacement : du type $\mathbf{q}(\mathbf{y}_{c1}^2 + \mathbf{y}_{c2}^2)$

Pondérations sur les accélérations : du type $\mathbf{t}_1(\ddot{\mathbf{y}}_{c1} + \ddot{\mathbf{y}}_{c2}) - \mathbf{t}_2(\ddot{\mathbf{y}}_{c1} - \ddot{\mathbf{y}}_{c2})$

Pondérations sur les actions : du type $\mathbf{r}(\mathbf{u}_1^2 + \mathbf{u}_2^2)$

$$\mathbf{Q} = \begin{bmatrix} \mathbf{q} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & \mathbf{q} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \quad \mathbf{T} = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & \mathbf{t}_1 + \mathbf{t}_2 & \mathbf{t}_1 - \mathbf{t}_2 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & \mathbf{t}_1 - \mathbf{t}_2 & \mathbf{t}_1 + \mathbf{t}_2 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

$$\mathbf{R} = \mathbf{r} \cdot \mathbf{I}_2$$

Résultats graphiques des études :

Ces résultats montrent les effets du contrôle actif, tant sur les réductions des déplacements de la caisse, que sur les réductions des accélérations de caisse.

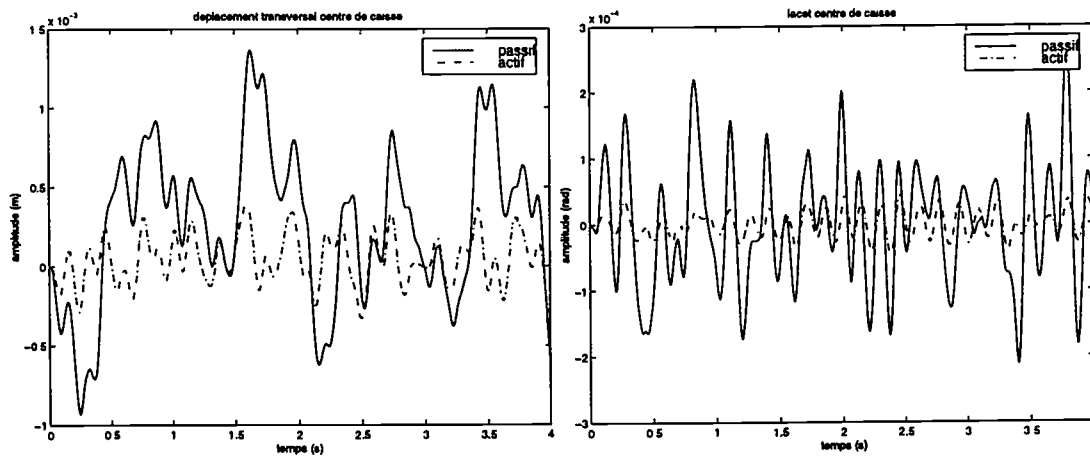


Figure A3.8 : Déplacement transversal et lacet de caisse

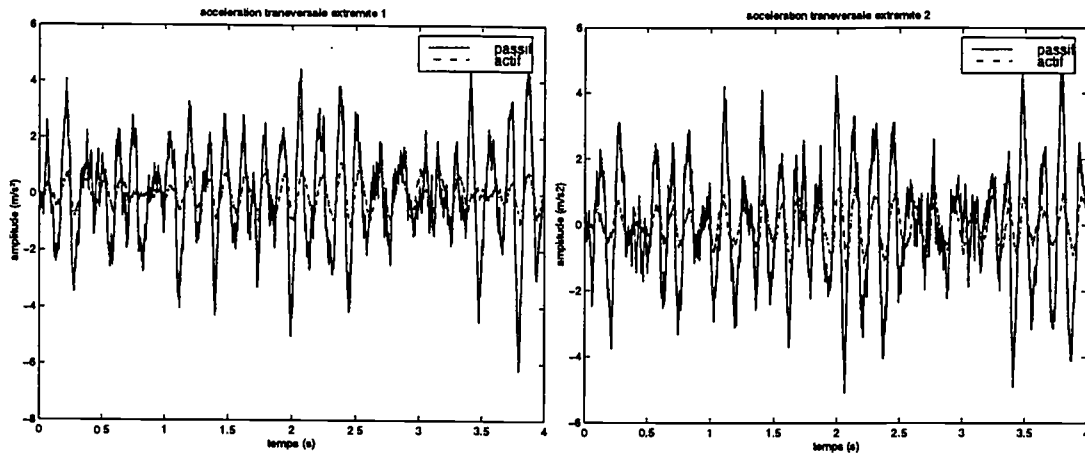


Figure A3.9 : Accélérations transversales aux extrémités de caisse

Les résultats chiffrés présentent les gains relatifs des différentes grandeurs liées au comportement de la caisse.

Valeurs RMS des différentes grandeurs	pour le véhicule passif	pour le véhicule actif	gain relatif
Déplacement transversal caisse avant	$1.47^{\text{e}}-3$	$2.95^{\text{e}}-4$	80%
Déplacement transversal caisse arrière	$1.41^{\text{e}}-3$	$3.51^{\text{e}}-4$	75%
Déplacement transversal centre de caisse	$4.85^{\text{e}}-4$	$1.54^{\text{e}}-4$	68%
Lacet de caisse	$9.05^{\text{e}}-5$	$1.9^{\text{e}}-5$	79%
Accélération transversale caisse avant	1.74	0.45	74%
Accélération transversale caisse arrière	1.74	0.51	70%
Accélération transversale centre de caisse	0.223	0.17	23%
Accélération de lacet de caisse	0.114	$3.08^{\text{e}}-2$	73%

Ces résultats indiquent que des améliorations notoires de confort sont obtenues pour tous les points de la caisse (au centre comme aux extrémités). De plus, les actionneurs ont pour effet de stabiliser la caisse, en limitant les divers déplacements.

Si ces premiers résultats sont prometteurs en terme d'accroissement de confort, une analyse complémentaire va dévoiler un comportement dynamique dangereux des bogies : on retrouve l'ambiguïté du contrôle et la notion de compromis décrite dans la partie 2 de cette thèse (cf annexes 2.C.5, 2.C.6 et 2.C.8)

Les déplacements transversaux des bogies ont les formes suivantes :

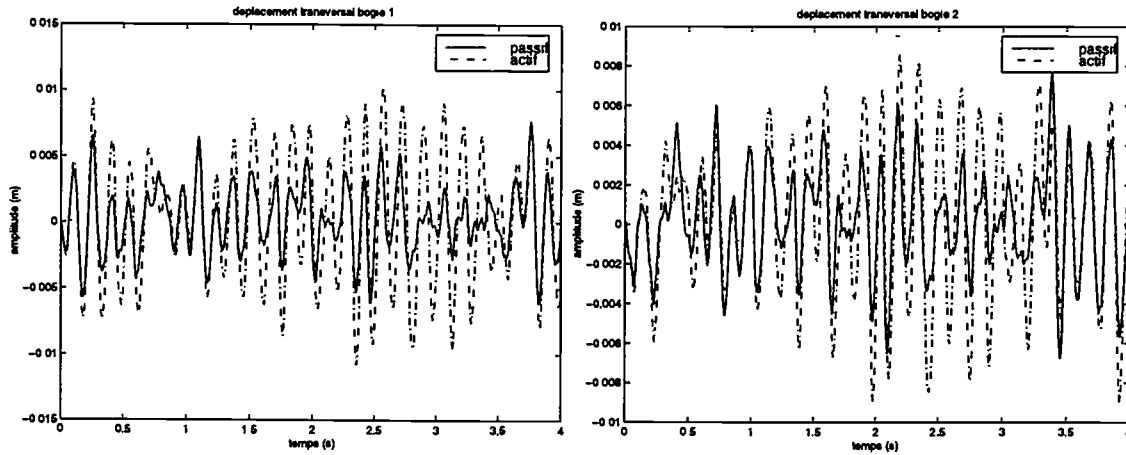


Figure A3.10 : Déplacements transversaux des bogies avant et arrière

On constate des accroissements d'environ 75% des valeurs RMS de déplacements transversaux des bogies, ce qui n'est pas satisfait d'un point de vue réglementaire et sécuritaire.

Le contrôle et son effet devront donc toujours être analysés dans la globalité, en considérant l'évolution de l'intégralité du système.

