

THÈSE

présentée pour obtenir

le titre de

DOCTEUR DE L'ÉCOLE CENTRALE DE LYON

Spécialité : **Mécanique des Fluides**

par

Ludovic KOZUCH

**Étude de l'écoulement dans une turbomachine axiale
transsonique en présence ou non d'une distorsion amont.
Validation d'un outil de simulation et analyse instationnaire**

soutenue le 16 mai 2002 au CERFACS (Toulouse)

Composition du jury:

J. B. CAZALBOU	Directeur de recherche au CNRS ENSICA	<i>Rapporteur</i>
M. BRAZA	Directeur de recherche au CNRS Institut de Mécanique des Fluides de Toulouse	<i>Rapporteur</i>
P. FERRAND	Directeur de recherche au CNRS Ecole Centrale de Lyon	<i>Examineur</i>
T. POINSOT	Directeur de recherche au CNRS Institut de Mécanique des Fluides de Toulouse	<i>Examineur</i>
A. CARRERE	Professeur ENSAE Chercheur ONERA/DMAE	<i>Examineur</i>
B. CARUELLE	Docteur Ingénieur de recherche EADS Airbus France	<i>Examineur</i>
D. DARRACQ	Docteur Responsable du projet NSMB - CERFACS	<i>Examineur</i>

Référence CERFACS : TH/CFD/02/54

Thèse préparée au LMFA (Laboratoire de Mécanique des Fluides et d'Acoustique) - UMR 5509
et au CERFACS (Centre Européen de Recherche et de Formation Avancée en Calcul Scientifique)

Résumé

L'objectif de ce travail est l'étude numérique de l'effet d'une distorsion de l'écoulement amont sur l'écoulement transsonique dans une turbomachine axiale.

Cette étude a été réalisée avec le solveur NSMB, qui a nécessité certaines adaptations pour les écoulements dans les turbomachines. Le principal développement concerne l'introduction d'une hypothèse de périodicité spatio-temporelle permettant, pour des calculs instationnaires, de restreindre le domaine de calcul à un unique canal interaube de la machine.

L'écoulement stationnaire a été en premier lieu analysé, à l'aide de simulations bidimensionnelles non visqueuses, bidimensionnelles visqueuses et tridimensionnelles visqueuses. Puis le cas instationnaire de l'écoulement en présence de la distorsion, imposée par le biais de la condition aux limites d'entrée sous la forme d'un déficit de pression totale, a été étudié. Pour cette étude, le cas retenu est un cas bidimensionnel et non visqueux.

Une méthodologie d'analyse a été mise en place pour l'analyse du calcul instationnaire. Il se dégage de cette analyse que la distorsion ne modifie pas le point de fonctionnement auquel opère la machine, mais qu'elle provoque une fluctuation non négligeable de la structure d'ondes de choc. De plus, grâce à une double décomposition de l'écoulement instationnaire en série de Fourier (selon la variable circonférentielle et le temps), cette analyse a permis notamment d'identifier des modes acoustiques tournants propagatifs en aval du rotor, les autres modes étant évanescents. Cette décomposition a également permis de quantifier de manière modale l'atténuation de la distorsion de pression totale à travers le rotor de soufflante. Les résultats obtenus suggèrent que cette atténuation est fortement liée au déplacement de l'onde de choc.

mots-clés : simulation numérique, turbomachine, distorsion d'entrée d'air, transsonique, instationnaire, périodicité spatio-temporelle

Abstract

The aim of this study is the numerical study of the effects of distorted inlet flow conditions upon the transsonic flow through an axial turbomachine.

This study has been carried out with the NSMB solver, which has been adapted for turbomachinery flow simulations. The main development is the introduction of a spatio-temporal hypothesis allowing to reduce the computational domain to a single blade-to-blade passage for unsteady flows.

First, we have investigated the steady flow, with two-dimensional inviscid, two-dimensional viscous, and three-dimensional viscous simulations. Then, the unsteady case with inlet distortion has been considered. The inlet distortion, prescribed by the mean of the upstream boundary condition, is modeled by a gaussian deficit of the total pressure. In this last part of the work we consider the two-dimensional inviscid case.

A methodology for the unsteady analysis has been set up. A first conclusion drawn from this analysis is that the distortion does not modify the operating point, but it generates non negligible fluctuations in the shock waves structure. Moreover, the use of a double Fourier expansion, both in time and in circumferential direction, allowed us to identify turning acoustic modes propagating downstream the rotor, the other modes being evanescent. This expansion allowed us to quantify in a modal way the attenuation of the total pressure distortion through the rotor of the fan. The obtained results suggest that this attenuation is strongly linked to the movement of the shock wave.

key words : numerical simulation, turbomachinery, air intake distortion, transsonic, unsteady, spatio-temporal periodicity

Remerciements

Dans un souci d'équité et, il faut bien l'avouer, pour ne pas respecter les convenances, je remercie dans le désordre et pour des raisons diverses et variées les personnes suivantes:

Pascal Ferrand, Thierry Poinot, Alexandre Corjon, Denis Darracq, Robert Struijs, Philippe Moinat, Julien Bohbot, Florent Laporte, Josselin Cormier, Philippe Piras, Carlos Weber, Bastien Caruelle (4 fois!), Bernard Marquez, Guilhem Chevalier, Gilles Grondin, Jen-Christophe Jouhaud, Steeve Champagneux (ben si ...), Thierry Souleres, les membres de l'équipe NSMB que j'ai oublié, Gérard Dejean et toute l'équipe CSG, Stéphane Aubert, Joëlle Caro, Michel Roger, Isabelle Trébinjac, Fabien Godefer, Fabien Bellet, Christophe Vixège, Manu Sergent, Serge Labor, Samuel Vaux, Yohann Duguet, Hatem Touil, Wouter Bos, Jérôme Tournier, Dominique Charbonnier, Stéphane Amalfi, Denis Martinand, Stanislas Callot, et que ceux que j'ai oublié me pardonnent.

Et surtout, merci à Séverine (et à Chani), pour m'avoir supporté et soutenu activement pendant cette période difficile et heureusement révolue ...

Table des Matières

Note: Dans le corps de ce manuscrit, toutes les figures sont imprimées en noir et blanc. Toutefois, celles pour lesquelles la couleur est nécessaire sont imprimées en couleur dans l'annexe D. Un exemplaire informatique au format pdf, complètement en couleur, est disponible à l'adresse suivante :

http://www.cerfacs.fr/cfdbib/repository/TH_CFD.02_54.pdf

1	Introduction	11
1.1	Cadre de l'étude et objectifs	12
1.2	Revue des instationnarités de l'écoulement en turbomachine	13
1.2.1	Instabilités de fonctionnement	14
1.2.2	Phénomènes instationnaires corrélés à la vitesse de rotation	15
1.2.2.1	Transport et déformation des déficits à travers la grille d'aube	16
1.2.2.2	Mouvement de l'onde de choc	17
1.2.2.3	Interactions entre onde de choc et ondes de vorticité et d'entropie	19
1.2.2.4	Propagation des ondes acoustiques et interaction avec l'onde de choc	20
1.3	Méthodes d'analyse instationnaire	21
1.3.1	Décomposition spatio-temporelle d'Adamczyk	21
1.3.2	Décomposition spectrale de Tyler et Sofrin	22
1.4	Méthodes numériques appliqu�es aux turbomachines	23
1.5	Synthèse et présentation du mémoire	27
2	Extension du solveur NSMB aux écoulements internes	31
2.1	Description succincte du solveur	31
2.2	Gestion de la rotation de la machine: méthode ALE	33
2.2.1	ALE en repère fixe ("ALE instationnaire")	34
2.2.2	ALE en repère mobile ("ALE stationnaire")	35
2.2.3	Référentiel et repère tournants	37
2.2.4	Modification du schéma centré de Jameson pour l'ALE	38
2.2.5	Modification du schéma décentré de Roe pour l'ALE	39
2.2.6	Cas-tests non visqueux de validation	39
2.2.7	Modèle de turbulence	43
2.3	Conditions aux limites	45
2.3.1	Généralités sur les conditions aux limites	46
2.3.1.1	Formulation cell centered dans NSMB	46

2.3.1.2	Variables caractéristiques	48
2.3.1.3	Lien avec la méthode NSCBC (Navier-Stokes Characteristic Boundary Condition)	49
2.3.2	Les différentes conditions aux limites	51
2.3.2.1	Conditions de paroi	51
2.3.2.2	Condition isentropique d'entrée subsonique à vitesse imposée	52
2.3.2.3	Conditions d'entrée subsonique à vitesse imposée et température statique constante	53
2.3.2.4	Condition aux limites d'entrée subsonique de "réservoir"	53
2.3.2.5	Sortie partiellement réfléchissante et équilibre radial	55
2.3.2.6	Connectivité entre blocs	57
2.3.2.7	Périodicité azimutale	58
2.3.2.8	Périodicité spatio-temporelle (condition de "phase-lag")	59
2.4	Conclusion	62
3	Analyse de l'écoulement stationnaire dans la soufflante de l'ASTAFAN	63
3.1	Validation numérique	63
3.2	Présentation du cas test	64
3.3	Écoulement bidimensionnel	64
3.3.1	Cas non visqueux	65
3.3.1.1	Maillage	65
3.3.1.2	Stratégie numérique	66
3.3.1.3	Analyse des résultats	68
3.3.2	Cas visqueux turbulent	75
3.3.2.1	Maillage	77
3.3.2.2	Stratégie numérique	77
3.3.2.3	Analyse des résultats	77
3.4	Écoulement tridimensionnel visqueux turbulent	86
3.4.1	Maillage	86
3.4.2	Stratégie numérique	89
3.4.3	Analyse des résultats	92
3.4.3.1	Comparaison avec les mesures expérimentales	93
3.4.3.2	Analyse de l'écoulement	97
3.4.3.3	Écoulement de jeu	107
3.4.3.4	Modèle de turbulence	111
3.4.4	Effet de la discrétisation spatiale	112
3.4.5	Synthèse des résultats tridimensionnels	114
3.5	Bilan comparatif des résultats stationnaires	114
3.6	Conclusion	116
4	Analyse de l'écoulement instationnaire bidimensionnel en présence d'une distorsion d'entrée	117
4.1	Introduction	117
4.2	Stratégie numérique	118
4.3	Convergence	119
4.3.1	Convergence en temps fictif	119

4.3.2	Convergence temporelle	120
4.3.3	Caractérisation de la distorsion obtenue à convergences	120
4.4	Atténuation de la distorsion	121
4.5	Comparaison des champs stationnaire et instationnaire moyenné	123
4.5.1	Procédure de comparaison	123
4.5.2	Description axisymétrique	124
4.5.3	Description locale	125
4.6	Interaction onde de choc - distorsion	127
4.6.1	Approche qualitative	127
4.6.2	Mouvement de l'onde de choc	128
4.6.3	Comparaison avec un modèle analytique	130
4.7	Analyse spectrale du champ instationnaire	131
4.7.1	Introduction	132
4.7.2	Evolution axiale des modes circonférentiels instantanés	133
4.7.3	Atténuation modale de la distorsion	135
4.7.4	Décomposition spatio-temporelle	136
4.7.5	Propagativité des modes acoustiques	137
4.7.5.1	Modèle de Tyler et Sofrin	137
4.7.5.2	Modèle d'Atassi et Fang	138
4.7.5.3	Résultats	139
4.8	Conclusion	142
5	Conclusion générale	185
	Bibliographie	190
	Annexes	205
A	Le solveur NSMB: méthodes numériques	205
A.1	Introduction	205
A.2	Modèle physique	205
A.2.1	Equations de Navier Stokes	205
A.2.2	L'approche RANS (Reynolds-Averaged Navier-Stokes)	207
A.2.2.1	Moyennes de Favre et de Reynolds	207
A.2.2.2	Les équations du champs moyen	208
A.2.3	Le modèle de turbulence de Baldwin Lomax	209
A.3	Discrétisation spatiale	211
A.3.1	Volumes finis	211
A.3.2	Schéma de discrétisation spatiale	212
A.3.2.1	Flux convectifs: schéma centré de Jameson	212
A.3.2.2	Flux convectifs: schémas décentrés de Roe	214
A.3.2.2.1	Schéma de Roe du premier ordre.	214
A.3.2.2.2	Schéma de Roe : extrapolation MUSCL et critère TVD.	216
A.3.2.3	Flux visqueux	219
A.4	Intégration temporelle	220

A.4.1	Méthode explicite: Runge - Kutta (formulation de Jameson)	221
A.4.1.1	Choix du pas de temps	221
A.4.1.2	Utilisation pratique	222
A.4.2	Intégration temporelle pour les problèmes stationnaires: méthode implicite LU-SGS	223
A.4.2.1	Linéarisation des flux: version scalaire	225
A.4.2.2	Linéarisation des flux: version matricielle	226
A.4.3	Intégration temporelle pour les problèmes instationnaires: méthode du pas de temps dual	226
A.4.3.1	Généralités sur les méthodes linéaires multi-pas	226
A.4.3.2	La méthode du pas de temps dual ou "Dual Time-Stepping"	228
A.4.3.3	Extrapolation	229
A.4.3.4	Premières itérations	230
A.5	Parallélisation du code de calcul	230
B	Validations stationnaires des méthodes numériques	233
B.1	Cas non visqueux	233
B.1.1	Présentation de l'écoulement	233
B.1.2	Validation de l'ALE	235
B.1.3	Validation de la condition de réservoir	237
B.2	Cas visqueux laminaire	246
B.3	Cas visqueux turbulent	246
C	Validation instationnaires des méthodes numériques	257
C.1	Description des cas-tests	257
C.2	Onde entropique 1-D	257
C.2.1	Écoulement constant et uniforme	258
C.2.2	Onde entropique	259
C.3	Premier cas 2-D: déficit de vorticité pure	261
C.3.1	Résultats sur boîte périodique (largeur = L)	261
C.3.2	Résultats sur boîte demi-périodique (largeur = $L/2$)	263
C.4	Deuxième cas 2-D: déficit de p_t et T_t	266
C.4.1	Résultats sur boîte périodique (largeur = L)	266
C.4.2	Résultats sur boîte demi-périodique (largeur = $L/2$)	272
C.5	troisième cas 2-D: ASTAFAN en alimentation inhomogène	276
C.6	Conclusion	277
D	Planches couleur	281
	Liste des tableaux	297
	Liste des figures	297

Chapitre 1

Introduction

L'écoulement dans une turbomachine est complexe: tridimensionnel, visqueux, instationnaire avec des échelles de temps qui varient considérablement. Ces caractéristiques rendent difficile l'analyse complète de l'écoulement. En pratique, il est courant de considérer l'écoulement comme étant stationnaire par rapport au référentiel de la roue étudiée. On peut alors considérer que l'écoulement est composé d'un écoulement principal et d'un écoulement secondaire. Ce dernier englobe tous les phénomènes physiques qui engendrent une composante de vorticité selon la ligne de courant. Ils sont caract eris es par des m echanismes tourbillonnaires qui confèrent un caractère tridimensionnel à l'écoulement. Ces phénomènes contribuent au niveau de pertes dans la turbomachine. Dans une machine axiale, les tourbillons des écoulements secondaires sont principalement de trois sortes: tourbillon de passage, tourbillon de coin et tourbillon de jeu (voir réf. [77], [75]).

Un autre phénomène aérodynamique est générateur de pertes dans les machines transsoniques: le (ou les) ondes de choc. Deux aspects différents sont à considérer: l'intensité de celle-ci, et son interaction avec la couche limite. D'une façon générale, plus l'intensité est grande, plus les pertes sont importantes. D'autre part, l'onde de choc provoque un épaississement de la couche limite, générant des pertes par effet visqueux ou / et par blocage aérodynamique si l'épaississement provoque un décollement de la couche limite.

La présence d'une alimentation inhomogène à l'entrée d'une turbomachine renforce encore la complexité de l'écoulement. En fonctionnement réel, l'alimentation d'une turbomachine est rarement homogène. L'origine de cette non uniformité est diverse, citons par exemple pour le cas d'un turboréacteur d'avion les décollements dans l'entrée d'air pendant les manoeuvres, ou dans le cas d'une machine confinée l'asymétrie du plénum d'alimentation. La compréhension des m echanismes mis en jeu requière le développement de moyens expérimentaux et numériques adapt es, et reste un sujet de recherche ouvert.

Les méthodes de résolution numérique des équations régissant l'évolution des écoulements fluides ont connu un essor considérable depuis les années soixante, aussi bien dans les laboratoires de recherche ( tudes fondamentales visant à la compréhension des m echanismes physiques et développements de codes de simulations) que dans de nombreux secteurs industriels.

Notamment, dans le domaine des turbomachines, les simulations numériques permettent aujourd'hui l'étude de phénomènes aérodynamiques inaccessibles par les techniques expérimentales

seules, dûs aux effets de la rotation de la machine et du confinement de l'écoulement. Elles semblent donc représenter un outil prometteur pour faire avancer la compréhension des instationnarités des écoulements en turbomachine.

1.1 Cadre de l'étude et objectifs

Cette thèse s'appuie sur un code de calcul conçu pour l'aérodynamique, NSMB (Navier Stokes Multi Block). Ce solveur est en particulier utilisé et développé par EADS - Airbus France (European Aeronautic Defence and Space company) pour l'intégration motrice de la série Airbus: c'est avec ce code qu'on a été réalisé les calculs de conception pour l'A380 et l'A400M. Il est également utilisé par SAAB à Linköping, ainsi que par des laboratoires de recherche: l'EPFL à Lausanne, le KTH à Stockholm, le CERFACS à Toulouse, et depuis peu, l'ENSAM (Paris) et l'IMFT (Toulouse).

Par ailleurs, la présente étude a été réalisée dans le cadre du contrat OCMATH (Outils de Calcul et Méthodes d'Analyse pour les Turbomachines et les Hélices). Le but de ce contrat était de réaliser un transfert de compétences en calcul scientifique depuis des laboratoires de recherche spécialisés dans la CFD (Computational Fluid Dynamics) vers des industriels de la région toulousaine. Plus précisément, ce travail de thèse est motivé par la volonté de Liebherr Toulouse SA de réaliser des calculs sur un ventilateur opérant en régime de distorsion d'entrée d'air. La détermination de la pression instationnaire sur les pales a pour but de fournir des données d'entrée à un code de calcul de propagation acoustique, la finalité de l'industriel étant de réduire le bruit généré par leurs ventilateurs en identifiant le lien entre la distorsion d'entrée d'air, causée par l'asymétrie du plenum d'alimentation (voir figure 1.1), et le bruit généré.

Cette thèse est le fruit d'une collaboration entre le CERFACS et le LMFA (Laboratoire de Mécanique des Fluides et d'Acoustiques). Au cours des dernières années, de fortes compétences en aérodynamique instationnaire appliquée aux écoulements dans les turbomachines ont été développées au LMFA. Ces travaux concernent par exemple les méthodes numériques (réf. [3]), les interactions rotor-stator, par des approches numériques (réf. [8], [87], [18]), ou encore expérimentales (réf. [90], [91], [119]) ou encore des sujets d'études plus fondamentaux (réf. [15], [44]).

L'étude présentée dans ce mémoire concerne une soufflante de turboréacteur opérant en condition de distorsion d'entrée d'air. Il s'agit de l'ASTAFAN, construit par TURBOMECA. L'étude de cette machine en condition de distorsion d'entrée d'air a été réalisée par le laboratoire de propulsion (LAMEP) de l'ENSAE (Ecole Nationale Supérieure de l'Aéronautique et de l'Espace).

Cette thèse présente donc un double objectif :

- Sur la base de NSMB, développer et valider un outil de calcul instationnaire adapté à la simulation d'écoulements dans des turbomachines axiales. Ce travail étant motivé par les phénomènes de distorsion d'entrée d'air, on ne considérera que des simulations de type "roue isolée", les problèmes d'interactions rotor-stator dépassant le cadre de cette étude.

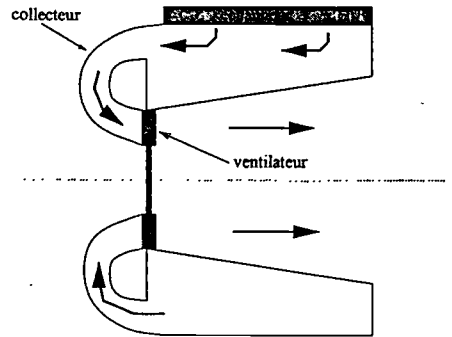


Figure 1.1: Cause de distorsion d'entrée d'air dans les ventilateurs Liebherr: la disposition de l'échangeur alimentant l'écoulement est asymétrique

- Aider à la compréhension des phénomènes aérodynamiques induits par la distorsion d'entrée d'air, par l'analyse détaillée de l'écoulement instationnaire généré par celle-ci. Cette analyse sera réalisée sur le cas de l'ASTAFAN.

Dans la suite de ce chapitre, on présente une revue des phénomènes aérodynamiques instationnaires rencontrés dans les turbomachines, principalement concentrée sur les compresseurs axiaux. Nous présentons ensuite certains outils d'analyse puis les méthodes numériques généralement utilisées.

1.2 Revue des instationnarités de l'écoulement en turbomachine

L'instationnarité est un phénomène inhérent aux écoulements dans les turbomachines. Cependant, les dessins de turbomachines sont encore aujourd'hui basés sur l'hypothèse de stationnarité en temps. L'influence spécifique des interactions instationnaires sur l'écoulement moyenné en temps n'est pas encore suffisamment comprise pour être introduite dans les procédures de dessin.

Il existe de multiples origines d'instationnarités dans les turbomachines. La figure 1.2 présente un classement des principaux phénomènes instationnaires qu'on peut rencontrer dans les turbomachines, suivant leur origine (réf. [87]).

Pour une machine alimentée non uniformément, on distingue deux types de distorsion amont: la distorsion circonférentielle, et la distorsion radiale. En pratique, une alimentation non-uniforme est composée de ces deux types (entrée d'air d'un avion en forte incidence, plénum d'alimentation non axisymétrique, ...).

Les effets d'une distorsion radiale peuvent s'étudier dans un cadre stationnaire, en se plaçant dans le repère tournant avec le rotor. L'effet de celle-ci étant le même dans tous les canaux, elle modifie les performances de la machine, sans générer d'instabilités. Cyrus (réf. [34]) montre par exemple qu'en épaississant artificiellement les couches limites carter et moyeu, il observe une baisse de l'ordre de 5 % du rendement et du taux de compression.

Une distorsion circonférentielle, par contre, peut être plus critique pour le fonctionnement de la machine. De nombreuses études (réf. [45], [102]) montrent qu'elles peuvent réduire la marge au pompage, ou provoquer des décrochages tournants, avant leur apparition en condition homogène. Le paragraphe suivant explique succinctement ces deux phénomènes.

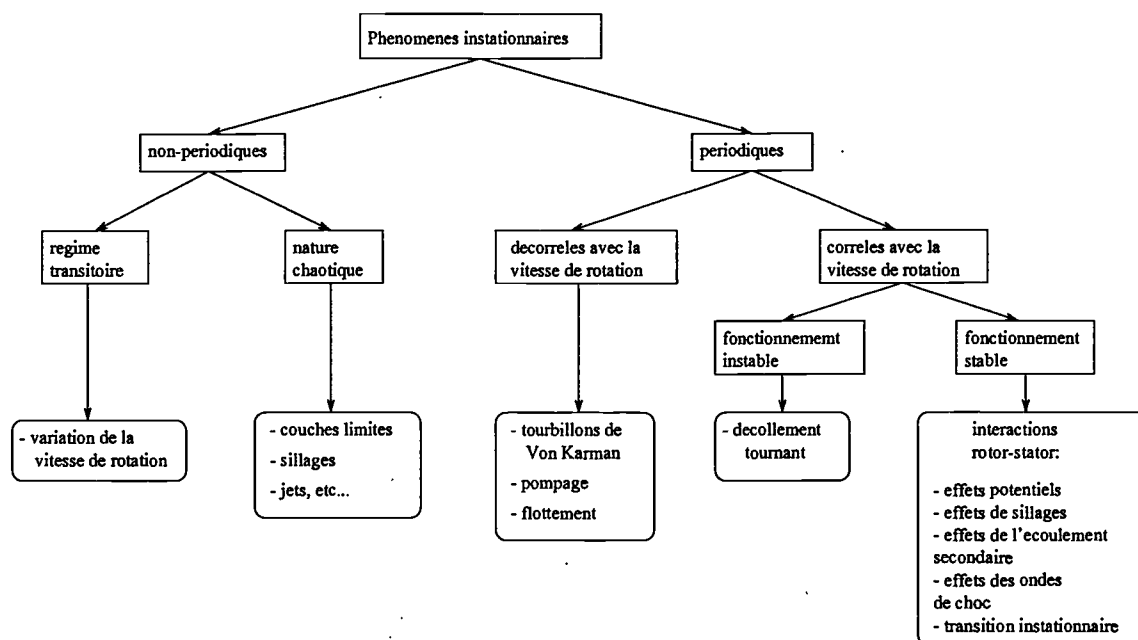


Figure 1.2: Origine des principaux phénomènes instationnaires présents dans les écoulements de turbomachines (Callot, réf. [18])

1.2.1 Instabilités de fonctionnement

Le décrochage tournant se présente comme des zones à débit réduit, nul ou négatif, apparaissant dans un ou plusieurs étages. Ces zones se répartissent en cellules de nombre et d'étendue variables et tournent en bloc à vitesse angulaire constante, typiquement 0,2 à 0,8 celle de la roue. Elles affectent toute ou une partie de la hauteur de veine.

Ce phénomène tire son origine du décollement des couches limites. La figure 1.3 illustre comment le décollement de la couche limite sur l'extrados d'un aubage se propage d'un canal à l'autre: le blocage engendré modifie l'incidence de part et d'autre du canal no 3; notamment il augmente l'incidence sur l'aubage no 2, ce qui tend à épaissir la couche limite sur son extrados, jusqu'à la faire décoller. Pour l'aube no 4, la diminution de l'incidence a pour effet de faire recoller la couche limite. Dans le repère lié aux aubages, la cellule se propage donc dans le sens inverse du sens de rotation.

Ce phénomène, qui peut engendrer la rupture par fatigue, fait l'objet de nombreuses études, théoriques (voir par exemple la réf. [68]) et numériques (réf. [64]), afin de définir des critères de déclenchement de cette instabilité. Van Schalkwyk *et al.*, dans la réf. [102], utilisent des techniques de contrôle actif pour stabiliser le décrochage tournant et ainsi augmenter la plage de fonctionnement de la machine.

Quand il évolue dans le temps, le décrochage tournant présente un nombre de cellules de plus en plus petit. Au final, il peut arriver qu'une seule cellule recouvre toute la circonférence: c'est le phénomène de pompage.

Celui-ci est caractérisé par une oscillation axiale du débit (voir figure 1.4) à faible fréquence, la période étant typiquement de l'ordre de 0,1 - 0,5 s, et de forte amplitude. Il s'agit donc d'un phénomène mettant en jeu des énergies importantes, qui affecte simultanément la totalité de la machine.

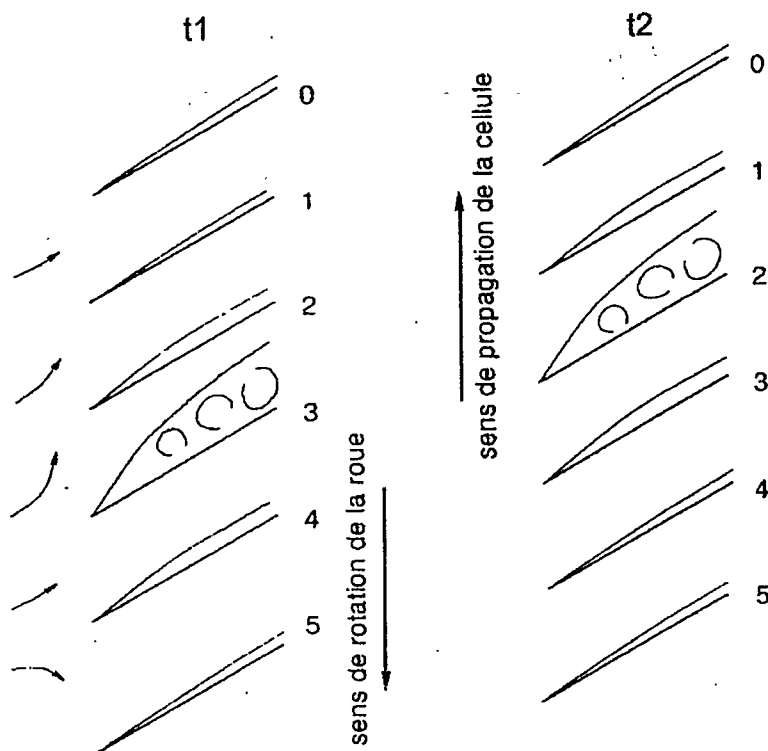


Figure 1.3: Propagation d'une cellule décollée (décrochage tournant)

En régime permanent, il est caractérisé par une courbe d'hystérésis dans le plan débit-pression, et des échanges d'énergie cinétique dans le compresseur et d'énergie de pression dans le circuit récepteur. Si l'hystérésis est grande, les contraintes sur la machine seront élevées. Si elle est faible, les contraintes seront moins élevées, mais il sera difficile de sortir de ce régime.

En règle générale, le pompage peut apparaître très brutalement, et causer des dégâts irréversibles sur la machine. Des dispositifs anti-pompage existent sur certains compresseurs, reposant sur le dévannage de l'aval de l'étage déstabilisé, ce qui a pour effet de faire recoller les couches limites en augmentant le débit.

1.2.2 Phénomènes instationnaires corrélés à la vitesse de rotation

La plupart des études portant sur les phénomènes instationnaires dans les turbomachines concernent les interactions rotor-stator. En particulier, l'effet des sillages d'un rotor sur un stator (et inversement) est abondamment détaillé dans la littérature. En dehors de la plage d'apparition des instabilités citées plus haut (pompage et décrochage tournant), les écoulements d'entrée distordue sont similaires à ceux-ci. En effet, une distorsion d'entrée d'air, comme un sillage, consiste en un déficit, localisé mais défilant devant la roue considérée, de certaines grandeurs aérodynamiques. Ce déficit est supposé d'amplitude faible par rapport au niveau moyen des grandeurs aérodynamiques. Le type de distorsion auquel on s'intéresse possède un (ou quelques) motifs par circonférence, alors qu'un aubage voit passer, pendant une période, autant de sillages que le demi étage en amont possède de pales. On a donc typiquement un rapport de l'ordre de

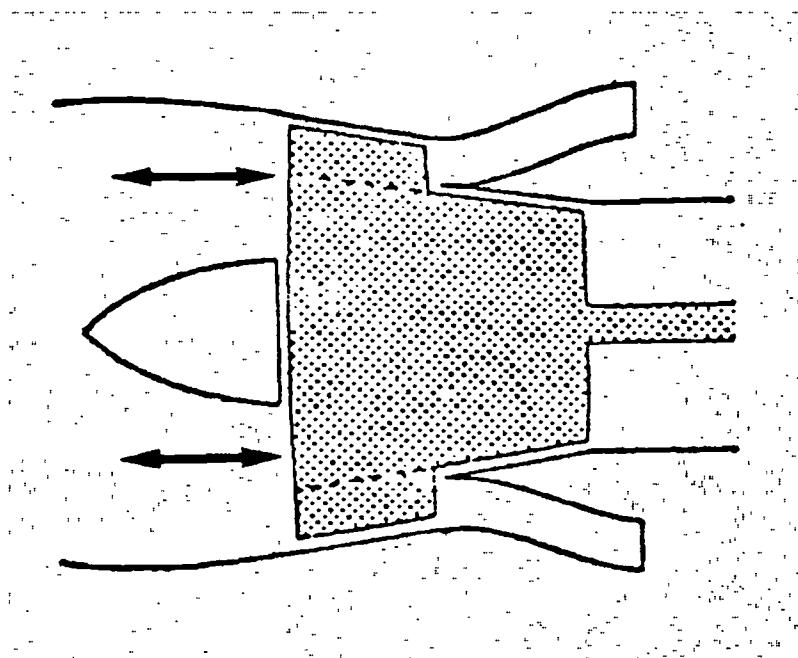


Figure 1.4: Schéma de principe du pompage

la dizaine sur les fréquences réduites. Quant aux largeurs des déficits, dans le cas des distorsions d'entrées d'air elles sont généralement largement supérieures au pas interaube, alors que la largeur d'un sillage est petite devant celui-ci.

A fréquence réduite égale, Manwarin et Fleeter (réf. [81]) ont comparé expérimentalement l'effet des deux types de déficit sur l'écoulement dans un compresseur axial. Ils trouvent que la charge stationnaire ainsi que les performances sont peu influencées par le type de perturbation amont imposée, par contre la réponse du premier harmonique, en terme de pressions instationnaires sur les aubages, diffère. En se situant en deçà de l'apparition d'instabilités tels que le décrochage tournant, on peut donc étudier l'effet d'une distorsion de la même manière que l'effet des sillages issus des aubages en amont.

Dans la partie instationnaire de cette étude, on s'intéressera donc aux instationnarités de faibles amplitudes et périodiques, de période corrélée avec la période de rotation de la machine, et l'analyse s'appuiera souvent sur la base de la bibliographie existante pour les interactions rotor-stator.

1.2.2.1 Transport et déformation des déficits à travers la grille d'aube

Au travers d'une grille d'aube, une distorsion circumférentielle présente en amont de la roue subit une atténuation. Smith (réf. [106]), quantifie cette atténuation en définissant un taux de récupération de la perturbation amont. Cette définition est reprise par Kaya (réf. [74]) et appliquée à l'ASTAFAN, la machine qui constitue le cas d'étude de ce mémoire. Les mesures expérimentales et les études numériques réalisées par Kaya montrent que cette machine a une bonne capacité à atténuer les distorsions circumférentielles qu'il a imposées dans la cadre de sa campagne d'essais (taux proches de un).

Pour le cas d'un sillage, la déformation peut être vue au niveau local (i.e. au niveau de la pale)

en se plaçant dans le repère de celle-ci. Le sillage est alors vu comme un jet qui se déplace le long des aubages, avec une vitesse de glissement de l'ordre du déficit de vitesse (voir réf. [84]). La non-uniformité spatiale de l'écoulement dans la région inter-aubes induit une déformation non visqueuse des sillages: ils sont étirés (dans la direction des lignes de courant) dans les zones d'accélération de l'écoulement moyen et condensés dans les zones de décélération. Mais ces remarques sont difficilement généralisables aux cas de distorsions pour lesquelles la largeur du déficit n'est pas négligeable devant le pas inter-aubes et la corde des aubages.

Un déficit défilant devant une grille d'aube peut également affecter les couches limites des aubages en modifiant périodiquement les conditions à l'extérieur de la couche limite. Ce phénomène peut provoquer la transition laminaire-turbulent périodique de la couche limite, par apport de turbulence dans la couche limite laminaire. D'une manière générale, cet effet est réduit dans le cas des compresseurs pour lesquels la transition s'effectue peu de distance en aval du bord d'attaque: Cousteix et Houdeville rapportent qu'alors le frottement à la paroi peut être influencé, mais que le développement de la couche limite est peu perturbé (voir réf. [32]). Cependant, pour certains types de compresseurs dans lesquels l'écoulement, peu turbulent, est à faible nombre de Reynolds (typiquement inférieur à 10^6), la transition peut s'effectuer plus en aval, vers la mi-corde. Cette transition peut s'effectuer soit sur une couche limite laminaire attachée soit par effet de décollement de la couche limite laminaire (transition par séparation). Plusieurs travaux (réf. [59], [91]) montrent alors que les sillages des roues amont peuvent faire recoller la couche limite de manière intermittente en provoquant la transition laminaire plus en amont. Les spots turbulents créés lors de la transition sont suivis par des zones laminares (effet de calming), et cette succession vient aider à la suppression de l'éventuel décollement et à la réduction des pertes.

Enfin, pour les écoulements transsoniques, la couche limite est principalement influencée par l'interaction avec l'onde de choc, mais ce point sera abordé plus loin.

1.2.2.2 Mouvement de l'onde de choc

En régime transonique, les efforts dus à la répartition de pression sur un profil sont essentiellement donnés par la position de l'onde de choc et l'intensité de celle-ci. On s'intéressera donc particulièrement à l'étude instationnaire de celle-ci. Pour un écoulement visqueux et pour certains nombres de Mach à l'infini amont, l'onde de choc qui se développe sur un profil est dotée d'un mouvement naturel. Ce mouvement est dû à l'interaction de l'onde de choc avec la couche limite: la discontinuité de vitesse se traduit par un décollement instationnaire de la couche limite en aval du pied de l'onde de choc, qui interagit avec l'onde de choc. Ce phénomène est appelé tremblement (pour plus de détails, voir réf. [22]). Pour des ondes de choc de force modérée (nombre de Mach au voisinage amont de l'onde de choc inférieur à 1,3) la réf. [112] précise que la couche limite au pied de l'onde de choc reste attachée.

Notons que le mouvement de l'onde de choc peut être très dommageable pour un aubage (ou une aile d'avion): si l'oscillation de l'onde de choc entre en résonance avec les modes propres de la structure, l'amplitude des oscillations peut augmenter exponentiellement jusqu'aux limites du domaine linéaire de la structure et casser. Une telle interaction est appelée flottement. Dans le cas d'un avion, il en résulte une limitation du domaine de vol afin d'éviter ce régime.

Si on néglige la viscosité du fluide, une telle oscillation naturelle de l'onde de choc n'apparaît pas. Mais évidemment l'onde de choc oscille si elle est soumise à une excitation périodique. A

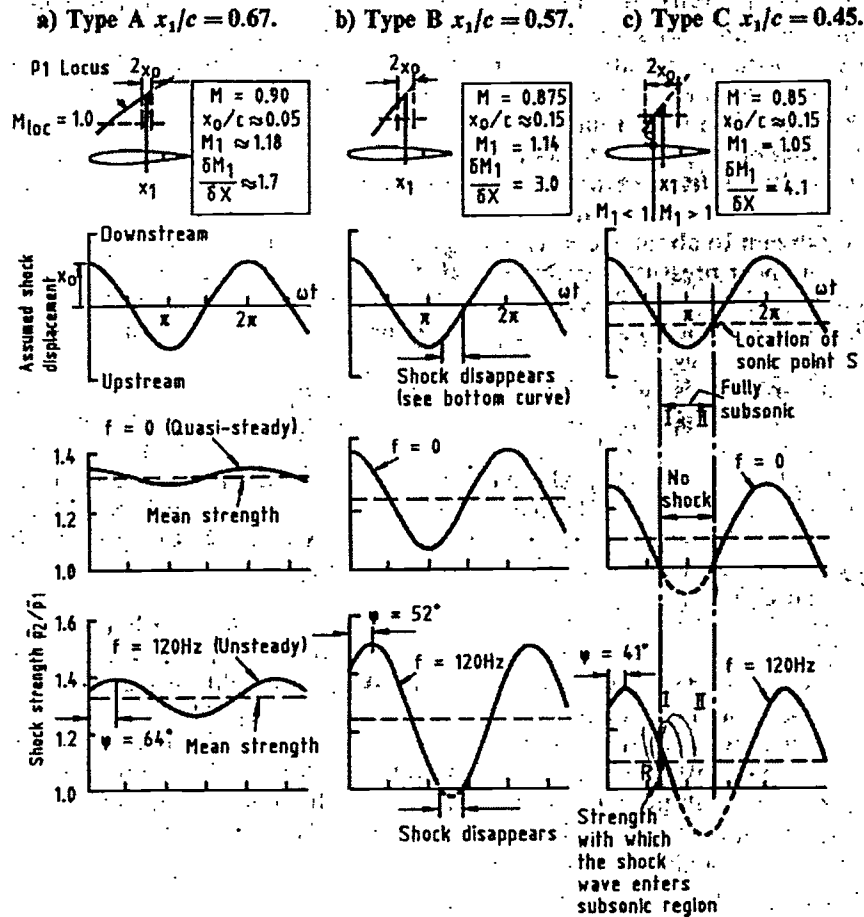


Figure 1.5: Les différents types de mouvement de l'onde de choc (D.G. Mabey, réf. [112])

partir de l'étude en écoulement transonique d'un profil doté d'un volet oscillant sinusoïdalement, Tijdeman et Seebass, dans la réf. [115], recensent trois types d'oscillation de l'onde de choc, illustrés sur la figure 1.5.