ANNEXE 3.B.2 : CONTROLE PAR SYNTHESE H2

Formulation des équations différentielles :

C'est celle présentée en partie 3

$$\ddot{y}_c = -\frac{2 * ky_2}{M} (Db_1 + Db_2) - \frac{2 * cy_2}{M} (\dot{Db}_1 + \dot{Db}_2) + \frac{f_2 - f_1}{M} \quad (3.9)$$

$$\ddot{\theta}_c = \frac{2 * lrc * ky_2}{I_x} (Db_1 + Db_2) - \frac{k_{lr2}}{I_x} (2\theta_c - \theta_{b1} - \theta_{b2}) + \frac{2 * lrc * cy_2}{I_x} (\dot{Db}_1 + \dot{Db}_2) - \frac{c_{lr2}}{I_x} (2\dot{\theta}_c - \dot{\theta}_{b1} - \dot{\theta}_{b2}) + \frac{lrc}{I_x} (f_1 - f_2) \quad (3.10)$$

Avec

$$Db_1 = y_c - lrc * \theta_c + llc * \psi_c - y_{b1} + lrb * \theta_{b1} \quad \text{allongement de l'actionneur avant}$$

$$Db_2 = y_c - lrc * \theta_c - llc * \psi_c - y_{b2} + lrb * \theta_{b2} \quad \text{allongement de l'actionneur arrière}$$

y_c : déplacement transversal de caisse	θ_c : roulis de caisse
y_{b1} : déplacement transversal de bogie avant	y_{b2} : déplacement transversal de bogie arrière
θ_{b1} : roulis de bogie avant	θ_{b2} : roulis de bogie arrière
ψ_c : lacet de caisse	

ky_2 : raideur transversale d'une suspension secondaire	k_{lr2} : raideur en rotation.
cy_2 : viscosité transversale d'une suspension secondaire	c_{lr2} : viscosité en rotation.
M : masse de la caisse	I_x : inertie en roulis de la caisse
lrc : longueur de bras de roulis pour caisse	lrb : longueur de bras de roulis pour bogie
llc : longueur de bras de lacet pour caisse	
f_1 : force actionneur avant	f_2 : force actionneur arrière

Définition des vecteurs du problème :

Vecteur d'état

$$\mathbf{X} = \begin{bmatrix} \dot{y}_c \\ \dot{\theta}_c \\ Db_1 + Db_2 \\ 2\theta_c - \theta_{b1} - \theta_{b2} \end{bmatrix}$$

Vecteur de perturbations :

$$\mathbf{u}_1 = \begin{bmatrix} \dot{y}_{b1} \\ \dot{y}_{b2} \\ \dot{\theta}_{b1} \\ \dot{\theta}_{b2} \end{bmatrix}$$

Vecteur d'actions :

$$\mathbf{u}_2 = \begin{bmatrix} f_1 \\ f_2 \end{bmatrix}$$

Vecteur de sorties :

$$\mathbf{Y}_1 = \begin{bmatrix} \ddot{\mathbf{y}}_c \\ \mathbf{D}\mathbf{b}_1 + \mathbf{D}\mathbf{b}_2 \\ \mathbf{f}_1 \\ \mathbf{f}_2 \end{bmatrix}$$

Vecteur de sortie pour le contrôle

$$\mathbf{Y}_2 = \begin{bmatrix} \ddot{\mathbf{y}}_c \\ \mathbf{D}\dot{\mathbf{b}}_1 + \mathbf{D}\dot{\mathbf{b}}_2 \\ \dot{\mathbf{y}}_{b1} \\ \dot{\mathbf{y}}_{b2} \end{bmatrix}$$

Matrices d'état :

$$\begin{cases} \dot{\mathbf{X}} = \mathbf{A}\mathbf{X} + \mathbf{B}_1\mathbf{u}_1 + \mathbf{B}_2\mathbf{u}_2 \\ \mathbf{Y}_1 = \mathbf{C}_1\mathbf{X} + \mathbf{D}_{11}\mathbf{u}_1 + \mathbf{D}_{12}\mathbf{u}_2 \\ \mathbf{Y}_2 = \mathbf{C}_2\mathbf{X} + \mathbf{D}_{21}\mathbf{u}_1 + \mathbf{D}_{22}\mathbf{u}_2 \end{cases}$$

avec les matrices suivantes, obtenues par concaténation du modèle présenté en annexe 3.A.2 sur l'espace des variables d'état.

Résultats de la reconstruction d'état

Analyse de la reconstruction d'état :

Comparaison de l'état du système et de l'état estimé pour les quatre composantes du vecteur d'observation.

Figure A3.11 :
Vitesse transversale de caisse

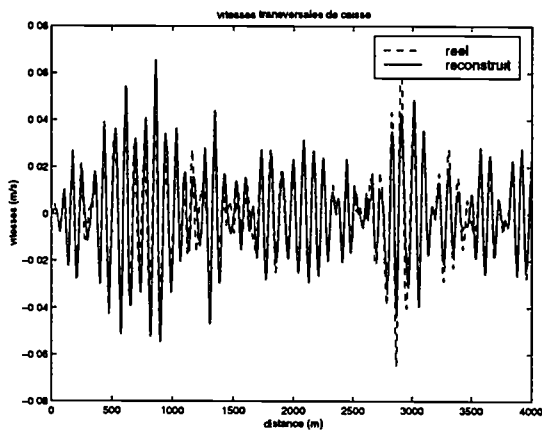


Figure A3.12:
Vitesse de rotation de caisse

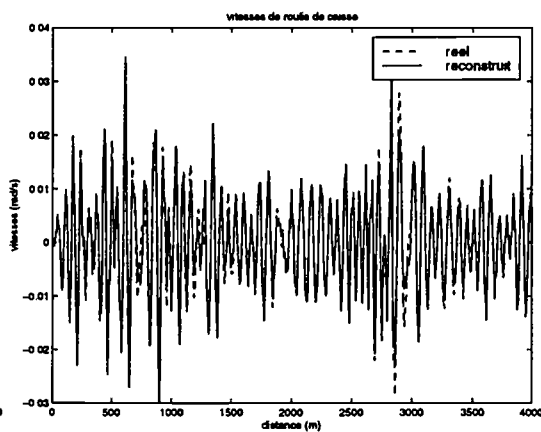


Figure A3.13 :
Somme des déplacements relatifs
entre caisse et bogie

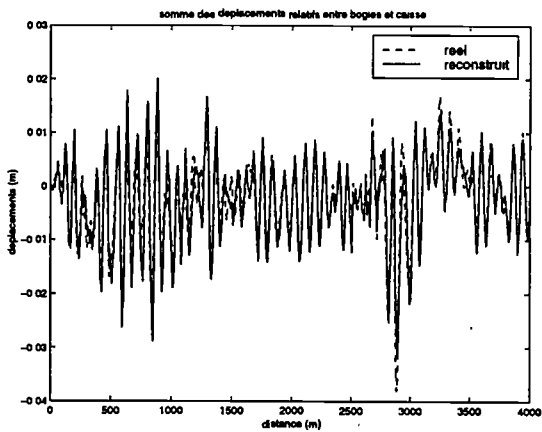
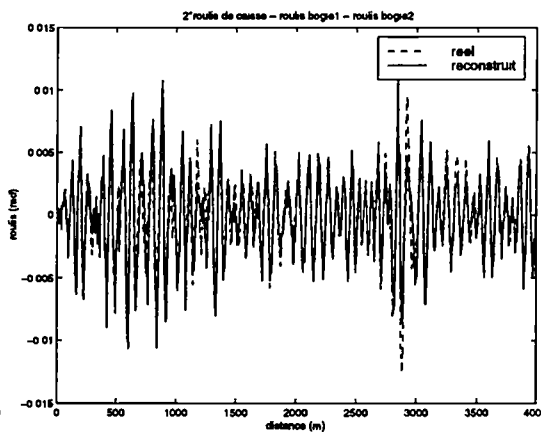


Figure A3.14 :
2*roulis de caisse - roulis bogie1 -
roulis bogie2



C'est là une très bonne reconstruction.

ANNEXE 3.C : CONTRAINTES SUR LA VOIE ET SUR LE MATERIEL POUR GARANTIR UNE BONNE CIRCULATION

Le véhicule circulant sur une voie génère des efforts au contact roue-rail.