- Mouvement quasi-sinusoïdal: l'onde de choc est présente durant tout le cycle, son intensité varie, et son mouvement est quasi-sinusoïdal aussi bien à hautes fréquences que pour une excitation quasi-stationnaire. Les non-linéarités liées à l'onde de choc sont donc faibles. L'amplitude du mouvement décroît avec la fréquence. Un déphasage apparaît entre la position et l'intensité de l'onde de choc, croissant avec la fréquence.
- Mouvement interrompu: si au cours du mouvement de l'onde de choc son intensité instantanée varie en sorte qu'elle dépasse l'intensité de l'onde de choc stationnaire, l'onde de choc disparaît pendant certaines parties du cycle. En diminuant la fréquence, l'onde de choc peut redevenir du type précédent.
- Propagation vers l'amont: à des régimes encore plus faiblement super-critiques, l'onde de choc peut se déplacer vers l'amont, et à cause du déphasage entre position et intensité,

il peut être encore présent bien en amont de la zone sonique, voire en amont du bord d'attaque. Puis il disparaît, pour réapparaître en aval de sa position stationnaire. A basses fréquences, on observe toujours la disparition de l'onde de choc, mais comme le déphasage est nul, il n'y a pas d'onde de choc libre.

Tijdeman, dans la réf. [114] propose un modèle analytique qui explique ces différents types d'ondes de choc. En supposant que les relations de Rankine-Hugoniot sont satisfaites de manière instantanée, il déduit une relation exprimant l'intensité de l'onde de choc en fonction du nombre de Mach en amont de l'onde de choc, du gradient de celui-ci, de la fréquence de l'excitation et de l'amplitude du mouvement de l'onde de choc:

$$\frac{\Delta p_2}{p_1} = \frac{2\gamma M_1}{\gamma + 1} \left[\left(\frac{3 + \gamma - 2M_1^2}{2 + (\gamma - 1)M_1^2} \right) \frac{\partial M_1}{\partial x} - \frac{2i\omega}{a_1} \right] x_0 e^{i\omega t} \quad (1.1)$$

Cette relation, valable en visqueux tant que la couche limite reste attachée au pied de l'onde de choc, rend compte notamment du déphasage entre position et intensité de l'onde de choc. Ferrand *et al.* (réf. [44]) l'ont appliquée au cas d'une perturbation acoustique remontant l'écoulement transonique dans une tuyère, avec un accord sur le déphasage entre leurs calculs et la théorie de Tijdeman de l'ordre de 10 degrés.

1.2.2.3 Interactions entre onde de choc et ondes de vorticité et d'entropie

Au vu du caractère des instationnarités consid r es dans cette étude, de faibles amplitudes, il est naturel de considérer le problème du point de vue d'une décomposition en un champ moyen, stationnaire, et un champ fluctuant. La projection sur une base propre des équations d'Euler lin aris es en temps mène à trois types d'onde dont deux sont convectives: l'onde d'entropie et l'onde de vorticité. Les ondes acoustiques, qui ne sont pas convect es par l'écoulement moyen, seront abord es plus loin.

Dans une étude des interactions rotor-stator, Oliveira (réf. [87]) modélise les sillages par des déficits d'entropie et de vorticité. Prescrits par le biais des conditions aux limites, la propagation de ces ondes et leur interaction avec l'écoulement sont calcul es en résolvant les équations de Navier-Stokes instationnaires, comme dans la présente étude. La méthodologie de son analyse instationnaire servira de base à celle d velopp e dans la section 4.5.

Ottavy et Trébinjac (réf. [90]), dans un article où ils reportent des mesures expérimentales de la vorticité entre le rotor et le stator d'un compresseur axial supersonique, étudient l'interaction de cette vorticité incidente avec l'onde de choc faible de bord d'attaque. En simplifiant l'équation de transport de la vorticité, ils développent un modèle simple de cette interaction. Ils montrent que la vorticité ne peut qu'augmenter à travers l'onde de choc.

Mais une étude complète de l'interaction entre une perturbation et une onde de choc doit considérer le couplage entre les différents types d'onde. Oliveira (réf. [87]) rapporte que lorsqu'une perturbation, quelle que soit sa nature, excite une onde de choc, celle-ci oscille en temps, produisant chaleur et entropie. Si en plus, la direction de propagation de la perturbation est inclin e par rapport à l'onde de choc, le mouvement de celle-ci génère de la vorticité.

Par ailleurs, la non-linéarité intrinsèque à l'onde de choc tend à coupler les ondes acoustiques et les ondes de vorticité / entropie. Hardy et Atassi (réf. [60]) ont étudié ce couplage à l'aide des équations d'Euler lin aris es et de relations de type Rankine-Hugoniot. Ils montrent que dans le cas général d'un type de perturbation impactant l'onde de choc droite avec un angle d'incidence

non nul, l'interaction avec l'onde de choc génère des perturbations acoustiques, entropiques et de vorticité. L'analyse distincte de chaque mode par ce modèle fournit des résultats intéressants. Ainsi, les ondes de vorticité ou d'entropie, convect es par l'écoulement moyen, sont r fract es au travers de l'onde de choc avec diminution de leur amplitude et augmentation de l'angle normal à l'onde de choc. Ce phénomène s'accompagne de la création d'une onde acoustique en aval de l'onde de choc, dont l'amplitude peut être plus grande que l'onde incidente pour de forts nombres de Mach. Le cas d'ondes acoustiques incidentes sera abordé dans le point suivant.

1.2.2.4 Propagation des ondes acoustiques et interaction avec l'onde de choc

La propagation des ondes acoustiques dans une turbomachine est un phénomène complexe. Tyler et Sofrin, dans un article paru en 1962 (réf. [116]), ont étudié le bruit généré par un compresseur axial, et la propagation de celui-ci. Un de leurs résultats les plus intéressants est que, à cause du couplage entre les modes de propagation circonferentiels et les modes axiaux, il existe une fréquence de coupure en dessous de laquelle les ondes acoustiques tournantes sont évanescentes dans la direction axiale (modes dits en "cut-off"), et au-dessus de laquelle elles se propagent librement (modes dits en "cut-on").

Par la suite, plusieurs acousticiens ont prolongé ces travaux sur la propagation des modes cylindriques. Notamment, Rienstra (réf. [98]), a étudié le cas d'un canal à section variable. Il retrouve les modes en "cut-on" et "cut-off", et montre de plus que la variation de section peut provoquer la transition d'un mode propagatif en "cut-off" (problème du "turning point"). L'onde apparaît alors comme réfléchie en ce point, et Rienstra propose une méthode pour déterminer les coefficients de réflexion et de transmission.

Pour l'interaction entre une onde acoustique incidente avec une onde de choc, on se reporte encore à Hardy et Atassi [60]. Leur théorie linéarisé montre qu'une onde acoustique incidente progressive va être transmise et amplifi e au niveau de l'onde de choc, alors que dans le cas d'une onde régressive, l'onde réfléchie est d'amplitude plus faible que l'onde incidente.

Cependant, l'étude de la propagation de perturbations acoustiques venant de l'amont ou de l'aval dans une tuyère transonique montre des résultats apparemment contradictoires avec les résultats de la réf. [60]. En effet, dans la réf. [5], Atassi *et al.* observent une amplification des fluctuations de pression au voisinage de l'onde de choc plus importante dans le cas d'une perturbation venant l'aval que dans celui d'une perturbation venant de l'amont. Mais rappelons que dans le cadre de la théorie linéarisé de Hardy et Atassi, l'onde de choc est consid r e en tant qu'interface, et l'étude des interactions est d taill e sur la base d'ondes incidentes, transmises et réfléchies. Contrairement à la réf. [5], dans laquelle on mesure les fluctuations de pression sur des points fixes, les fluctuations dues au mouvement de l'onde de choc ne sont donc pas prises en compte. Or, il apparaît dans la réf. [5] qu'une onde acoustique venant de l'amont ne provoque qu'un faible déplacement périodique de celui-ci, l'effet portant surtout sur la phase. Au contraire, une onde acoustique venant de l'aval excite fortement l'onde de choc, et engendre un mouvement de forte amplitude. Les variations de pression vues par un point fixe situé à la position moyenne de l'onde de choc seront donc plus importantes dans le cas d'une onde régressive. D'autre part, la théorie linéaire d'Atassi et Hardy ne prend pas en compte un phénomène purement subsonique pouvant survenir dans la région en aval de l'onde de choc, où le nombre de Mach est proche de l'unité: le blocage acoustique.

En effet, dans la réf. [5], l'écoulement en régime subsonique fort est également étudié. Les auteurs observent dans la région sonique (nombre de Mach proche de un, sans l'excéder), une

amplification locale des fluctuations de pression par rapport à l'excitation acoustique aval. Ils proposent que dans ces zones, l'énergie des modes régressifs s'accumulerait à cause de la faible vitesse ($u-c \simeq 0$) de propagation de l'onde. Une formalisation de cette théorie du blocage acoustique est développée par Ferrand dans la réf. [46] sous la forme d'un modèle mono-dimensionnel. Des résultats similaires à ceux obtenus dans la tuyère subsonique sont obtenus sur une grille d'aubes dans les réf. [46] et [5], mais leur interprétation est plus délicate à cause des réflexions sur les aubages et surtout des modes circonférentiels. En effet, en étudiant l'influence de la fréquence réduite sur la réponse de la grille d'aube à une variation de la vitesse à l'infini amont, ces auteurs observent une nette amplification de la fluctuation de pression sur les aubages pour une certaine gamme de fréquences. Cette gamme de fréquences correspond à un déséquilibre entre le nombre de modes propagatifs (en "cut-on" au sens de Tyler et Sofrin) régressifs et le nombre de modes propagatifs progressifs. Leur interprétation est que les modes régressifs supplémentaires sont bloqués par la zone sonique.

Enfin, pour les cas transsoniques, l'apparition d'harmoniques supérieurs à l'excitation peuvent être attribués au caractère non-linéaire des interactions onde de choc-couche limite, voir réf. [43] et [16].

1.3 Méthodes d'analyse instationnaire

On abordera ici deux points de vue utilisés par les turbomachinistes et initialement développés dans le but d'étudier les interactions rotor-stator, phénomènes instationnaires par nature. Il s'agit des moyennes spatio-temporelles d'Adamczyk et de la décomposition spectrale de Tyler et Sofrin. On s'appuiera sur ces méthodes, adaptées au cas de l'interaction entre un rotor et une distorsion de l'écoulement amont, pour l'analyse instationnaire réalisée dans cette étude.

1.3.1 Décomposition spatio-temporelle d'Adamczyk

Dans le but de construire un modèle stationnaire de l'écoulement dans un canal de rotor ou de stator, indépendant du canal ou de la roue considérée, Adamczyk (réf. [1]) développe une méthodologie reposant sur l'application de moyennes temporelles et spatiales.

Si on considère par exemple, dans le cas d'une machine mono-étage, le repère lié au rotor, le champ instationnaire d'une variable φ se décompose en une partie axisymétrique $\bar{\varphi}$ (indépendante du repère considéré), une partie représentant les variations spatiales du champ moyenné en temps $\bar{\varphi}^{*r}$, et une partie de fluctuations instationnaires φ'^r . (la variable de position radiale a été omise pour plus de clarté):

$$\begin{aligned}\varphi(x, \theta_r, t) &= \bar{\varphi}^r(x, \theta_r) + \varphi'^r(x, \theta_r, t) \\ &= \bar{\varphi}(x) + \bar{\varphi}^{*r}(x, \theta_r) + \varphi'^r(x, \theta_r, t)\end{aligned}\quad (1.2)$$

En effectuant la même opération dans le repère du stator et en notant $\theta_s = \theta_r + \Omega t$ la position azimutale dans ce dernier repère, on peut encore décomposer φ'^r en une partie stationnaire dans le repère du stator $\bar{\varphi}^{*s}$, et une partie purement instationnaire φ'' :

$$\varphi'^r(x, \theta_r, t) = \bar{\varphi}^{*s}(x, \theta_r + \Omega t) + \varphi''(x, \theta_r, t)\quad (1.3)$$

Le terme φ'' , appelé terme de fluctuations déterministes (par opposition aux fluctuations aléatoires dues à la turbulence et aux autres phénomènes décorrélés de la vitesse de rotation) est représentatif

des interactions entre les phénomènes stationnaires dans le repère du stator et stationnaires dans le repère du rotor.

Dans les modèles développés sur la base de la décomposition d'Adamczyk (voir la réf. [8] pour une revue de ces différents modèles), le terme φ'' est négligé afin de simplifier les termes de corrélations à modéliser, qui apparaissent après application des opérateurs de moyenne sur les équations de Navier-Stokes. En effet, des travaux antérieurs (réf. [37]) suggèrent que les termes qui peuvent s'exprimer de manière stationnaire dans l'un ou l'autre des deux repères sont très supérieurs au terme purement instationnaire.

Cette hypothèse semble contestable au vu de la littérature existante aujourd'hui. Par exemple, Bardoux *et al.* (réf. [9]), dans une étude numérique de l'écoulement dans une turbine axiale mono-étage transonique, montrent que l'ordre de grandeur des corrélations temporelles est supérieur à celui des corrélations spatiales dans la région inter-aubes du rotor. Ottavy, Trébinjac et Vixège [90] arrivent à des conclusions similaires en étudiant expérimentalement l'interaction de l'onde de choc de bord d'attaque d'un compresseur centrifuge avec le sillage du stator amont.

1.3.2 Décomposition spectrale de Tyler et Sofrin

Un autre point de vue d'analyse des interactions rotor-stator est développé par Tyler et Sofrin dans la réf. [116]. Il consiste à considérer le champ aérodynamique résultant de l'interaction entre un rotor et un stator comme la superposition de lobes tournants. Ceci conduit à exprimer une variable $\varphi(x, r, \theta, t)$, mesurée à la position θ dans le repère fixe, par une double décomposition dans l'espace de Fourier:

$$\varphi(x, r, \theta, t) = \sum_{n=0}^{+\infty} \sum_{m=-\infty}^{+\infty} \hat{\varphi}_{mn}(x, r) e^{i(m\theta - nN_r\Omega t + \phi_{mn})} \quad (1.4)$$

En notant que cette relation est valable pour l'interaction entre le rotor à N_r pales et une pale unique du stator, puis en sommant ensuite la contribution des N_s pales du stator, on montre que la relation (1.4) reste valable pour l'interaction entre le rotor et le stator complet, mais que m est restreint aux valeurs:

$$m = nN_r + kN_s \quad \text{pour } k = +\infty, \dots, -1, 0, -1, \dots, +\infty \quad (1.5)$$

Le même raisonnement peut évidemment être tenu dans le repère tournant, en inversant N_s et N_r ainsi que le signe devant Ω dans les exponentielles.

Notons qu'en écrivant le mode (m, n) sous la forme:

$$\hat{\varphi}_{mn}(x, r) e^{i(m\theta - nN_r\Omega t + \phi_{mn})} = \hat{\varphi}_{mn}(x, r) e^{i(m(\theta - \frac{nN_r}{m}\Omega t) + \phi_{mn})} \quad (1.6)$$

on peut identifier ce mode à un motif spatial composée de m lobes tournant à la vitesse angulaire $\Omega_m = \frac{nN_r}{m}\Omega$. Cette vitesse, qui peut être négative comme positive, ne s'apparente pas à la vitesse du déplacement du fluide : c'est une vitesse de phase.

L'intérêt de ce modèle devient évident quand on restreint la somme de Fourier aux premiers harmoniques en temps et en espace: le champ typique de l'interaction entre rotor et stator sera composé d'un petit nombre de motifs, de nombre de lobes connus et tournants à des vitesses de rotation connues. A titre d'illustration, on a recensé dans le tableau 1.1 les structures qu'on peut observer dans le repère d'un rotor à 11 pales lors de l'interaction avec une distorsion à motif

	k=-2		k=-1		k=0		k=1		k=2	
	m	$\frac{\Omega_m}{\Omega}$	m	$\frac{\Omega_m}{\Omega}$	m	$\frac{\Omega_m}{\Omega}$	m	$\frac{\Omega_m}{\Omega}$	m	$\frac{\Omega_m}{\Omega}$
n = 1	-21	-0,047	-10	-0,1	1	1	12	0,083	23	0,043
n = 2	-20	-0,1	-9	-0,222	2	1	13	0,154	24	0,083
n = 3	-19	-0,158	-8	-0,375	3	1	14	0,215	25	0,12
n = 4	-18	-0,222	-7	-0,571	4	1	15	0,266	26	0,154
n = 5	-17	-0,294	-6	-0,833	5	1	16	0,312	27	0,185

Tableau 1.1: Tableau de combinaison spatio-temporelle, Tyler et Sofrin. Cas d'un signal mesuré dans le repère mobile d'un stator à onze pales et une distorsion à motif unique

unique sur la circonférence de l'écoulement amont, qu'on assimilera à un stator à pale unique. On se restreint aux cinq premiers harmoniques en temps et à des valeurs de k comprises entre -2 et $+2$.

La technique de décomposition spectrale de Tyler et Sofrin a été appliquée à l'écoulement dans une turbine axiale transonique, sur deux et trois demi-étages, par Callot (réf. [18]). En extrayant d'un calcul instationnaire, comprenant tous les canaux de la machine, les champs aérodynamiques sur la circonférence complète et en temps, puis en appliquant une double transformée de Fourier sur ces signaux, il exhibe dans le spectre spatio-temporel des pics d'amplitudes sur les fréquences prévues par la réf. [116]. L'interprétation du champ instationnaire comme une superposition de modes circonférentiels tournants à différentes vitesses, lui permet de discriminer les effets des roues fixes (modes stationnaires), les effets de la roue mobile (modes tournants à la vitesse de rotation de la machine) et leurs interactions (fractions entières de la vitesse de rotation de la machine). La décomposition de Tyler et Sofrin lui permet donc de définir plusieurs niveaux d'interaction, s'apparentant ainsi avec le point de vue d'Adamczyk.

Vixège, Trebinjac et Callot, dans la réf. [119], ont eux aussi rapprochés les points de vue de Tyler et Sofrin et d'Adamczyk. Dans leur analyse des résultats expérimentaux à l'entrefer d'un compresseur centrifuge haute pression, l'application de la transformée de Fourier spatiale aux différents termes issus de la décomposition d'Adamczyk leur permet de confirmer la concordance totale entre les deux théories.

1.4 Méthodes numériques appliquées aux turbomachines

Avec l'augmentation constante de la puissance des calculateurs, la résolution des équations non linéaires d'Euler ou de Navier Stokes compressibles est devenue de plus en plus fréquente pour les études numériques de turbomachines. Néanmoins, la simulation d'une turbomachine multi-étage complète, en instationnaire et avec les effets visqueux correctement représentés, est encore loin d'être envisageable avec un coût raisonnable.

Dans un cadre stationnaire, des simulations tridimensionnelles résolvant les équations de Navier Stokes sont couramment mises en oeuvre depuis la fin des années 80. Elles sont abondamment utilisées pour étudier les phénomènes de transfert thermique, dans le but de simuler des systèmes de refroidissement des aubages, ou plus fondamentalement d'étudier les structures locales des échanges thermiques entre le fluide et les parois de la machine, qui peuvent mener à des températures de paroi excessivement élevées dans les turbines à gaz. Nous citerons à titre d'exemple les travaux de Kalitzin *et al.* (réf. [72]), mais de nombreux autres travaux traitant

de ce sujet sont disponibles dans la littérature. Les simulations 3D stationnaires visqueuses sont également massivement employées pour l'étude des écoulements secondaires et des écoulements de jeu. Par exemple, Chima (réf. [27]) a réalisé une étude détaillée de l'écoulement de jeu et de son interaction avec la couche limite du carter, dans un compresseur transsonique (rotor 37 de la NASA). Par confrontation avec les nombreux résultats expérimentaux disponibles pour cette machine, il a étudié également dans cette publication l'effet de différentes techniques pour prendre le jeu en compte dans le maillage. Gerolymos *et al.* (réf. [50]), ainsi que van Zante *et al.* (réf. [127]), se sont eux aussi intéressés à l'influence de la finesse du maillage dans cette zone. Au niveau des techniques numériques, les simulations stationnaires de turbomachine sont aujourd'hui arrivées à une certaine maturité. La plupart des codes de calculs utilisés aujourd'hui pour les écoulements en turbomachine sont multi-domaines. La plupart réalisent l'intégration des équations avec des méthodes explicites de type Runge-Kutta-Jameson, souvent couplés à des techniques d'accélération de convergence: pas de temps local, lissage implicite des résidus, techniques multi-grille, ... (réf. [92], [27], [73]). Plus rarement, des méthodes complètement implicites sont employées pour faire avancer en temps les équations de Navier-Stokes, par exemple, Gerolymos *et al.* (réf. [52]), qui utilisent une méthode implicite d'ordre un, conjuguée avec un schéma de discrétisation spatiale décentré précis au troisième ordre.

La modélisation de la turbulence est également un point crucial. Si des méthodes algébriques sont encore couramment employées (réf. [27], [73]), des modèles classiques à équations de transport (modèles $k - \varepsilon$, $k - \omega$, modèle de Spalart-Allmaras, ...) permettent d'être légèrement plus précis sur les pertes (car ils se comportent un peu mieux avec les décollements) et la décroissance des sillages (réf. [76], [63]): Enfin, pour les échanges thermiques, la réf. [72] montre que le modèle à quatre équations $v^2 - f$ de Dubin n'apporte pas d'amélioration par rapport au modèle de Spalart-Allmaras.

En ce qui concerne les simulations instationnaires, la plupart des études réalisées ces dix dernières années portent sur les interactions rotor-stator. En effet, ce sujet, par essence instationnaire, demande encore à être mieux compris pour répondre aux attentes des industriels: les procédures de dessin des turbomachines négligent encore de tels effets instationnaires. Si des approches ont été développées pour traiter ces cas par le biais de calculs stationnaires (méthode du plan de mélange, consistant à imposer à l'amont de la roue aval le profil moyenné en azimuth du plan de sortie de la roue amont), des calculs instationnaires restent indispensables pour comprendre ces phénomènes d'interaction.

Deux calculs impressionnants ont été réalisés dans le cadre du projet TUMULT (réf. [8], [104], [18]), simulant l'écoulement instationnaire et visqueux dans une machine représentative d'une turbine transsonique haute pression, pour un étage et un étage et demi. Mais le coût gigantesque de ces calculs (plusieurs dizaines de milliers d'heures CPU, maillages de l'ordre de 20 millions de points) rend leur reproduction sur d'autres configurations délicate.

Oliveira (réf. [87] et [88]) a étudié les effets des sillages d'une roue amont dans l'écoulement dans une turbine subsonique (calcul bidimensionnel) et un compresseur transsonique (calcul tridimensionnel). Il ne calcule pas l'écoulement dans la roue amont, le défilement des sillages étant imposé par les conditions aux limites.

D'autres études (réf. [29] par exemple) s'intéressent au phénomène de clocking, qui consiste à jouer sur la position angulaire relative de deux stators (ou rotors) consécutifs et de même nombre d'aubages pour diminuer les pertes dans une turbine subsonique. Les simulations présentées dans la réf. [29] sont bidimensionnelles.

Gallus *et al.* (réf. [49]) a pour sa part étudié les effets de l'écoulement secondaire et surtout de l'écoulement de jeu sur les pertes instationnaires dans un étage complet de turbine transsonique. Il utilise une modélisation tridimensionnelle, et les écoulements du rotor et du stator sont couplés par l'échange instantané des variables à l'interface entre les roues (technique de maillage glissant).

Mais les interactions rotor-stator ne sont pas le seul domaine d'étude qui motive les turbomachinistes à réaliser des études numériques instationnaires. Hoying *et al.* (réf. [64]) ont étudié par exemple le phénomène de décrochage tournant en imposant un débit décroissant dans le temps à l'entrée d'un domaine de calcul représentant huit canaux interaubes tridimensionnels d'un compresseur basse vitesse. D'autres études concernent la distorsion: Fatsis *et al.* (réf. [41]) ont étudié l'influence d'une distorsion circonférentielle de pression statique en sortie d'un compresseur centrifuge. Réalisant un travail proche des objectifs de notre propre travail, Hah *et al.* (réf. [57]) ont effectué une simulation tridimensionnelle et visqueuse de l'écoulement instationnaire dans un compresseur transsonique soumis à une distorsion de l'écoulement amont. En s'appuyant sur des résultats expérimentaux, ils analysent l'écoulement en terme de détachement tourbillonnaire et d'interaction onde de choc - couche limite. Pour le cas étudié par ces auteurs, ils montrent qu'au point de fonctionnement nominal, la distorsion a une influence négative sur les pertes, par effet de blocage dans la partie extérieure du canal; alors que pour une vitesse de rotation plus faible (régime hors-adaptation), la distorsion peut au contraire faire augmenter le rendement.

Du fait du coût plus important des simulations instationnaires par rapport aux simulations stationnaires (le problème possède une dimension supplémentaire), un soin particulier est apporté aux techniques numériques utilisées pour de tels calculs. Le calcul parallèle est une manière de plus en plus utilisée pour réduire les temps de restitution des calculs et augmenter la taille des maillages. Par exemple, Cizmas *et al.* (réf. [28]) s'en servent pour réaliser des calculs d'interaction rotor-stator dans une turbine subsonique. Yao *et al.* (réf. [124]), à partir d'un code de calcul parallélisé (mais adapté aux écoulements externes) et un solveur mono-processeur spécialisé pour les turbomachines, ont développé un solveur massivement parallèle pour les écoulements instationnaires dans les turbomachines. De nombreux autres exemples peuvent être trouvés dans la littérature.

La restriction la plus sévère s'avère souvent être liée à la taille du pas de temps, qui doit être suffisamment petit pour assurer la stabilité numérique du schéma. De nombreuses techniques permettent de repousser cette limite de stabilité. Hoyningen-Huene et Jung (réf. [67]) ont comparé plusieurs de ces techniques d'accélération de convergence sur un cas tridimensionnel de turbine subsonique: lissage implicite des résidus, algorithme multi-grille consistant en temps (méthodes explicites), et pas de temps dual (méthode implicite). Ces méthodes sont confrontées à une méthode de Runge-Kutta classique. La méthode du pas de temps dual, pourvu que les paramètres de la méthode soient choisis judicieusement, se révèle être, d'après ces auteurs, celle qui permet le meilleur gain en terme de temps de calcul (un facteur 10 par rapport au calcul de référence). Arnone et Pacciani (réf. [2]) rapportent quant à eux une réduction par un facteur trente du temps de calcul obtenu en utilisant une technique de pas de temps dual, en comparaison avec une méthode de Runge-Kutta classique. La méthode de pas de temps dual qu'ils utilisent réalise l'avance en temps fictif (le lecteur est invité à se reporter à l'annexe A pour une description de la méthode du pas de temps dual) avec un schéma de Runge-Kutta, accéléré à la fois par un pas de temps local, un lissage des résidus et une technique multi-grille.

Mais du fait du coût informatique élevé des méthodes reposant sur la résolution des équations de Navier-Stokes non-linéaires et instationnaires, des méthodes plus simples ont été souvent employées pour étudier les effets de la distorsion. On peut distinguer trois types de méthodes:

- Dans les méthodes dites des "compresseurs parallèles", le compresseur soumis à un écoulement perturbé est divisé en secteurs opérant à des niveaux de pression et de températures différents. Ces secteurs sont considérés comme des compresseurs hypothétiques travaillant en parallèle avec une alimentation uniforme et des pressions statiques de sortie identiques. On peut alors utiliser une méthode simple (uni-dimensionnelle par exemple) pour calculer la réponse de chaque compresseur. De telles méthodes ont souvent été utilisées pour déterminer des critères de déclenchement d'instabilité telles que le décrochage tournant ou le pompage. Par exemple, Hynes *et al.* (réf. [68]), en utilisant une extension continue de ce genre de méthode (dans le sens où il ne considère pas un nombre entier de compresseurs, mais des caractéristiques de compresseurs qui sont fonction de l'angle θ), suggère que ce type d'instabilité émerge quand la dérivée par rapport au débit spécifique du rapport pression totale d'entrée / pression statique de sortie, moyenné sur la circonférence, est nul.
- Afin de résoudre les équations d'Euler ou de Navier-Stokes instationnaires, on peut aussi linéariser celles-ci par rapport au temps. Le champ instationnaire est ainsi décomposé en une partie stationnaire et une partie fluctuante. Pour l'étude des effets d'une distorsion sur le fonctionnement d'une turbomachine, ce genre de méthode a surtout été appliquée à des cas bidimensionnels. Plourde et Stenning (réf. [94]) ont ainsi développé une méthode de ce type, dans laquelle les effets d'un étage complet est modélisé par une force extérieure axiale. Cette méthode a été reprise par Kaya (réf. [74]) et appliquée au même cas d'étude que celui présenté dans ce mémoire, l'ASTAFAN. D'autres méthodes modélisent les roues demi-étage par demi-étage par un disque actuateur (réf. [39] par exemple). Enfin, notons qu'une extension tridimensionnelle de ces méthodes a été proposée par Callahan et Stenning (réf. [17]).

Les principaux inconvénients inhérents à ces méthodes résident dans l'hypothèse des petites perturbations, nécessaire pour justifier la linéarisation, et dans le fait qu'en négligeant les non-linéarités, elles ne permettent pas de rendre compte du couplage entre les différents modes temporels. Si la première remarque reste valable pour les distorsions de faible amplitude telles que celle abordée dans la présente étude, on verra dans le chapitre 4 que la deuxième hypothèse est mise en défaut dans le cas de l'ASTAFAN. Enfin, ces méthodes sont assez anciennes et tendent à ne plus être employées, la puissance des calculateurs permettant aujourd'hui de viser des résolutions sans linéarisation.

- La dernière classe de méthodes que nous abordons ici repose sur la résolution des équations d'Euler dans les zones où celle-ci ne pose pas de problème particulier et où les effets visqueux sont faibles, i.e. dans les zones non-aubées, et passe par une modélisation de l'effet des roues fixes et mobiles. L'intérêt de tels méthodes réside notamment dans la simplicité des maillages, qui seraient beaucoup plus volumineux (et moins réguliers) s'il fallait mailler les aubages, et nécessiteraient des traitements particuliers pour gérer la rotation des roues mobiles. Cependant, ces méthodes ne sont applicables que si les mécanismes mis en jeu sont quasi-stationnaires. Billet *et al.*, dans la réf. [11], ont ainsi résolu les équations d'Euler tridimensionnelles et stationnaires (ils étudient le cas d'une distorsion stationnaire dans le

repère fixe) dans la veine, en couplant ce calcul avec une condition de disque actuateur. Cette condition est élaborée en intégrant l'équation de Navier-Stokes sur des tubes de courant dans le canal inter-aubes, et prends donc en compte les pertes par effets visqueux dans les aubages. Cependant, le modèle de roue a besoin d'être calé sur des résultats expérimentaux, notamment pour le coefficient de perte et l'angle de la vitesse en sortie de roue.

Plus récemment, Hale *et al.* (réf. [58]) ont développé un code de calcul dans lequel les effets des zones aubées sont représentées par un terme source volumique, ajouté au membre de droite des équations d'Euler instationnaires. Ce terme source est déterminé par un code de type lignes de courant couplé au solveur principal. Avec ce solveur, ces auteurs ont pu par exemple étudier l'écoulement dans un compresseur à neuf étages en présence d'une distorsion de l'écoulement amont.

1.5 Synthèse et présentation du mémoire

Après avoir exposé le cadre et les motivations de cette étude, les phénomènes physiques susceptibles d'être rencontrés dans un compresseur axial transsonique ont été détaillés sur la base de la littérature existante.

L'écoulement stationnaire peut être vu comme la superposition de l'écoulement principal et d'un écoulement secondaire, lui-même composé de plusieurs mécanismes tourbillonnaires: tourbillon de passage, tourbillon de coin et tourbillon de jeu.

Les mécanismes instationnaires susceptibles d'être provoqués par la distorsion circumférentielle de l'entrée d'air ou par les sillages des roues amont ont ensuite été identifiés. En dehors des instabilités fortes telles que le décrochage tournant ou le pompage, ces mécanismes sont les suivants:

- le transport et la déformation des déficits,
- la fluctuation des efforts aérodynamiques sur les aubages, et plus particulièrement dans les cas transsoniques le mouvement des ondes de choc dûs aux effets de profil (fluctuation des conditions amont),
- l'interaction de l'onde de choc avec les ondes de vorticité, d'entropie et les ondes acoustiques,
- la propagation des ondes acoustiques en écoulement confiné (notion de modes en "cut-on / cut-off").

Deux approches de l'écoulement instationnaire ont ensuite été expos es, qui seront reprises pour l'analyse pr sent e dans le chapitre 4: celle d'Adamczyk, bas e sur une décomposition du champs instationnaire en moyennes et fluctuations spatiales et temporelles, et celle de Tyler et Sofrin, bas e sur des décompositions en série de Fourier en espace et en temps, ce qui revient à voir le champs instationnaire comme une superposition de structures lob es tournant à des vitesses différentes.

Enfin, une revue des techniques numériques utilis es pour simuler les écoulements dans les turbomachines a été pr sent e, afin de situer notre propre travail par rapport à la littérature existante.

La suite du mémoire s'organisera comme décrit ci-dessous:

- Dans le chapitre 2, après un bref exposé des méthodes numériques disponibles dans NSMB et des options retenues, on détaille des développements spécifiques à l'utilisation de NSMB pour simuler des écoulements dans des turbomachines. Le principal développement concerne l'introduction d'une hypothèse de périodicité spatio-temporelle permettant, pour des calculs instationnaires, de restreindre le domaine de calcul à un unique canal de la machine.
- Afin de valider l'utilisation du solveur NSMB pour des écoulements en turbomachine, des calculs sur un cas stationnaire étudié expérimentalement ont été réalisés. Ils sont présentés dans le chapitre 3. Ces simulations stationnaires pourront servir de base à un calcul instationnaire du cas de distorsion d'entrée d'air. Tous simulent un écoulement à travers le rotor de soufflante de l'ASTAFAN, alimenté uniformément. On a suivi une démarche consistant à complexifier progressivement la modélisation de l'écoulement réel: dans un premier temps, on présente une simulation bidimensionnelle non visqueuse, puis une simulation bidimensionnelle visqueuse, et enfin une simulation tridimensionnelle visqueuse. Les validations s'effectueront principalement par confrontation avec les résultats expérimentaux fournis par le LAMEP. De plus, une analyse de l'écoulement sera proposée, notamment pour le cas tridimensionnel.
- Dans le dernier chapitre de ce mémoire est présentée une analyse détaillée de l'écoulement instationnaire à travers le rotor de soufflante de l'ASTAFAN, dans des conditions de distorsion d'entrée d'air similaires à celles étudiées expérimentalement au LAMEP. Afin de conserver la démarche adoptée dans le chapitre 3, consistant à augmenter progressivement la complexité des phénomènes physiques modélisés, cette analyse est réalisée sur la base d'une simulation instationnaire bidimensionnelle et non visqueuse. Malheureusement, notre travail s'arrête à ce niveau de modélisation. Cette analyse comprend:
 - la quantification de l'atténuation de la distorsion à travers la roue,
 - l'utilisation d'une méthodologie d'analyse instationnaire précédemment développée au LMFA (Laboratoire de Mécanique des Fluides et d'Acoustique - Ecole Centrale de Lyon), reposant sur des moyennes spatiales et temporelles,
 - l'analyse du mouvement de l'onde de choc,
 - une analyse reposant sur des transformées de Fourier spatio-temporelles. Cette approche revient à considérer l'écoulement instationnaire comme la modulation d'un champ tournant avec la machine (champs stationnaire dans le repère lié à celle-ci) par un champ fixe, celui de la distorsion d'entrée,
 - l'utilisation de modèles acoustiques simples pour étudier la propagation des fluctuations de pression résolues, reposant sur le concept de fréquence de coupure.

Par rapport au cas particulier du fonctionnement du rotor de soufflante de l'ASTAFAN en présence d'une alimentation distordue, cette démarche nous permettra d'apporter certains éléments de réponses aux questions suivantes:

- Dans quel mesure la distorsion modifie le fonctionnement et les performances de la machine ?
- Comment évolue le profil de distorsion au travers de la roue ?

- Quels sont les mécanismes instationnaires provoqués par le fonctionnement en alimentation distordue ?

Avant d'aborder ces questions, passons à la description des méthodes numériques utilisées pour cette étude.

Chapitre 2

Extension du solveur NSMB aux écoulements internes

Dans ce chapitre, les méthodes numériques utilisées et développées dans le cadre de cette étude sont détaillées. En particulier, la méthode retenue pour prendre en compte la rotation de la machine est exposée en détail (méthode ALE), ainsi que les conditions aux limites. Nous commençons cependant par une description succincte du solveur NSMB.

2.1 Description succincte du solveur

Le solveur parallèle NSMB (Navier-Stokes Multi Blocks) est développé au sein d'un projet commun à trois centres de recherche européens (EPFL à Lausanne, KTH à Stockholm et CERFACS à Toulouse) et deux partenaires industriels (Aérospatiale - actuellement Airbus France - à Toulouse et SAAB à Linköping). Récemment, l'ENSAM Paris et l'IMF Toulouse ont rejoint le consortium. Ce solveur entre actuellement dans le processus de conception de Airbus France.