Une bonne évolution du système n'est possible que si les conditions suivantes sont respectées, tant par le véhicule que par la voie :

- non ripage de la voie (pas de déplacement transversal de la voie)
- non déversement du véhicule
- non déraillement du véhicule.

Contraintes sur la voie

Ce sont les critères appelés critères de PRUD'HOMME indiquant une limite d'effort transversal à ne pas dépasser, de manière à ne pas déformer la voie. On se reportera, pour de plus amples détails aux articles et ouvrages [PRU1] [PRU2] [PRO].

Calcul des efforts transversaux appliqués sur le rail

Ils peuvent être simulés (sur VAMPIRE par exemple) ou approchés par les formules suivantes: $\mathbf{H} = \mathbf{H}_s + \mathbf{H}_d$ (A3.9)

avec $\mathbf{H}_s$ effort transverse statique
$$\mathbf{H}_s = \frac{\mathbf{P} * \mathbf{NT}}{1500} \quad (\text{A3.10})$$

P : charge statique verticale en tonne par essieu

NT : déflexion transversale en mm

avec $\mathbf{H}_d$ effort transversal dynamique
$$\mathbf{H}_d = \frac{\mathbf{P} * \mathbf{V}}{1500} \quad (\text{A3.11})$$

P : charge statique verticale en tonne

V : vitesse d'avance du mobile en km/h

En fait, ces formules ont été établies dans les années 1960 pour une locomotive BB9200, et ont été extrapolés pour des véhicules légers. Leur utilisation doit être appréhendée prudemment.

Limite de PRUD'HOMME, d'après [PRO]

Elle varie en fonction de la nature des traverses, de la bonne qualité du bourrage de voie.

Nature des traverses	Bourrage	Limite en tonnes
Traverses en bois	sans maintenance mécanique	$\mathbf{L} = 0.85 \left(1 + \frac{\mathbf{P}}{3} \right) \quad (\text{A3.12})$
Traverses en bois	avec maintenance mécanique	$\mathbf{L} = 1 + \frac{\mathbf{P}}{3} \quad (\text{A3.13})$
Traverses bi-blocs béton	avec maintenance mécanique	$\mathbf{L} = 1.5 + \frac{\mathbf{P}}{3} \quad (\text{A3.14})$

Où P est la charge statique par essieux du véhicule. Dans le cas où la charge dynamique excède 20% de la charge statique, il faut alors appliquer à ces formules un coefficient de sécurité égal à 0.9

Critère de PRUD'HOMME

L'effort transversal moyenné sur 2m ne doit pas dépasser l'effort limite acceptable pour la voie.

Contraintes sur la dynamique du véhicule :

Ils sont de deux types, à savoir les contraintes de déversement et les contraintes de déraillement.

Critère de déversement :

On établit le ratio $\frac{\Delta Q}{Q}$, où Q est la charge statique verticale pour une roue, et ΔQ , la variation de cette charge. Traditionnellement, une valeur de 0.6 est considéré comme une valeur limite autorisée pour le véhicule, dans un comportement quasi-statique.

Critère de déraillement :

On établit le ratio $\frac{Y}{Q}$, où Q est la charge statique pour une roue, et Y l'effort transversal. Il y a risque déraillement par montée de la roue sur le rail lorsque ce ratio dépasse :

- 1.2 (en quasi-statique)
- 0.8 en circulation pendant plus de 50 ms.

ANNEXE 3.D : LOGIQUE FLOUE

Le schéma de contrôleur flou présenté comporte trois entrées, deux sorties, et 18 règles de commande, établies pour trois ensembles flous (NZP, Négatif, Zéro, Positif)

Remarque : On ne conserve que 18 règles, car on pose comme hypothèse que l'entrée E3 sera soit négative, soit positive, mais ne pourra appartenir au sous-ensemble flou Z.

Les variables d'entrées du système :

Trois variables ont été retenues E1, E2, E3:

- E1 : l'accélération transversale filtrée de la caisse précédente
- E2 : l'accélération transversale filtrée de la caisse contrôlée
- E3 : un signal informant d'une succession immédiate de courbes contre-courbes, et qui peut être construit à partir de signaux mesurés sur le véhicule précédent le véhicule à contrôler.

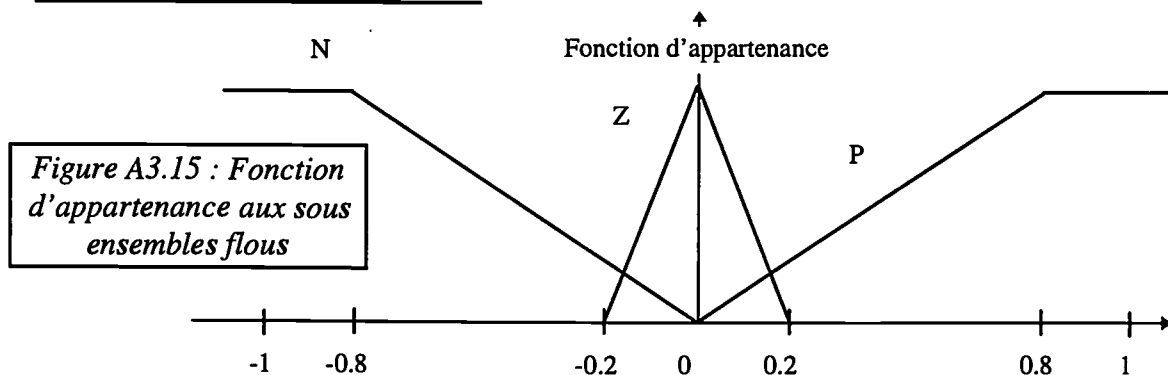
Le signal E3 est le plus délicat à construire, et implique une véritable connaissance du système ferroviaire et de ses comportements. Nous suggérons la possibilité d'établissement de ce signal par trois méthodes distinctes.

1. une combinaison linéaire + traitement de signal des de signaux d'accélération, et en particulier des signaux E2 et E2. Pour plus de fiabilité, on pourrait combiner les détection des différents accélérations des voitures ou véhicules encadrants.
2. un signal émis depuis une balise déposée au sol, quelques mètres avant la singularité courbe-contre courbe.
3. un fichier de caractéristique de tracé de courbe, recalé lors de la progression du mobile, et qui informe, de la présence rare, mais possible de deux courbes consécutives, de sens opposé, et sans ligne droite intermédiaire.

Remarque :

Les entrées d'accélérations sont saturées dans l'intervalle $[-1;1]m/s^2$

Forme des sous-ensembles flous :



Les variables de sorties :

Ce sont les deux pondérations α_1 et α_2 de chacune des lois de contrôle, avec $\sum_i \alpha_i = 1$

Les règles d'expertise

Elles permettent d'appréhender la nature de la portion de voie sur laquelle le véhicule circule, et d'établir ainsi une distinction entre les portions de ligne droite, de courbe, et de raccordements (entrées et sorties). La connaissance de la dynamique du système, et de ses évolutions est contenue dans ces règles d'expertise.

	E1	E2	E3	$\alpha 1$	$\alpha 2$
R1	N	N	N	N	P
R2	N	Z	N	Z	Z
R3	N	P	N	N	Z
R4	Z	N	N	Z	Z
R5	Z	Z	N	P	N
R6	Z	P	N	Z	Z
R7	P	N	N	N	Z
R8	P	Z	N	Z	Z
R9	P	P	N	N	P
	E1	E2	E3	$\alpha 1$	$\alpha 2$

R10	N	N	P	N	P
R11	N	Z	P	N	Z
R12	N	P	P	N	N
R13	Z	N	P	N	Z
R14	Z	Z	P	N	Z
R15	Z	P	P	N	Z
R16	P	N	P	N	N
R17	P	Z	P	N	Z
R18	P	P	P	N	P

Ces règles d'expertises ne sont pas symétriques par rapport à la variable E3, pour des raisons relatives aux comportements de la voiture dans les portions transitoires d'entrées et de sorties de courbes.

D'autre part, le signal E1 étant associé au comportement du véhicule précédent (n-1 pour le contrôle du véhicule n), la loi de contrôle est donc orientée (en fonction du sens de la marche). Si le véhicule circule a posteriori en sens opposé, il faudra recharger les lois de contrôles (E& traduira le comportement du véhicule n+1, pour l'élaboration de la loi de contrôle servant au véhicule n).

ANNEXES 4 : PHASE EXPERIMENTALE

Annexes 4 : Phase expérimentale	323
Annexe 4.A : Modélisation des actionneurs	324
Annexe 4.A.1 : Les équations de l'actionneur électromécanique	324
Annexe 4.A.2 : Bilan de puissance	326
Annexe 4.A.3 : Les équations du vérin hydraulique	328
Annexe 4.B : Etude des asservissements	330
Annexe 4.C : Formulation optimale du contrôle par variable d'état	332

ANNEXE 4.A : MODELISATION DES ACTIONNEURS

ANNEXE 4.A.1 : LES EQUATIONS DE L’ACTIONNEUR ELECTROMECHANIQUE

Cette annexe précise la recherche des transferts entre déplacement et consigne, et entre force et consigne pour un actionneur électromécanique lié mécaniquement au banc d'essais (le banc d'essais ne reçoit aucun autre effort).

L'équation du banc s'écrit :

$$\mathbf{M} \cdot \ddot{\mathbf{X}} + \mathbf{C} \cdot \dot{\mathbf{X}} + \mathbf{K} \cdot \mathbf{X} = \mathbf{F}_{VE} \quad (\text{A4.1})$$

En utilisant les deux équations de dynamique des arbres moteurs et réducteurs, on obtient :

$$\mathbf{J}'_{vis} \cdot \ddot{\theta}_{vis} + \mathbf{C}'_{vis} \cdot \dot{\theta}_{vis} = \Gamma_{r/vis} - \left(\frac{\text{pas}}{2\pi} \right)^2 \cdot \mathbf{K} \cdot \theta_{vis} \quad (\text{A4.2})$$

$$\text{avec : } \mathbf{J}'_{vis} = \mathbf{J}_{vis} + \left(\frac{\text{pas}}{2\pi} \right)^2 \cdot \mathbf{M} \quad \text{et} \quad \mathbf{C}'_{vis} = \mathbf{C}_{vis} + \left(\frac{\text{pas}}{2\pi} \right)^2 \cdot \mathbf{C} \quad (\text{A4.3})$$

Soit le couple moteur :

$$\Gamma_m = \left[\left(\mathbf{J}_m + \frac{\mathbf{J}'_{vis}}{n^2} \right) \cdot s^2 + \left(\mathbf{C}_m + \frac{\mathbf{C}'_{vis}}{n^2} \right) \cdot s + \left(\frac{\text{pas}}{2\pi \cdot n} \right)^2 \cdot \mathbf{K} \right] \cdot \theta_m$$

$$\Gamma_m = \left[\left(\mathbf{J}_m + \frac{\mathbf{J}_{vis}}{n^2} + \frac{\text{pas}}{2\pi \cdot n} \cdot \mathbf{M} \right) \cdot s^2 + \left(\mathbf{C}_m + \frac{\mathbf{C}_{vis}}{n^2} + \frac{\text{pas}}{2\pi \cdot n} \cdot \mathbf{C} \right) \cdot s + \left(\frac{\text{pas}}{2\pi \cdot n} \right)^2 \cdot \mathbf{K} \right] \cdot \theta_m \quad (\text{A4.4})$$

Etude du déplacement :

$$\frac{\mathbf{X}}{\mathbf{U}} = \frac{\text{pas}}{2\pi \cdot n} \cdot \frac{\mathbf{K}_t}{(\mathbf{R} + \mathbf{L} \cdot s) \cdot [\mathbf{J}_{eq} \cdot s^2 + \mathbf{C}_{eq} \cdot s + \mathbf{K}_{eq}] + \mathbf{K}_t \cdot \mathbf{K}_e \cdot s} \quad (\text{A4.5})$$

$\mathbf{J}_{eq} = \mathbf{J}_m + \frac{\mathbf{J}_{vis}}{n^2} + \frac{\text{pas}}{2 \cdot \pi \cdot n} \cdot \mathbf{M}$	$\mathbf{C}_{eq} = \mathbf{C}_m + \frac{\mathbf{C}_{vis}}{n^2} + \frac{\text{pas}}{2 \cdot \pi \cdot n} \cdot \mathbf{C}$	$\mathbf{K}_{eq} = \left(\frac{\text{pas}}{2\pi \cdot n} \right)^2 \cdot \mathbf{K}$
(A4.6)	(A4.7)	(A4.8)

Etude de la force

$$\frac{\mathbf{F}}{\mathbf{U}} = \frac{\text{pas}}{2\pi \cdot n} \cdot \frac{\mathbf{K}_t \cdot (\mathbf{M} \cdot s^2 + \mathbf{C} \cdot s + \mathbf{K})}{(\mathbf{R} + \mathbf{L} \cdot s) \cdot (\mathbf{J}_{eq} \cdot s^2 + \mathbf{C}_{eq} \cdot s + \mathbf{K}_{eq}) + \mathbf{K}_t \cdot \mathbf{K}_e \cdot s} \quad (\text{A4.9})$$

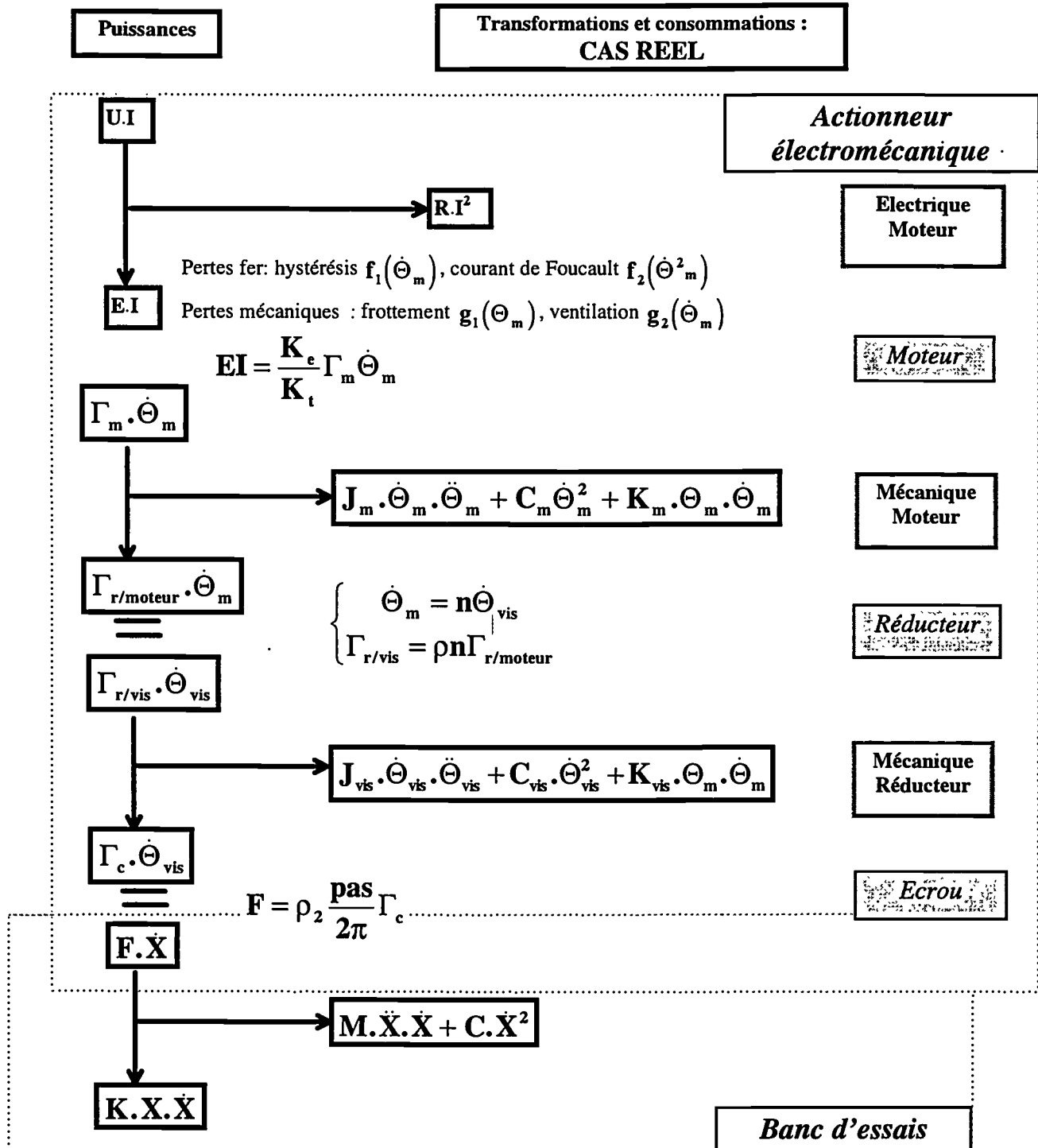
Remarque : si le terme d'inductance est négligeable, le transfert X/U devient un classique second ordre.