Ce code de calcul résout les équations de Navier-Stokes par une méthode de type volumes finis sur des maillages structurés multiblocs. Les variables sont exprimées au centre des cellules (approche "cell-centered"). On présente brièvement dans la suite du texte la méthode de résolution employée dans NSMB, et le lecteur désirant plus de détails est invité à se reporter à l'annexe A. La démarche volumes finis "cell centered" consiste à intégrer les équations de Navier-Stokes sur la cellule i, j, k , et à considérer le vecteur des inconnues U comme constant et égal à sa moyenne sur la cellule i, j, k . On obtient alors la forme suivante, semi-discrète, des équations de Navier-Stokes:

$$\frac{d}{dt}(V_{i,j,k}U_{i,j,k}) + R_{i,j,k} = 0 \quad (2.1)$$

où $V_{i,j,k}$ est le volume de la cellule, et où le résidu $R_{i,j,k}$ est calculé comme la différence des flux sur les faces de la cellule. Ce dernier terme, appelé aussi flux net, comprend les flux convectifs et les flux visqueux, qui sont évalués et ajoutés au résidu dans deux phases successives de l'algorithme de calcul.

Les flux non visqueux sont évalués soit par un schéma centré de Jameson, soit par un schéma décentré de Roe, ou une extension de ce schéma, précise à l'ordre deux, et respectant l'approche TVD-MUSCL. Dans le cas du schéma centré, un terme de dissipation artificielle est ajouté

au terme $R_{i,j,k}$ dans une troisième phase de l'algorithme. D'autres schémas de discrétisation spatiale existent dans NSMB, mais ils ne sont pas présentés dans ce mémoire car ils n'ont pas été utilisés dans le cadre de ce travail.

L'avance en temps de l'équation (2.1) peut se réaliser de différentes manières. Pour les problèmes stationnaires, on peut choisir d'exprimer le résidu au temps n pour déterminer le vecteur d'état au temps $n + 1$ (méthode explicite). On utilise alors un schéma de Runge-Kutta, dans la forme proposée par Jameson dans la réf. [70]. Mais on peut également choisir de linéariser en temps le résidu $R_{i,j,k}^{n+1}$, et résoudre le système implicite suivant:

$$\left(\frac{V}{\Delta t} I + \frac{\partial R}{\partial U} \right) \Delta U^{n+1} = -R(U^n) \quad (2.2)$$

où I est la matrice identité, et $\Delta U^{n+1} = U^{n+1} - U^n$ (les indices i, j, k sont omis pour plus de clarté). Le système 2.2 est inversé par une méthode LU-SGS. Les problèmes stationnaires résolus dans le cadre de ce travail ont tous été traités par cette méthode, au détriment de l'intégration explicite pour laquelle le pas de temps est limité par des contraintes imposées par la stabilité numérique. En effet, les méthodes implicites sont généralement beaucoup plus efficaces, puisqu'elles permettent d'utiliser des pas de temps très grand, compensant le nombre supérieur d'opérations à réaliser à chaque pas de temps.

Pour les problèmes instationnaires, le schéma de Runge-Kutta peut être utilisé, mais NSMB permet d'utiliser des méthodes dites multi-pas (voir annexe A, section A.4.3). La méthode du pas de temps dual ("Dual Time Stepping") est une de ces méthodes. Elle consiste à résoudre, à chaque pas de temps physique, un problème stationnaire modifié, prenant en compte les variations temporelles de la solution aux pas de temps précédents. Cette résolution s'effectue de manière itérative, (on dit qu'on fait avancer un temps fictif), avec les mêmes méthodes que pour un problème stationnaire. On a choisi pour les calculs instationnaires réalisés lors de ce travail la méthode LU-SGS, utilisée pour les problèmes stationnaires. L'intérêt de la méthode du pas de temps dual est que le pas de temps physique n'est pas limité par des critères de stabilité (méthodes dites A-stables): la taille des pas de temps peut donc être choisie en fonction de la physique du problème. Cet argument a guidé notre choix de la méthode pour les résolution instationnaires, et la méthode de Runge-Kutta n'a été utilisée qu'à titre de comparaison.

Enfin, différents modèles de turbulence sont disponibles dans NSMB, allant du modèle algébrique de Baldwin-Lomax à des modèles à deux équations de transport et à des modèles de sous-maille pour la simulation des grandes échelles (LES - Large Eddy Simulation). Les simulations visqueuses turbulentes réalisées dans le cadre de cette étude ont été réalisées avec le modèle de Baldwin-Lomax, en raison de la robustesse de ce modèle.

La simulation de l'écoulement à travers une turbomachine nécessite certaines adaptations du code de calcul NSMB, développé à l'origine pour les problèmes d'aérodynamique externe. La première concerne tout naturellement la gestion de la rotation, et la seconde concerne les conditions aux limites, nouvelles ou à adapter. Ces développements seront décrits dans la suite de ce chapitre.

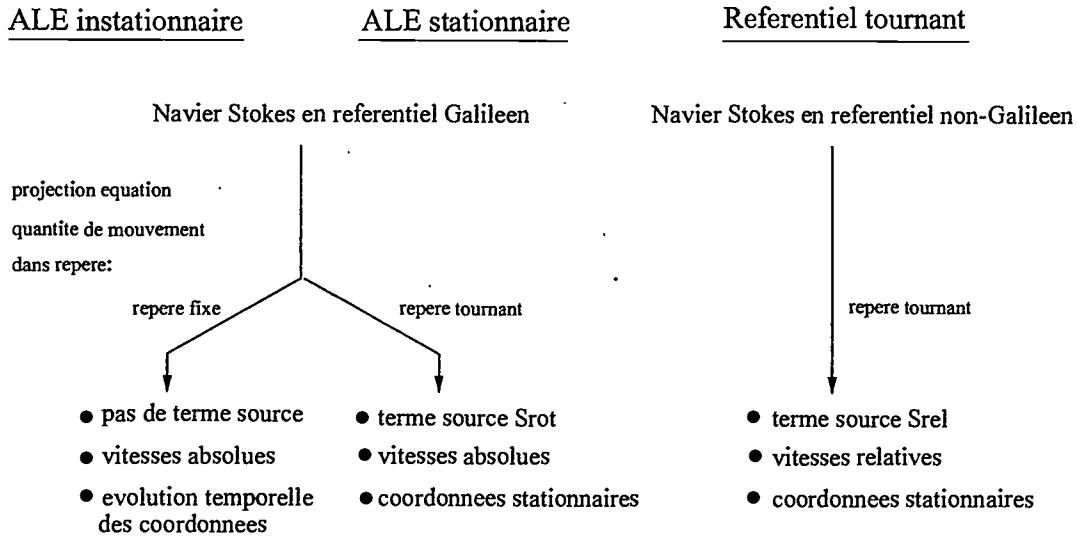


Figure 2.1: Les différentes approches pour prendre en compte la rotation dans les équations de Navier-Stokes (les expressions de S_{rot} et S_{rel} sont données plus loin)

2.2 Gestion de la rotation de la machine: méthode ALE

Dans la plupart des codes utilisés par les turbomachinistes, les équations de conservation sont écrites dans le référentiel tournant et projetées dans le repère tournant. Le vecteur d'état est ainsi formé sur les vitesses relatives, et on voit apparaître la force centrifuge et la force de Coriolis dans les équations. Ces termes inertiels, ne pouvant pas être écrits sous la forme d'une divergence, doivent être traités comme des termes sources. Ceci présente certains inconvénients, notamment dans un code écrit en volume finis, car on n'assure plus forcément la conservativité si le terme source est mal estimé. De plus, l'utilisation de méthodes implicites peut être pénalisée en terme de vitesse de convergence si on fait intervenir ces termes sources sous leur forme explicite, c'est à dire si on les estime avec U_n et qu'on les intègre au membre de droite $R(U^n)$ de l'équation (2.2), au lieu de les intégrer à l'opérateur implicite.

Une autre solution consiste à prendre la rotation en compte par le biais du mouvement du maillage. Cette méthode, baptisée ALE (Arbitrary Lagrangian Euler) par Donea (réf. [36]) en 1982, a déjà été développée dans NSMB par Champagneux (réf. [21]) et est utilisée pour des calculs de flottements (réf. [13]) et de dérivées dynamiques. Cependant, il faut noter ici que pour ces cas, l'ordre de grandeur des vitesses de déplacement de maillage est inférieur à celui des vitesses liées à la rotation d'un rotor de turbomachine.

On présente ici deux formulations de la méthode ALE: dans la première, on se place dans un référentiel galiléen et le repère de projection est fixe (dans le référentiel galiléen). Dans la deuxième approche, le référentiel est toujours galiléen, mais on utilise un repère de projection qui tourne avec la machine. Dans ces deux approches, ce sont donc les vitesses absolues qui apparaissent dans le vecteur d'état. Mais dans la deuxième, les coordonnées des points de maillage sont constantes dans le temps; pour cette raison on fera parfois référence à cette formulation sous le nom de "ALE stationnaire". Notons que dans le cadre de ce travail de thèse, seule l'"ALE stationnaire" a été utilisée, car cette méthode convient aux problèmes stationnaires comme aux problèmes instationnaires, pourvu que le mouvement soit de type solide, alors que

l' "ALE instationnaire" nécessite de réaliser des calculs instationnaires. La figure 2.1 résume les caractéristiques des trois approches.

L'approche ALE présente l'avantage d'être plus conservative (pas de terme source en ALE "instationnaire", terme source plus facile à évaluer en ALE "stationnaire") et plus universelle (le mouvement du maillage est *a priori* quelconque, la méthode peut donc être étendue aux cas de maillages déformables). Par contre le surcoût lié à la mise à jour à chaque itération temporelle des coordonnées et des métriques du maillage, et à la prise en compte des vitesses de grille dans les flux, peut présenter un inconvénient.

2.2.1 ALE en repère fixe ("ALE instationnaire")

La démarche adoptée pour prendre en compte le mouvement du maillage consiste à reproduire la démarche "volumes finis" présentée en annexe (section A.3.1), mais en considérant un domaine d'intégration dépendant du temps.

Soit R_0 un repère orthonormé, fixe dans un référentiel galiléen, $\Omega(t)$ un domaine arbitraire de l'espace, dépendant du temps, de volume $V(t)$, $\Omega_0 = \Omega(0)$ un domaine de référence, de volume V_0 , P_0 un point de Ω_0 de coordonnées (x_1, x_2, x_3) dans R_0 et P un point de $\Omega(t)$ de coordonnées $(\xi_1(t), \xi_2(t), \xi_3(t))$. On peut écrire:

$$\xi_i = f_i(x_j, t) \quad (2.3)$$

Ce qui définit analytiquement une transformation de P_0 en P . Soit J le déterminant de la matrice jacobienne de cette transformation:

$$J = \left| \frac{\partial \xi_i}{\partial x_j} \right| \quad (2.4)$$

J vérifie les relations suivantes:

$$\begin{aligned} dV(t) &= J(\vec{x}, t) dV_0 \\ \frac{\partial J}{\partial t} &= J \vec{\nabla} \cdot \vec{v}_g \end{aligned} \quad (2.5)$$

où $v_g^i = \frac{\partial \xi_i}{\partial t}$ est la vitesse du point P dans R_0 ($\vec{v}_g = (v_g^1, v_g^2, v_g^3)$). Notons que la seconde égalité exprime l'égalité entre la variation temporelle du volume élémentaire $dV(t)$ de $\Omega(t)$ (dilatation ou compression) et la divergence du champ de vitesse du domaine.

Soit maintenant ϕ une propriété physique quelconque, qu'on exprime au point P :

$$\phi(\xi_i, t) = \phi(f_i(x_j, t)) = \tilde{\phi}(x_j, t) \quad (2.6)$$

Multiplions l'équation précédente par J et dérivons par rapport au temps. Il vient:

$$\frac{\partial J \tilde{\phi}(\vec{x}, t)}{\partial t} \Big|_{P_0} = \frac{\partial J \phi(\vec{\xi}, t)}{\partial t} \Big|_P + \frac{\partial J \phi(\vec{\xi}, t)}{\partial \xi_i} \frac{\partial \xi_i}{\partial t} \quad (2.7)$$

Qu'on peut réécrire, en utilisant (2.5), sous la forme:

$$\frac{\partial J \tilde{\phi}(\vec{x}, t)}{\partial t} = J \left(\frac{\partial \phi(\vec{\xi}, t)}{\partial t} + \vec{\nabla} \cdot (\phi \vec{v}_g) \right) \quad (2.8)$$

Appliquons cette relation au vecteur d'état U et intégrons sur Ω_0 :

$$\int_{\Omega_0} \frac{\partial J \tilde{U}}{\partial t} dV_0 = \int_{\Omega_0} J \left(\frac{\partial U}{\partial t} + \vec{\nabla} \cdot (U \vec{v}_g) \right) dV_0 \quad (2.9)$$

soit encore, en utilisant (A.1):

$$\frac{\partial}{\partial t} \int_{\Omega_0} \tilde{U} J dV_0 = \int_{\Omega_0} \left(-\vec{\nabla} \cdot \vec{\mathcal{F}} + \vec{\nabla} \cdot U \vec{v}_g \right) J dV_0 \quad (2.10)$$

c'est à dire:

$$\frac{\partial}{\partial t} \int_{\Omega(t)} U dV - \int_{\Omega(t)} \vec{\nabla} \cdot \left(\vec{\mathcal{F}} - (U \vec{v}_g) \right) dV = 0 \quad (2.11)$$

qu'on peut réécrire en appliquant le théorème d'Ostrogradsky en:

$$\frac{\partial}{\partial t} \int_{\Omega(t)} U dV - \int_{\Omega(t)} \left(\vec{\mathcal{F}} - (U \vec{v}_g) \right) \cdot \vec{n} dS = 0 \quad (2.12)$$

où \vec{n} désigne le vecteur normal extérieur à l'élément de surface dS de $\partial\Omega(t)$.

On obtient donc une équation de même forme que celle présentée en annexe dans le cadre de maillages fixes (voir équation A.20), mais pour des maillages animés d'un mouvement arbitraire. On constate que la formulation à laquelle on aboutit est intéressante du point de vue numérique, puisque le mouvement du maillage est pris en compte par le biais d'un simple terme de flux supplémentaires, **que l'on choisit d'intégrer dans les flux de convection**: le résidu $R_{i,j,k}$ de l'équation (2.1) sera calculé avec non plus $F_{i+1/2,j,k}$ (voir équation (A.22)), mais $\tilde{F}_{i+1/2,j,k} = \int_{ABCD} \tilde{\vec{\mathcal{F}}} \cdot (-\vec{n}) dS$, $\tilde{\vec{\mathcal{F}}}$ étant défini par:

$$\tilde{\vec{\mathcal{F}}} = \vec{\mathcal{F}} - U \vec{v}_g \quad (2.13)$$

ce qui représente la projection du tenseur des flux sur la surface mobile.

L'équation (2.12), si on la projette dans un repère fixe, mène dans le cas général à une évolution temporelle des coordonnées des points de maillage. La méthode exposée dans la section suivante permet de s'affranchir de cette évolution, pour le cas d'un maillage doté d'un mouvement solide.

2.2.2 ALE en repère mobile ("ALE stationnaire")

Afin de ne pas avoir à calculer à chaque pas de temps les coordonnées des points de maillage et les métriques associées, on peut dans le cas d'un mouvement de rotation, ou plus généralement un mouvement solide, projeter l'équation vectorielle (2.12) sur un système d'axes mobiles, qui suit le maillage. **Cette démarche revient à faire un changement de repère, tout en restant dans un référentiel galiléen.**

Les seules équations du système (2.12) affectées par ce changement sont celles de la quantité de mouvement. Intégrées sur un volume $\Omega(t)$ qui se déplace à la vitesse \vec{v}_g , elles s'écrivent sous forme tensorielle (on rappelle que \vec{u} désigne la vitesse, à ne pas confondre avec le vecteur d'état U):

$$\frac{d}{dt} \left(\int_{\Omega(t)} \rho \vec{u} dV \right) + \oint_{\partial\Omega(t)} \left[\rho \vec{u} \otimes (\vec{u} - \vec{v}_g) - p \vec{I} \right] \cdot \vec{n} dS - \oint_{\partial\Omega(t)} \vec{\tau} \cdot \vec{n} dS = 0 \quad (2.14)$$

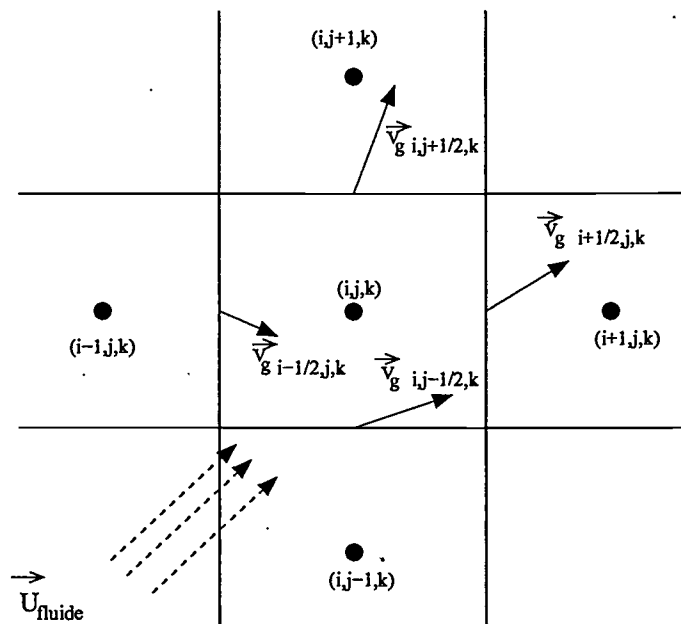


Figure 2.2: Principe de la formulation ALE

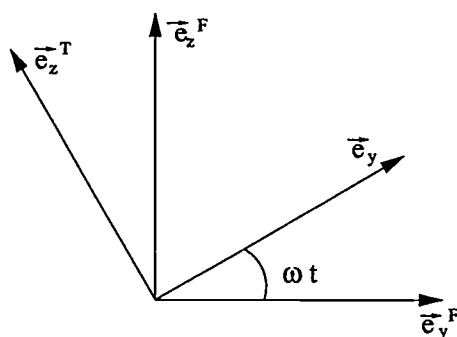


Figure 2.3: référentiels fixes et tournants

Notons \mathcal{F} le repère fixe et \mathcal{T} le repère tournant (voir figure 2.3). On supposera dans la suite que \mathcal{T} tourne à vitesse constante ω et, pour la clarté de la démonstration, que cette rotation s'effectue selon l'axe \vec{e}_x .

La relation donnant $(\vec{e}_x^{\mathcal{T}}, \vec{e}_y^{\mathcal{T}}, \vec{e}_z^{\mathcal{T}})$ en fonction de $(\vec{e}_x^{\mathcal{F}}, \vec{e}_y^{\mathcal{F}}, \vec{e}_z^{\mathcal{F}})$ est triviale, et on en déduit:

$$\begin{cases} \frac{d\vec{e}_x^{\mathcal{T}}}{dt} = 0 \\ \frac{d\vec{e}_y^{\mathcal{T}}}{dt} = -\omega \sin(\omega t) \vec{e}_y^{\mathcal{F}} + \omega \cos(\omega t) \vec{e}_z^{\mathcal{F}} = \omega \vec{e}_z^{\mathcal{T}} \\ \frac{d\vec{e}_z^{\mathcal{T}}}{dt} = -\omega \cos(\omega t) \vec{e}_y^{\mathcal{F}} - \omega \sin(\omega t) \vec{e}_z^{\mathcal{F}} = -\omega \vec{e}_y^{\mathcal{T}} \end{cases} \quad (2.15)$$

En projection dans le repère \mathcal{T} , la vitesse absolue \vec{u} s'écrit:

$$\vec{u} = u^{\mathcal{T}} \vec{e}_x^{\mathcal{T}} + v^{\mathcal{T}} \vec{e}_y^{\mathcal{T}} + w^{\mathcal{T}} \vec{e}_z^{\mathcal{T}} \quad (2.16)$$

et le terme de dérivée temporelle devient:

$$\begin{aligned} \frac{d}{dt} \left(\int_{\Omega(t)} \rho \vec{u} d\Omega \right) &= \frac{d}{dt} \left[\left(\int_{\Omega(t)} \rho u^T dV \right) \vec{e}_x^T + \left(\int_{\Omega(t)} \rho v^T dV \right) \vec{e}_y^T \right. \\ &\quad \left. + \left(\int_{\Omega(t)} \rho w^T dV \right) \vec{e}_z^T \right] \end{aligned} \quad (2.17)$$

$$\begin{aligned} &= \frac{d}{dt} \left(\int_{\Omega(t)} \rho u^T dV \right) \vec{e}_x^T + \frac{d}{dt} \left(\int_{\Omega(t)} \rho v^T dV \right) \vec{e}_y^T \\ &\quad + \frac{d}{dt} \left(\int_{\Omega(t)} \rho w^T dV \right) \vec{e}_z^T + \int_{\Omega(t)} \rho \omega (v^T \vec{e}_z^T - w^T \vec{e}_y^T) dV \end{aligned} \quad (2.18)$$

On obtient donc l'expression du bilan de quantité de mouvement exprimé avec les vitesses absolues mais projeté sur une base tournant autour d'un axe (quelconque):

$$\begin{aligned} &\frac{d}{dt} \left(\int_{\Omega(t)} \rho u^T dV \right) \vec{e}_x^T + \frac{d}{dt} \left(\int_{\Omega(t)} \rho v^T dV \right) \vec{e}_y^T + \frac{d}{dt} \left(\int_{\Omega(t)} \rho w^T dV \right) \vec{e}_z^T \\ &+ \oint_{\partial\Omega(t)} \left[\rho \vec{u} \otimes (\vec{u} - \vec{v}_g) - p \vec{I} \right] \cdot \vec{n} dS - \oint_{\partial\Omega(t)} \vec{\tau} \cdot \vec{n} dS \\ &= - \int_{\Omega(t)} \rho (\vec{\omega} \wedge \vec{u}) dV \end{aligned} \quad (2.19)$$

Par rapport à l'équation (2.12) projetée dans un repère fixe, un terme supplémentaire apparaît. Ce terme est traité comme un terme source S_{rot}^{ijk} dans l'équation de Navier-Stokes discrétisée en volumes finis.

$$S_{rot}^{ijk} = V^{ijk} \begin{pmatrix} 0 \\ -\rho^{ijk} \vec{\omega} \wedge \vec{u}^{ijk} \\ 0 \end{pmatrix} \quad (2.20)$$

dans l'espace du vecteur d'état $(\rho, \rho \vec{u}, \rho E)^T$.

On notera que même si ce développement a été effectuée pour une rotation uniforme, on peut facilement étendre la méthode à des vitesses de rotation variables en faisant apparaître la dérivée temporelle de ω dans l'équation (2.15).

Dans la suite de ce mémoire, seule la méthode "ALE stationnaire" sera utilisée. En effet, l' "ALE instationnaire" nécessite de réaliser des calculs instationnaires, c'est à dire avec des méthodes consistantes en temps, ce qui représente une limitation pour des écoulements qui sont stationnaires dans un repère donné (que celui-ci soit lié à un référentiel galiléen ou non). Pour les calculs instationnaires présentés dans ce mémoire, les mouvements considérés, translation ou rotation solide, permettent de se restreindre à l' "ALE stationnaire". Aussi, toute référence ultérieure à la méthode ALE concernera l' "ALE stationnaire", décrite ci-dessus.

2.2.3 Référentiel et repère tournants

En suivant l'approche plus classique consistant à se placer dans le repère et le référentiel mobile, et donc à choisir comme variable la vitesse relative \vec{u}_r , on fait apparaître dans l'équation (2.12) un terme source différent, traduisant les forces centrifuge et de Coriolis. La vitesse de déplacement

du maillage n'intervient plus, celui-ci étant fixe dans le référentiel considéré. De plus, il faut modifier l'équation de l'énergie pour prendre en compte le travail de la force centrifuge (celui de la force de Coriolis étant nul). Cette modification peut être incluse dans le terme source, mais une autre solution, retenue dans NSMB, consiste à choisir comme variable non pas l'énergie totale ρE , mais la rothalpie (voir réf. [75]), définie par $\rho I = \frac{p}{\gamma-1} + \frac{1}{2}\rho\vec{u}_r^2 - \frac{1}{2}\rho\omega^2 r^2$. Les équations sont alors les mêmes que dans un repère Galiléen, en remplaçant ρE par ρI , et en ajoutant au membre de droite le terme source suivant:

$$S_{rel}^{ijk} = V^{ijk} \begin{pmatrix} 0 \\ -\rho^{ijk} (\vec{\omega} \wedge (\vec{\omega} \wedge \vec{r}^{ijk}) + 2\vec{\omega} \wedge \vec{u}_r^{ijk}) \\ 0 \end{pmatrix} \quad (2.21)$$

Un examen des expressions de (2.20) et (2.21) permet de remarquer que S_{rot}^{ijk} ne fait intervenir que des variables aérodynamiques, dont la valeur est connue au centre de la cellule i, j, k , alors que S_{rel}^{ijk} fait également intervenir la variable géométrique \vec{r}^{ijk} (distance à l'origine). Dans un contexte volume fini, la définition de cette variable est sujette à caution. En effet, la définition de la distance à l'origine est triviale pour les points de maillage (A, B, C, D, E, F, G dans les notations de la figure A.2), mais elle est moins directe pour le volume de contrôle défini par ces points. Dans NSMB, c'est la distance entre l'origine et le centre "géométrique" qui est utilisé, défini par $\vec{r}_g^{ijk} = \frac{1}{8}(\vec{r}_A + \vec{r}_B + \vec{r}_C + \vec{r}_D + \vec{r}_E + \vec{r}_F + \vec{r}_G)$. Or, en toute rigueur, la démarche volumes finis devrait mener à utiliser la distance au centre de masse $\vec{r}_m^{ijk} = \int_{\Omega} \vec{r} dV$, dont l'évaluation numérique est moins simple.

Dans la section 2.2.6, un cas test simple montrera que la formulation "repère et référentiel tournants" utilisée dans NSMB n'assure pas la conservativité. La perte de débit est attribuée à l'approximation de la distance à l'axe utilisée dans NSMB. Ces résultats, ainsi que les arguments avancés plus haut, nous ont incité à adopter la méthode ALE au détriment du référentiel tournant pour les calculs ultérieurs. Dans la suite, on verra comment sont modifiés les schémas centrés de Jameson et décentrés de Roe pour l'évaluation de $\tilde{F}_{i+1/2,j,k}$.

2.2.4 Modification du schéma centré de Jameson pour l'ALE

Le schéma centré consiste à écrire le flux à travers l'interface $(i-1/2, j, k)$ comme étant égal à la projection sur $\vec{s}_{i-1/2,j,k}$ du flux physique exprimé pour la demi-somme du vecteur d'état en $(i-1, j, k)$ et (i, j, k) (voir annexe A, section A.3.2.1). Le flux centré sur un maillage mobile s'écrit donc:

$$\tilde{F}_{i-1/2,j,k} = \tilde{\mathcal{F}} \left(\frac{1}{2} (U_{i-1,j,k} + U_{i,j,k}) \right) \cdot \vec{s}_{i-1/2,j,k} \quad (2.22)$$

avec $\tilde{\mathcal{F}}$ défini par l'équation 2.13.

En trois dimensions, on a donc en pratique (on omet les indices j et k pour plus de clarté):

$$\tilde{F}_{i-1/2} = \begin{pmatrix} (q_{i+1/2} - \vec{v}_g^{i+1/2} \cdot \vec{s}_{i+1/2}) \rho_s \\ (q_{i+1/2} - \vec{v}_g^{i+1/2} \cdot \vec{s}_{i+1/2}) (\rho u)_{i+1/2} + p_{i+1/2} s_{i+1/2}^x \\ (q_{i+1/2} - \vec{v}_g^{i+1/2} \cdot \vec{s}_{i+1/2}) (\rho v)_{i+1/2} + p_{i+1/2} s_{i+1/2}^y \\ (q_{i+1/2} - \vec{v}_g^{i+1/2} \cdot \vec{s}_{i+1/2}) (\rho w)_{i+1/2} + p_{i+1/2} s_{i+1/2}^z \\ (q_{i+1/2} - \vec{v}_g^{i+1/2} \cdot \vec{s}_{i+1/2}) (\rho E)_{i+1/2} + q_{i+1/2} p_{i+1/2} \end{pmatrix} \quad (2.23)$$

en notant par $i + 1/2$ les indices des quantités moyennées à la surface, et avec $\bar{v}_g^{i+1/2}$ la vitesse du maillage au centre de la facette $(i - 1/2, j, k)$, $q_{i+1/2} = \frac{(\rho\bar{u})_{i+1/2} \cdot \bar{s}}{\rho_{i+1/2}}$ et les notations des sections précédentes.

Pour le terme $d_{i-1/2,j,k}$ de dissipation artificielle, la formulation présentée dans la section A.3.2.1 reste valable, à condition de retrancher $\bar{v}_g \cdot \bar{s}$ des valeurs propres de l'opérateur dissipatif. La réf. [120] présente le détail de cette formulation.

2.2.5 Modification du schéma décentré de Roe pour l'ALE

En suivant toujours la même démarche, remplaçons $\bar{\mathcal{F}}$ par $\bar{\bar{\mathcal{F}}}$ dans l'expression du flux décentré de Roe (équation (A.43)). Il vient:

$$\begin{aligned} \bar{\bar{F}}_{i+1/2} = \frac{1}{2} \left[\bar{\bar{\mathcal{F}}}(U_{i+1/2}^L) + \bar{\bar{\mathcal{F}}}(U_{i+1/2}^R) - \bar{v}_g^{i+1/2} (U_{i+1/2}^L + U_{i+1/2}^R) \right] \cdot \bar{s}_{i+1/2} - \\ \frac{1}{2} \left| \bar{\bar{A}}(U_{i+1/2}^L, U_{i+1/2}^R) - \bar{v}_g^{i+1/2} \cdot \bar{s}_{i+1/2} \bar{\bar{I}} \right| (U_{i+1/2}^R - U_{i+1/2}^L) \end{aligned} \quad (2.24)$$

avec $\bar{\bar{I}}$ la matrice d'identité et les notations des sections précédentes.

On constate que la prise en compte du mouvement du maillage dans le schéma de Roe n'implique qu'un terme supplémentaire dans le calcul des flux, aisément calculable, ainsi qu'une modification des valeurs propres de la matrice de Roe. En effet:

$$\left| \bar{\bar{A}}(U_{i+1/2}^L, U_{i+1/2}^R) \right| = \left| \bar{\bar{A}}(U_{i+1/2}^L, U_{i+1/2}^R) - \bar{v}_g^{i+1/2} \cdot \bar{s}_{i+1/2} \bar{\bar{I}} \right| = \bar{\bar{P}} \left| \bar{\bar{A}} - \bar{v}_g^{i+1/2} \cdot \bar{s}_{i+1/2} \bar{\bar{I}} \right| \bar{\bar{P}}^{-1} \quad (2.25)$$

ce qui revient à dire que les valeurs propres de $\bar{\bar{A}}(U_{i+1/2}^L, U_{i+1/2}^R)$ valent $\lambda_{1,2,3} = (\bar{u} - \bar{v}_g) \cdot \bar{s}$, $\lambda_4 = (\bar{u} - \bar{v}_g) \cdot \bar{s} + c \|\bar{s}\|$ et $\lambda_5 = (\bar{u} - \bar{v}_g) \cdot \bar{s} - c \|\bar{s}\|$.

2.2.6 Cas-tests non visqueux de validation

On présente maintenant deux séries de résultats de validation de ces méthodes sur des cas simples.

Le premier cas considéré est un écoulement non visqueux entre deux cylindres concentriques. L'entrée est uniforme, avec une vitesse absolue parallèle à l'axe; la solution analytique est donc un écoulement uniforme axial. Afin de ne pas initialiser le calcul avec la solution à obtenir, le champ est initialisé avec une pression statique et une masse volumique constante, mais une vitesse axiale linéairement décroissante le long de l'axe, correspondant à Mach=0.25 en entrée et à la moitié de cette valeur en sortie.

On compare des calculs de référence, réalisés sans rotation, avec des calculs réalisés dans un référentiel tournant autour de l'axe (imposition d'une vitesse non nulle selon θ , dans le sens inverse de la rotation, pour compenser celle-ci). Des calculs équivalents réalisés avec la méthode "ALE stationnaire" (pour laquelle le maillage est en rotation) sont également présentés. La rotation s'effectue à un nombre de Rossby ($= \frac{u}{r\omega}$) basé sur le rayon extérieur de 0.3. Le maillage est uniforme dans les 3 directions. Il comporte 10 cellules dans la direction de l'axe, 10 cellules sur un rayon, et le pas angulaire est de 4,5 degrés. En entrée, on impose la pression totale, la température totale, et la direction de la vitesse. En sortie, on utilise la condition partiellement

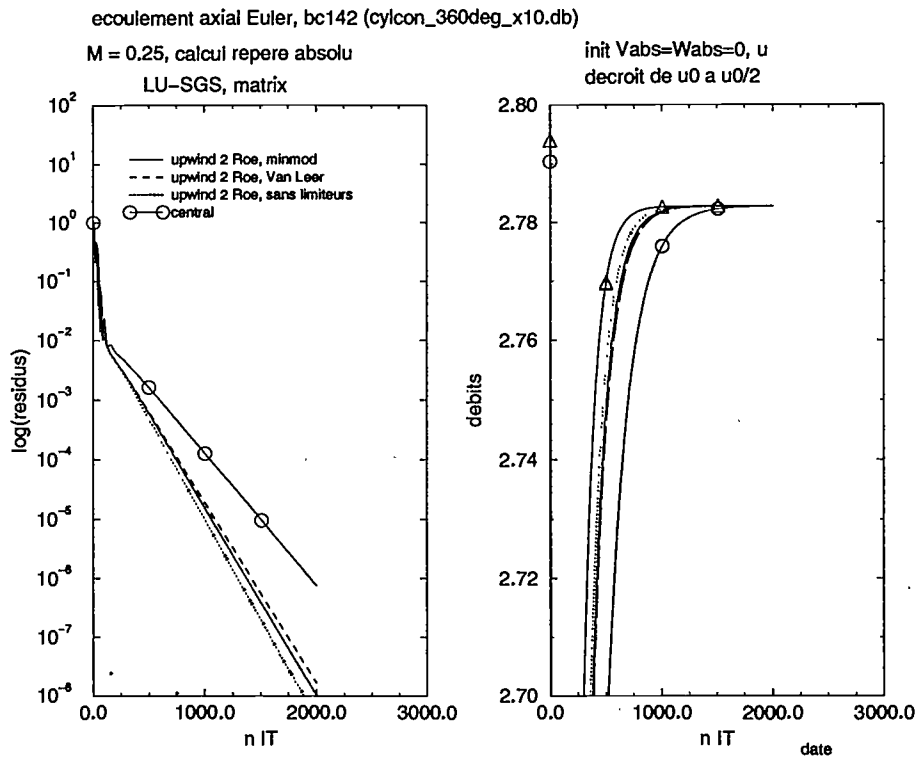


Figure 2.4: Historique de convergence et de débits pour l'écoulement axial: pas de rotation

réfléchissante décrite dans la section 2.3.2.5. Différents schémas de discrétisation spatiale sont employés: le schéma centré, et le schéma de Roe d'ordre deux, utilisé sans limiteurs ou avec les limiteurs minmod et de Van Leer.

Les figures 2.4, 2.5 et 2.6 présentent les historiques de convergence (résidu sur la variable ρ) ainsi que les historiques de débit intégré sur le plan d'entrée, un plan à mi-distance axiale, et dans le plan de sortie (pour un schéma donné, les trois débits sont tracés avec le même type de trait, c'est pourquoi les courbes sont parfois confondues).

Pour le calcul sans rotation (figure 2.4), après une convergence de 6 à 8 ordres, on n'observe pas de variation du débit le long de l'axe ($< 10^{-4}\%$), et tous les schémas utilisés convergent vers le même débit, la différence étant dans le processus de convergence. Il en est de même avec la méthode ALE (figure 2.6), sauf pour le schéma centré qui est plus long à converger.

Par contre, avec l'approche repère tournant (figure 2.5), on a une disparité non négligeable sur les débits obtenus à convergence: pour les schémas spatiaux précis à l'ordre deux, ils sont inférieurs de plus de 1% au débit obtenu par le calcul équivalent dans le repère absolu. Pour les schémas centrés et les schémas upwind d'ordre deux, les écarts de débits entre l'entrée et la sortie sont de l'ordre de 0,1%. Bien que d'autres causes ne soient pas exclues, ces erreurs numériques peuvent être attribuées à une mauvaise approximation du terme source. En effet, un maillage grossier a été sciemment employé: la différence entre centres de masse et centres géométriques est de l'ordre de plusieurs millièmes du rayon intérieur pour ce cas.

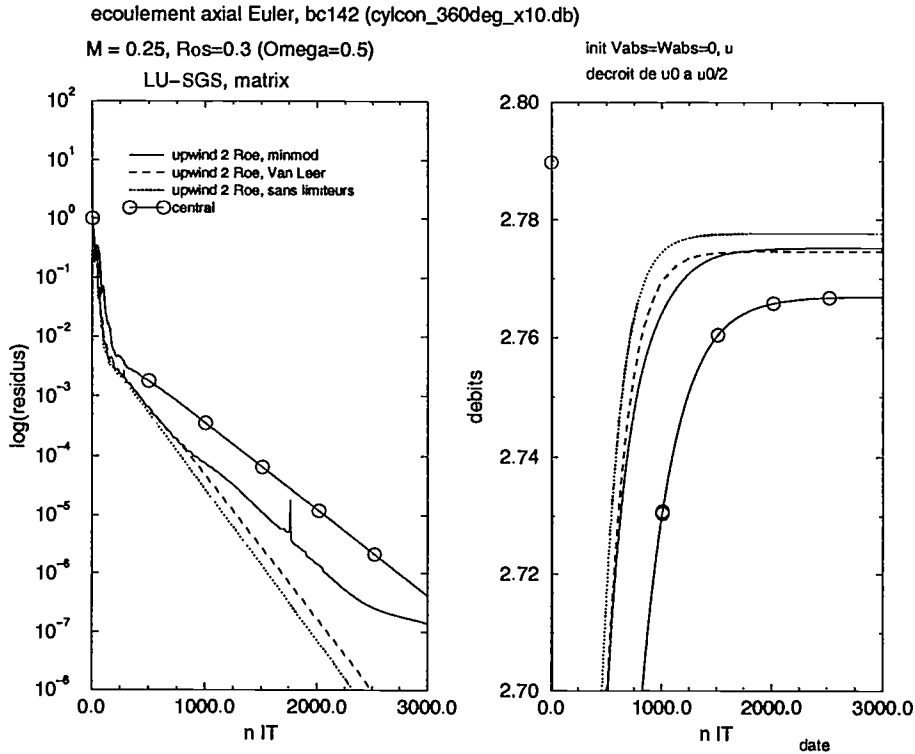


Figure 2.5: Historique de convergence et de débits pour l'écoulement axial: référentiel et repère tournants

Le cas suivant représente un fluide non visqueux en rotation solide entre deux parois cylindriques concentriques. A ce mouvement est ajoutée une vitesse débitante constante. Au point de position \vec{r} , l'expression de la vitesse est : $\vec{u} = u_x \vec{e}_x + \vec{\omega} \wedge \vec{r}$. Une solution analytique existe pour ce type d'écoulement. Nous ferons l'hypothèse de température statique constante, ce qui est justifié en fluide parfait puisqu'il n'y a pas de diffusion thermique.