* X/U ne fait apparaître qu'un second ordre au dénominateur

* F/U fait apparaître un second ordre au dénominateur (le même que le précédent) et un second ordre au numérateur (2 pôles traduisant la dynamique du banc)

C'est toujours le cas car le transfert ne contient pas réellement le terme $(R+Ls)$ au dénominateur, mais un terme $(R+Pg+Ls)$ où le terme Pg traduit le gain proportionnel de la boucle interne de courant. (cf paragraphe 4.3.1.3)

P : gain de proportionnel, g : gain de boucle de retour interne de courant.

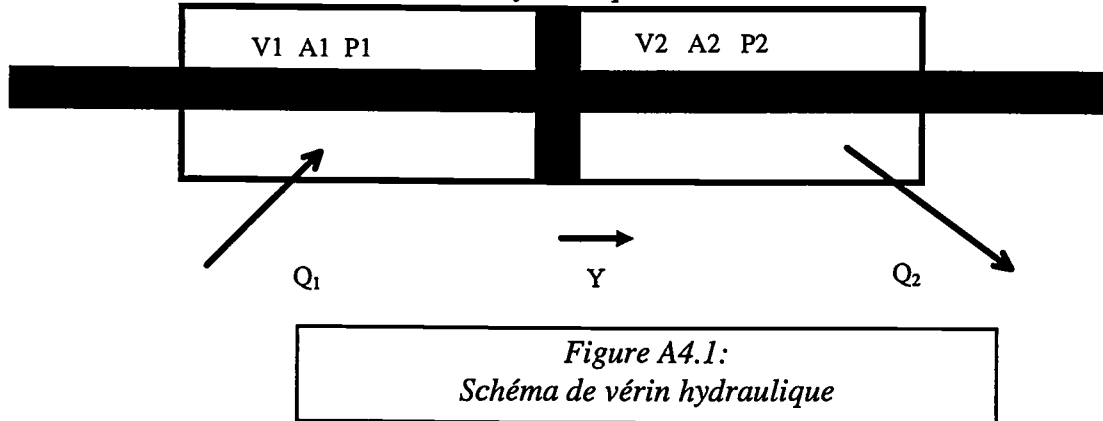


C'est une modélisation de la dynamique de l'actionneur électromécanique sur le banc d'essais, tenant compte de toutes les pertes mécaniques éventuelles.

NB : le vérin hydraulique n'est pas présent sur ce banc.

ANNEXE 4.A.3 : LES EQUATIONS DU VERIN HYDRAULIQUE

Cette annexe établit le transfert du vérin hydraulique



Compressibilité du fluide :

Elle se traduit par l'équation $\rho = \rho_0 \left(1 + \frac{\Delta P}{B} \right)$ (A4.10)

avec ρ masse volumique de l'huile et ρ_0 masse volumique à l'état de repos, en faisant que la température n'influe pas sur cette variation.

Les Equations des débits pour chacune des chambres :

Elles s'écrivent ainsi (A4.11) (A4.12), tenant compte de l'entrée de fluide, de la variation du volume de la chambre, et de la compressibilité du fluide.

$$Q1 = \frac{V_1}{B} \dot{P}_1 + A_1 \dot{y} = \frac{V_1}{B} \frac{dP_1}{dt} + \frac{dV_1}{dt} \quad (A4.11)$$

$$Q2 = \frac{V_2}{B} \dot{P}_2 - A_2 \dot{y} = \frac{V_2}{B} \frac{dP_2}{dt} - \frac{dV_2}{dt} \quad (A4.12)$$

Les volumes des chambres variant en fonction du déplacement de la tige de vérin.

$$V_1 = V_{10} + A_1 y \quad V_2 = V_{20} - A_2 y \quad (A4.13)$$

Fonctionnement d'une servo-valve :

La fonction de transfert d'une servo-valve peut être plus ou moins complexe suivant la nature de cette servo-valve, et le degré de finesse souhaitée pour la modélisation. Classiquement, des fonctions de transfert en gain simple ou fonction du premier ou du deuxième ordre sont choisies.

Hypothèses simplificatrices :

Ces hypothèses sont relatives à l'égalité des débits $|Q_1| = |Q_2|$, à la symétrie des aires de pistons dans les deux chambres et à la parfaite symétrie des chambres au repos

$$V_{10} = V_{20} = V_0 / 2 \quad (A4.14)$$

$$A_1 = A_2 = S_p \quad (A4.15)$$

Simplification des équations :

Soit $P = P_1 - P_2$ la pression différentielle entre les deux chambres.

$$dV = dV_1 = -dV_2 \quad \text{la variation de volume} \quad (A4.16)$$

$$Q = Q_1 = -Q_2 \quad \text{le débit entrant} \quad (A4.17)$$

On obtient alors
$$Q = \frac{dV}{dt} + \frac{V_0}{2B} \frac{dP}{dt} \quad (A4.18)$$

Soit encore
$$Q = S_p \frac{dX}{dt} + \frac{V_0}{2B} \frac{dP}{dt} \quad (A4.19)$$

(cf paragraphe 4.3.2)

C'est cette dernière formulation qui sera utilisée pour la formulation en schémas blocs.

ANNEXE 4.B : ETUDE DES ASSERVISSEMENTS

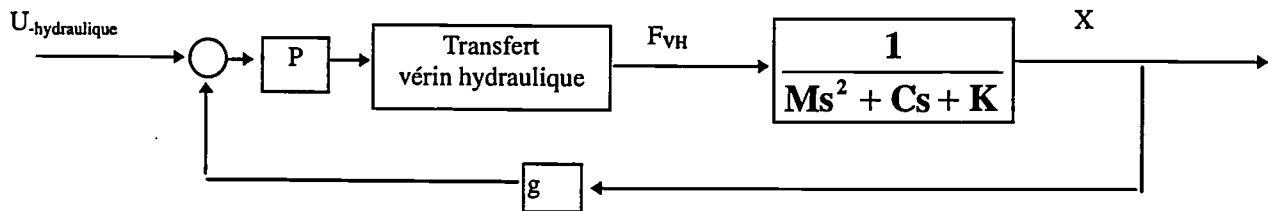
On établit les fonctions de transfert pour les systèmes asservis en force et en position pour le vérin hydraulique et l'actionneur électromécanique.

Ces transferts sont établis à partir des équations théoriques.

Remarque :

- pour le vérin hydraulique, on considère que l'action de la servovalve se résume à un gain unitaire
- pour le vérin électrique, on considère que la boucle interne de courant est équipée d'un simple correcteur P, associé à un gain g de la boucle de retour.
- les correcteurs sont de simples correcteurs P

Asservissement en position du vérin hydraulique

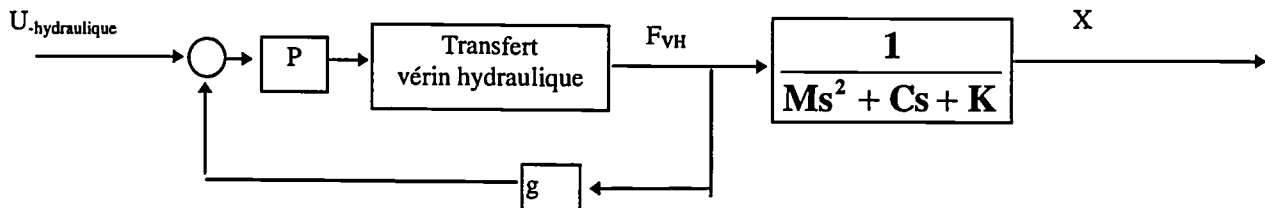


$$\frac{X}{U_{\text{-hydraulique}}} = \frac{2.B.S_p}{V_0} \cdot \frac{P}{Ms^3 + Cs^2 + \left(K + \frac{2.B.S_p^2}{V_0}\right)s + \frac{2.B.S_p}{V_0}.Pg}$$