Les équations d'Euler en coordonnées cylindriques s'écrivent:

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} + \frac{\partial \rho u_x}{\partial x} + \frac{1}{r} \frac{\partial \rho r u_r}{\partial r} + \frac{1}{r} \frac{\partial \rho u_\theta}{\partial \theta} = 0 \tag{2.26}$$

$$\frac{\partial u_x}{\partial t} + u_x \frac{\partial u_x}{\partial x} + u_r \frac{\partial u_x}{\partial r} + \frac{u_\theta}{r} \frac{\partial u_x}{\partial \theta} = -\frac{1}{\rho} \frac{\partial p}{\partial x} \tag{2.27}$$

$$\frac{\partial u_r}{\partial t} + u_x \frac{\partial u_r}{\partial x} + u_r \frac{\partial u_r}{\partial r} + \frac{u_\theta}{r} \frac{\partial u_r}{\partial \theta} - \frac{u_\theta^2}{r} = -\frac{1}{\rho} \frac{\partial p}{\partial r} \tag{2.28}$$

$$\frac{\partial u_\theta}{\partial t} + u_x \frac{\partial u_\theta}{\partial x} + u_r \frac{\partial u_\theta}{\partial r} + \frac{u_\theta}{r} \frac{\partial u_\theta}{\partial \theta} + \frac{u_r u_\theta}{r} = -\frac{1}{\rho} \frac{\partial p}{\partial \theta} \tag{2.29}$$

Avec les hypothèses d'invariance temporelle, axiale et azimutale ($\frac{\partial}{\partial t} = 0$, $\frac{\partial}{\partial x} = 0$, $\frac{\partial}{\partial \theta} = 0$), l'équation de continuité devient:

$$\frac{\partial r u_r}{\partial r} = 0$$

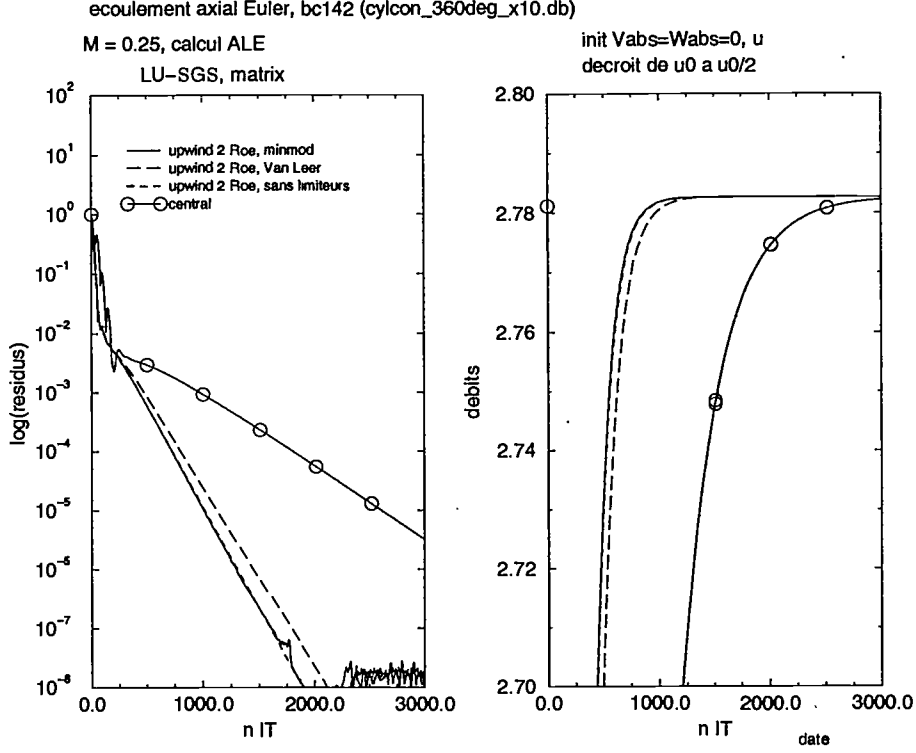


Figure 2.6: Historique de convergence et de débits pour l'écoulement axial: référentiel absolu, repère et maillage tournants - "ALE stationnaire"

qui a pour solution triviale (non divergente en $r \rightarrow 0$) $u_r(r) = 0$. Les autres équations se réduisent alors à:

$$\begin{aligned} u_x &= u_x(r) \\ \frac{\partial p}{\partial r} &= \rho \frac{u_\theta^2}{r} \\ u_\theta &= u_\theta(r) \end{aligned} \quad (2.30)$$

En notant $T = T_0$ la température statique constante et en utilisant la loi des gaz parfaits on peut réécrire l'équation d'équilibre radial (2.30):

$$\frac{dp}{dr} = \frac{\rho \omega^2 r}{r_g T_0} \quad (2.31)$$

qui a pour solution:

$$p(r) = p(r_1) e^{\frac{\omega^2}{2r_g T_0} (r^2 - r_1^2)} \quad (2.32)$$

Cet écoulement a été calculé sur un maillage 2D axisymétrique représentatif des conditions rencontrées dans la veine en aval de la soufflante ASTAFAN (voir chapitre 3.4). La vitesse de rotation vaut 1000 rad/s et le nombre de Mach débitant 0,5, soit un nombre de Rossby basé sur le rayon carter de 0,66, ce qui correspond à la vitesse tangentielle absolue maximale mesuré en aval de cette soufflante. La température statique constante est assurée par la condition aux limites

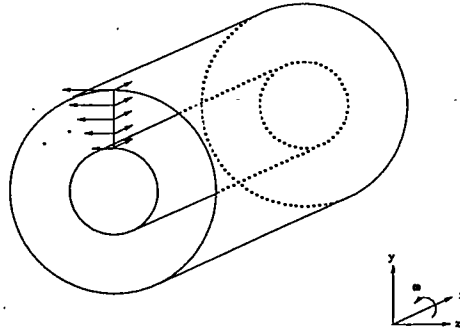


Figure 2.7: Cas test fluide en rotation solide

d'entrée. En sortie, une condition d'équilibre radial de type "rappel sur une grandeurs intégrale" (voir section 2.3.2.5) a été utilisée. Sur les figures 2.8, on compare un résultat calculé en faisant tourner le maillage à la même vitesse angulaire que l'écoulement avec un résultat de référence obtenu dans le référentiel fixe et avec la solution analytique. On constate que le gradient de pression radial généré par le fluide en rotation est correctement retrouvé par la solution ALE, comme par le cas de référence. Cependant un surcoût, acceptable mais non négligeable (28 %), est occasionné par l'utilisation de l'ALE. On rappelle que ce résultat est valable pour l'"ALE stationnaire", l'"ALE instationnaire" n'ayant pas été évaluée pour les raisons présentées dans la section 2.2.2.

2.2.7 Modèle de turbulence

En raison de la formulation employée pour l'ALE (i.e. les vitesses sont exprimées dans le référentiel absolu) certaines expressions qu'on peut trouver dans la formulation du modèle de Baldwin-Lomax (voir section A.2.3) doivent être modifiées.

Ces modifications concernent les coefficients du modèle basés sur la vitesse. En effet, les équations originales du modèle de Baldwin Lomax supposent une paroi fixe ($\vec{u} = \vec{0}$ à la paroi), Or, avec la formulation ALE stationnaire, on a $\vec{u} = \vec{v}_g$ à la paroi. Pour des maillages dotés d'un mouvement rigide (maillages non déformables), on considérera donc que les équations de la section A.2.3 restent valables si on se place dans le repère lié à la paroi. Si ce repère est en rotation, on néglige (pour le modèle de turbulence) les effets inertiels. En effet, les effets des forces centrifuges et de Coriolis sur la turbulence sont encore un sujet ouvert. De plus, c'est la démarche qui est classiquement employée dans les codes adaptés aux turbomachines et travaillant dans le repère relatif, voir par exemple réf. [75]. En pratique, au lieu d'utiliser les vitesse \vec{u}_{ijk} déduites du vecteur d'état (ce sont les vitesses absolues, i.e. exprimées dans un référentiel dans lequel la paroi est animée d'un mouvement), on calcule ces coefficients à l'aide de $\vec{u}^{ijk} - \vec{v}_g^{ijk}$, \vec{v}_g^{ijk} étant la vitesse de grille au point i, j, k .

Ces modifications concernent trois termes:

- Dans l'équation (A.18), le terme u_{diff} est construit de telle sorte que dans le cas d'une paroi fixe, $\vec{u}_{diff} = \vec{U}_e$, \vec{U}_e étant la vitesse en dehors de la couche limite. L'implémentation originale calculait, dans le cas général, $u_{diff} = \|\vec{u}\|_{max} - \|\vec{u}\|_{min}$, conduisant à une forte sous estimation de la viscosité turbulente dans le cas de calcul en ALE (voir section B.3). Cette expression a été remplacée par $\|\vec{u} - \vec{v}_g\|_{max} - \|\vec{u} - \vec{v}_g\|_{min}$.

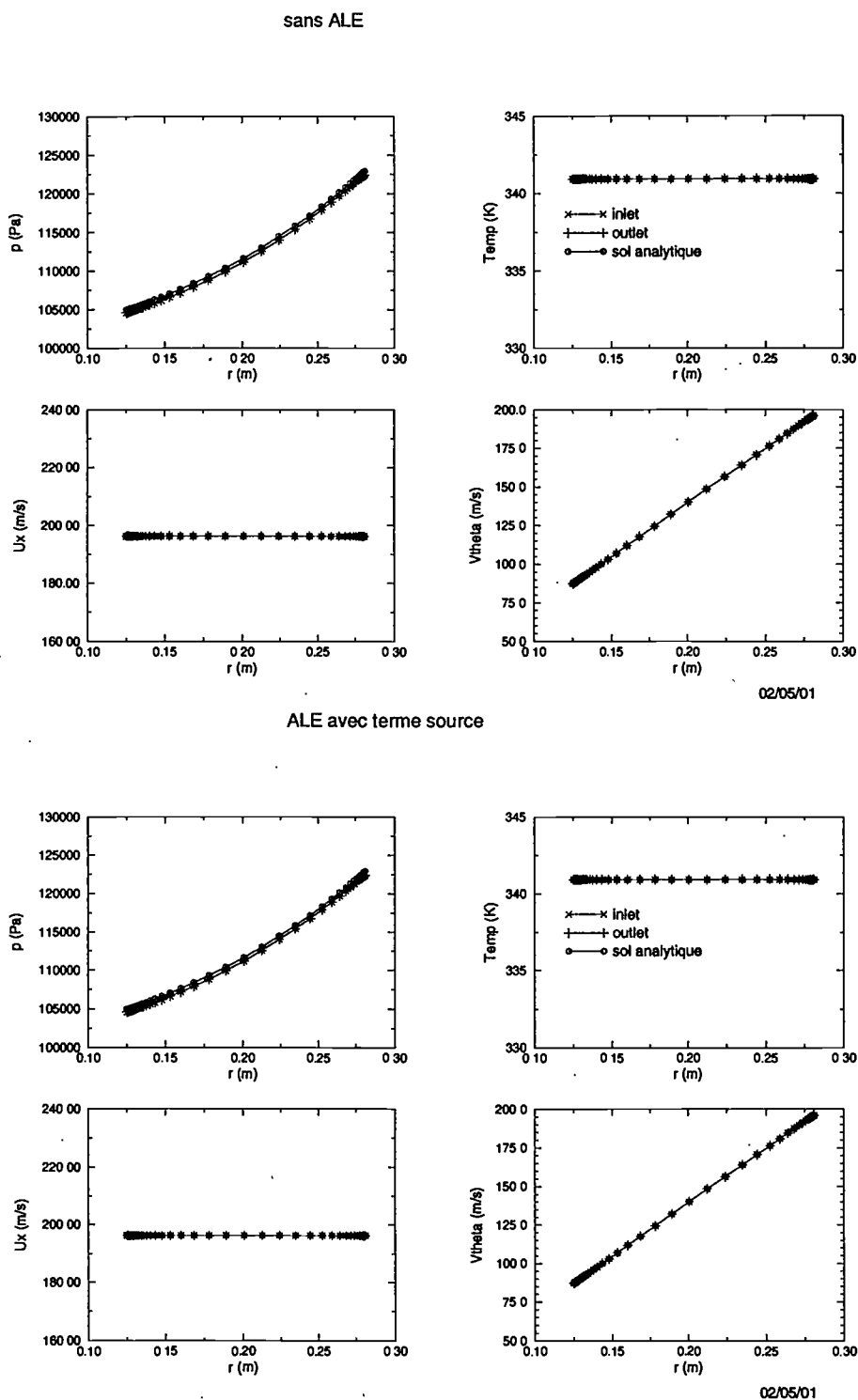


Figure 2.8: Profils radiaux de pression, température, vitesse axiale et azimuthale pour le cas de référence et le cas ALE

- Le calcul de y^+ , qui nécessite d'évaluer la dérivée de la vitesse dans la direction n normale à la paroi, est réalisé avec $\left(\frac{\partial u}{\partial n}\right)_w = \frac{\|\vec{u}_i - \vec{u}_w\|}{y_i^{wall}}$ (l'indice w représente la valeur à la paroi, i la valeur au centre de la première cellule à partir de la paroi et y^{wall} est la distance à la paroi). Une plus grande facilité d'implémentation dans le code nous a conduit à utiliser \vec{u}_w plutôt que \vec{v}_g^i , cette approximation étant justifiée par la faible épaisseur des mailles en proche paroi pour les calculs turbulents.
- Enfin, le calcul de la vorticité ω utilisée dans l'équation A.17 est réalisé en calculant $\omega = \|\vec{rot}(\vec{u} - \vec{v}_g)\|$ au lieu de $\omega = \|\vec{rot}(\vec{u})\|$.

On trouvera une validation de la formulation du modèle de Baldwin Lomax dans un cadre "ALE stationnaire" dans la section B.3.

2.3 Conditions aux limites

La deuxième série de modifications apportées au code NSMB pour simuler les écoulements dans des turbomachines concerne les conditions aux limites.

En aérodynamique externe, il est courant d'utiliser aux frontières extérieures des conditions aux limites qui ont la même formulation pour un écoulement entrant dans le domaine de calcul et pour un écoulement sortant: les informations entrantes sont alors définies par l'état "free stream", uniforme à l'extérieur du domaine. En turbomachine, il est plutôt d'usage d'utiliser en amont de domaine une condition subsonique dite "de réservoir" (réf. [87], [75], [25], [35] par exemple), qui impose les pressions et températures totales, ainsi que l'angle de la vitesse. Celle-ci est physiquement bien adaptée à ces cas, car on peut considérer en première approximation que le fluide, au repos, est aspiré adiabatiquement jusqu'à la première roue de la machine (cas par exemple d'une soufflante de réacteur). Une telle condition a donc été implémentée.

En sortie de domaine, une condition subsonique partiellement réfléchissante qui impose la pression est disponible dans NSMB. Cette condition, adaptée à l'aérodynamique externe, suppose une pression uniforme, ce qui n'est pas le cas en aval d'une turbomachine à cause de la courbure des lignes de courant. Une condition d'équilibre radial a donc été ajoutée à cette condition aux limites.

Enfin, deux conditions, non plus physiques mais géométriques, ont été implémentées. Afin de s'affranchir du calcul de la circonférence complète de la roue, on préférera restreindre le domaine à un seul canal inter-aubes. Dans un cadre stationnaire, ceci suppose donc une condition de périodicité azimutale, reliant par une rotation et de manière instantanée les variables sur les deux faces latérales du canal. Pour les simulations instationnaires, cette condition ne peut plus être employée, car à un instant donné, les différents canaux de la roue ne se déduisent plus les uns des autres par rotation. On utilise alors une condition dite de périodicité spatio-temporelle, ou encore périodicité chorochronique (réf. [51], [40], [24]). Cette condition relie les variables d'une face non plus à l'autre face au même instant, mais tient compte du déphasage existant entre les canaux, en supposant celui-ci linéaire.

Dans la suite, on décrit dans une première section la manière dont les conditions aux limites sont appliquées de manière générale dans NSMB, puis on introduit des notions théoriques utilisées par certaines de ces conditions aux limites. Dans une deuxième section, on présente les conditions aux limites utilisées pour nos travaux, en commençant par celles qui ont été introduites dans

cellules intérieures		cellules fictives	
U_{I-1}	U_I	U_G	U_{G+1}

Tableau 2.1: Notations utilisées aux frontières en formulation "cell centered" (cas monodimensionnel). La frontière est l'interface entre les cellules I et G

NSMB pour des applications d'aérodynamique externe, puis celles développées spécifiquement pour les applications de type turbomachine.

2.3.1 Généralités sur les conditions aux limites

2.3.1.1 Formulation cell centered dans NSMB

Le traitement des conditions aux limites est un point crucial pour les calculs de mécanique des fluides. On distinguera trois types de conditions aux limites: les conditions appliquées aux parois, les conditions "à l'infini", et les conditions géométriques. Les conditions "à l'infini" sont significatives de l'écoulement sur toutes les frontières extérieures du domaine en aérodynamique externe ou représentatives des conditions amont et aval pour l'aérodynamique interne. Les conditions géométriques traduisent quant à elles des contraintes imposées par les symétries de l'écoulement : symétrie plane, périodicité, connectivité entre les blocs du domaine de calcul.

Dans NSMB, dans un souci de flexibilité, le traitement des conditions aux limites est découplé de l'algorithme utilisé pour faire évoluer les points à l'intérieur du domaine de calcul. Dans le cas d'une formulation volumes finis "cell centered", comme c'est le cas pour le code NSMB, le lien entre l'algorithme intérieur et les conditions aux limites est réalisé par l'utilisation de cellules fictives. Ces cellules supplémentaires sont ajoutées sur le pourtour du domaine, et le vecteur d'état au centre de ces cellules est défini avant l'application de l'algorithme principal, de telle sorte que l'application de celui-ci traduise la condition aux limites voulue.

Le nombre de cellules fictives qu'il est nécessaire d'ajouter à la frontière dépend de la taille de la plus grande molécule de calcul utilisée par le schéma spatial. Dans notre code de calcul, deux rangées sont utilisées : pour un schéma centré (sur la base duquel NSMB a été historiquement développé), la deuxième rangée ne sert que pour le calcul des flux de dissipation artificielle d'ordre quatre qui nécessitent des dérivées d'ordre trois à l'interface. Pour un schéma décentré (schéma de Roe d'ordre supérieur à un), la deuxième rangée est utilisée pour l'extrapolation MUSCL et le calcul du limiteur. Les notations qu'on utilisera par la suite sont indiquées dans la table 2.1 pour un cas monodimensionnel.

Il est *a priori* impossible de définir une valeur du vecteur d'état qui respecte les conditions à imposer à la fois sur les flux convectifs, les flux visqueux, et les éventuels flux de dissipation artificielle. Avant le calcul de chacun de ces types de flux dans l'algorithme, il conviendrait donc de remplir ces cellules fictives d'une manière adaptée au type de condition voulue.

En pratique, ceci n'est réalisé que pour les conditions de paroi. Dans le cas d'un schéma centré, l'état aérodynamique du premier rang de cellules fictives est recalculé avant la phase d'évaluation des flux visqueux. De plus, pour ces conditions (adhérence et glissement), on remplit le deuxième rang de cellules fictives de manière à annuler le flux de dissipation de Jameson d'ordre quatre à travers la paroi. En effet, les effets visqueux sont dominants à proximité d'une paroi adhérente, et dans le cas d'une paroi glissante, il ne faut pas créer de couche limite artificielle. Dans le cas

d'un schéma décentré, le même traitement est appliqué, mais les flux calculés aux parois sont écrasés par les flux calculés de manière centrée, sans terme de dissipation artificielle.

Dans le cas des conditions "à l'infini", les flux visqueux sont déterminés avec l'état aérodynamique du premier rang de cellules fictives, défini pour les conditions non-visqueuses. De plus, l'état aérodynamique du deuxième rang de cellules fictives est défini par extrapolation linéaire indicelle de U_I et U_G . On applique le même traitement pour un schéma centré et pour un schéma décentré. Si on utilise un schéma centré, il résultera de l'extrapolation un flux de dissipation de Jameson d'ordre quatre *a priori* non nul à la frontière. En revanche, pour un schéma décentré, le traitement de la deuxième rangée est cohérent avec le principe de l'extrapolation MUSCL. Notons que, quel que soit le schéma concerné, les approximations concernant les flux dissipatifs se justifient si, "à l'infini", la partie hyperbolique des équations de Navier-Stokes est dominante. Cette hypothèse est mise en défaut dans le cas d'une couche limite à la frontière d'entrée ou de sortie de domaine (écoulements internes visqueux). Dans ce cas, on n'exploitera pas la solution sur les plans de maillage proches de la frontière, et la solution sera considérée comme représentative de la physique quelques plans de maillage en aval (et en amont) de la condition d'entrée (resp. de sortie).

Pour les conditions géométriques, le traitement est identique quel que soit le schéma de discrétisation employé pour les flux Euler. L'état aérodynamique dans les deux rangées de cellules fictives est défini à partir de l'état des cellules intérieures correspondantes, et il en est de même pour les métriques: les cellules fictives peuvent donc être considérées comme les cellules intérieures du domaine, à la différence qu'elles ne sont pas traitées par l'algorithme de résolution. Ces cellules représentent donc un état physique, et pour chaque cellule un état aérodynamique unique convient donc pour les différents types de flux.

Remarquons ici que du fait de la formulation "cell centered", les conditions aux limites portent sur les flux normaux aux frontières, mais qu'il n'y a pas de condition à écrire sur les flux transverses. De plus, sauf dans le cas des conditions géométriques, la dérivation numérique des conditions aux limites suppose l'orthogonalité du maillage aux frontières, afin de ne pas avoir à prendre en compte les métriques dans cette dérivation. On veillera donc à utiliser des maillages qui respectent ce critère.

Pour les problèmes stationnaires, dans le cas d'une méthode explicite d'intégration en temps, la prescription de l'état des cellules fictives est suffisante car la solution au temps $n + 1$ ne dépend que des variables à l'instant n . En revanche pour une méthode implicite, en toute rigueur il faudrait modifier aux frontières l'opérateur implicite de l'équation (A.61). Une telle approche n'a été introduite dans NSMB par Weber (réf. [122]) que pour quelques conditions, comme les conditions de symétrie. En pratique, les conditions utilisées pour les calculs présentés dans cette étude sont traitées explicitement, c'est à dire que pendant la résolution du pas de temps $n + 1$, les flux aux frontières dans l'opérateur implicite de l'équation (A.61) ne sont pas linéarisés par rapport aux cellules fictives: l'incrément temporel des cellules fictives est mis à zero. L'information aux frontières n'est donc introduite dans le domaine de calcul que par le biais du résidu explicite. Un tel traitement explicite permet de ne pas engendrer de surcoût de calcul, mais peut en revanche avoir pour effet de ralentir la convergence. Par contre, la précision du calcul n'en est pas affecté (voir réf. [122]).

Remarque: coins et arêtes:

Du fait de la formulation volumes finis "cell centered" adoptée dans NSMB, le problème de la multiplicité des conditions aux limites aux arêtes et aux coins des domaines ne pose pas de problème particulier pour les conditions sur les flux convectifs, contrairement au cas de la formulation cell-vertex. Néanmoins, pour le calcul des flux visqueux, la méthode décrite dans A.3.2.3 nécessite la connaissance de l'état aérodynamique dans les cellules fictives situées dans les coins et les arêtes du domaine ($U_{G,G,G}$ et $U_{i,G,G}$, $U_{G,j,G}$, $U_{G,G,k}$ i , j et k étant quelconques et avec des notations tirées du tableau 2.1 étendues en trois dimension). Dans ce cas, ces cellules fictives sont remplies de telle sorte que la moyenne qui est effectuée pour le calcul du gradient soit égale à la moyenne effectuée sur les cellules intérieures et fictives dont la valeur est connue.

2.3.1.2 Variables caractéristiques

NSMB utilisant une méthode d'intégration pseudo-instationnaire, il est judicieux d'appliquer les conditions aux limites sous la forme d'une décomposition en ondes normales à la frontière. On peut ainsi laisser inchangée l'amplitude des ondes sortant du domaine, et imposer l'amplitude des ondes entrantes. On verra dans la suite comment on réalise en pratique ces conditions.

Afin d'exprimer l'amplitude de ces ondes, considérons l'équation d'Euler en fonction du vecteur $V = (\rho, u, v, w, p)^T$ des variables primitives ¹:

$$\frac{\partial V}{\partial t} + A_V \frac{\partial V}{\partial x} + B_V \frac{\partial V}{\partial y} + C_V \frac{\partial V}{\partial z} = 0 \quad (2.33)$$

Définissons une base orthonormée $(\vec{n}, \vec{s}, \vec{t})$ où \vec{n} (de composantes n_x, n_y, n_z) est normal à la frontière (on choisit d'orienter \vec{n} vers l'intérieur du domaine). La matrice $E_{V_n} = A_V n_x + B_V n_y + C_V n_z$ admet des valeurs propres réelles et une base complète de vecteurs propres à droite et à gauche. La matrice des vecteurs propres (vecteurs colonnes) à droite peut s'écrire:

$$L_{V_n}^{-1} = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & \rho/2c & \rho/2c \\ 0 & s_x & t_x & n_x/2 & -n_x/2 \\ 0 & s_y & t_y & n_y/2 & -n_y/2 \\ 0 & s_z & t_z & n_z/2 & -n_z/2 \\ 0 & 0 & 0 & \rho c/2 & \rho c/2 \end{pmatrix}$$

et la matrice des vecteurs propres (vecteurs lignes) à gauche:

$$L_{V_n} = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & -1/c^2 \\ 0 & s_x & s_y & s_z & 0 \\ 0 & t_x & t_y & t_z & 0 \\ 0 & n_x & n_y & n_z & 1/\rho c \\ 0 & -n_x & -n_y & -n_z & 1/\rho c \end{pmatrix}$$

On peut donc diagonaliser E_{V_n} (on note $u_{rn} = (\vec{u} - \vec{v}_g) \cdot \vec{n}$):

$$D_n = L_{V_n} E_{V_n} L_{V_n}^{-1} = \begin{pmatrix} u_{rn} & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & u_{rn} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & u_{rn} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & u_{rn} + c & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & u_{rn} - c \end{pmatrix} = \text{diag}(\lambda_n^1, \lambda_n^2, \lambda_n^3, \lambda_n^4, \lambda_n^5)$$

¹On se place ici dans le cadre de la méthode ALE, pour une grille se déplaçant à la vitesse \vec{v}_g . Le vecteur $(u, v, w)^T$ désigne donc la vitesse dans le référentiel absolu (référentiel galiléen)

Par définition du vecteur des variables caractéristiques, on a:

$$\delta W_n = \begin{pmatrix} \delta W_n^1 \\ \delta W_n^2 \\ \delta W_n^3 \\ \delta W_n^4 \\ \delta W_n^5 \end{pmatrix} = L_{V_n} \delta V = \begin{pmatrix} \delta \rho - \frac{1}{c^2} \delta p \\ \vec{s} \cdot \delta \vec{u} \\ \vec{t} \cdot \delta \vec{u} \\ \frac{1}{\rho c} \delta p + \vec{n} \cdot \delta \vec{u} \\ \frac{1}{\rho c} \delta p - \vec{n} \cdot \delta \vec{u} \end{pmatrix}$$

La variation de la première caractéristique est proportionnelle à la variation d'entropie, la deuxième et la troisième aux variations des vitesses dans le plan frontière, et les deux dernières représentent les perturbations acoustiques se déplaçant respectivement dans le sens de la vitesse et dans le sens inverse.

Inversement, on peut exprimer les variations des variables primitives en fonction de celles des caractéristiques:

$$\delta V = \begin{pmatrix} \delta \rho \\ \delta u \\ \delta v \\ \delta w \\ \delta p \end{pmatrix} = L_{V_n}^{-1} \delta W_n = \begin{pmatrix} \delta W_n^1 + \frac{\rho}{2c} (\delta W_n^4 + \delta W_n^5) \\ s_x \delta W_n^2 + t_x \delta W_n^3 + \frac{n_x}{2} (\delta W_n^4 - \delta W_n^5) \\ s_y \delta W_n^2 + t_y \delta W_n^3 + \frac{n_y}{2} (\delta W_n^4 - \delta W_n^5) \\ s_z \delta W_n^2 + t_z \delta W_n^3 + \frac{n_z}{2} (\delta W_n^4 - \delta W_n^5) \\ \frac{\rho}{2c} (\delta W_n^4 + \delta W_n^5) \end{pmatrix} \quad (2.34)$$

Selon le signe de la valeur propre λ_i et la position de la frontière, l'onde entre ou sort du domaine de calcul (cf tab. 2.2).

Frontière	Ondes entrantes	Ondes sortantes
Entrée supersonique	$u_{rn}, u_{rn} - c, u_{rn} + c$	-
Sortie supersonique	-	$u_{rn}, u_{rn} - c, u_{rn} + c$
Entrée subsonique	$u_{rn}, u_{rn} + c$	$u_{rn} - c$
Sortie subsonique	$u_{rn} - c$	$u_{rn}, u_{rn} + c$

Tableau 2.2: Ondes entrantes et sortantes selon le type de frontière et la nature de l'écoulement.

Pour une entrée subsonique, on a $u_{rn} > 0$, $u_{rn} + c > 0$, $u_{rn} - c < 0$. Les quatre premières caractéristiques représentent donc des ondes entrant dans le domaine de calcul, et la dernière une onde sortante. δW_n^5 devra donc être estimé à partir de la solution à l'intérieur du domaine, alors que les δW_n^α ($\alpha = 1, 4$) devront prendre des valeurs dépendant des variations à imposer sur les variables primitives. De même, une sortie à pression statique imposée sera obtenue en prenant $\delta W_n^4 = -\delta W_n^5$. On a alors une sortie réfléchissante. Pour obtenir une sortie non-réfléchissante, il suffit de poser $\delta W_n^5 = 0$, cette variable étant reliée à la seule onde entrant dans le domaine. En pratique, on appliquera ces conditions avec une méthode inspirée de la méthode NSCBC de Poinot & Lele [95] décrite ci-après.

2.3.1.3 Lien avec la méthode NSCBC (Navier-Stokes Characteristic Boundary Condition)

Poinot et Lele [95] ont fait une revue complète du problème posé par les conditions aux limites en compressible. Ils proposent une stratégie développée dans un cadre différences finies "cell

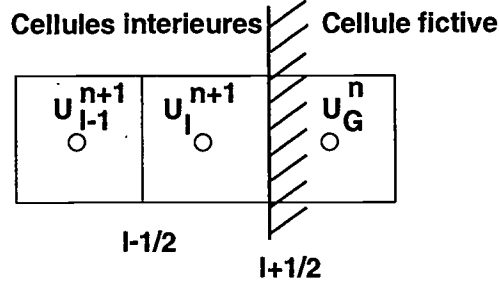


Figure 2.9: Configuration volumes finis "cell centered" à la frontière: les cellules intérieures sont déjà mises à jour, et on cherche U_G^{n+1} .

vertex" qui est ici adaptée à la formulation volumes finis "cell centered" de NSMB, avec des hypothèses supplémentaires que nous expliciterons.

Sans entrer dans les détails, l'idée principale est de résoudre les équations de Navier-Stokes jusqu'au bord du domaine, en estimant la contribution des ondes entrantes, et en calculant explicitement celle des ondes sortantes à l'aide de dérivées décentrées d'ordre un. La condition mise en place remplit la cellule fictive de façon à ce que le flux convectif calculé pour la dernière cellule intérieure par un schéma centré soit égal à la valeur obtenue avec un schéma décentré amont du premier ordre. Cette condition est restreinte en pratique à une équation d'advection linéaire à la frontière, ce qui se justifie si on se restreint à de petites instationnarités, comme c'est cas dans notre étude. De plus, ce traitement monodimensionnel nous oblige à construire ces frontières perpendiculairement à l'écoulement moyen. Ce traitement est appliqué pour les conditions d'entrée et de sortie subsonique utilisées pour les calculs de turbomachines.

On dispose des valeurs du vecteur d'état dans le domaine à l'instant $n + 1$, soit U_{I-1}^{n+1} et U_I^{n+1} , et dans la cellule fictive au temps n : U_G^n . On cherche la valeur U_G^{n+1} pour le calcul des valeurs intérieures à l'instant $n + 2$. L'application de l'égalité entre flux décentré au premier ordre et flux centré, pour une équation monodimensionnelle et linéaire donne simplement:

$$\begin{aligned} \left(\frac{\partial F}{\partial x}\right)_I^c &= \frac{1}{\Delta x}(F_{I+1/2}^c - F_{I-1/2}^c) = \frac{a}{2\Delta x}(U_{I-1}^{n+1} - (U_G^{n+1})^*) \\ \left(\frac{\partial F}{\partial x}\right)_I^d &= \frac{1}{\Delta x}(F_{I+1/2}^d - F_{I-1/2}^d) = \frac{a}{\Delta x}(U_I^{n+1} - (U_{I-1}^{n+1})^*) \end{aligned} \quad (2.35)$$

D'où la valeur provisoire de la variable dans la cellule fictive:

$$(U_G^{n+1})^* = 2U_I^{n+1} - U_{I-1}^{n+1} \quad (2.36)$$

La condition NSCBC a donc été réduite à une extrapolation à l'ordre un. L'application stricte de la méthode NSCBC conduirait à considérer une équation monodimensionnelle (négligeant flux visqueux et transverses) pour chaque type de condition aux limites qu'on veut imposer, afin de relier les amplitudes des ondes sortantes (évaluées avec un schéma décentré) aux amplitudes des ondes entrantes.

On construit alors les variables caractéristiques, basées sur un incrément spatial comme le suggère la méthode NSCBC:

$$\delta U = (U_G^{n+1})^* - U_I^{n+1} \quad \delta W_n = L_{V_n}^{-1} \delta U \quad (2.37)$$

Si l'onde est sortante, cette valeur est inchangée. Dans le cas contraire, on la corrige de telle manière que la condition aux limites voulue soit respectée. Le vecteur corrigé est noté $\delta\tilde{W}_n$. On revient alors aux variables primitives et l'estimation de la valeur de la variable dans la cellule fictive devient:

$$\delta\tilde{U} = L_{V_n} \delta\tilde{W}_n \quad U_G^{n+1} = U_I^{n+1} + \delta\tilde{U} \quad (2.38)$$

Notons qu'à cette étape la méthode NSCBC telle qu'elle est décrite dans la réf. [95] prend en compte les flux visqueux et transverses. Dans notre cas, les flux visqueux aux frontières découlent de l'imposition des conditions sur les flux convectifs, et il n'y a pas de flux transverses à imposer, du fait de la formulation cell-center.

2.3.2 Les différentes conditions aux limites

On détaille maintenant les différents types de conditions aux limites utilisées dans le cadre de ce travail. Les premières (conditions de paroi, conditions d'entrée à vitesse imposée isentropique ou isotherme et connectivité entre blocs) et la condition de sortie partiellement réfléchissante ont été développées antérieurement à nos travaux, dans un cadre d'aérodynamique externe, et les autres (condition de réservoir, périodicité azimutale et périodicité spatio-temporelle ainsi que l'équilibre radial dans la condition de sortie) ont été développées spécifiquement pour les applications de type turbomachine.

2.3.2.1 Conditions de paroi

On distingue deux types de condition de paroi: paroi adhérente et condition de glissement. L'adhérence est une condition naturelle si on résout l'équation de Navier-Stokes, alors que le glissement est habituellement utilisé quand on néglige la viscosité du fluide. Néanmoins, dans cette étude, une condition de glissement a été employée lors de calculs visqueux, sur une paroi de carter. (voir section 3.4).

De plus, bien que NSMB donne la possibilité d'imposer les températures (statiques) de paroi, toutes les parois considérées dans le cadre de cette étude seront adiabatiques. On se limitera donc à ce cas dans la description des conditions aux limites.

Les conditions de paroi disponibles dans NSMB n'utilisent pas la décomposition en ondes caractéristiques. Leur traitement est monodimensionnel et indiciel (la direction normale est supposée être alignée sur une ligne de maillage). Nous décrivons dans la suite quelles conditions sont écrites pour définir les cinq composantes du vecteur d'état des cellules fictives.

Pour une paroi de normale \vec{n} animée d'un mouvement de vitesse \vec{v}_g , l'adhérence s'écrit:

$$(\vec{u} - \vec{v}_g)_{I+1/2} = 0 \quad (2.39)$$

Alors qu'on traduira la condition de glissement par:

$$\begin{aligned} ((\vec{u} - \vec{v}_g) \cdot \vec{n})_{I+1/2} &= 0 \\ \left(\frac{\partial}{\partial n} [(\vec{u} - \vec{v}_g) \cdot \vec{t}] \right)_{I+1/2} &= 0 \end{aligned} \quad (2.40)$$

(\vec{t} est un vecteur tangent à la paroi et on se place dans un cas bidimensionnel.) Notons que les vitesses de grille utilisées par la méthode ALE étant dans NSMB définies aux interfaces, la vitesse de la paroi est strictement égale à $\vec{v}_g^{I+1/2}$.

De plus, dans le cas de l'adhérence, la théorie de la couche limite nous permet d'imposer une condition de Neumann homogène sur la pression:

$$\frac{\partial p}{\partial n} = 0 \quad (2.41)$$

Dans le cas du glissement, par contre, rien n'est précisé sur la pression: en pratique, une extrapolation indicielle à l'ordre 1 est réalisée à la paroi:

$$p_{I+1/2} = \frac{2p_I - p_{I-1}}{2} \quad (2.42)$$

Dans les deux cas, la détermination d'une condition sur la pression est suffisante pour exploiter l'adiabaticité, qui s'écrit:

$$\frac{\partial T}{\partial n} = 0 \quad (2.43)$$

et qu'on traduit numériquement par une condition sur ρ en utilisant la loi des gaz parfaits. Notamment, pour une paroi adhérente, il vient:

$$\frac{\partial \rho}{\partial n} = 0 \quad (2.44)$$

ce qui définit complètement le vecteur d'état dans les cellules fictives.

Les valeurs à imposer dans les cellules fictives sont définies de telle sorte qu'on respecte les conditions énumérées ci-dessus si on utilise un schéma centré, qui calcule le flux à l'interface comme :

$$F_{I+1/2} = \mathcal{F} \left(\frac{U_I + U_G}{2} \right) \quad (2.45)$$

Dans le cas d'un schéma décentré de Roe, les flux calculés à l'interface $I + 1/2$ par l'algorithme "intérieur" sont remplacés par le flux complet, c'est à dire le flux physique évalué avec $U = \frac{U_I + U_G}{2}$.

L'adiabaticité étant assurée par la condition sur p et ρ , le calcul des flux visqueux à travers la paroi peut s'effectuer sans changer l'état des cellules fictives (à condition de bien traiter les cellules fictives de coins et arêtes des domaines, voir la note page 47). Néanmoins, avant le calcul des flux visqueux, on force la condition $\frac{\partial T}{\partial n}$ afin de s'assurer de la nullité des flux visqueux à travers la paroi. Pour la dissipation artificielle d'ordre quatre, on modifie les valeurs dans les deux rangées de cellules fictives de manière à annuler le flux de dissipation artificielle à la paroi. Du fait du traitement appliqué aux parois, on veillera, même pour la condition non visqueuse à l'orthogonalité du maillage, et à la faible épaisseur des mailles à la paroi. Pour les calculs turbulents, cette dernière condition est exigée de toutes manières par le modèle de turbulence (y^+ de l'ordre de l'unité), et dans le cas de parois glissantes, en pratique l'épaisseur de mailles sur les maillages générés pour cette étude est inférieure à 1/1000 de corde.

2.3.2.2 Condition isentropique d'entrée subsonique à vitesse imposée

Une condition isentropique d'entrée subsonique à vitesse imposée a été utilisée dans cette étude, notamment afin de servir de référence pour la validation de la condition "de réservoir" qui a été introduite pour les cas de turbomachines. Cette condition aux limites n'utilise pas la

méthode des caractéristiques décrites dans 2.3.1.2. Elle a été développée pour servir de condition "free stream" en écoulement externe (écoulements entrants subsoniques seulement): elle suppose donc une frontière loin des parois, là où l'écoulement peut être considéré comme uniforme. Cette hypothèse permet d'imposer directement un état physique dans les cellules fictives. La condition aux limites "numérique" qui permet de compléter les quatre conditions de type Dirichlet et définir ainsi un état aérodynamique complet dans les cellules fictives porte sur la pression. En pratique, à l'initialisation on remplit les cellules fictives avec l'état de référence (état "free stream") défini par l'utilisateur. Les composantes de la vitesse sont laissées inchangées d'une itération à l'autre, la pression est extrapolée à l'ordre zéro depuis l'intérieur du domaine, et la densité est calculée de telle sorte que le rapport $\frac{p}{\rho^\gamma}$ soit constant, de sorte que l'entropie soit constante dans les cellules fictives. Ce qui peut s'écrire:

$$\begin{aligned} u_G^0 &= u_{fs} & u_G^{n+1} &= u_G^n \\ v_G^0 &= v_{fs} & v_G^{n+1} &= v_G^n \\ w_G^0 &= w_{fs} & w_G^{n+1} &= w_G^n \\ p_G^0 &= p_{fs} & p_G^{n+1} &= p_I^{n+1} \\ \rho_G^0 &= \rho_{fs} & \rho_G^{n+1} &= \rho_G^n \left(\frac{p_G^{n+1}}{p_G^n} \right)^{\frac{1}{\gamma}} \end{aligned} \quad (2.46)$$

où l'indice fs indique l'état de référence.

L'extrapolation de la pression étant réalisée de manière monodimensionnel et indicielle, on veillera à utiliser des maillages dont l'orthogonalité des mailles à la frontière est respectée.

2.3.2.3 Conditions d'entrée subsonique à vitesse imposée et température statique constante

Cette condition est pratiquement identique à la précédente, à l'exception de l'hypothèse d'entropie constante, qui est remplacé par une hypothèse de température statique constante. On utilise donc la loi des gaz parfaits, et le calcul de ρ s'écrit:

$$\rho_G^0 = \frac{p_{fs}}{r_{gas} T_{fs}} \quad \rho_G^{n+1} = \rho_G^n \frac{p_G^{n+1}}{p_G^n} \quad (2.47)$$

2.3.2.4 Condition aux limites d'entrée subsonique de "réservoir"

Pour appliquer une condition de réservoir suivant la méthode décrite dans les sections 2.3.1.3 et 2.3.1.2, il faut exprimer δW_n en fonction des variations de pression totale, température totale et angles. Dans la suite, on omet les termes liés à la vitesse de grille (méthode ALE) afin d'alléger les notations. (voir section 2.3.1.2 pour leur prise en compte). Partons de la définition de la température totale:

$$T_t = \frac{p}{\rho r} + \frac{\gamma - 1}{2\gamma r} (u^2 + v^2 + w^2)$$

La variation de T_t s'écrit donc:

$$\delta T_t = \left(\frac{\delta p}{p} - \frac{\delta \rho}{\rho} \right) \frac{p}{\rho r} + \frac{\gamma - 1}{\gamma r} (u \delta u + v \delta v + w \delta w)$$

soit, avec $u_n = \vec{u} \cdot \vec{n}$, $u_s = \vec{u} \cdot \vec{s}$ et $u_t = \vec{u} \cdot \vec{t}$ et en utilisant 2.34:

$$\frac{\gamma r}{\gamma - 1} \delta T_t = -\frac{c^2}{\rho(\gamma - 1)} \delta W_n^1 + u_s \delta W_n^2 + u_t \delta W_n^3 + \frac{c + u_n}{2} \delta W_n^4 + \frac{c - u_n}{2} \delta W_n^5 \quad (2.48)$$

$$\delta p_t = \left(\frac{T_t}{T}\right)^{\frac{\gamma}{\gamma-1}} \delta p + \rho r \frac{\gamma}{\gamma-1} \left(\frac{T_t}{T}\right)^{\frac{1}{\gamma-1}} \delta T_t - p \frac{\gamma}{\gamma-1} \left(\frac{T_t}{T}\right)^{\frac{\gamma}{\gamma-1}} \frac{\delta T}{T}$$

et en utilisant la relation des gaz parfaits et les relations 2.48 ainsi que 2.34:

$$\left(\frac{T_t}{T}\right)^{\frac{-1}{\gamma-1}} \delta p_t = \frac{c^2}{\gamma-1} \left(\frac{T_t}{T} - 1\right) \delta W_n^1 + \rho(u_s \delta W_n^2 + u_t \delta W_n^3) + \frac{\rho}{2} ((c + u_n) \delta W_n^4 + (c - u_n) \delta W_n^5) \quad (2.49)$$

Pour les angles de la vitesse, on adopte une définition locale:

$$\phi = \text{atan} \frac{u_s}{u_n}, \quad \psi = \text{atan} \frac{u_t}{u_n}$$

Les variations s'écrivent alors:

$$\begin{aligned} \delta \phi &= \frac{1}{u_n^2 + u_s^2} (u_n \delta u_s - u_s \delta u_n) = \frac{1}{u_n^2 + u_s^2} (u_n \delta W_n^2 - \frac{u_s}{2} (\delta W_n^4 - \delta W_n^5)) \\ \delta \psi &= \frac{1}{u_n^2 + u_t^2} (u_n \delta u_t - u_t \delta u_n) = \frac{1}{u_n^2 + u_t^2} (u_n \delta W_n^3 - \frac{u_t}{2} (\delta W_n^4 - \delta W_n^5)) \end{aligned} \quad (2.50)$$

Les variations δp_t , δT_t , $\delta \phi$ et $\delta \psi$ sont connues et obtenues comme la différence entre la valeur à imposer et la valeur au pas de temps courant. De plus, δW_n^5 étant la caractéristique sortant du domaine, on cherche à exprimer δW_n^1 , δW_n^2 , δW_n^3 , δW_n^4 en fonction de δW_n^5 , δp_t , δT_t , $\delta \phi$ et $\delta \psi$. Avec 2.48 et 2.49, on obtient:

$$\delta W_n^1 = \frac{\gamma - 1}{c^2} \left(\frac{T_t}{T}\right)^{\frac{\gamma}{\gamma-1}} \delta p_t - \frac{\gamma}{c^2} \rho r \left(\frac{T_t}{T}\right)^{-1} \delta T_t \quad (2.51)$$

Et pour les autres caractéristiques, on a (en supposant que $u_n^2 + u_s^2 \neq 0$ et $u_n^2 + u_t^2 \neq 0$):

$$\begin{aligned} \begin{pmatrix} u_s \\ u_n \\ 0 \end{pmatrix} \delta W_n^2 + \begin{pmatrix} u_t \\ 0 \\ u_n \end{pmatrix} \delta W_n^3 + \frac{1}{2} \begin{pmatrix} c + u_n \\ -u_s \\ -u_t \end{pmatrix} \delta W_n^4 \\ = \begin{pmatrix} \frac{1}{\rho} \left(\frac{T_t}{T}\right)^{\frac{-\gamma}{\gamma-1}} \delta p_t + \frac{\gamma r}{\gamma-1} \left(1 - \frac{T}{T_t}\right) \delta T_t - \frac{1}{2} (c - u_n) \delta W_n^5 \\ (u_n^2 + u_s^2) \delta \phi - \frac{u_s}{2} \delta W_n^5 \\ (u_n^2 + u_t^2) \delta \psi - \frac{u_t}{2} \delta W_n^5 \end{pmatrix} \end{aligned}$$

En divisant par la vitesse du son c , on obtient l'équation matricielle suivante:

$$\begin{aligned} \begin{pmatrix} M_s & M_t & \frac{1}{2}(1 + M_n) \\ M_n & 0 & -\frac{1}{2}M_s \\ 0 & M_n & -\frac{1}{2}M_t \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \delta W_n^2 \\ \delta W_n^3 \\ \delta W_n^4 \end{pmatrix} = A \begin{pmatrix} \delta W_n^2 \\ \delta W_n^3 \\ \delta W_n^4 \end{pmatrix} \\ = \begin{pmatrix} \frac{1}{\rho c} \left(\frac{T_t}{T}\right)^{\frac{-\gamma}{\gamma-1}} \delta p_t + \frac{\gamma r}{\gamma-1} \frac{r}{c} \left(1 - \frac{T}{T_t}\right) \delta T_t - \frac{1}{2}(1 - M_n) \delta W_n^5 \\ \frac{u_n^2 + u_s^2}{c} \delta \phi - \frac{M_s}{2} \delta W_n^5 \\ \frac{u_n^2 + u_t^2}{c} \delta \psi - \frac{M_t}{2} \delta W_n^5 \end{pmatrix} = b \end{aligned} \quad (2.52)$$

où $M_n = \frac{u_n}{c}$, $M_s = \frac{u_s}{c}$, $M_t = \frac{u_t}{c}$ et $M^2 = M_n^2 + M_s^2 + M_t^2$. Le déterminant de A vaut $\frac{1}{2}M_n(M^2 + M_n)$. On peut donc inverser la matrice A pour $M_n \neq 0$. On a alors l'expression des trois caractéristiques à imposer:

$$\begin{pmatrix} \delta W_n^2 \\ \delta W_n^3 \\ \delta W_n^4 \end{pmatrix} = A^{-1}b = \frac{1}{\Delta} \begin{pmatrix} \frac{M_s M_n}{2} & \frac{M^2 - M_s^2 + M_n}{2} & -\frac{M_s M_t}{2} \\ \frac{M_t M_n}{2} & -\frac{M_s M_t}{2} & \frac{M^2 - M_t^2 + M_n}{2} \\ M_n^2 & -M_s M_n & -M_t M_n \end{pmatrix} b$$

La condition ainsi définie est réfléchissante. Pour les applications instationnaires, on compte sur la taille des mailles dans la direction de l'écoulement à la frontière amont pour minimiser les réflexions d'ondes parasites. En effet, le maillage jouera alors le rôle d'un filtre passe-bas, et la dissipation numérique amortira d'autant plus les ondes parasites que cette taille de maille sera grande. Cependant, il faudra vérifier que le signal imposé à l'entrée est correctement convecté, sans être trop dissipé.

2.3.2.5 Sortie partiellement réfléchissante et équilibre radial

La dérivation d'une condition de sortie subsonique non réfléchissante est beaucoup plus directe: on a vu dans 2.3.1.2 qu'il suffisait d'appliquer $\delta W_n^5 = 0$ avec la méthode NSCBC. Cependant, l'utilisation de conditions aux limites parfaitement non-réfléchissantes est attractive, mais peut conduire à des problèmes mal posés (voir réf. [95]). Dans certains cas d'écoulements (une couche de mélange 2D par exemple), Caruelle a remarqué que si on impose les vitesses et la température en entrée et sur les trois autres faces des conditions non-réfléchissantes, la simulation peut "perdre" l'information de pression physiquement déterminée suivant les valeurs à l'infini à partir de la caractéristique de pente $dx/dt = u - c$ qui ne rentre plus dans le domaine. On observe alors une perte de pression dans le domaine (réf. [22]).

Caruelle a en ce sens implémenté dans NSMB une façon simple d'éviter ce problème (on trouvera les développements théoriques correspondants dans la réf. [101]). L'idée est de faire rentrer une fraction de l'onde entrante. Au lieu d'annuler δW_n^5 , on impose:

$$\delta W_n^5 = -\sigma (p - p_\infty) \quad (2.53)$$

où p est la pression tirée de U_I^{n+1} , p_∞ la pression à imposer et σ un coefficient de rappel, à ajuster (et à minimiser) en fonction du cas étudié. A convergence, on obtient une condition non réfléchissante ($\delta W_n^5 = 0$) en même temps que le respect de la condition aux limites ($p = p_\infty$).

Avec $\sigma = 0$, on retrouve une condition parfaitement non-réfléchissante. Plus σ est faible, plus la perte de pression dans le domaine est élevée, mais si le rappel est trop fort, la condition de sortie est trop réfléchissante et introduit des oscillations de pression non physiques dans le domaine. En pratique, pour une condition partiellement réfléchissante, on a utilisé dans nos travaux des σ (rendus ici adimensionnels en divisant par $\frac{p^{out}}{u^{out}}$) de l'ordre de 0,01.

L'équilibre radial

Du fait de la présence de vitesses non nulles dans la direction orthoradiale, la pression à la sortie du domaine de calcul d'une machine tournante n'est pas constante, mais varie radialement. En effet, la projection de l'équation de quantité de mouvement sur la direction radiale, écrite en

variable cylindrique, en négligeant la vitesse radiale et les effets visqueux et pour un écoulement stationnaire et axisymétrique s'écrit:

$$\frac{dp}{dr} = \frac{\rho u_\theta^2}{r} \quad (2.54)$$

Cette équation est appelée équation d'équilibre radial simplifié. On peut trouver dans la littérature plusieurs méthodes pour tenir compte numériquement de ce gradient de pression.

1. La première méthode consiste à intégrer directement l'équation (2.54). On peut alors préciser en entrée du calcul la pression au moyeu (réf. [35], [89]), et en déduire la pression à imposer (ou à "rappeler") en tous points. Cette méthode suppose des restrictions au niveau du maillage: elle implique des lignes de maillages radiales, et il faut identifier les indices correspondants aux directions radiales et orthoradiales. Dans un souci de généralité, cette méthode n'a pas été employée dans les simulations présentées dans cette étude ; cependant elle a été implémentée dans NSMB.
2. Dans le code PROUST, Oliveira (voir réf. [87]) combine une condition de non-réflexion avec une condition imposant la pression statique en déterminant localement celle-ci à partir d'un niveau moyen prescrit et du gradient de pression récupéré dans le plan de maillage directement en amont de la frontière. Ce traitement se prête bien à notre condition partiellement réfléchissante, mais ce gradient étant moyenné selon θ , cette méthode présente les mêmes inconvénients que la précédente.
3. Enfin, Nicoud et Schonfeld, dans le code AVBP, ont étendu la méthodologie NSCBC à l'imposition de grandeurs intégrales. Dans la réf. [86], où ils simulent un écoulement de sang dans une artère atteinte d'anévrisme, ils étendent une condition aux limites d'entrée subsonique (imposant les composantes de la vitesse et la température statique) partiellement réfléchissante, basée sur le principe de l'équation (2.53), à l'imposition d'une vitesse moyenne sur la face d'entrée. En effet, dans leur cas d'application, la répartition de vitesse n'est pas mesurable, pour des raisons évidentes. Or, les conditions de type (2.53) nécessitent la connaissance de la grandeur de référence point par point. Cette condition leur permet de retrouver le profil de vitesse analytique d'un écoulement de Poiseuille en n'imposant que la vitesse moyenne en entrée (réf. [86]).

On s'est inspiré de cette démarche pour développer la condition d'équilibre radial finalement utilisée pour les calculs présentés dans la section 3.4. Le principe consiste à intégrer le membre de droite de l'équation (2.53) sur la surface de la frontière:

$$\delta W_n^5 = -\sigma (\bar{p} - p_{moy}) \quad (2.55)$$

où $\bar{(\cdot)}$ désigne l'opérateur de moyenne surfacique et p_{moy} le niveau moyen prescrit. Cette condition présente les mêmes propriétés que (2.53), en ne nécessitant qu'une information intégrale au lieu d'informations locales: elle devient non réfléchissante ($\delta W_n^5 = 0$) quand le niveau de pression moyen est atteint. De plus, la distribution surfacique est libre de s'adapter aux équations résolues à l'intérieur du domaine puisque la condition n'agit que sur l'intégrale de cette distribution. Remarquons que ceci revient à dire que l'onde qu'on fait entrer dans le domaine pendant la phase transitoire est une onde plane. Cette méthode a été adoptée de préférence aux autres à cause de son caractère général (pas de restrictions sur le maillage ni d'hypothèses physiques) et pour sa cohérence avec l'ancienne condition

(2.53).

Aucun test de validation n'est présenté ici ; cependant les tests de validation de l'ALE en conduite circulaire (section 2.2.6, page 40) ont été réalisés avec ce type d'équilibre radial. La confrontation avec la solution analytique permet de vérifier le bon fonctionnement de cette technique.

2.3.2.6 Connectivité entre blocs

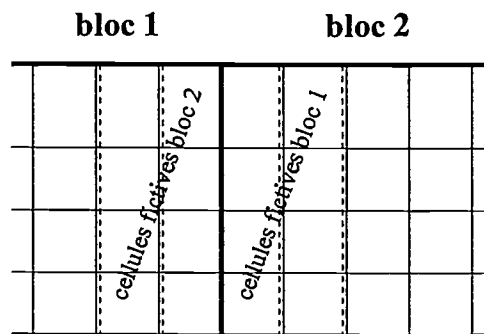


Figure 2.10: Connectivité entre blocs

NSMB étant un code de calcul multi-blocs, une condition aux limites est nécessaire pour assurer l'échange d'information entre les différents blocs.

La figure 2.10, schématisant la connectivité entre deux blocs notés 1 et 2, montre qu'il y a correspondance directe entre les cellules fictives du bloc 1 et les cellules intérieures du bloc 2 (et inversement). Pendant la phase d'initialisation du calcul, les métriques (i.e. les vecteurs surfaces de chaque facette élémentaire) du bloc 1 sont définies pour les cellules fictives par égalité avec celles du bloc 2. La connectivité est alors imposée en recopiant le vecteur d'état des cellules du bloc 2 dans les cellules fictives du bloc 1. On assure ainsi la continuité des flux à travers les interfaces entre blocs quel que soit le schéma de discrétisation spatial employé, pourvu que sa molécule de calcul pour la cellule i ne dépasse pas $i \pm 2$, ce qui est le cas de tous les schémas disponibles dans NSMB (y compris la dissipation artificielle de Jameson d'ordre quatre).

Pour les calculs présentés dans ce mémoire, dans le cas de l'utilisation un schéma temporel implicite, toutes les conditions aux limites sont appliquées de manière explicite. De plus, pour un problème multi-bloc, la résolution implicite est implicite par bloc, ce qui a pour effet de ralentir la convergence par rapport au problème complètement implicite équivalent. Afin de minimiser le ralentissement de convergence dû à ces traitements, la connectivité est appliquée (pour le premier rang de cellules fictives seulement) entre chaque aller-retour des balayages de l'algorithme LU. Cette technique a été implémentée dans NSMB par Weber, et le lecteur intéressé pourra se reporter à la réf. [122] pour plus de détails.

On remarquera que les coordonnées n'étant pas définies pour les points aux coins des cellules fictives, mais que les vecteurs surfaces l'étant, cette condition s'étend facilement à la gestion d'une périodicité plane.

2.3.2.7 Périodicité azimutale

Afin de réaliser des calculs sur un maillage représentant un unique canal de turbomachine, une condition de périodicité azimutale a été développée sur la base de la condition de connectivité. Cette condition relie une variable aérodynamique scalaire ou vectorielle Φ exprimée au point M_g , centre d'une cellule fictive de la face latérale A du domaine de calcul, à la variable Φ au centre de la cellule intérieure correspondante, adjacente à la face opposée A' (point M'_i , voir figure 2.11).

Soit θ l'angle de A' vers A , orienté arbitrairement ($|\theta| = \frac{2\pi}{Nb}$, Nb étant le nombre de pales). En vertu de l'hypothèse selon laquelle l'état aérodynamique de chaque canal est identique, on a, pour une variable scalaire:

$$\Phi(M_g) = \Phi(M'_i) \quad (2.56)$$

et pour une variable vectorielle:

$$\vec{\Phi}(M_g) = R_\theta \vec{\Phi}(M'_i) \quad (2.57)$$

R_θ étant l'opérateur de rotation d'axe Δ (axe de la machine) et d'angle θ (tel que $\overline{OM_g} = R_\theta \overline{OM'_i}$).

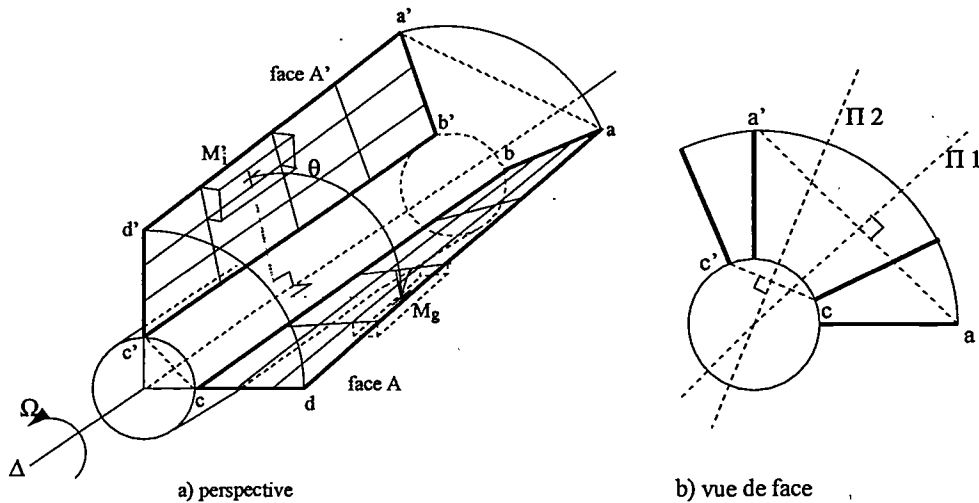


Figure 2.11: Notations géométriques sur un canal schématisé (cas d'une machine $N_b = 4$)

La méthode des plans médiateurs

Le calcul des matrices R_θ est trivial si l'utilisateur précise l'axe ainsi que le nombre de pales de la machine. Cependant, il est possible de retrouver ces informations de façon automatique par la donnée du maillage. Un tel algorithme a donc été développé dans NSMB.

La matrice de rotation R_θ est calculée pendant la phase d'initialisation, par comparaison des coordonnées des huit points de maillage délimitant les faces A et A' . L'axe de rotation est déterminé comme étant l'intersection des plans médiateurs de deux segments joignant des points se correspondant par rotation (par exemple les plans Π_1 et Π_2 pour $[aa']$ et $[cc']$ sur la figure 2.11).

Plus précisément, l'algorithme teste le couple de segments ($[aa'], [bb']$), puis le couple ($[aa'], [cc']$),

etc, jusqu'à ce qu'une intersection soit trouvée. Si aucune intersection n'est trouvée parmi les quatre couples de segments possibles, alors on en déduit que tous les plans médiateurs sont confondus: dans ce cas l'axe de symétrie est contenu dans les plans formés par les faces A et A' et se définit comme l'intersection de ces deux plans.

L'angle θ , pour sa part, est obtenu comme l'angle entre les normales aux faces, projetées sur un plan perpendiculaire à l'axe Δ . On en déduit alors la matrice R_θ .

Dans le cas de maillages multi-blocs, une matrice de rotation est assignée à chaque bloc. (Dans le cas où un bloc contiendrait plusieurs faces périodiques, mais non périodiques entre elles, la dernière matrice calculée est retenue.) Ceci laisse la possibilité d'avoir plusieurs périodicités différentes dans le maillage (dans la perspectives de calculs d'interaction rotor-stator par exemple), et permet de plus facilement gérer les calculs parallèles (voir section A.5).

Dans ce cas, les coordonnées des coins des faces allouées à des processus différents sont échangées grâce à la librairie MPI, puis chaque processus calcule la matrice de rotation pour les blocs résidants sur ce processus.

Cette méthode s'est révélée capable de calculer R_θ même dans le cas de faces périodiques très gauches, tant que la périodicité géométrique était respectée sur le maillage.

2.3.2.8 Périodicité spatio-temporelle (condition de "phase-lag")

Sur les bases de la condition géométrique décrite dans 2.3.2.7, une condition permettant de réaliser un calcul instationnaire (quoique périodique) sur un seul canal a été programmée dans NSMB. Cette condition, connue sous le nom de périodicité spatio-temporelle, a été initialement développée par Erdos (voir réf. [40]) pour des calculs d'interaction fluide-structure en turbomachine.

Pour les écoulements instationnaires, la condition de périodicité spatiale décrite dans 2.3.2.7 n'est plus vérifiée: on ne peut plus écrire de relation entre $\Phi(M', t)$ et $\Phi(M, t)$. Néanmoins, pour un écoulement dans une turbomachine, il est légitime de supposer que l'écoulement est périodique, et que de plus la seule cause d'instationnarité est le défilement de la roue, ce qui revient à dire que l'écoulement dans un canal interaube est le même que dans un autre canal, à la rotation de la roue près. Ceci implique qu'il existe une relation linéaire entre temps et espace. On pourra donc trouver un temps t' inférieur à t tel qu'on puisse écrire:

$$\Phi(M', t') = \Phi(M, t) \quad (2.58)$$

Cette hypothèse de périodicité spatio-temporelle a été analysée en détail dans la réf. [18]. Elle exclut les phénomènes tels que les lâchers tourbillonnaires de bord de fuite, les phénomènes instationnaires liés à la turbulence, ou des phénomènes macroscopiques comme le pompage ou le décrochage tournant, qui ne sont pas corrélés avec la rotation de la machine.

Callot, dans la réf. [18], identifie plusieurs échelles de temps liées à cette périodicité, dont deux sont fondamentales pour la condition aux limites que nous avons introduites dans NSMB. Nous les exprimerons dans le cadre d'une roue mobile comportant N_b pales, faisant face à une distorsion de l'écoulement amont comportant N_d motifs identiques équirépartis sur la circonférence. Il s'agit de:

- T_b , période apparente de défilement des motifs de distorsion, pour un observateur qui se

situerait sur la roue mobile. Si on note T_Ω la période de rotation de la machine, T_b vaut:

$$T_b = \frac{T_\Omega}{N_d} \quad (2.59)$$

- σ_b , déphasage temporel entre deux aubes consécutives de la roue.

$$\sigma_b = T_\Omega \frac{N_d - N_b}{N_b N_d} \quad (2.60)$$

Si on numérote par p les N_b canaux de la roue complète (p variant dans le sens de la rotation), cette grandeur permet de relier un signal Φ_p pris en un point du canal p au signal Φ_{p+k} pris en un point équivalent dans le canal $p+k$.

En notant

$$\Phi_p(t) = \Phi_p(t + T_b) = \varphi(\omega_b t) \quad (2.61)$$

où $\omega_b = \frac{2\pi}{T_b}$ et φ une fonction 2π périodique (l'existence d'une unique fonction φ pour tout k découle de l'hypothèse de périodicité spatio-temporelle), le signal dans le canal $p+k$ s'exprime par:

$$\Phi_{p+k}(t) = \varphi(\omega_b(t + k \sigma_b)) \quad (2.62)$$

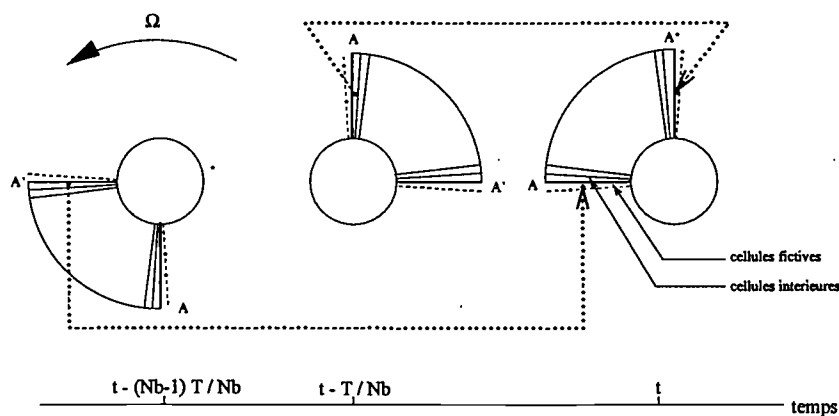


Figure 2.12: Schéma de principe de la condition de périodicité spatio-temporelle (cas $N_b = 4$ et $N_d = 1$)

On est donc à même d'exprimer une relation entre les points M' et M des faces A et A' (voir les notations sur la figure 2.12), par identification:

$$\Phi(M', t) = \Phi(M, t - \sigma'_A) \quad ; \quad \Phi(M, t) = \Phi(M', t - \sigma_A) \quad (2.63)$$

pour une variable scalaire, et pour une variable vectorielle $\vec{\Phi}$:

$$\vec{\Phi}(M', t) = R_\theta \vec{\Phi}(M, t - \sigma'_A) \quad ; \quad \vec{\Phi}(M, t) = R_{-\theta} \vec{\Phi}(M', t - \sigma_A) \quad (2.64)$$

où:

$$\sigma'_A = +\sigma_b = T_\Omega \frac{N_d - N_b}{N_b N_d} \quad ; \quad \sigma_A = -\sigma_b = T_\Omega \frac{N_b - N_d}{N_b N_d} \quad (2.65)$$

Soit, dans le cas d'une distorsion à motif unique (voir illustration figure 2.12):

$$\sigma'_A = \frac{T_\Omega}{Nb} ; \sigma_A = \frac{(Nb-1)T_\Omega}{Nb} = \frac{-T_\Omega}{Nb} \text{ modulo } T_\Omega \quad (2.66)$$

D'un point de vue numérique, plusieurs méthodes ont été décrites dans la littérature permettant d'exploiter ces conditions. Celle qui a été retenue est la méthode dite de stockage directe décrite par Erdos dans la réf. [40]. Elle consiste à stocker, pour chaque pas de temps de la dernière période écoulée, les valeurs du vecteur d'état dans les cellules intérieures adjacentes aux faces latérales du domaine de calcul, pour les réinjecter en tant que condition aux limites en tenant compte du décalage temporel σ . Cette méthode peut donc être pénalisante à cause de la quantité de mémoire qu'elle requière. On peut chiffrer cette surconsommation sur la base du calcul 2 D instationnaire présenté dans le chapitre 4: avec une discrétisation temporelle de 400 pas de temps par période, il faut stocker deux rangées de cellules, pour les faces latérales des deux côtés du domaine, qui comprennent chacun 122 points, soit $400 \times 2 \times 2 \times 122 \simeq 200000$ réels à stocker. Avec les méthodes numériques retenues pour ce calcul, le fonctionnement du code NSMB nécessite d'allouer de la mémoire pour 56 réels par cellules du domaine, qui comprend dans notre cas environ 40000 cellules (fictives compris), soit 2,24 millions de réels à stocker. Le surcoût est donc d'environ 10 %, ce qui n'est pas négligeable, mais acceptable ².

Une méthode plus économique (voir par exemple les réf. [108], [62]), repose sur une reconstruction du signal par les premiers harmoniques d'une série de Fourier. Elle n'a pas été considérée ici car la consommation en mémoire n'est pas excessive grâce à l'usage de la méthode de pas de temps dual, qui permet une discrétisation temporelle moins fines que les méthodes explicites souvent employées.

Citons ensuite le travail de Giles (réf. [53]), qui utilise la périodicité spatio-temporelle pour résoudre les équations de Navier-Stokes en utilisant le concept de plans "inclinés dans le temps". Cette technique consiste à effectuer un changement de variable dans les équations résolues entre le temps t et la direction azimutale θ de sorte qu'on puisse appliquer une condition de périodicité instantanée (au sens du nouveau temps "incliné") entre les faces latérales. Cette technique, attrayante car elle n'implique aucun surcoût en mémoire, présente l'inconvénient d'être restreinte à des nombres de Mach transverses faibles, car l'inclinaison autorisée du plan de calcul est limitée par les lignes caractéristiques de l'équation d'Euler. De plus, l'implantation informatique du changement de variable dans un code aussi général que NSMB représente un travail dépassant le cadre de cette thèse.

Notons que c'est une variante de la méthode de stockage directe qui a été programmée dans NSMB. En effet, Chen et Barter (réf. [24]) ont montré qu'il était profitable de sous-relaxer ce processus, en stockant la moyenne pondérée du vecteur d'état obtenu par le schéma numérique, et du vecteur d'état anciennement stockée. En employant un coefficient de sous-relaxation de 0,5, ils obtiennent un gain en stabilité et en convergence. On trouvera dans C.3.2 une confirmation de l'amélioration apportée par cette correction.

Néanmoins, même avec cette amélioration, la méthode du stockage directe présente l'inconvénient de nécessiter le calcul d'un long régime transitoire. Cependant cet inconvénient est largement

²Notons que pour des applications tridimensionnelles, ce surcoût doit être doublé, le stockage de deux plans de maillage étant nécessaire pour les applications bidimensionnelles avec NSMB

compensé par le gain réalisé en restreignant la simulation à un unique canal. Ce gain est d'autant plus important que le nombre de canaux de la machine est grand.

2.4 Conclusion

Après une brève présentation des méthodes numériques disponibles dans le solveur NSMB et des options retenues pour cette étude, la méthode employée pour prendre en compte la rotation de la machine a été exposée. Cette méthode, à laquelle on fait référence sous le nom d' "ALE stationnaire", consiste à appliquer la démarche volumes finis sur des mailles en mouvement, en écrivant les équations de Navier-Stokes dans un référentiel galiléen, mais en les projetant dans le repère mobile. Cette méthode a été validée sur un cas d'écoulement en rotation.

Dans un deuxième temps, le traitement numérique des conditions aux limites a été détaillé. Notamment, les conditions aux limites développées pour les simulations d'écoulements dans les turbomachines dans le cadre de ce travail ont été décrites:

- condition d'entrée subsonique de "réservoir" (condition réfléchissante),
- équilibre radial dans le cadre d'une condition de sortie subsonique partiellement réfléchissante,
- condition de périodicité azimutale instantanée afin de restreindre les simulations stationnaires à un seul canal inter-aubes,
- condition de "phase-lag" afin de restreindre les simulations instationnaires à un seul canal inter-aubes. Cette condition repose sur une hypothèse de périodicité spatio-temporelle de l'écoulement, selon laquelle il existe une relation linéaire entre les variables de temps et de direction circonférentielle.

On trouvera des test de validation de ces conditions aux limites dans les annexes B et C.

Dans le chapitre suivant, on présente les premiers résultats obtenus à l'aide du solveur NSMB adapté aux turbomachines. On étudiera l'écoulement stationnaire dans le rotor de la soufflante de l'ASTAFAN. L'analyse de l'écoulement sera effectuée à partir de calculs bidimensionnels non visqueux, puis bidimensionnels visqueux, et enfin tridimensionnels visqueux.

Chapitre 3

Analyse de l'écoulement stationnaire dans la soufflante de l'ASTAFAN

Dans ce chapitre, on présente les résultats de simulations stationnaires réalisées sur le rotor isolé d'une soufflante de réacteur. Pour permettre une analyse des mécanismes de base, une démarche progressive a été suivie : on a réalisé en premier lieu une simulation bidimensionnelle non visqueuse, puis une simulation bidimensionnelle visqueuse. Enfin, une simulation du cas tridimensionnel visqueux a été effectuée. Les résultats obtenus sont exposés dans cet ordre dans la suite du mémoire.

Pour tous ces cas, la comparaison avec des résultats expérimentaux permet de valider l'utilisation de NSMB dans le cadre de l'écoulement stationnaire dans une roue isolée de turbomachine. De plus, ces résultats numériques permettent une analyse détaillée de l'écoulement, sur la base d'informations inaccessibles par un dispositif expérimental.

Il convient également de situer cette étude stationnaire par rapport à l'objectif de cette thèse, qui est l'étude des effets d'une distorsion amont se traduisant par une instationnarité de l'écoulement. L'étude de cet écoulement instationnaire doit suivre la même démarche que pour l'étude stationnaire (2D non visqueux, 2D visqueux, 3D visqueux). Dans le cadre de cette thèse, seule la première phase, correspondant à une étude plus fondamentale, est effectuée (chapitre 4). Dans ce but, l'étude stationnaire présentée dans ce chapitre nous permettra de juger de la représentativité d'une simulation bidimensionnelle et non visqueuse par rapport à l'écoulement dans la machine réelle.

3.1 Validation numérique

Des calculs dont le but est la validation des méthodes numériques développées spécifiquement pour les calculs d'écoulements dans les turbomachines, ou utilisées pour la première fois dans ce cadre, ont également été réalisés sur le cas bidimensionnel. Afin d'alléger la lecture, ces résultats sont rassemblés dans l'annexe B.

On résume ici les principales conclusions :

- l'utilisation de la méthode ALE, sur un cas de maillage en translation, conduit précisément aux mêmes solutions qu'un calcul réalisé avec un maillage fixe. Ce résultat a été établi

avec un schéma de Roe précis au deuxième ordre, avec des limiteurs de Van Leer. C'est pourquoi, dans la suite, c'est souvent ce schéma qui sera employé. Dans le cas contraire (schéma centré), on vérifiera que les mêmes résultats sont obtenus avec le schéma de Roe.

- le même résultat a été établi pour des calculs visqueux n'utilisant pas de modèle de turbulence,
- les adaptations du modèle de Baldwin Lomax pour utiliser celui-ci dans le cadre de la méthode ALE ont été validées. Des différences négligeables, par rapport au calcul équivalent réalisé sans ALE, ont été observées. On utilisera donc ce modèle pour les simulations visqueuses et turbulentes, avec la méthode ALE,
- la condition de réservoir a été validée.

Cette étude préliminaire a donc permis de valider le logiciel NSMB et de l'exploiter sur une configuration réelle de turbomachine.