On perd alors l'intégrateur au dénominateur.

$$\frac{F_{vh}}{U_{\text{-hydraulique}}} = \frac{2.B.S_p}{V_0} \cdot \frac{P.(Ms^2 + Cs + K)}{Ms^3 + Cs^2 + \left(K + \frac{2.B.S_p^2}{V_0}\right)s + \frac{2.B.S_p}{V_0}.Pg}$$

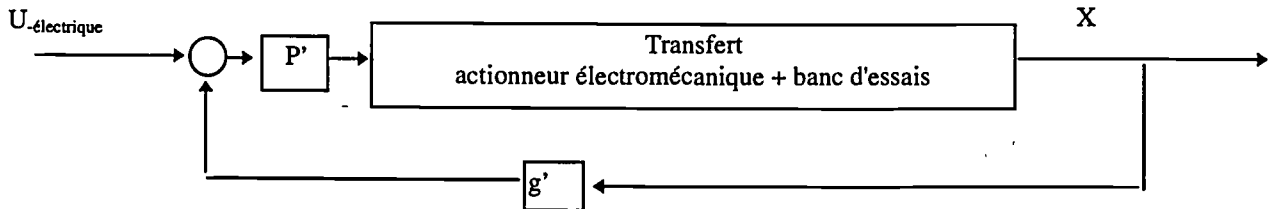
Asservissement en force du vérin hydraulique



$$\frac{X}{U_{\text{-hydraulique}}} = \frac{2.B.S_p}{V_0} \cdot \frac{P}{(Ms^3 + Cs^2 + K) \cdot \left(s + \frac{2.B.S_p}{V_0}.Pg\right) + \frac{2.B.S_p^2}{V_0}s}$$

$$\frac{F_{vH}}{U_{\text{-hydraulique}}} = \frac{2.B.S_p}{V_0} \cdot \frac{P.(Ms^2 + Cs + K)}{(Ms^3 + Cs^2 + K) \cdot \left(s + \frac{2.B.S_p}{V_0} . Pg \right) + \frac{2.B.S_p^2}{V_0} s}$$

Asservissement en position du vérin électrique

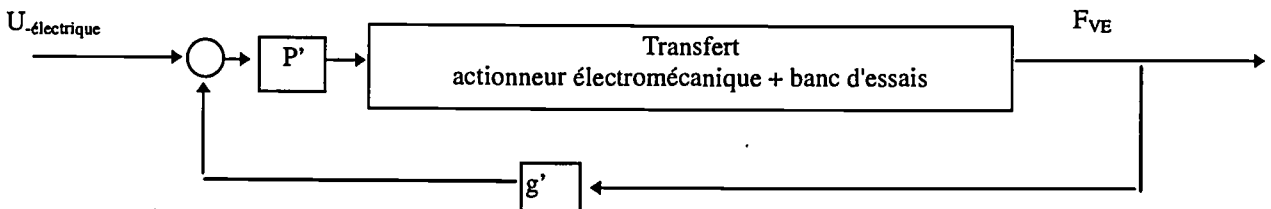


$$\frac{X}{U_{\text{-électrique}}} = \frac{\text{pas}}{2\pi n} \cdot \frac{P.K_t.P'}{(R + P.g + Ls).(J_{eq}s^2 + C_{eq}s + K_{eq}) + K_e K_t s + \frac{\text{pas}}{2\pi n} P'g'.P.K_t}$$

$$\frac{F_{vE}}{U_{\text{-électrique}}} = \frac{\text{pas}}{2\pi n} \cdot \frac{P.K_t.P'.(Ms^2 + Cs + K)}{(R + P.g + Ls).(J_{eq}s^2 + C_{eq}s + K_{eq}) + K_e K_t s + \frac{\text{pas}}{2\pi n} P'g'.P.K_t}$$

Sous l'hypothèse de négliger la dynamique de la boucle interne de courant, l'asservissement en position apporte un accroissement de raideur au système couplé.

Asservissement en force du vérin électrique



$$\frac{X}{U_{\text{-électrique}}} = \frac{\text{pas}}{2\pi n} \cdot \frac{P.K_t.P'}{(R + P.g + Ls).(J_{eq}s^2 + C_{eq}s + K_{eq}) + K_e K_t s + \frac{\text{pas}}{2\pi n} P'g'.P.K_t(Ms^2 + Cs + K)}$$

$$\frac{F_{vE}}{U_{\text{-électrique}}} = \frac{\text{pas}}{2\pi n} \cdot \frac{P.K_t.P'}{(R + P.g + Ls).(J_{eq}s^2 + C_{eq}s + K_{eq}) + K_e K_t s + \frac{\text{pas}}{2\pi n} P'g'.P.K_t.(Ms^2 + Cs + K)}$$

ANNEXE 4.C : FORMULATION OPTIMALE DU CONTROLE PAR VARIABLE D'ETAT

L'intérêt serait de limiter les boucles internes d'asservissement, de manière à ne réaliser le contrôle du vérin électrique que par l'intermédiaire d'une seule boucle de rétroaction, avec transfert obtenu par loi de contrôle optimale en formulation espace-état.

On reprend les équations décrites en partie 4.3.1 traduisant le fonctionnement du banc d'essais équipé du seul actionneur électromécanique.

Equations dynamiques

$$U = E + RI + L \frac{dI}{dt} \quad (A4.20)$$

$$J_m \ddot{\Theta}_m + C_m \dot{\Theta}_m = \Gamma_m - \Gamma_{r/moteur} \quad (A4.21)$$

$$J_{vis} \ddot{\Theta}_{vis} + C_{vis} \dot{\Theta}_{vis} = \Gamma_{r/vis} - \Gamma_c \quad (A4.22)$$

Equations aux liaisons

$$E = K_e \dot{\Theta}_m \quad \Gamma_m = K_t I \quad (A4.23)$$

$$\Theta_m = n \cdot \Theta_{vis} \quad \Theta_{vis} = \frac{2\pi}{pas} X \quad (A4.24)$$

$$\Gamma_{r/moteur} \cdot \dot{\Theta}_m = \Gamma_{r/vis} \cdot \dot{\Theta}_{vis} \quad \Gamma_c \cdot \dot{\Theta}_{vis} = F \cdot \dot{X} \quad (A4.25)$$

Equation dynamique du banc

$$M\ddot{X} + C\dot{X} + KX = F + F_{pert} \quad (A4.26)$$

Ces équations peuvent encore s'écrire sous la forme :

$$\dot{I} = -\frac{R}{L}I + \frac{1}{L}U - K_e \frac{2\pi n}{pas} \dot{X} \quad (A4.27)$$

$$F = \frac{2\pi n}{pas} K_t I - \left(\frac{2\pi}{pas} \right)^2 (J_{vis} + n^2 J_m) \ddot{X} - \left(\frac{2\pi}{pas} \right)^2 (C_{vis} + n^2 C_m) \dot{X} \quad (A4.28)$$

Soit finalement la conservation

$$\dot{I} = -\frac{R}{L}I + \frac{1}{L}U - K_e \frac{2\pi n}{pas} \dot{X} \quad (A4.29)$$

$$\overline{M} = M + \left(\frac{2\pi}{pas} \right)^2 (J_{vis} + n^2 J_m) \quad \overline{C} = C + \left(\frac{2\pi}{pas} \right)^2 (C_{vis} + n^2 C_m) \quad (A4.30)$$

$$\overline{M}\ddot{X} + \overline{C}\dot{X} + KX = \frac{2\pi n}{pas} K_t I \quad (A4.31)$$

La formulation espace état prend alors la forme suivante :

$$\begin{bmatrix} \dot{I} \\ \dot{X} \\ \ddot{X} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -R/L & 0 & -K_e \frac{2\pi n}{\text{pas}} \\ 0 & 0 & 1 \\ \frac{2\pi n K_t}{\text{pas}} / M & -K/M & -C/M \end{bmatrix} \begin{bmatrix} I \\ X \\ \dot{X} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 1/L \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} U + \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 1/M \end{bmatrix} F_{\text{pert}} \quad (\text{A4.32})$$

avec $\begin{bmatrix} I \\ X \\ \dot{X} \end{bmatrix}$ le vecteur d'état du système, F_{pert} la sollicitation du système, et U la composante du

contrôle. Une loi de contrôle optimal permettrait donc d'établir un retour proportionnel à la variable X de déplacement de la tige et à la variable interne I de courant moteur. Cette représentation pourrait également permettre une approche par pré-information, de manière à anticiper et contrer plus encore les effets des perturbations.