3.2 Présentation du cas test

L'ASTAFAN est un turboréacteur conçu par TURBOMECA et monté sur un banc d'essai au Laboratoire d'Aérodynamique et de Propulsion (LAMEP) de l'Ecole Nationale Supérieure de l'Aéronautique et de l'Espace à Toulouse. La soufflante (appelée aussi "fan", ou compresseur basse pression) de ce réacteur, composée d'un rotor et d'un redresseur, présente la particularité d'avoir des pales à calage variable. Le turboréacteur fonctionnant à vitesse de rotation constante, c'est le réglage par commande hydraulique du calage de la soufflante qui permet de contrôler le régime.

Ce cas est bien adapté pour valider l'utilisation de NSMB en turbomachine, car des mesures détaillées ont été faites sur le rotor de la soufflante de cette machine (pressions totales et statiques, température statique et direction de la vitesse en une vingtaine de positions radiales dans un plan en amont du rotor et un plan aval), en régime stationnaire, fournissant ainsi une base de résultats expérimentaux adaptée à l'étude de roue isolée que nous voulons effectuer.

De plus, des mesures instationnaires ont été effectuées sur cette machine en présence d'une distorsion d'entrée. La même géométrie sera donc réutilisée pour l'analyse instationnaire.

Les caractéristiques du rotor de la soufflante de cette machine pour le calage nominal sont détaillées ci-dessous (seule la géométrie correspondant au calage nominal est considéré dans cette étude).

3.3 Ecoulement bidimensionnel

Sur les 17 coupes définissant la géométrie de l'ASTAFAN (2 fois 23 points par coupe), on en a choisi une, et on a développé l'espace inter-aube dans un plan (la largeur du canal vaut donc $2\pi r/N_b$, r étant le rayon de la coupe et N_b le nombre de pales). La coupe choisie est la coupe n° 10, correspondant à $r = 226,4$ mm. D'après les résultats d'un calcul méridien effectué par le LAMEP, l'écoulement sur cette surface présente peu d'effets tridimensionnels (c'est à dire que la surface de courant issue de $r = 226,4$ mm s'écarte peu de de cette coupe cylindrique), justifiant le calcul bidimensionnel. On verra dans la section 3.4, en comparant avec la simulation tridimensionnelle, dans quelle mesure cette hypothèse de bidimensionnalité est respectée. Notons

Nombre de pales	11
R carter	0.28 m
R moyeu	0.115 m
Corde (moyeu)	88 mm
Corde (carter)	112 mm
Corde (coupe n° 10)	104 mm
Corde axiale (coupe n° 10)	76,5 mm
Calage (moyeu)	10,5°
Calage (carter)	54°
Calage (coupe n° 10)	42°
Vitesse de rotation	9705 tr / mn
Débit nominal	37.5 kg / s
Vitesse débitante	160 m / s
Taux de compression	1,24
Saut de pression statique	18470 Pa

Tableau 3.1: Caractéristiques de la soufflante de l'ASTAFAN (rotor isolé)

que le fait de développer le cylindre dans un plan transforme le mouvement de rotation du rotor en mouvement de translation, mais, puisque que la gestion de la rotation dans NSMB se fait avec la méthode ALE (cf section 2.2), on pourra valider cette méthode sur ce cas bidimensionnel en imposant un mouvement de translation au maillage (ce qui ne serait évidemment pas possible si on avait choisi de résoudre les équations dans le repère tournant avec la machine).

Afin d'aborder progressivement les difficultés, la première simulation de l'écoulement dans le rotor de la soufflante de l'ASTAFAN est un calcul 2D non visqueux. Une simulation visqueuse sur le même cas bidimensionnel a ensuite été réalisée.

3.3.1 Cas non visqueux

3.3.1.1 Maillage

Le maillage utilisé pour simuler l'écoulement autour de la coupe n° 10 a été généré avec le logiciel *ICEMCFD-HEXA*. A partir des points définissant la coupe n° 10, le profil de la pale a été obtenu en faisant passer une B-spline par ces points, puis le profil a été fermé par une autre B-spline, tangente aux extrémités intrados et extrados. L'entrée est placée à $x = -250$ mm (2 cordes en amont du bord d'attaque), et la sortie à $x = 800$ mm (presque 8 cordes en aval du bord de fuite), l'origine des x correspondant à l'axe de superposition des profils. Dans le dispositif expérimental, les plans de mesures amont P1 et aval P2 se situent à $x = -92$ mm et $x = 64,5$ mm, mais pour la plupart des calculs effectués, on n'a noté que des variations négligeables entre les plans de mesures et les plans d'entrée et de sortie du maillage.

Pour valider la position du plan d'entrée, on peut se référer aux travaux de Greitzer (réf. [56]) qui a quantifié la décroissance des effets potentiels en amont d'une roue. D'après ses travaux, leur intensité évolue comme:

$$e^{(-2\pi\sqrt{1-M^2}\frac{\Delta x}{S})} \quad (3.1)$$

où M est le nombre de Mach relatif local, Δx la distance à la source, et S le pas interaube. Cette formule nous permet d'estimer l'intensité des effets potentiels au niveau du plan P1 à environ 20 % de l'intensité à la source (le bord d'attaque), et à moins de 0,5 % pour la frontière amont. Cette estimation montre que le plan d'entrée est suffisamment éloigné du bord d'attaque pour respecter l'uniformité de la pression statique au niveau du plan d'entrée, à quelques centaines de pascals près au plus.

Le maillage obtenu, que l'on peut voir sur la figure 3.1, est de type HOH, c'est à dire qu'il est composé d'un bloc en O autour des pales, et de blocs en H entre les pales et pour les parties amont et aval. Un seul canal interaube est maillé, la coupure se situant au milieu des bords d'attaque et de fuite. Ce maillage comprend 17560 cellules par plan (deux rangées de cellules sont nécessaires pour les schémas spatiaux de NSMB). 100 points sont utilisés pour décrire chaque face de la pale, plus 16 pour l'arrondi du bord d'attaque et 16 pour celui du bord de fuite. Dans la direction transversale, le maillage comprend 80 points. En entrée, la taille de la première maille dans la direction axiale est de 25 mm, et 50 mm pour la sortie. Ces mailles allongées permettent de dissiper les ondes se réfléchissant sur les faces d'entrée/sortie, réflexions qui peuvent rendre plus difficile la convergence des calculs stationnaires et parasitent les calculs instationnaires. L'épaisseur des mailles adjacentes aux parois est de 0,06 mm.

3.3.1.2 Stratégie numérique

Dans ce calcul, la méthode ALE a été utilisée pour prendre en compte le déplacement des aubes. La vitesse de déplacement du maillage est uniforme, parallèle à l'axe y , et vaut -230,09 m/s, correspondant à la vitesse d'entraînement due à la rotation à $r = 226.4$ mm.

En entrée de domaine, la condition de réservoir (cf section 2.3.2.4) impose la pression totale, la température totale et la direction de la vitesse. Les valeurs imposées sont celles mesurées au plan P1 (on vérifie à l'issue du calcul qu'on conserve ces grandeurs du plan frontière jusqu'au plan de mesure) au rayon $r = 226.4$ mm: 98860 Pa, 287,9 K, et $2,16^\circ$ d'incidence absolue (dans le sens des y positifs, opposé à la vitesse de rotation). En sortie, une condition partiellement réfléchissante a été utilisée: la pression de rappel finalement imposée est égale à 113138,8 Pa. On explique plus bas dans le texte comment cette valeur a été choisie.

Aux parois, on impose la condition de glissement adiabatique décrite dans 2.3.2.1. La discrétisation spatiale utilise un schéma de Roe du 2^{ème} ordre avec des limiteurs de Van Leer, et le système résultant de la discrétisation implicite des équations du mouvement est résolu par la méthode LU-SGS (3 passages LU par itération) avec l'approximation scalaire du jacobiens des flux. (La méthode reposant sur une approximation matricielle permet une convergence plus rapide, mais elle est moins robuste sur ce cas et a été écartée afin de faciliter les comparaisons entre différents calculs, voir annexe B).

Le jeu de conditions aux limites entrée / sortie retenu permet d'utiliser la pression de sortie pour faire varier la vitesse débitante, en jouant sur la différence de pression entre le "réservoir" (vitesse nulle et pression statique égale à la pression totale imposée), et la sortie. La valeur de pression de sortie a donc été ajustée de manière à avoir un nombre de Mach (absolu) à l'infini amont le plus proche possible de celui mesuré au plan amont (0.48425). Tous les écarts avec l'expérience sont ainsi repoussés en aval, et c'est la comparaison des grandeurs aérodynamiques en P2 qui validera le calcul.

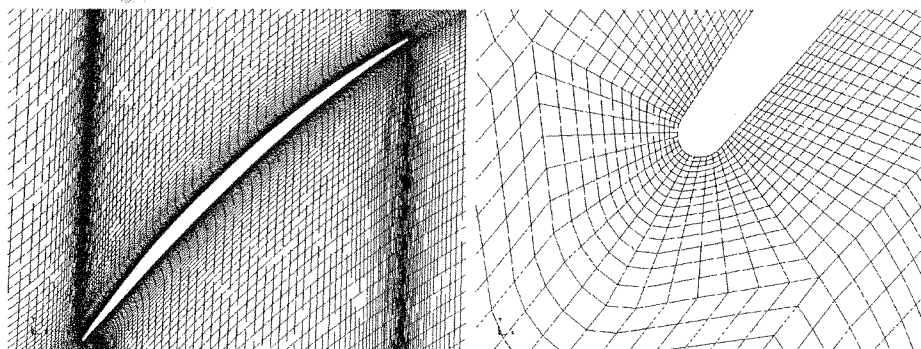
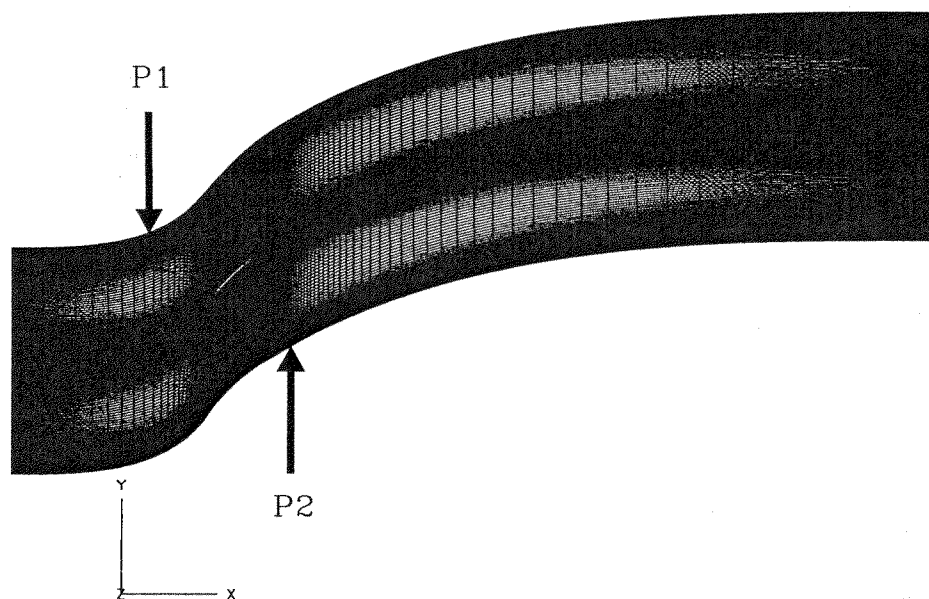


Figure 3.1: Maillage utilisé pour les calculs 2D Euler (domaine complet, pale, bord d'attaque). Deux passages interaubes sont représentés pour plus de clarté

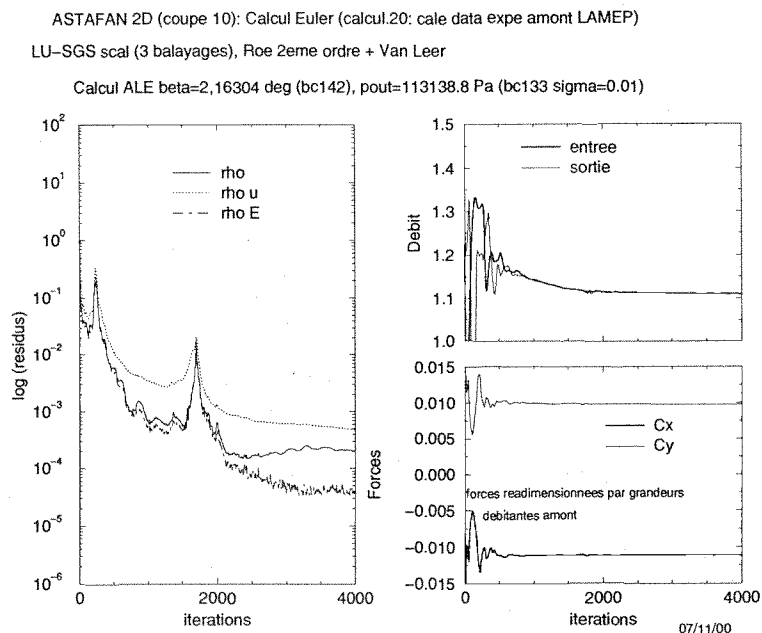


Figure 3.2: Convergence du calcul 2D Euler

3.3.1.3 Analyse des résultats

La figure 3.2 montre l'historique de convergence de ce calcul en terme de résidus, de débit entrée-sortie et d'efforts sur l'aubage. On voit que 4000 itérations sont nécessaires pour faire descendre les résidus sur ρ et ρE de 4 ordres et converger en débit, mais le calcul est convergé en efforts après 2000 itérations.

Les figures 3.3 à 3.4 permettent d'analyser l'écoulement autour des pales. Celui-ci est transonique et exempt de recirculation. La pression et la vitesse varient peu sur l'intrados, mais côté extrados, on observe une structure d'onde de choc, composée d'une première onde de choc oblique (onde de choc faible), puis d'une onde de choc droite (onde de choc transsonique forte). L'onde de choc transonique apparaît à un tiers du profil (en $x \simeq -12,5$ mm), et s'étale sur trois mailles. Au voisinage du bord d'attaque, l'écoulement subit une forte accélération (jusqu'à un nombre de Mach de 2.19) sur une très courte distance. Cette forte accélération est due à la forte courbure du bord d'attaque (épais de 0.36 mm), que l'écoulement doit suivre entre le point d'arrêt et l'extrados (voir figure 3.7). A l'intérieur du canal, cette accélération se traduit par une onde de choc faible, qui produit peu d'entropie au regard de l'onde de choc forte (voir figure 3.5). En aval de ce maximum de vitesse, l'écoulement sur l'extrados est ralenti jusqu'à $x = -25$ mm (le bord d'attaque de situe à $x = -34,7$ mm), puis très légèrement réaccélééré (voir figure 3.6) jusqu'à devenir subsonique au passage de l'onde de choc. En aval de celui-ci, il est encore ralenti sous l'effet du gradient de pression adverse.

La carte d'entropie (figure 3.5) révèle une source ponctuelle de forte création d'entropie (donc de pertes), vers le pied de l'onde de choc transonique. Cette sur-production d'entropie, plus forte qu'à travers le reste de l'onde de choc, semble avoir une origine purement numérique. Aubert (réf. [3]) a montré que ce genre de phénomène était une conséquence de la séparation de flux du schéma numérique dans le cas où le maillage n'est pas adapté à l'onde de choc. La figure 3.8, qui

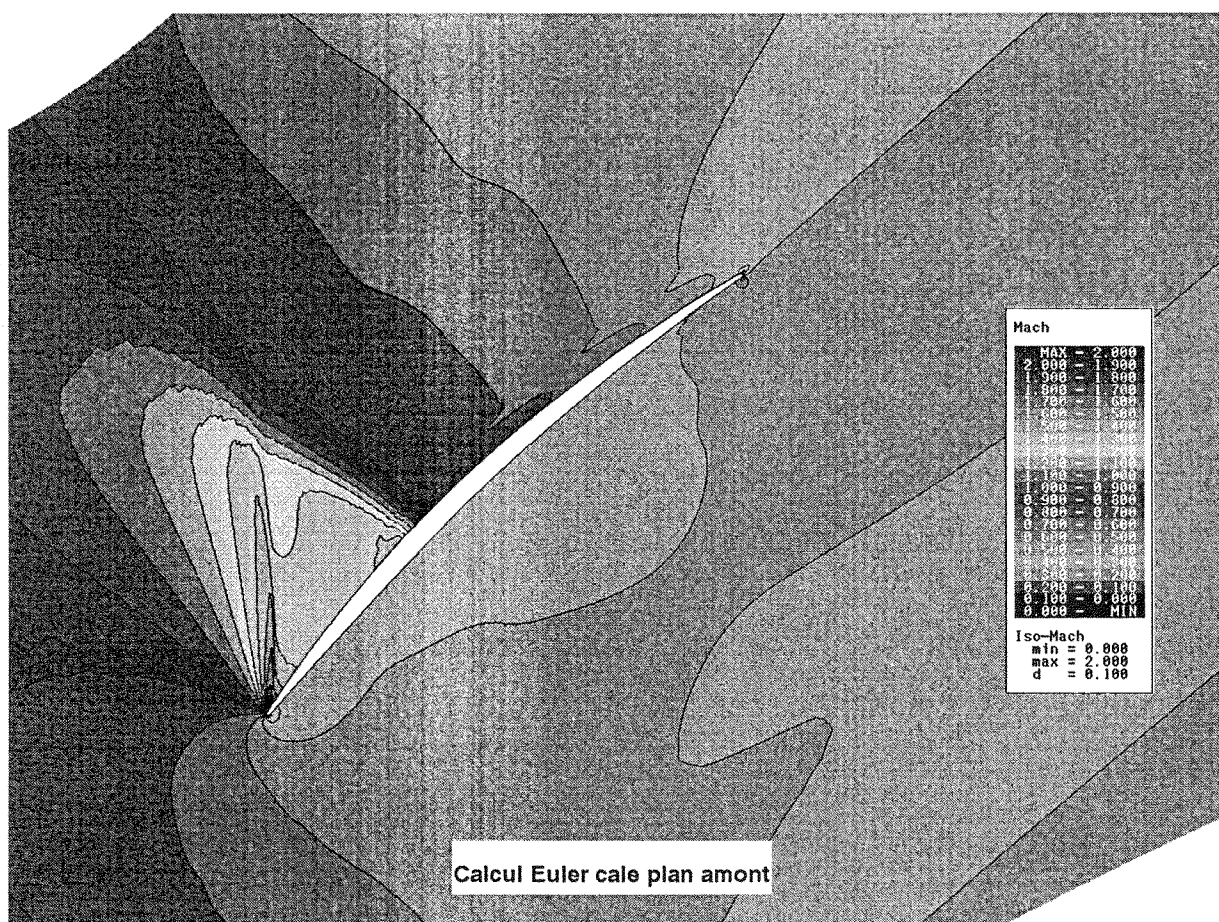


Figure 3.3: Isocontours du nombre de Mach relatif autour du profil (calcul Euler)

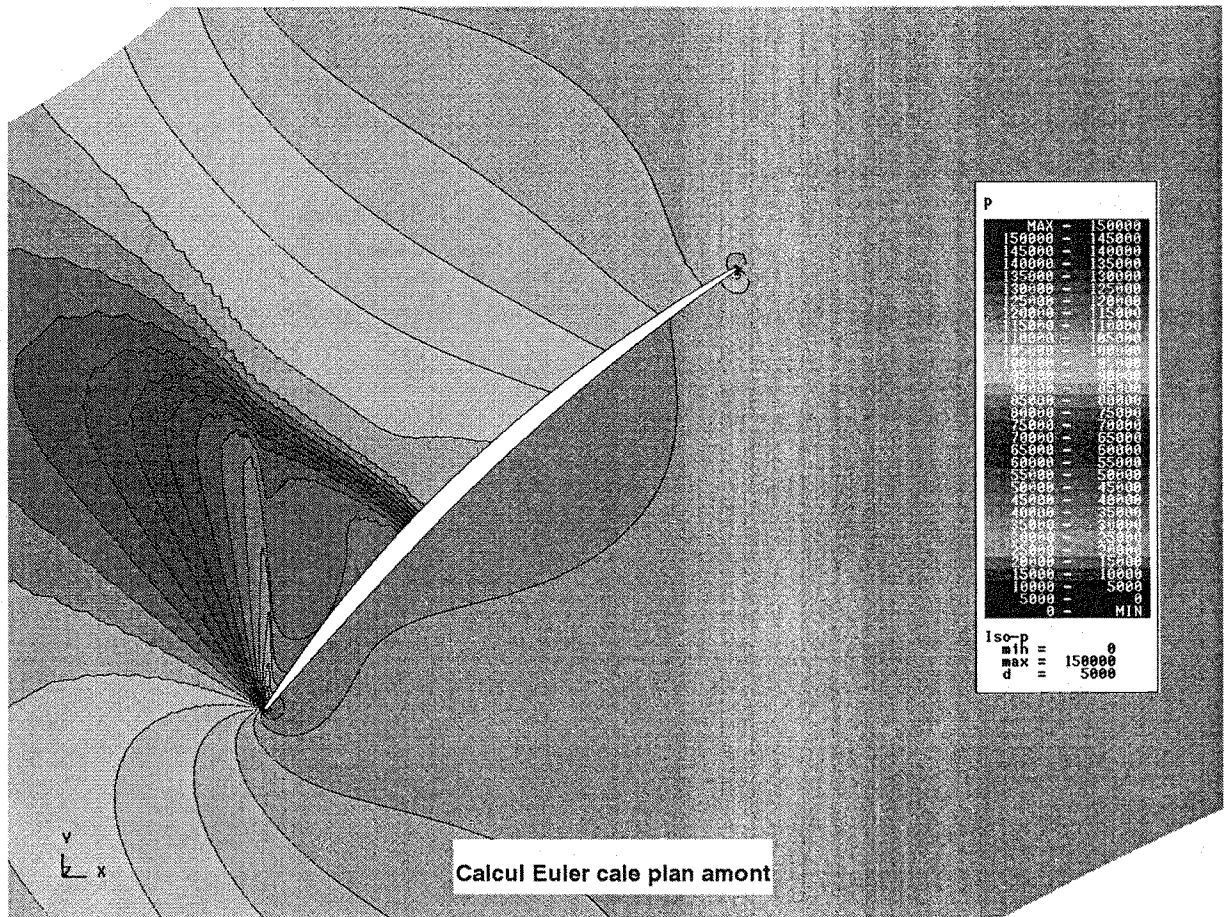


Figure 3.4: Isocontours de pression statique autour du profil (calcul Euler)

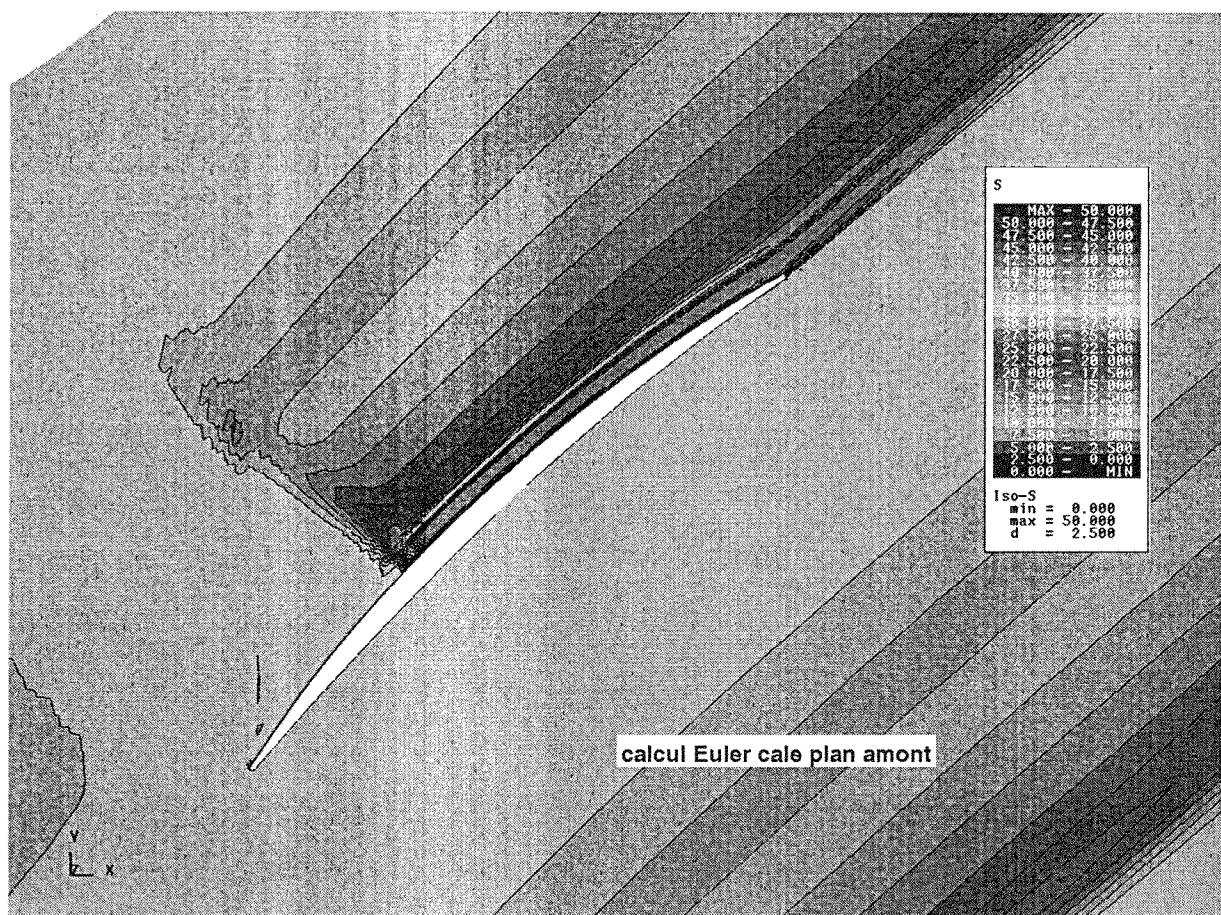


Figure 3.5: Isocontours d'entropie autour du profil (calcul Euler)

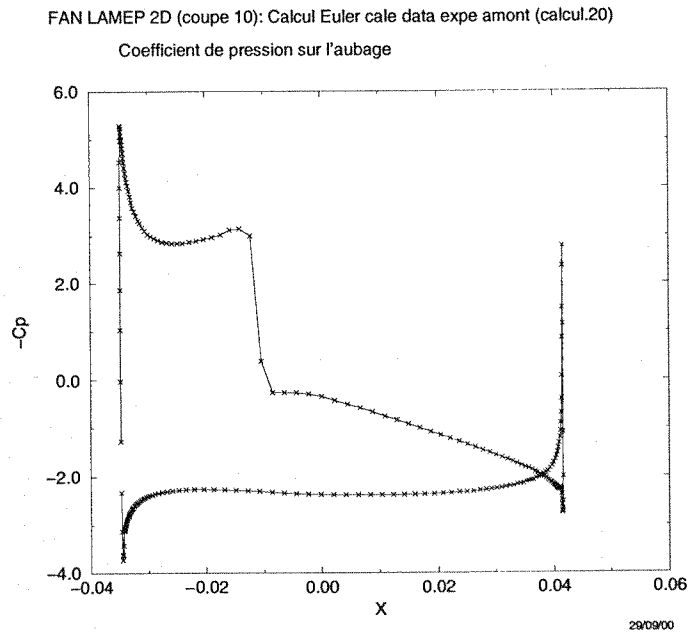


Figure 3.6: Répartition du coefficient de pression statique autour du profil pour le calcul Euler (adimensionnalisation par les grandeurs p , ρ et vitesse débitante d'entrée: $C_p = \frac{p - p^{in}}{\frac{1}{2} \rho^{in} u_2^{in2}}$)

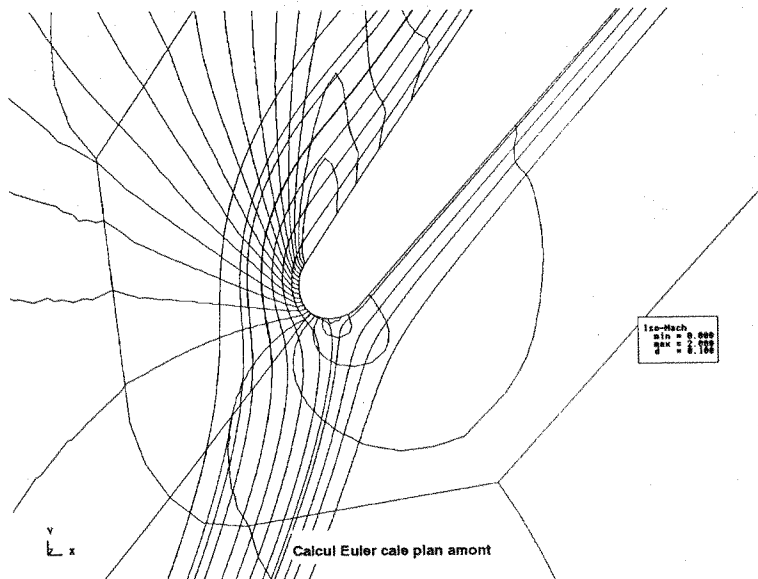


Figure 3.7: Bord d'attaque: nombre de Mach et lignes de courant (calcul Euler)

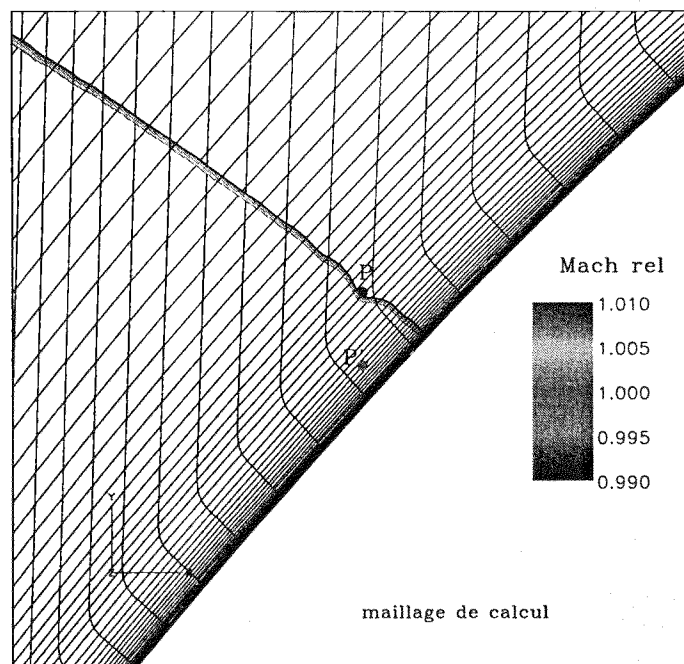


Figure 3.8: Position de l'onde de choc droite par rapport au maillage (calcul Euler)

représente le maillage utilisé pour le calcul, agrandie autour du pied de l'onde de choc, montre en effet qu'au point P où est localisée la production d'entropie, l'onde de choc passe d'une maille à l'autre. Plus précisément, le passage de la zone supersonique à la zone subsonique s'accompagne numériquement d'un "overshoot", de part et d'autre de la discontinuité. Dans notre cas, il semble que la différence entre l'"overshoot" en P et l'"overshoot" une ligne de maillage en dessous rompe dans un premier temps l'équilibre transversal des flux, et la génération d'entropie est une conséquence de la réaction du schéma, qui tend à rétablir l'équilibre des flux. Cette production ponctuelle d'entropie a des conséquences en aval de l'onde de choc transsonique sur d'autres variables, comme le cisaillement visible sur la figure 3.3.

En ce qui concerne les grandeurs globales, ce calcul prédit un taux de compression (défini comme le rapport des pressions totales de sortie et d'entrée) de 1,36, à comparer à la valeur expérimentale, calculée avec les pressions totales aux rayon équivalent, de 1,29. Outre les erreurs introduites par la discrétisation, cette différence peut être due à des effets tridimensionnels présents sur le cas expérimental. De plus, une partie importante des pertes dans une turbomachine est souvent attribuée à l'interaction entre l'onde de choc et la couche limite. Ce phénomène est évidemment absent dans cette simulation non-visqueuse. Quant au débit, il vaut pour ce calcul $Q^{2D} = 22,18 \text{ kg/s/m}$ (débit massique ramené à une unité de longueur dans la troisième direction et pour un passage interaube). On peut extrapoler ce débit au ventilateur entier, en supposant la vitesse débitante indépendante du rayon:

$$Q^{3D} = N_b \frac{R_{ext}^2 - R_{int}^2}{2 r_{coupe10}} Q^{2D} = 35,12 \text{ kg / s}$$

à comparer au débit expérimental: 34,5 kg / s. La vitesse axiale en entrée correspondante vaut

161,0 m / s.

Les tableaux 3.2 et 3.3 récapitulent différentes grandeurs thermodynamiques dans des plans situés aux mêmes positions que les plans de mesure amont P1 ($x = -92\text{mm}$) et aval P2 ($x = 64,5\text{mm}$). Dans ces tableaux, les valeurs moyennes sont obtenues par deux types différents d'opérateurs de moyenne : la moyenne arithmétique a été appliquée sur la pression statique, les variations de cette variable étant essentiellement liée aux ondes de type acoustique, alors qu'on a appliqué une moyenne pondérée par le débit pour les autres grandeurs, plutôt associées aux effets convectifs: le nombre de Mach, les pressions totales, les températures totales, la vitesse. De plus, on a reporté les valeurs extrémales rencontrées dans ces sections, afin de juger de l'uniformité dans la direction circonférentielle de ces variables.

	mesurées (interp. à $r=226,4$ mm)	calculée			écart relatif calcul - expé
		moyenne	min	max	
α	2,16°	2,04°	-2,22°	6,78°	-5,9 %
M_A	0,4842	0,4871	0,4530	0,5242	0,6 %
β	55,72°	55,61°	54,02°	57,18°	-0,2 %
M_R	0,8592	0,8606	0,8136	0,9150	0,16 %
p	84209 Pa	84092 Pa	79363 Pa	88245 Pa	-0,14 %
p_t	98860 Pa	98908 Pa	95173 Pa	102233 Pa	0,05 %
T_t	287,9 K	287,9 K	284,8 K	290,7 K	0 %
p_{tR}	136360 Pa	136360 Pa	136263 Pa	136475 Pa	0 %
T_{tR}	316,6 K	315,6 K	315,5 K	315,7 K	-0,3 %

Tableau 3.2: Grandeurs en amont des aubages pour le calcul Euler (plan P1, $x = -92\text{mm}$)

	mesurées (interp. à $r=226,4$ mm)	calculée			écart relatif calcul - expé
		moyenne	min	max	
α	-28,38°	-41,50°	-48,27°	-38,53°	31,6 %
M_A	0,5294	0,5046	0,4958	0,5115	-4,9 %
β	41,98°	40,95°	40,54°	41,37°	-2,5 %
M_R	0,6272	0,5001	0,4379	0,5279	-25 %
p	105641 Pa	113074 Pa	112750 Pa	113419 Pa	6,6 %
p_t	127863 Pa	134548 Pa	133405 Pa	135246 Pa	5 %
T_t	308,5 K	315,9 K	314,6 K	319,0 K	2,3 %
p_{tR}	137798 Pa	134196 Pa	128669 Pa	136354 Pa	-2,7 %
T_{tR}	315,1 K	315,6 K	315,3 K	315,7 K	0,16 %
τ	1,293	1,36			4,9 %
p_{tR}^{isent}	135453 Pa	136350 Pa			0,6 %
η_{ch}	0,840	0,984			14,9 %

Tableau 3.3: Grandeurs en aval des aubages pour le calcul Euler (plan P2, $x = 64,5$ mm)

La pression statique, la température statique et les angles de la vitesse relative sont assez uniformes selon la direction transversale du canal, mais il n'en va pas de même pour le Mach relatif,

car dans le plan de mesure P2, la différence de vitesse générée entre l'intrados et l'extrados de l'aubage est encore bien visible (écart de 0,09, voir figure 3.10). Cette variation du Mach relatif induit une non-uniformité de l'angle α (angle des vitesses absolues, défini positif dans le sens inverse de la rotation, i.e. pour une vitesse absolue à composante positive selon y) qui varie de 10 degrés sur la largeur du canal.

Par rapport aux résultats expérimentaux du LAMEP, le tableau 3.2 montre qu'en amont des pales, la simulation retrouve fidèlement les conditions aérodynamiques de l'expérience. La différence entre les points de fonctionnement ne dépendra donc que des grandeurs en aval. Cette concordance dans le plan P1 est naturelle, car on rappelle que les grandeurs qui n'ont pas été imposées par les conditions aux limites d'entrée (le nombre de Mach, ou de manière équivalente la pression statique) ont été "calées", c'est à dire qu'on a réglé la pression statique de sortie de telle sorte que ces grandeurs aient les mêmes valeurs que dans les résultats expérimentaux, plutôt que d'imposer la valeur de pression mesurée expérimentalement. Tous les écarts avec l'expérience sont ainsi repoussés en aval. De plus, on a la confirmation que les grandeurs moyennes sont bien conservées entre la frontière amont et le plan P1. On jugera donc de la validité des résultats fournis par NSMB à l'aide des résultats en P2.

Dans le repère relatif, l'angle de la vitesse en P2 est proche de celui mesuré expérimentalement, mais le nombre de Mach est fortement sous-estimé (25 %). Les écarts sur les pressions et températures totales relatives sont faibles. Notamment, la température totale relative, dont les variations sont liées exclusivement aux phénomènes visqueux, évolue de moins de 0,03 % entre P1 et P2. On en déduit que les pertes numériques sont globalement faibles, malgré la production numérique d'entropie observée au point P. Dans le repère absolu, l'erreur sur la pression totale ainsi que sur le nombre de Mach est faible (5 % pour ces deux variables), mais en revanche l'angle de la vitesse est mal prédit. Cette mauvaise prédiction est à rapprocher de l'erreur sur le module de la vitesse relative, comme on peut s'en convaincre grâce à la figure 3.9 où les triangles de vitesse sont tracés à l'échelle. En effet, l'angle de la vitesse relative est facile à prédire, puisqu'il est directement lié à la géométrie du profil. Mais une erreur sur la norme de cette vitesse aura des répercussions immédiates sur l'angle de la vitesse relative, sans trop modifier la norme de la vitesse absolue.

En ce qui concerne le taux de compression, la valeur prédite diffère de 5 % par rapport à l'expérience, ce qui est acceptable. Par contre, on observe moins de pertes de charges (η_{ch}^1) dans les résultats du calcul NSMB. Ce résultat est cohérent avec une modélisation non visqueuse, les seules pertes prises en compte étant celles liées à l'onde de choc, et les pertes visqueuses étant négligées. Notons que si le calcul prédit une perte de pression totale relative d'environ 2000 Pa au passage de la zone aubée, les résultats expérimentaux montrent un gain de plus de 1000 Pa, suggérant des effets tridimensionnels plus importants que ce qu'on pouvait espérer. Ces effets tridimensionnels pourraient alors expliquer les écarts entre résultats de calcul et résultats expérimentaux.