Cette formulation sera testée dans le futur, et comparée aux asservissements par cascade de boucle de correcteurs.

Cette démarche exige cependant que soient vérifiées préalablement les hypothèses :

- * hypothèses de linéarité des systèmes
- * crédibilité de la représentation par moteur à courant continu
- * en négligeant les frottements, ou en construisant une représentation espace-état plus complexe, prenant en compte ces phénomènes

NOTATIONS

Mathématiques

μ : valeur singulière structurée
 σ : valeur singulière
 $\bar{\sigma}$: plus grande valeur singulière
 $\underline{\sigma}$: plus petite valeur singulière
 $\| \cdot \|_2$: norme H2
 $\| \cdot \|_{\infty}$: norme H ∞

$E[X]$: moyenne du vecteur X
 $E[X|Y]$: moyenne du vecteur X sachant Y
 $\bullet$: dérivée par rapport au temps
 $\frac{d}{d\chi}$: dérivée par rapport à la variable χ

Mécanique et automatique

k_p, k_i, k_d : coefficients de PID
 r : résidu de pré-information
 u : vecteur de contrôle
 u_1 : vecteur de perturbation
 u_2 : vecteur de contrôle
 v : coefficient de skyhook
 λ : vecteur multiplicateur de Lagrange
 w, v, μ : vecteurs de perturbation
 $A, B, B_0, B_1, B_2, C, C_0, C_1, C_2, D, D_0, D_01, D_02, D_10, D_11, D_12, D_20, D_21, D_22$: matrices pour l'écriture espace-état du contrôle
 N, Q, R, T, Z, S : matrices de pondération (écriture de l'indice de coût)
 F, M : matrice pour l'écriture de lois sous-optimales
 $G_{tf}(s)$: fonction de transfert
 H : Lagrangien

H_m : matrice Hamiltonienne
 J : indice quadratique de coût
 K, K_c : gain de contrôle
 $T_{y_1 u_1}$: fonction de transfert entre l'entrée Y_1 et la sortie u_1
 $V(X)$: potentiel de Lyapunov
 X : vecteur d'état du système
 $\tilde{X}$: vecteur d'état reconstruit
 Y : vecteur d'observation
 Y_1 : vecteur des variables de sortie
 Y_2 : vecteur des variables d'observation
 $\bullet$: dérivée par rapport au temps
 Z : gain de reconstruction d'état par filtre de Kalman

Robustesse

cs : consigne
 δ : incertitude scalaire
 ε : écart entre signaux
 τ : retard pur
 $A_{inc}, B_{inc}, C_{inc}, D_{inc}$: représentation espace-état d'incertitudes
 $G(s)$: système initial
 $\tilde{G}$: transfert avec perturbation
 $K(s)$: contrôleur
 $L(s)$: transfert en boucle ouverte

M_g : marge de gain
 M_p : marge de phase
 M_r : marge de retard
 $S(s)$: matrice de transfert en sensibilité
 $T(s)$: matrice de transfert en sensibilité inverse
 $W_1, W_2, W_{11}, W_{12}, W_{21}, W_{22}$: filtres de pondération
 Y_0 : vecteur d'entrée de la matrice de perturbation Δ
 Δ : matrice d'incertitudes

Multilois et Logique Floue

var_i : caractéristique de la variable(ou constante) var (scalaire ou matricielle) pour la loi i
 α : pondération pour un système à deux lois E_i : sous ensemble flou
 α_i : pondération pour un système à n lois N, Z, P : trois ensembles flous (Négatif, Zéro, Positif)
 μ : fonction d'appartenance aux ensembles flous

Lois optimales non linéaires

λ, μ : multiplicateurs de Lagrange associés à une égalité P : puissance
 δ, χ, κ : multiplicateurs associés à une inégalité

Mécanique du contact roue-rail

a, b : demi-axe de l'ellipse de Hertz (m)
 d : dévers (mm)
 e : écartement de la voie (mm)
 f : fréquence (Hz)
 g : accélération de la pesanteur (m/s^2)
 λ : longueur d'onde (m)
 γ_{nc} : accélération transversale non compensée (m/s^2)
 v : glissement réduit ()
 ω : pulsation (rad/s)
 D : dévers (mm)
 G : module d'élasticité transversal (N/m^2)
 H : effort transversal au contact (N)
 H_s : composante statique de l'effort transversal (N)
 H_d : composante dynamique effort transversal (N)
 I : insuffisance de dévers (mm)
 L : limite transversale de Prud'Homme (t)
 $M0z$: moment d'axe z au contact (Nm)
 NT : déflexion transversale (mm)
 P : charge verticale à l'essieu (t)
 Q : charge statique pour une roue (N)
 ΔQ : variation de la charge statique pour une roue(N)
 R : rayon de tracé en plan de la voie (m)
 $Si(\Omega)$: fonction de transfert en variable spatiale
 T_x : effort longitudinal au contact (N)
 T_y : effort transversal au contact (N)
 V : vitesse d'avancement du véhicule (m/s)
 V_g : vitesse de glissement de la roue (m/s)
 Y : charge transversale pour une roue (N)
 Φ : spin (rad/s)
 Θ : angle de pendulation, angle de roulis (rad)
 Ω : pulsation spatiale (m^{-1})
 Ω_n : composante normale de la vitesse angulaire de glissement (rad/s)

Modèles de simulations

$c1$: viscosité de suspension primaire (Ns/m)
 $c2$: viscosité de suspension secondaire (Ns/m)
 $cy2$: viscosité transversale secondaire (Ns/m)
 $c1r2$: viscosité secondaire en roulis (Nsm)
 $f1$: force délivrée par l'actionneur avant (N)
 $f2$: force délivrée par l'actionneur arrière (N)
 $k1$: raideur de suspension primaire (N/m)
 $k2$: raideur de suspension secondaire (N/m)
 $ky2$: raideur transversale secondaire (N/m)
 $k1r2$: raideur secondaire en roulis (Nm)
 l : demi longueur de caisse CORAIL (m)
 lrb : longueur de bras de roulis pour bogie (m)
 lrc : longueur de bras de roulis pour caisse (m)
 llc : longueur de bras de lacet pour caisse (m)
 m : masse, masse de bogie (kg)
 $m1$: masse inférieure ou masse de bogie (kg)
 $m2, M$: masse supérieure ou masse de caisse (kg)
 q : degré de liberté du système
 $x1$: déplacement vertical de la masse inférieure (m)
 $x2$: déplacement vertical de la masse supérieure (m)
 y : déplacement transversal (m)
 $yb1$: déplacement transversal de bogie avant (m)
 $yb2$: déplacement transversal de bogie arrière (m)
 yc : déplacement transversal de caisse (m)
 $yc1$: déplacement transversal de caisse à l'avant (m)
 $yc2$: déplacement transversal de caisse à l'arrière (m)
 Da/V : matrice d'amortissement pour les paramètres dépendants de la vitesse
 $Db1$: allongement de l'actionneur avant (m)
 $Db2$: allongement de l'actionneur arrière (m)
 I_x : inertie de caisse en roulis (kgm^2)
 I_y : inertie de caisse en tangage (kgm^2)
 I_z : inertie de caisse en lacet (kgm^2)
 $\Theta b1$: angle de roulis du bogie avant (rad)
 $\Theta b2$: angle de roulis du bogie arrière (rad)
 Θc : angle de roulis de caisse (rad)
 Ψc : angle de lacet de caisse (rad)

Banc d'essais : Mécanique, Electrique, Hydraulique

g : gain	M : masse de la masse mobile(kg)
n : rapport de réduction	P : différentiel de pression entre les deux chambres (Pa)
p : gain de correcteur proportionnel	R : résistance interne au moteur (Ω)
pas : pas de l'écrou (m)	Sp : surface utile du piston (m^2)
B : module de compressibilité de l'huile (Pa)	U : tension moteur (V)
C : amortissement partie mécanique (Ns/m)	U_{électrique} : consigne en électrique (V)
Cm : amortissement arbre moteur (Nms)	U_{hydraulique} : consigne en hydraulique (V)
Cvis : amortissement arbre réducteur (Nms)	V0 : volume au repos des chambres du vérin (m^3)
E : force électromotrice (V)	X : déplacement de la tige, déplacement de la masse mobile (m)
F : force développée par l'actionneur (N)	Q : différentiel de débits entrants et sortants (m^3/s)
F_{VE} : force délivrée par l'actionneur électrique (N)	Γ_c : couple de charge (Nm)
F_{VH} : force délivrée par le vérin hydraulique (N)	Γ_m : couple moteur (Nm)
I : intensité moteur (A)	$\Gamma_{r/moteur}$: couple résistant vu par le moteur (Nm)
Jm : inertie de l'arbre moteur ($kg.m^2$)	$\Gamma_{r/vis}$: couple résistant vu par la vis (Nm)
Jvis : inertie de la vis ($kg.m^2$)	Θ_m : angle de rotation du moteur (rad)
K : raideur partie mécanique (N/m)	Θ_{vis} : angle de rotation de la vis (rad)
Ke : constante de fem (Vs)	
Kt : constante de couple (Nm/A)	
L : inductance interne au moteur (H)	

Confort

Cc : indice de confort complexe japonais
Cs : indice de confort simple japonais

- 1 -

ECOLE CENTRALE DE LYON
LISTE DES PERSONNES HABILITEES A ENCADRER DES THESES
 Arrêté du 30.03.92 (Art. 21) et Arrêté du 23.11.88 (Art.21)
 MISE A JOUR du 22.12.1998

Directeur : Etienne PASCAUD
Directeur Adjoint - Directeur des Etudes: Léo VINCENT
Directeur Administration de la Recherche : Francis LEBOEUF

LABORATOIRE	NOM-PRENOM	GRADE
CENTRE DE GENIE ELECTRIQUE DE LYON : CEGELY UPRESA 5005	AURIOL Philippe	PROFESSEUR ECL
	NICOLAS Alain	---
	THOMAS Gérard	---
	BEROUAL Abderrahmane	MAITRE DE CONFERENCES ECL
	CLERC Guy	---
	KRAHENBUHL Laurent	DIRECTEUR DE RECHERCHE CNRS
	NICOLAS Laurent	CHARGE DE RECHERCHE CNRS
EQUIPE ANALYSE NUMERIQUE LYON-ST ETIENNE UMR 5585	CHEN Liming	PROFESSEUR ECL
	MARION Martine	---
	MAITRE Jean-François	---
	MOUSSAOUI Mohand Arezki	---
	MUSY François	MAITRE DE CONFERENCES ECL
ICTT	DAVID Bertrand	PROFESSEUR ECL
	KOULOUMDJIAN M. France	PROFESSEUR LYON I
INGENIERIE ET FONCTIONNALISATION DES SURFACES IFOS UMR 5621	CHAUVET Jean- Paul	PROFESSEUR ECL
	GUIRALDENQ Pierre	---
	MARTELET Claude	---
	MARTIN Jean-René	---
	TREHEUX Daniel	---
	VANNES Bernard	---
	VINCENT Léo	---
	CHOVELON Jean-Marc	MAITRE DE CONFERENCES ECL
	LANGLADE-BOMBA Cécile	---
	NGUYEN Du	---
	SALVIA Michelle	---
	STREMSDOERFER Guy	---
	HERRMANN Jean-Marie	DIRECTEUR RECHERCHE CNRS
	JAFFREZIC Nicole	---
	PICHAT Pierre	---
	SOUTEYRAND Elyane	CHARGE DE RECHERCHE CNRS

ECOLE CENTRALE DE LYON
LISTE DES PERSONNES HABILITEES A ENCADRER DES THESES
 Arrêté du 30.03.92 (Art. 21) et Arrêté du 23.11.88 (Art.21)
 MISE A JOUR du 22.12.1998

LABORATOIRE	NOM-PRENOM	GRADE
LABORATOIRE ELECTRONIQUE, AUTOMATIQUE ET MESURES ELECTRIQUES : LEAME UMR 5512	BLANCHET Robert	PROFESSEUR ECL
	JOSEPH Jacques	---
	LE HELLEY Michel	---
	PORTE Louis	---
	GAGNAIRE Alain	MAITRE DE CONFERENCES ECL
	HELLOUIN Yves	---
	ROBACH Yves	---
	GARRIGUES Michel	DIRECTEUR DE RECHERCHE CNRS
	HOLLINGER Guy	---
	KRAWCZYK Stanislas	---
	VIKTOROVITCH Pierre	---
	GRENET Geneviève	CHARGE DE RECHERCHE CNRS
	GENDRY Michel	---
	TARDY Jacques	---
LABORATOIRE DE TRIBOLOGIE ET DYNAMIQUE DES SYSTEMES : LTDS UMR 5513	CAMBOU Bernard	PROFESSEUR ECL
	GEORGES Jean-Marie	---
	JEZEQUEL Louis	---
	SABOT Jean	---
	MARTIN Jean-Michel	---
	SIDOROFF François	---
	DONNET Christophe	MAITRE DE CONFERENCES ECL
	PONSONNET Laurence	---
	MATHIA Thomas	DIRECTEUR DE RECHERCHE CNRS
	KAPSA Philippe	---
	LOUBET Jean-Luc	CHARGE DE RECHERCHE CNRS
	MAZUYER Denis	---
	LOPEZ Jacques	MAITRE DE CONFERENCES UCB
	MIDOL Alain	---
	ROUSSEAU Jacques	PROFESSEUR ENISE

ECOLE CENTRALE DE LYON
LISTE DES PERSONNES HABILITEES A ENCADRER DES THESES
 Arrêté du 30.03.92 (Art. 21) et Arrêté du 23.11.88 (Art.21)
 MISE A JOUR du 22.12.1998

LABORATOIRE	NOM - PRENOM	GRADE
LABORATOIRE DE MECANIQUE DES FLUIDES ET ACOUSTIQUE LMFA UMR 5509	MATHIEU Jean	PROFESSEUR EMERITE
	ARQUES Philippe	PROFESSEUR ECL
	BRUN Maurice	- -
	CHAMPOUSSIN Jean-Claude	- -
	COMTE-BELLOT Geneviève	- -
	JEANDEL Denis	- -
	JUVÉ Daniel	- -
	LEBOEUF Francis	- -
	PERKINS Richard	- -
	ROGER Michel	- -
	SCOTT Jean	- -
	GALLAND Marie-annick	MAITRE DE CONFERENCES ECL
	BATAILLE Jean	PROFESSEUR LYON I
	BUFFAT Marc	- -
	GAY Bernard	- -
	GENCE Jean-Noël	- -
	LANCE Michel	- -
	SUNYACH Michel	- -
	BEN HADID Hamda	MAITRE DE CONFERENCES LYON I
	HAMADICHE Mahmoud	- -
	MOREL Robert	PROFESSEUR INSA
	BERTOGLIO Jean-Pierre	DIRECTEUR DE RECHERCHE CNRS
	BLANC-BENON Philippe	- -
	CAMBON Claude	- -
	ESCUDIÉ DANY	CHARGE DE RECHERCHE CNRS
	FERRAND Pascal	- -
	HENRY Daniel	- -
	LE PENVEN Lionel	- -
GS1	AIT EL HADJ Smail	PROFESSEUR ECL

AUTORISATION DE SOUTENANCE

Vu les dispositions de l'arrêté du 30 Mars 1992,

Vu la demande du Directeur de Thèse

Monsieur L. JEZEQUEL

et les rapports de

Monsieur F. BOURQUIN
Directeur de Recherche CNRS - L.C.P.C. - 2, Allée Kepler - Cité Descartes
77420 CHAMPS SUR MARNE

et de

Monsieur S. SCAVARDA
Professeur - Laboratoire d'Automatique Industrielle - Bât. 303 - INSA DE LYON
69621 VILLEURBANNE Cedex

Monsieur VINCENT Julien

est autorisé à soutenir une thèse pour l'obtention du grade de **DOCTEUR**

Spécialité : Mécanique

Fait à Ecully, le 20 janvier 1999

P/Le Directeur de l'E.C.L.
Le Directeur
de l'Administration de la Recherche



F. LEBOEUF