3.3.2 Cas visqueux turbulent

Les résultats précédents négligent les effets visqueux, qui sont connus pour être une cause non négligeable de pertes dans les turbomachines. Dans cette section, nous présentons les résultats

¹ η_{ch} : coefficient de perte de charge ($\eta_{ch} = \frac{p_{tR}^{P2}}{p_{tR}^{isent}}$ avec $p_{tR}^{isent} = p_{tR}^{P1} \left(\frac{T_{tR}^{P2}}{T_{tR}^{P1}} \right)^{\frac{\gamma}{\gamma-1}}$)

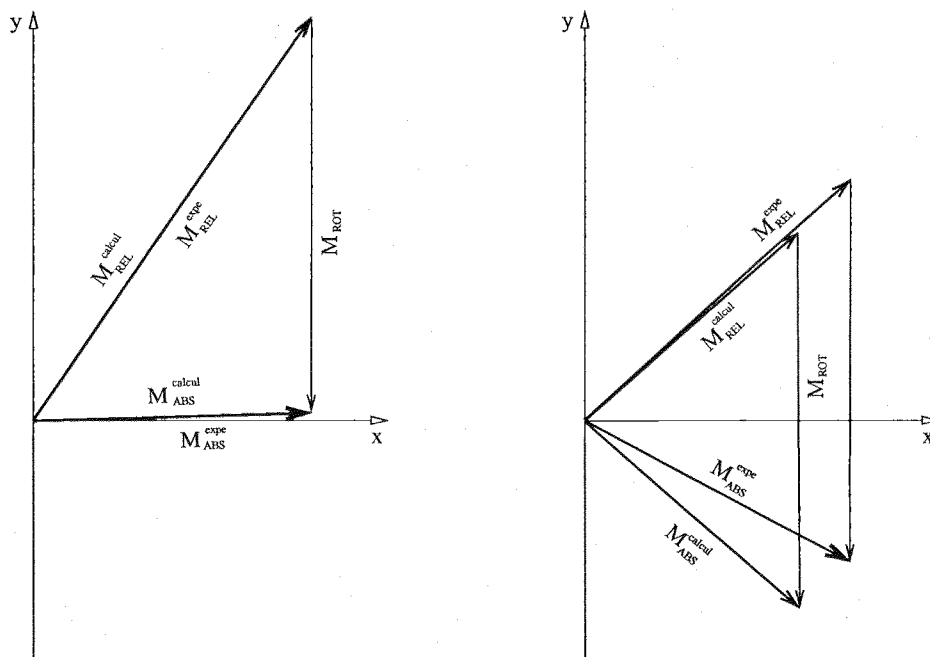


Figure 3.9: Triangle des vitesses dans le plan P1 (à gauche) et le plan P2 (à droite) : comparaison calcul - expérience (cas Euler)

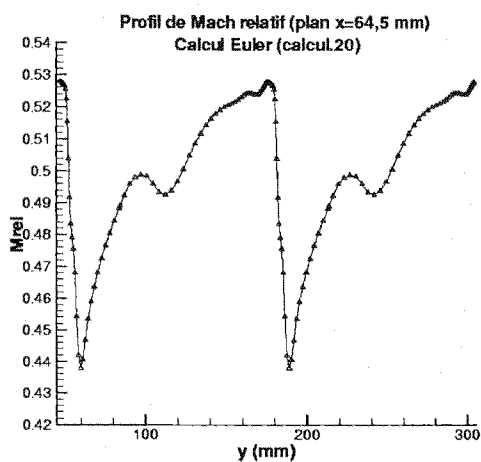


Figure 3.10: Calcul Euler: répartition du Nombre de Mach relatif dans le plan de mesure aval P2 ($x = 64,5$ mm)

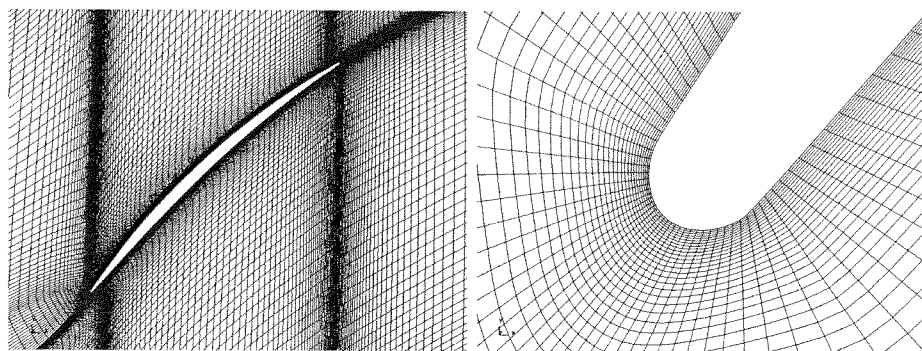


Figure 3.11: Maillage utilisé pour les calculs 2D Navier Stokes (maillages dupliqués)

d'un calcul prenant en compte les termes visqueux des équations de Navier Stokes, en utilisant le modèle de turbulence de Baldwin Lomax.

3.3.2.1 Maillage

Des vues de détail du maillage utilisé pour les calculs Navier Stokes sont présentées sur la figure 3.11. Ce maillage possède les mêmes caractéristiques que celui utilisé pour les calculs Euler, sauf pour les blocs en O (autour des pales) qui ont été raffinés. Le nombre de points décrivant les bords d'attaque et de fuite ont été doublés ainsi que le nombre de points dans la direction normale aux parois (32 cellules). On obtient ainsi une épaisseur de première maille de 0,01 mm. Pour tous les calculs effectués, cela correspond à un y^+ moyen de 2 à 5, ce qui est très acceptable pour le modèle de turbulence algébrique utilisé (Baldwin Lomax en l'occurrence).

De plus, le maillage a été lissé par une méthode de Sorenson (ce qui n'est pas le cas du maillage Euler).

3.3.2.2 Stratégie numérique

Les méthodes numériques utilisées pour ces calculs visqueux (turbulents) sont les mêmes que pour les calculs Euler, à l'exception de la condition de glissement aux parois qui est remplacée par une condition d'adhérence (décrite dans la section 2.3.2.1). Notons que les termes de flux visqueux sont discrétisés par un schéma centré du second ordre. La turbulence est prise en compte via le modèle algébrique de Baldwin Lomax. La formulation de ce modèle est présentée en annexe (section A.2.3).

3.3.2.3 Analyse des résultats

Les valeurs utilisées pour la condition d'entrée sont: $p_t = 98860$ Pa, $T_{tot} = 287,9$ K et $\alpha = 2,16^\circ$, déterminées d'après les mesures expérimentales dans le plan P1, pour une pression de sortie de 118000 Pa. L'état aérodynamique au niveau du plan P1 est résumé dans le tableau 3.4.

Ce tableau montre que le calage sur les grandeurs mesurées dans le plan amont n'est précis qu'à quelques pour cents (3,5 % en terme de nombre de Mach débitant). Le problème est que si on augmente encore la pression de sortie pour diminuer le Mach d'entrée (et augmenter l'incidence relative), le calcul ne converge plus aussi bien que ce qu'on peut observer sur la figure 3.12:

	mesurées (interp. à $r=226,4$ mm)	calculée			écart relatif calcul - expé
		moyenne	min	max	
α	2,16°	2,06°	-1,81°	6,27°	-1 %
M_A	0,4842	0,5045	0,4720	0,5394	4 %
β	55,72°	54,73°	53,29°	56,15°	-1,8 %
M_R	0,8592	0,8721	0,8271	0,9230	1,5 %
p	84209 Pa	83152 Pa	78714 Pa	87075 Pa	-1,3 %
p_t	98860 Pa	98895 Pa	95458 Pa	102018 Pa	0,03 %
T_t	287,9 K	287,9 K	285,0 K	290,5 K	0 %
p_{tR}	136360 Pa	136426 Pa	136339 Pa	136524 Pa	0,05 %
T_{tR}	316,6 K	315,7 K	315,6 K	315,7 K	-2,9 %

Tableau 3.4: Grandeurs en amont des aubes (plan P1, $x = -92$ mm - calcul visqueux)

	mesurées (interp. à $r=226,4$ mm)	calculée			écart relatif calcul - expé
		moyenne	min	max	
α	-28,38°	-39,07°	-76,75°	-36,69°	27 %
M_A	0,5294	0,5168	0,4975	0,5637	-2,4 %
β	41,98°	40,33°	39,40°	41,08°	-4 %
M_R	0,6272	0,5243	0,1688	0,5557	-19,6 %
p	105641 Pa	111280 Pa	110548 Pa	111837 Pa	5 %
p_t	127863 Pa	133515 Pa	130925 Pa	137169 Pa	4,2 %
T_t	308,5 K	314,9 K	313,3 K	325,3 K	2 %
p_{tR}	137798 Pa	134450 Pa	112784 Pa	136428 Pa	-2,5 %
T_{tR}	315,1 K	315,5 K	306,4 K	316,0 K	0,1 %
τ	1,293	1,350			4,2 %
p_{tR}^{isent}	135453 Pa	136213 Pa			0,6 %
η_{ch}	0,840	0,987			14,9 %

Tableau 3.5: Grandeurs en aval des aubes (plan P2, $x = 64,5$ mm - calcul visqueux)

la couche limite, du côté extradados, tend à décoller de manière instationnaire au delà de cette limite, à cause de l'interaction avec l'onde de choc. On pourrait théoriquement "retarder" ce décollement instationnaire en utilisant un schéma spatial plus dissipatif, mais cette instabilité étant bien physique, on a préféré accepter cet écart à l'amont plutôt que d'utiliser un schéma plus dissipatif, donc moins précis. Notons de plus que l'utilisation d'un autre schéma impliquerait de réaliser plusieurs calculs afin d'adapter la valeur de la pression de sortie au calage sur les grandeurs à l'amont non imposées par les conditions aux limites. Notons qu'il résulte de l'écart à l'amont une position de l'onde de choc droite identique au cas non visqueux, révélant un point de fonctionnement proche.

Les figures 3.14 à 3.18 montrent que l'écoulement, hors couches limites et sillages, concorde avec le calcul Euler. Notamment, La répartition du coefficient de pression sur l'aube (figure 3.14) montre que l'onde de choc est à la même position (à l'épaisseur de l'onde de choc près) ; elle est plus étalée à cause de la diffusion visqueuse. Elle est également d'intensité légèrement moindre.

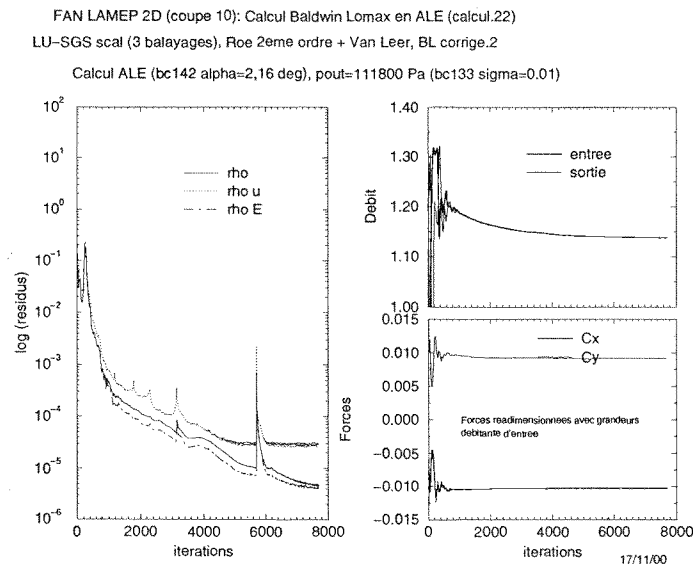


Figure 3.12: Convergence du calcul Baldwin Lomax en ALE

La couche limite extradors est décollée ; ce décollement s'étend du pied de l'onde de choc au bord de fuite, mais ne dépasse pas quelques mailles en épaisseur.

Dans le plan P2 (voir tableau 3.5), on retrouve l'uniformité de la pression statique et de l'angle β , et on peut voir sur la figure 3.19 un sillage marqué, dû à l'adhérence aux parois. On voit également l'effet du cisaillement sur la température, qui présente un pic dans le sillage (figure 3.20). Cette disparité du nombre de Mach et de la température induisent de grands écarts sur l'angle α , qui tombe à -76° au milieu du sillage.

La confrontation entre résultats de calcul et résultats expérimentaux dans la plan P2 mène aux mêmes conclusions que pour le cas non visqueux. Les écarts en terme de nombre de Mach sont un peu moins importants que dans le cas non visqueux (20 % dans le repère relatif, 2,5 % dans le repère absolu), et l'écart sur l'angle de la vitesse absolue est de $10,7^\circ$ (au lieu de $13,1^\circ$ dans le cas Euler). Le triangle de vitesse est tracé sur la figure 3.13.

On remarque dans le tableau 3.5 que la valeur du coefficient de pertes de charge est supérieure à celle obtenue dans le cas non visqueux, ce qui n'est *a priori* pas logique puisque les pertes visqueuses s'ajoutent aux pertes du calcul Euler. Mais rappelons que les débits ne sont pas rigoureusement identiques, et il se peut que les pertes visqueuses soient plus faibles que la différence de pertes dues aux ondes de choc entre les deux points de fonctionnement: la comparaison des figures 3.15 et 3.3 montre que l'onde de choc transsonique est plus forte pour le calcul Navier-Stokes que pour le calcul Euler (nombre de Mach en amont de l'onde de choc plus élevé : 1,31, contre 1,36 en Euler).

Il apparaît donc que la prise en compte des phénomènes visqueux n'apporte pas une modélisation beaucoup plus précise de ce cas bidimensionnel, ce qui confirme l'hypothèse que les disparités entre résultats de calcul et résultats expérimentaux sont dues à des phénomènes tridimensionnels présents sur le cas réel.

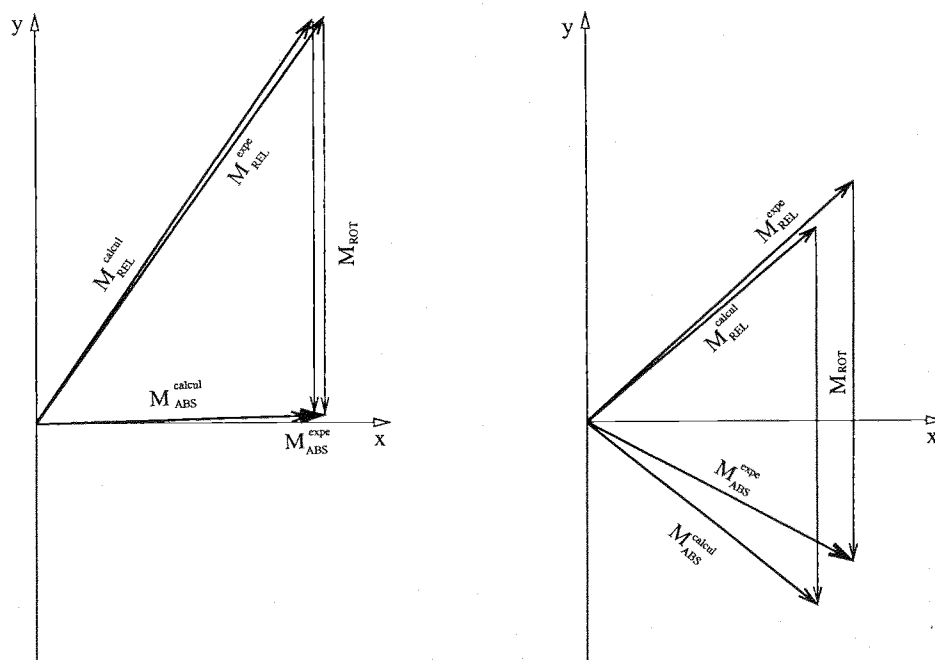


Figure 3.13: Triangle des vitesses dans le plan P1 (à gauche) et le plan P2 (à droite) : comparaison calcul - expérience (cas Navier Stokes turbulent)

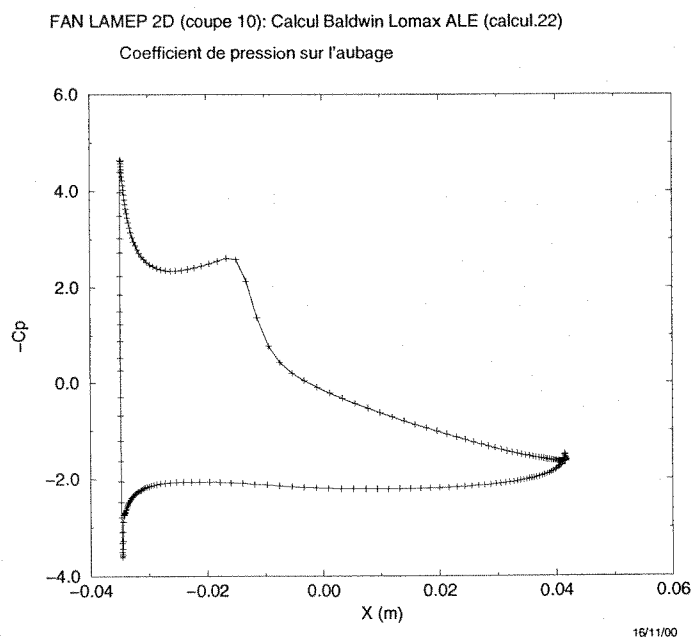


Figure 3.14: Répartition du coefficient de pression statique autour de l'aube - cas Baldwin Lomax (adimensionnalisation par les grandeurs d'entrée $C_p = \frac{p-p^{in}}{\frac{1}{2}\rho^{in}u_x^{in,2}}$)

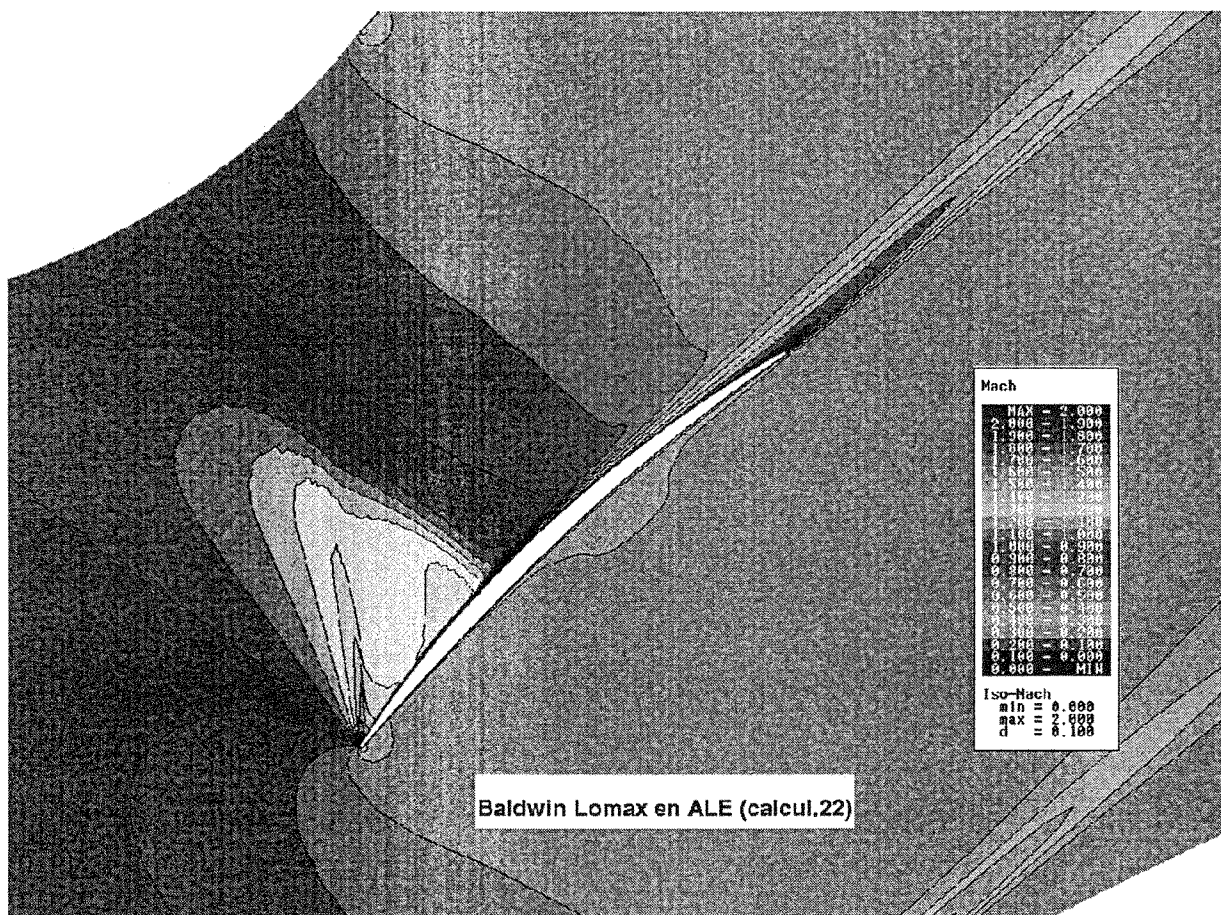


Figure 3.15: Isocontours du nombre de Mach relatif autour du profil (cas Baldwin Lomax)

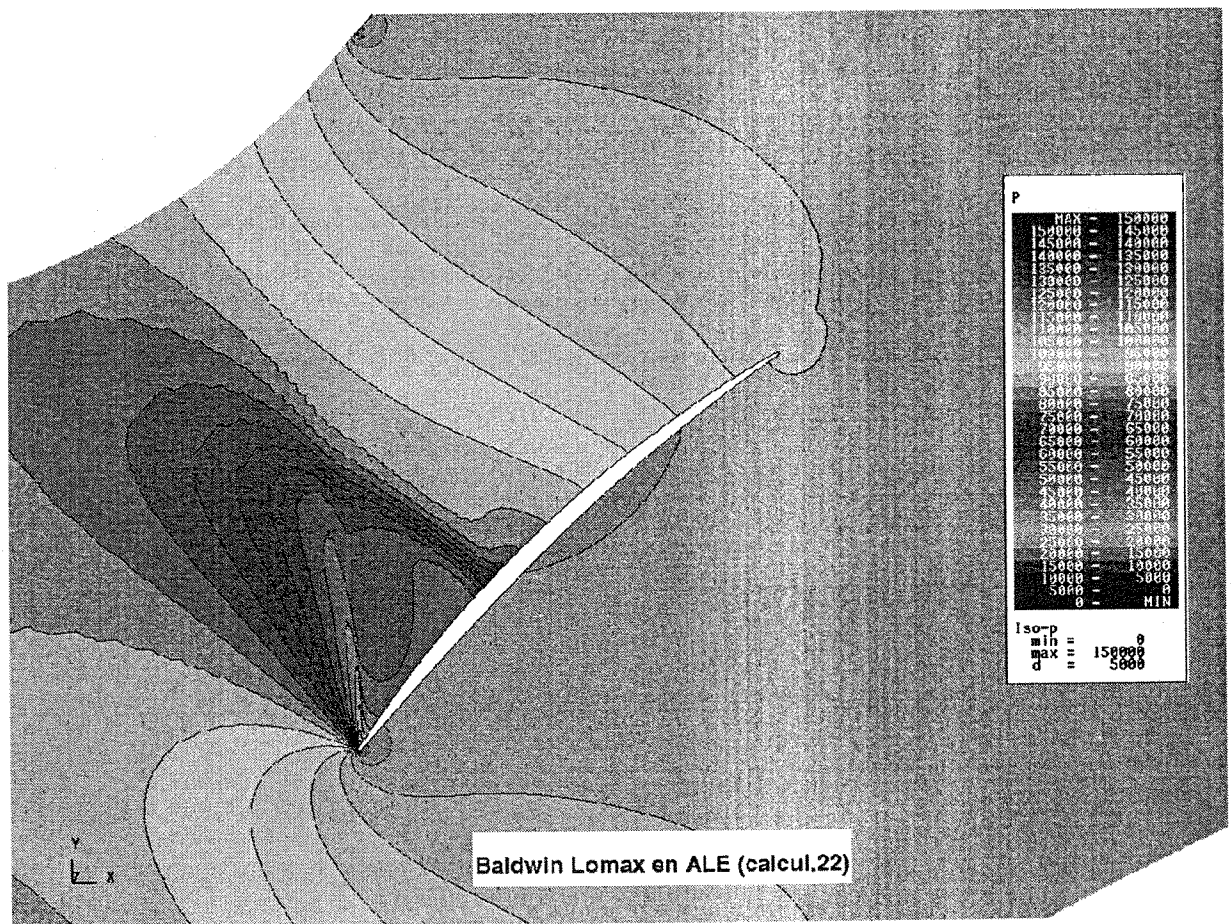


Figure 3.16: Isocontours de pression statique autour du profil (cas Baldwin Lomax)

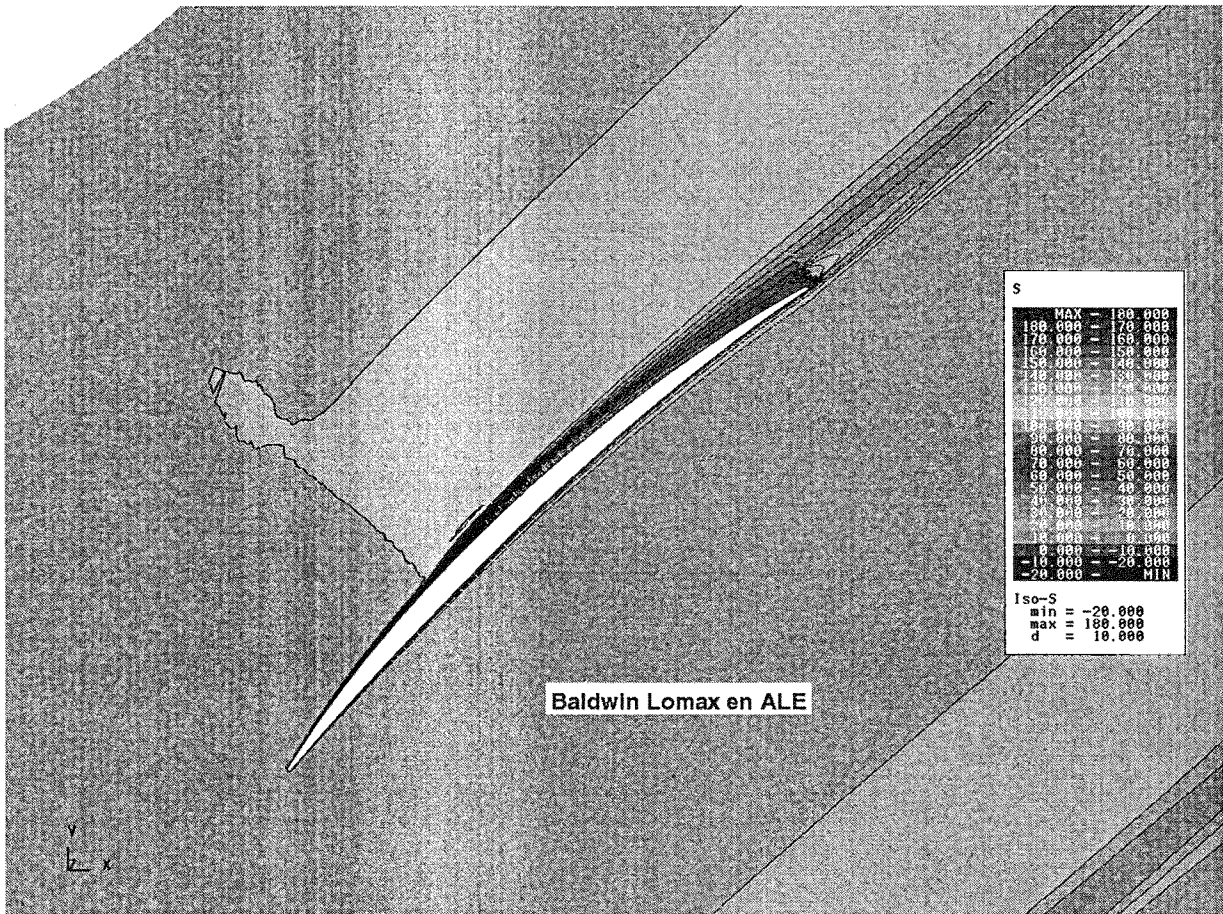


Figure 3.17: Isocontours d'entropie autour du profil (cas Baldwin Lomax)

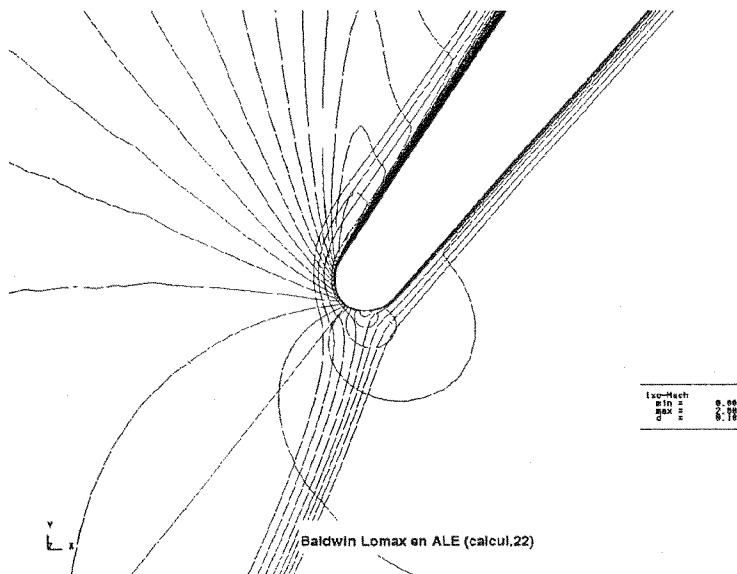


Figure 3.18: Bord d'attaque: nombre de Mach et lignes de courant (cas Baldwin Lomax)

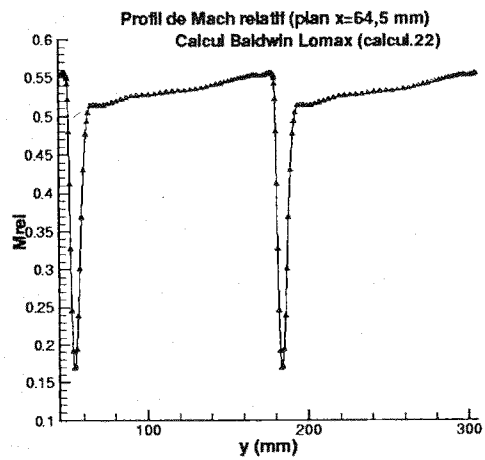


Figure 3.19: Répartition du Nombre de Mach relatif dans le plan de mesure aval P2 (Calcul Baldwin Lomax)

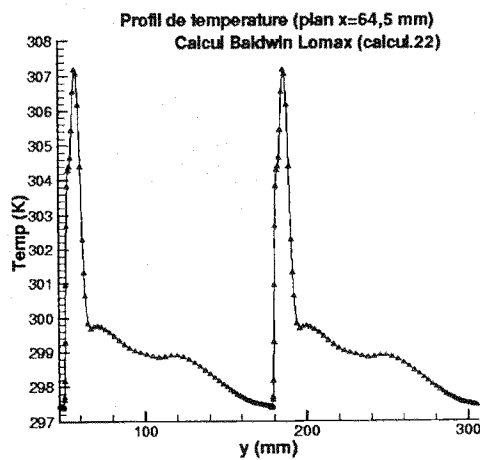


Figure 3.20: Répartition de la temperature statique dans le plan de mesure aval P2 (Calcul Baldwin Lomax)

En ce qui concerne le modèle de turbulence, les niveaux de viscosité turbulente μ_t atteints dans les deux couches limites (voir les tests de validation présentés en annexe, section B.3, figure B.25) montrent que celles-ci sont peu turbulentes (quelques dizaines de fois la viscosité laminaire pour l'intrados, alors que sur l'extrados et en aval de l'onde de choc, μ_t/μ_{lam} atteint plusieurs centaines).

Avec un nombre de Reynolds de l'écoulement de $1,8 \cdot 10^6$ (basé sur la vitesse relative et la corde), on ne s'attend pas à des couches limites très turbulentes. Un calcul réalisé à un nombre de Reynolds 10 fois plus élevé, révèle des niveaux de μ_t atteignant plusieurs centaines de fois la viscosité laminaire sur l'intrados et plus de mille en amont de l'onde de choc. Les niveaux de μ_t obtenus sont donc, dans tous les cas, les niveaux que l'on obtient classiquement en aérodynamique externe avec NSMB.

Notons l'influence importante du paramètre y_{limit} , qui détermine la distance maximale à la paroi pour la recherche du maximum de la fonction $F(Y)$ (voir section A.2.3). Ce paramètre doit être fixé à une valeur plus grande que la plus grande épaisseur de couche limite, mais ne pas trop la dépasser afin de ne pas trouver un maximum "artificiel" dans la région inter-aubes, à cause de gradients n'ayant aucun rapport avec la couche limite. Pour les calculs présentés ici, y_{limit} a été fixé à 5 mm.

D'autres calculs à $y_{limit} = 1,5$ mm montrent qu'une sous-évaluation de ce paramètre conduit à des couches limites plus fines et moins turbulentes. Néanmoins, très peu de différences ont été remarquées sur les champs moyens.

3.4 Écoulement tridimensionnel visqueux turbulent

3.4.1 Maillage

La géométrie réelle de l'ASTAFAN a été maillée à l'aide du logiciel *ICEMCFD-HEXA*. Les 17 coupes définissant les pales ont été interpolées par des B-splines surfaciques, de la même manière qu'en 2D on avait interpolé la coupe numéro 10. Le domaine de calcul étant constitué d'un passage inter-aube, la pale a ensuite été coupée en deux au milieu du bord d'attaque et de fuite, puis on a fait subir à une demi pale une rotation d'angle $\frac{2\pi}{N_b}$ (N_b étant le nombre de pales de l'ASTAFAN, 11). La définition géométrique de la veine a pour sa part été simplifiée, afin de minimiser les effets radiaux simulés. Les surfaces du moyeu et du carter ont ainsi été remplacées par des cylindres droits de rayon 125 mm et 281 mm. Ces valeurs correspondent aux rayons du moyeu et du carter à la moitié de la corde. La géométrie de la veine ainsi obtenue est visible sur la figure 3.21.

Le jeu entre les pales et le carter a été modélisé. On a pris pour le calcul une épaisseur constante

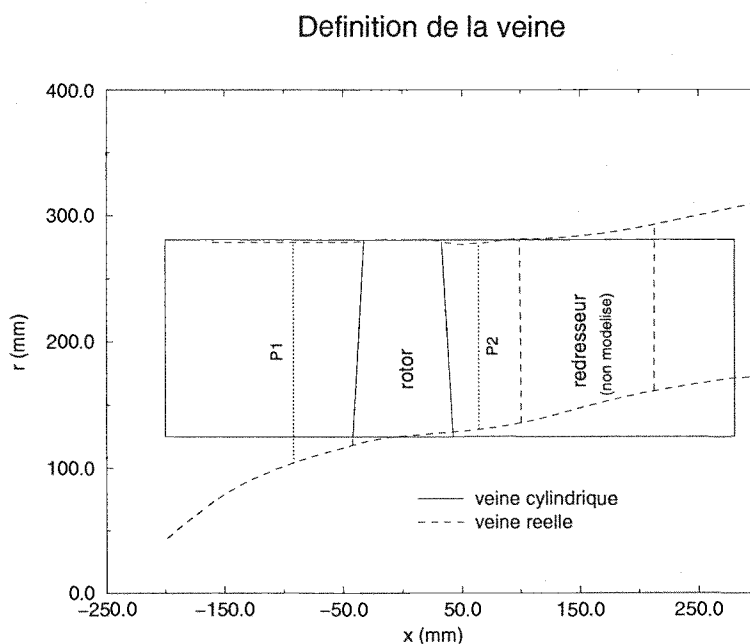


Figure 3.21: Définition géométrique de la veine et limites du domaine de calcul

de 0,65 mm (0,4 % de la hauteur de la veine), obtenue en tronquant le profil 3D des pales par un cylindre de rayon 280,35 mm. Cette valeur de l'épaisseur du jeu se base sur des mesures effectuées en fonctionnement (voir [123]). En effet, le jeu au repos est de plus de 1,5 mm, mais cette valeur diminue avec la rotation.

Afin de minimiser les effets de bords dus à l'application des conditions aux limites, la géométrie ainsi obtenue a été prolongée d'une corde (108 mm) en amont du plan de mesure P1 et de 2 cordes (215 mm) en aval du plan P2.

La topologie adoptée est différente de celle utilisée pour le cas bidimensionnel. Deux moitiés de bloc en O entourent toujours les moitiés de pales sur une épaisseur de 5 mm, mais ce n'est plus un simple bloc en "H" qui relie les deux demi pales point par point. En effet, le fort vrillage des pales induit dans ce cas des mailles cisailées. A la place, on a défini 3 zones sur les demi

aubages (parties amont, centrale et aval). Un bloc en H relie les parties amont et centrale de l'intrados aux parties centrale et aval de l'extrados (blocs en rouge pour le canal du haut et en jaune pour le canal du bas sur la figure 3.23). Depuis les points restants de l'extrados (partie amont) partent des lignes de maillage (blocs en bleu moyen et en violet) qui aboutissent à l'infini amont (via les blocs en mauve et en jaune), et les points de la partie aval de l'intrados sont de la même manière connectés à une partie du plan infini aval (blocs en bleu foncé et vert pour le canal du haut et en vert clair pour le canal du bas). On appellera cette topologie "topologie en S", pour des raisons évidentes à la vue des figures 3.22 et 3.23

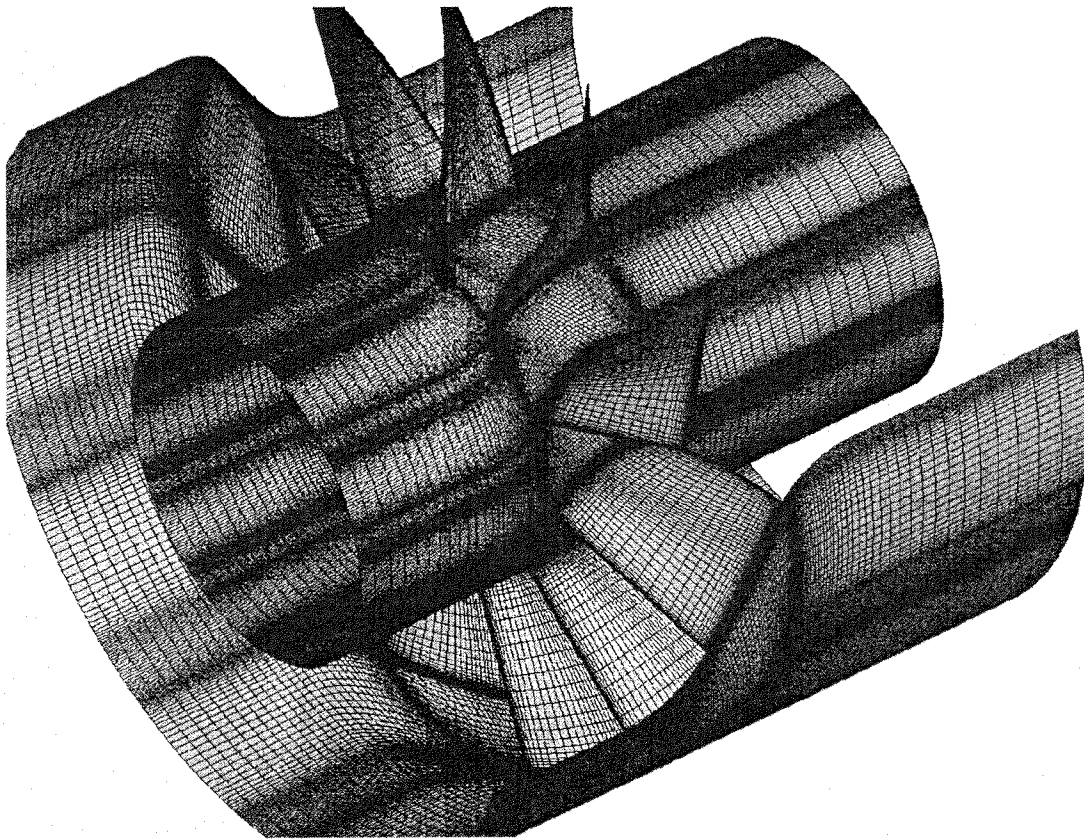


Figure 3.22: Maillage 3D: ventilateur complet

Le maillage final comprend 732 000 cellules réparties sur 11 blocs (certains des blocs de la figure 3.23 sont fusionnés dans le maillage fourni en entrée de NSMB). Chaque demi-pale est discrétisée sur 69 points dans la direction de l'écoulement (dont 11 points pour un demi-bord d'attaque et autant pour un demi-bord de fuite), soit une discrétisation moitié moins fine que dans le cas 2D. Des 16 points les plus en amont de l'extrados partent des lignes de maillage qui aboutissent à la limite amont du domaine pour former la topologie en "S". Il en va de même pour les 16 points les plus en aval de l'intrados, qui sont reliés à la limite aval. 57 points sont utilisés pour mailler la pale dans la direction radiale, et 9 pour le jeu (voir figure 3.24). Dans la direction circonférentielle, la géométrie est décrite par 49 points entre les aubes et 65 points dans les parties amont et aval. Dans la direction axiale, la première maille amont mesure 10 mm, pour 20 mm à l'aval.

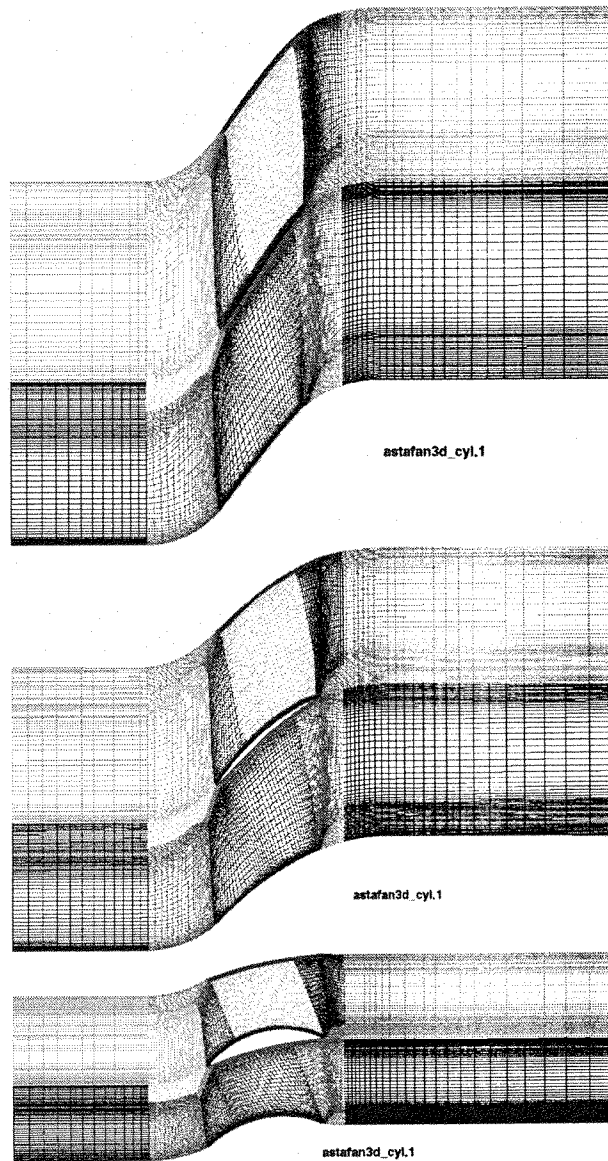


Figure 3.23: Maillage 3D: coupes aube à aubes (moyeu, coupe 10, carter). Deux passages interaubes sont représentés pour plus de clarté

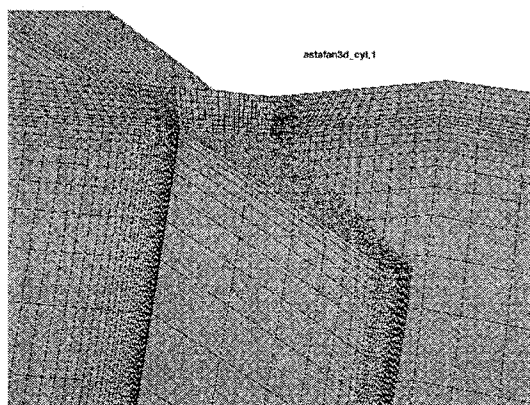


Figure 3.24: Maillage 3D: détail sur la zone du jeu.

En proche paroi, la taille de la première maille pour l'aubage est fixée à 0,01 mm de manière à obtenir un y^+ de quelques unités (5 en moyenne), et les blocs en O comprennent 16 cellules dans la direction normale à la paroi. L'épaisseur des mailles au moyeu vaut 0,05 mm et 0,1 au carter. On verra ci-dessous pourquoi la discrétisation de l'espace proche paroi du carter et du moyeu est moins fine que celle des pales.

3.4.2 Stratégie numérique

En premier lieu, l'effet de la dissipation numérique dans les zones "tampons" situées entre la l'extrémité amont et le plan P1 d'une part, et entre le plan P2 et l'extrémité aval d'autre part, a été évaluée. Pour ce faire, on a réalisé un maillage 2D axisymétrique de ces zones, avec les mêmes paramètres par ailleurs que pour le maillage 3D complet. On a alors imposé en entrée et en sortie des profils issus des mesures expérimentales (respectivement en P1 pour le bloc amont et en P2 pour le bloc aval) et on a regardé l'évolution de ces profils entre l'entrée et la sortie. Les résultats sont présentés sur la figure 3.25. On n'a pas cherché à retrouver la surpression observée expérimentalement au niveau du plan P1 en proche carter car son origine physique est incertaine: les expérimentateurs suspectent une déviation radiale de l'écoulement d'alimentation du fan, mais aucune mesure n'est disponible pour l'angle radial de la vitesse. Avec le schéma centré et $1/64$ comme coefficient de dissipation de Jameson d'ordre 4, aucune évolution des profils n'a été notée entre les extrémités des blocs axisymétriques, et avec le schéma de Roe, on observe tout juste un lissage, à peine visible sur la figure 3.25, des points anguleux des profils imposés (qui sont multi-linéaires). On peut donc utiliser les données expérimentales en P1 et P2 comme conditions aux limites, sans craindre qu'elles ne soient dissipées numériquement entre le bord du domaine et les plans P1 et P2 du maillage. Notons qu'afin de respecter le changement de géométrie réalisé au niveau de la veine, les conditions aux limites sont imposées en terme de pourcentage de hauteur de veine.

Quant aux couches limites, on a choisi de ne pas toutes les résoudre de la même manière. En effet, dans un demi-étage de turbomachine, on est en présence de 3 couches limites. La première est celle autour des pales. Celle-ci sera résolue au mieux des possibilités du modèle de turbulence employé (Baldwin Lomax en l'occurrence) ; c'est pourquoi on a maillé cette région de sorte à

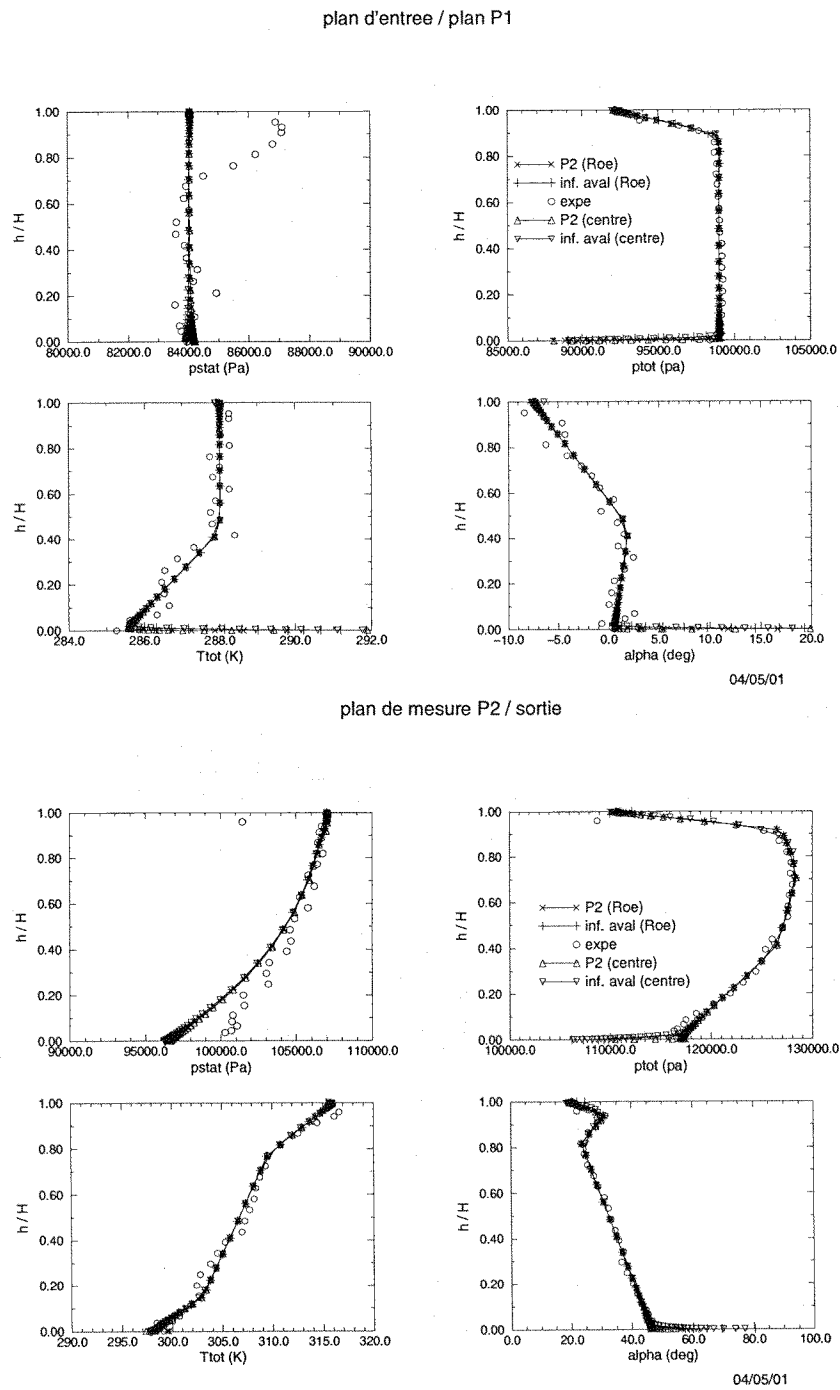


Figure 3.25: Evolution des conditions aux limites dans les zones tampon amont et aval (calculs axisymétriques)

obtenir un y^+ de première maille inférieur à 5. Au moyeu, les mailles sont plus épaisses (5 fois l'épaisseur des mailles adjacentes aux parois des aubages), mais cette couche limite est plus épaisse que celle des pales, car elle se développe sur une plus grande distance. L'épaisseur retenue pour ces mailles mène, à l'issue des calculs, à $y^+ \simeq 7$ au centre des mailles adjacentes à la paroi du moyeu, ce qui est suffisant pour le modèle de turbulence utilisé. Pour les parois des aubages et du moyeu, on a employé la même condition d'adhérence adiabatique que pour le cas bidimensionnel, voir section 2.3.2.1.

En revanche, la modélisation de l'écoulement en proche carter est délicate et on a choisi de faire des simplifications. La principale difficulté réside dans l'écoulement de jeu. En effet, la résolution de celui-ci est un problème à part entière, qui a motivé de nombreuses études (réfs [123], [50], [92], [73], [27], [69], ...). C'est pourquoi on a choisi de ne pas résoudre la couche limite du carter, et d'imposer à cette paroi une condition de glissement. Ceci explique l'épaisseur de mailles retenue, correspondant à un maillage de type Euler. Cette approximation aura une influence sur la répartition radiale de débit passant à travers le jeu. En effet, avec 8 cellules entre le sommet des aubages et le carter, on peut espérer faire passer un débit globalement réaliste à travers le jeu, mais avec cette discrétisation faible et l'utilisation de la condition de glissement, la répartition radiale de ce débit ne pourra être simulée précisément. On s'attend aussi à un effet en aval, notamment sur l'intensité du tourbillon de jeu. Notons également qu'une autre difficulté à traiter la couche limite du carter réside dans le modèle de Baldwin-Lomax, qui doit "voir" cette paroi fixe comme possédant une vitesse différente des autres parois, qui sont en rotation.

On peut trouver un ordre de grandeur *a priori* de l'influence de cette simplification dans [75], où il est dit que l'écoulement de jeu peut influencer sur l'écoulement principal sur 10 à 30 % de l'envergure à partir du carter, et avoir une influence de 2 à 4 % sur le rendement. On s'attend donc à ce que l'hypothèse faite induise des différences sur l'écoulement en tête de pale par rapport aux résultats expérimentaux.

Pour ces calculs sur la géométrie 3D, l'intégration pseudo-temporelle du problème stationnaire est réalisée avec une méthode implicite LU-SSOR (LU-SGS avec 3 factorisation LU successive par itération) scalaire. Plusieurs discrétisations spatiales ont été employées (voir 3.4.3 et 3.4.4). La rotation de la machine est prise en compte par le mouvement de la grille (méthode ALE), avec les équations exprimées en vitesse absolues mais projetées dans le référentiel tournant (voir 2.2).

En entrée de domaine, on emploie la condition à la limite de réservoir (pression totale, température totale et angles de la vitesse) décrite dans 2.3.2.4. Un profil radial est imposé, invariant en θ . Ce profil a été obtenu en interpolant multi-linéairement les mesures expérimentales du plan P1. En sortie, on utilise la condition partiellement réfléchissante avec rappel de pression statique. L'équilibre radial est assuré en effectuant le rappel non pas sur les valeurs locales de la pression, mais sur la pression moyennée sur la face de sortie (voir 2.3.2.5), qu'on fait tendre vers la valeur à imposer. Autour de cette valeur moyenne, la pression est alors libre d'adopter le profil que les équations de la mécanique, selon les valeurs des autres variables aérodynamiques, veulent lui donner. Néanmoins cette condition est d'une utilisation délicate. En effet, cette technique peut conduire pendant le début du calcul à des fluctuations du niveau de pression locale plus importante que si le rappel est effectué localement, ce qui peut faire diverger le calcul. Pour remédier à cela, on réalise la première partie du calcul avec une faible valeur du paramètre de rappel (typiquement 10^{-6}) afin de laisser le champ aérodynamique s'installer et les ondes acoustiques se déplaçant vers l'aval évacuer le domaine de calcul. Une étude paramétrique a

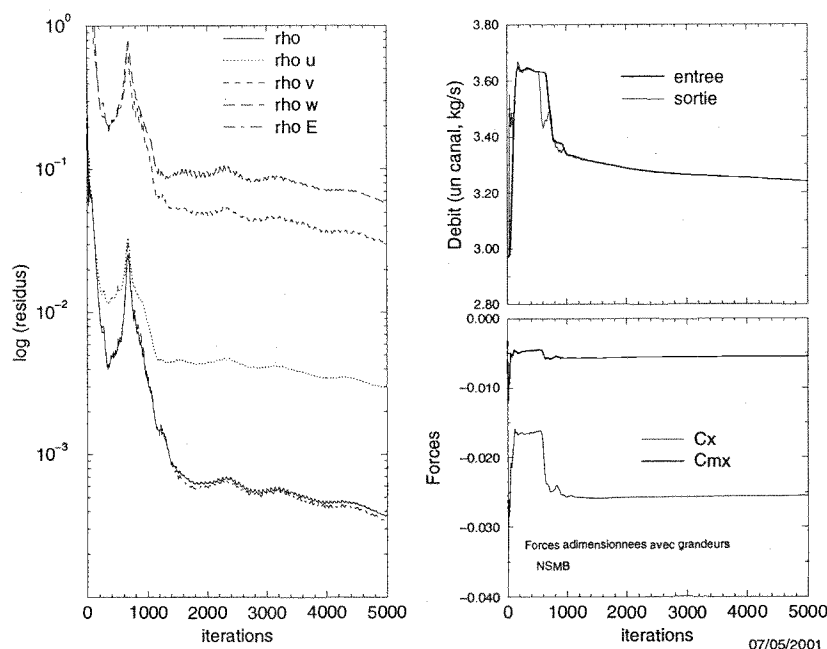


Figure 3.26: Historique de convergence du calcul en schéma centré

permis de déterminer que 200 itérations avec une condition de sortie très peu réfléchissante suffisent pour obtenir un champ acoustiquement "propre".

Contrairement à l'approche employée pour les cas bidimensionnels, pour lesquels la pression statique imposée en sortie était réglée de manière à se rapprocher le plus possible des conditions expérimentales amont, pour ce cas tridimensionnel on a imposé la valeur moyenne du profil expérimental en P2.

3.4.3 Analyse des résultats

Comme on le verra plus loin, ce cas est subsonique sur une grande partie de la hauteur, ce qui justifie l'utilisation du schéma centré d'ordre 2. Celui-ci a été employé avec une faible valeur du coefficient de dissipation artificielle de Jameson (1/64). Des résultats obtenus avec le schéma de Roe et le limiteur de Van Leer seront cependant présentés et discutés à la fin de cette partie.

Les profils de p_t , T_t , et α imposés en entrée de domaine sont (à la dissipation physique et numérique près) ceux qui ont été extraits du plan P1, voir les graphes en haut de la figure 3.27, où ils sont comparés aux points expérimentaux. En sortie, on a imposé 104000 Pa de pression moyenne (paramètre de rappel: 10^{-3}).

On peut voir sur la figure 3.26 l'historique de convergence de ce calcul. Comme dans le cas bidimensionnel, c'est le débit qui est le plus long à converger. Si 1500 itérations sont suffisantes pour faire décroître les résidus de 3 ordres de grandeur et stabiliser les efforts sur la pale, le débit traversant le domaine de calcul évolue encore de quelques dixièmes de pour cent lors des 1000 dernières itérations. Rappelons que ceci est dû à l'utilisation de la condition de sortie partiellement réfléchissante, la pression dans le plan de sortie de domaine étant très lente à se stabiliser complètement. Ces 5000 itérations représentent un peu plus de six heures de calcul réparties sur quatre processeurs vectoriels de Fujitsu VPP5000, soit 1,5 h par processeur. Sur le

même nombre de processeurs (scalaires) d'une SGI Origin 2000, un calcul équivalent coûte 308 heures, soit trois jours en temps écoulé.

3.4.3.1 Comparaison avec les mesures expérimentales

Avant d'analyser plus en détail l'écoulement, on peut comparer la solution obtenue par NSMB avec les mesures expérimentales du LAMEP. Les graphes de la figure 3.27 représentent des profils radiaux, moyennés en θ avec une pondération par le débit local pour les grandeurs transportées, p_t , T_t et α , et une moyenne surfacique pour la pression statique p . Les graphes de la figure 3.28 représentent quant à eux la vitesse débitante, ρu_x , multipliée par l'aire de la section de la veine afin de compenser l'approximation faite sur la géométrie de celle-ci.

Pour le plan P1 situé en amont des pales, on voit essentiellement les profils choisis pour les variables de la condition aux limites du plan infini amont (p_t , T_t et α , l'angle radial Φ étant nul). Notons qu'en proche moyeu, on a imposé un profil de pression totale² en $(r - r_m)^{0,7}$ pour raccorder le premier point de paroi au niveau constant de 99000 Pa imposé plus haut dans la veine. La loi retenue pour l'évolution radiale de la pression totale et l'épaisseur de la couche limite estimée d'après le profil expérimental mènent à une valeur de 90000 Pa à la paroi. L'angle α , lui, ne tient pas compte de la couche limite en entrée de domaine, mais en P1, il vaut 90° au moyeu puisque la vitesse axiale s'annule et que la vitesse tangentielle absolue est donnée par l'entraînement du moyeu en rotation.

La pression statique obtenue à l'issue du calcul est quasiment constante, ce qui s'accorde avec les faibles valeurs de α (écoulement presque exclusivement débitant). Elles diffèrent du niveau expérimental moyen de 3%. La pression totale étant imposée, l'écart représente une différence sur le Mach débitant. Le calcul donne un débit pour le ventilateur complet de 35,63 kg/s, à comparer avec la valeur expérimentale de 34,5 kg/s, soit un écart de 3,3%. On rappelle qu'en P1, l'aire d'une section droite de la veine est, pour le maillage, supérieure à la valeur réelle, alors que c'est l'inverse en P2. Des valeurs égales de ρu_x en P1 mèneraient donc à un débit surestimé par le calcul, alors que cette situation équivaldrait en P2 à une sous-estimation du débit par le calcul. Pour cette raison, on a tracé sur la figure 3.28 le produit de la vitesse débitante par l'aire de la section. On peut ainsi plus facilement quantifier la répartition radiale de l'écart sur le débit local entre les mesures et le calcul, pour lequel la veine est cylindrique. Ainsi, dans le plan P1, le calcul est en sur-débit sur le tiers extérieur (rappelons que la couche limite carter n'est pas modélisée), alors qu'il est en léger sous-débit pour les rayons plus faibles. En P2, le calcul est en sur-débit partout sauf à mi-hauteur de veine. La différence entre calcul et expérience est de plus en plus prononcée quand on se rapproche du carter ou du moyeu.

L'écart sur les débits locaux en P1 peut s'interpréter à l'aide de l'évolution radiale de l'angle de la vitesse relative en amont de l'aubage. En effet, à vitesse relative dans la direction circonférentielle constante (on peut la supposer égale à la vitesse de rotation, au vu des faibles valeurs de l'angle absolu α en amont des pales), un sur-débit local doit se traduire par un angle relatif (β) plus faible, et vice-versa, si on néglige la vitesse radiale. C'est ce que confirme la figure 3.29, sur laquelle l'angle du squelette au bord d'attaque est également tracé. Cette figure nous apprend que la zone de surdébit au niveau du plan P1 (tête de pale) correspond à un angle prédit par NSMB plus faible que l'expérience. En revanche, depuis le carter jusque assez haut dans la veine (environ 40 %), ce qui correspond à une région en sous-débit, l'angle β prédit par NSMB est plus

²L'exposant correspondant à une évolution de la vitesse en $(r - r_m)^{1/10}$, loi empirique de Blasius pour une couche limite turbulente à des nombres de Reynolds de l'ordre du million, voir [31].

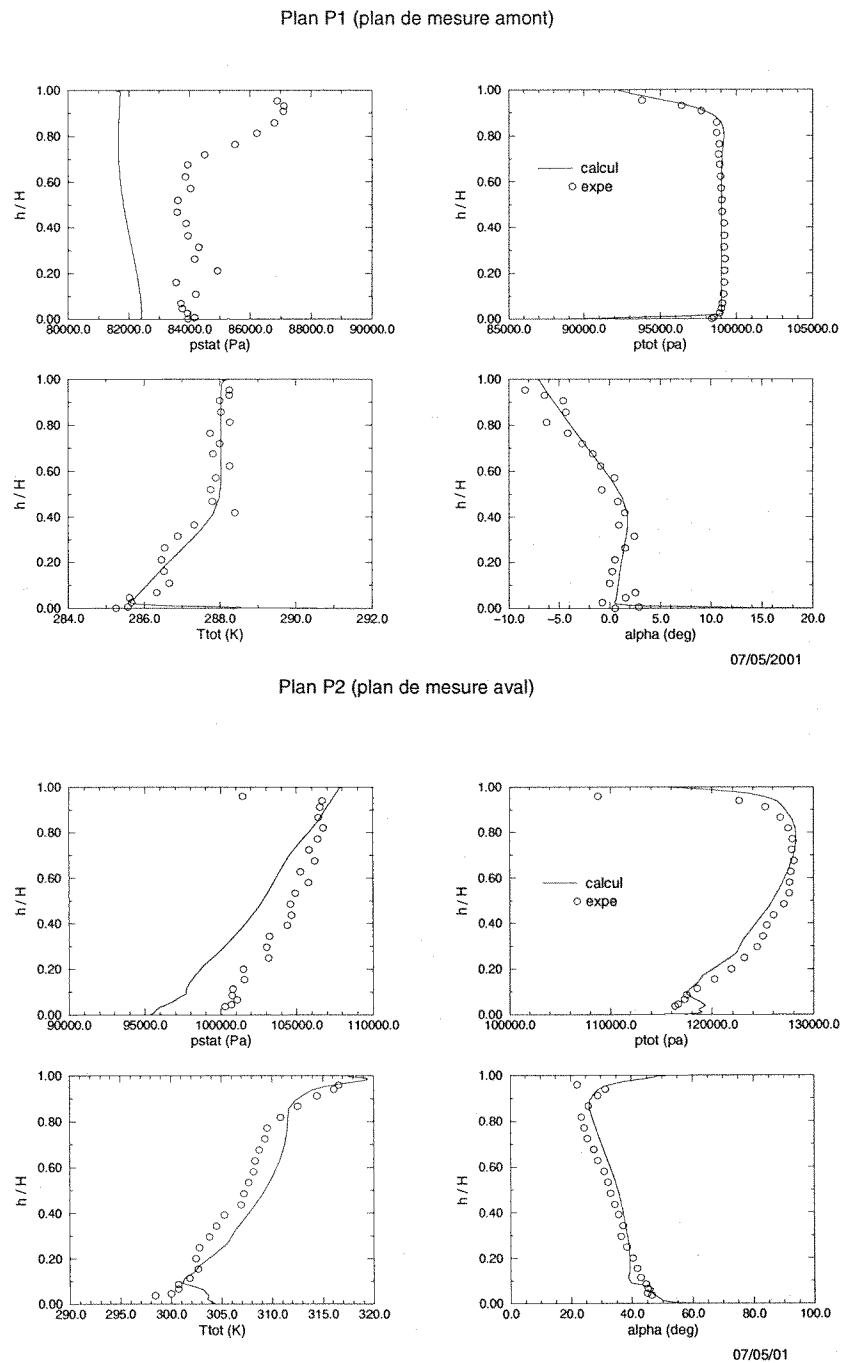


Figure 3.27: Répartition radiale de pression statique, totale, température totale et angle α dans les plans de mesure P1 et P2: comparaison calcul / expérience

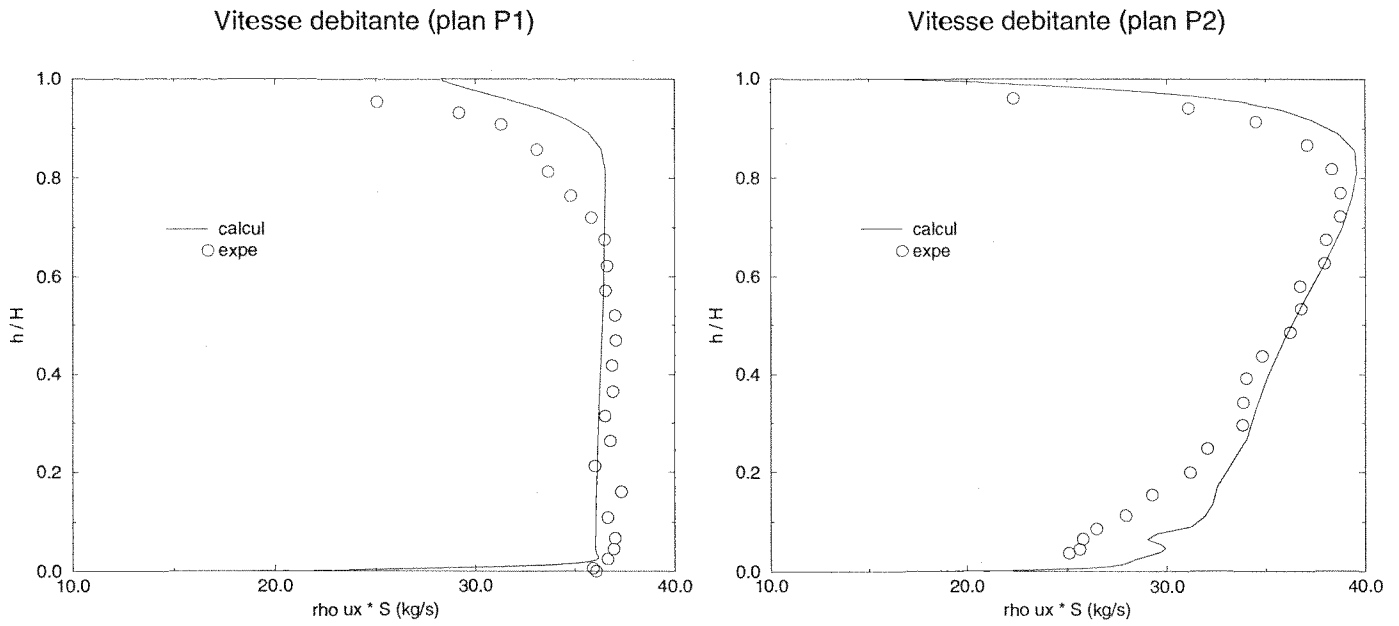


Figure 3.28: Répartition radiale de vitesse débitante ($\rho u_x S$) dans les plan de mesure P1 (à gauche) et P2 (à droite)

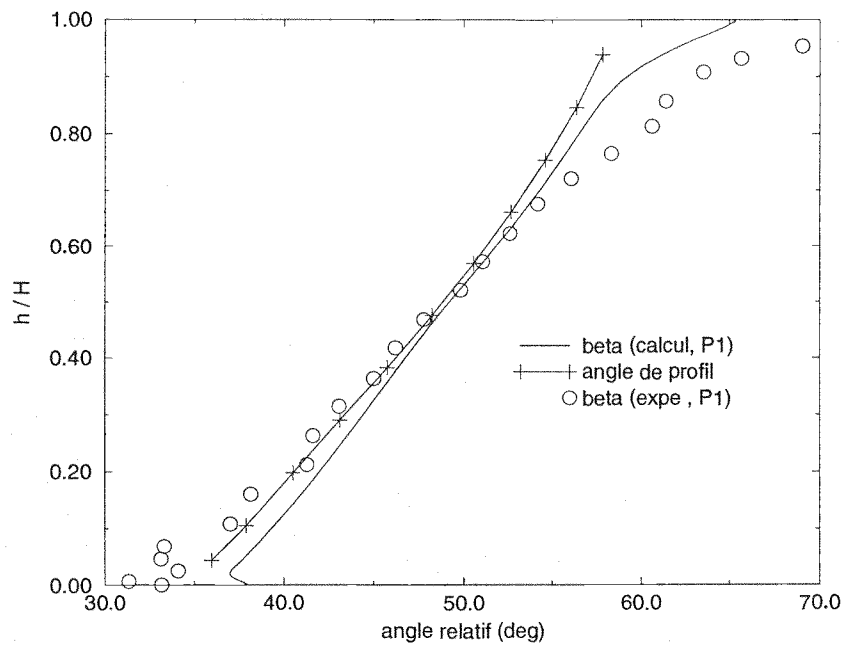


Figure 3.29: Evolution radiale de l'angle relatif β : comparaison calcul / expérience et angle du squelette du profil au bord d'attaque

grand. Vers le milieu de la veine, on a une bonne correspondance entre simulation et expérience, avec un écoulement "calé" sur le profil, alors que le calcul est légèrement en surdébit. On en déduit de plus qu'au dessus de deux tiers de hauteur de veine, le calcul prédit une charge sur l'aubage moins importante que les résultats expérimentaux, alors qu'en dessous de la moitié, le calcul prédit une charge plus importante. Notons qu'il faut pondérer ces conclusions par le fait que la convergence de la veine n'est pas prise en compte, et que la vitesse radiale engendrée dans le cas réel par celle-ci peut également expliquer les différences entre normes de vitesses et vitesses débitantes.

Pour en revenir à la figure 3.27, la surpression (statique) mesurée par le LAMEP dans la zone périphérique de la veine n'est pas retrouvée par le calcul. Les expérimentateurs suspectent une déviation radiale de l'écoulement d'alimentation du fan, qui n'est pas prise en compte dans les conditions aux limites d'entrée (on suppose l'angle radial identiquement nul dans le plan le plus en amont du domaine).

Dans le plan P2, situé près du bord de fuite des pales, les écarts par rapport aux valeurs expérimentales sont plus faibles que pour le calcul bidimensionnel. Le profil de pression totale est raisonnablement proche des points expérimentaux (écart de l'ordre de 3000 Pa, voir toujours figure 3.27), notamment au voisinage de la coupe 10, alors que les calculs 2D réalisés pour cette coupe présentent un écart de plus de 5000 Pa. La température totale est surestimée de 2 ou 3° K, à comparer aux 6,5° K du calcul bidimensionnel. L'angle α est lui aussi légèrement surestimé (typiquement 3°, alors qu'on trouve une dizaine de degrés de trop en bidimensionnel). La courbe de pression statique montre elle aussi un accord avec les données expérimentales meilleur que pour le calcul bidimensionnel. Si on moyenne sur le plan entier, on trouve un écart de 1,5 % entre le calcul 3D et les mesures, contre 5 % en 2D. Le gradient radial est plus fort que celui mesuré, ce qui est lié à la légère surestimation de l'angle α .

Notons également que le calcul ne retrouve pas les phénomènes de jeu mis en évidence par les mesures des profils de α et p statique en P2: en effet, pour la solution numérique, le fluide n'est pas entraîné par le carter à cause de la condition de glissement employée. Enfin, les écarts visibles en proche moyeu sont liés au décollement de pied de pale qu'on peut observer sur la figure 3.33 (Cette figure sera analysée plus en détail dans la suite). Ils peuvent également être imputables à l'angle radial que présente le dessin de la veine interne de la machine réelle au niveau du plan P2.

Pour finir la comparaison avec les grandeurs mesurées, on peut exploiter le tableau 3.6 dans lequel sont résumées quelques grandeurs globales issues du calcul tridimensionnel, du calcul bidimensionnel et des résultats expérimentaux. Le taux de compression prédit par le calcul est de 1,272, celui mesuré étant de 1,24. Rappelons que le calcul bidimensionnel sur la coupe 10 donnait 1,35. Le rendement isentropique total-total η^3 simulé est de 95,3 % . Il est surestimé par rapport à la valeur expérimentale de 84 %, mais la définition, rappelée en bas de page, est extrêmement sensible à la valeur du taux de compression. En effet, si on calcule le rendement à partir de la valeur expérimentale du taux de compression (1,24) et avec les températures totales issues du calcul, on obtient 84,9 %.

On peut donc dire que les résultats du calcul tridimensionnel reproduisent l'essentiel de la

$$^3 \text{calculée comme } \eta = \frac{T_t^{in} \left(\tau^{\frac{\gamma-1}{\gamma}} - 1 \right)}{T_t^{out} - T_t^{in}} \text{ où } \tau = \frac{p_t^{out}}{p_t^{in}} \text{ est le taux de compression}$$

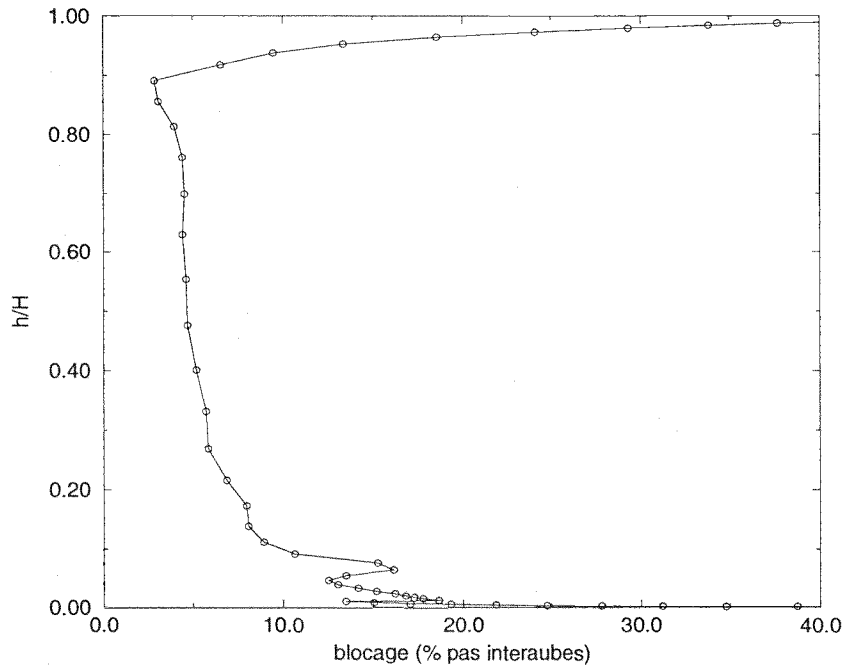


Figure 3.30: Blocage aérodynamique en P2

structure de l'écoulement malgré la simplification de la veine (cylindrique) et la condition de glissement au carter. Il est donc justifié de mener une analyse détaillée de l'écoulement sur la base de cette simulation.

	Débit (kg/s)	τ	η	$\eta(\tau^{expe})$
Calcul 3D	35,63	1,272	95,3%	84,9%
Calcul 2D		1,35	94,4%	78,3 %
Résultats expérimentaux	34,5	1,24	84%	84%

Tableau 3.6: Grandeurs globales. Pour le calcul 2D, la valeur du rendement corrigé correspond à $\eta(\tau = 1,293)$, 1,293 étant la valeur expérimentale de τ au rayon concerné.

3.4.3.2 Analyse de l'écoulement

Nous commencerons cette analyse par l'étude du blocage aérodynamique dans le plan aval. La figure 3.30 représente le blocage aérodynamique tel qu'il est défini par Suder (réf. [111]) en fonction de la hauteur de veine, dans le plan P2, soit 20 % de corde en aval des pales. Rappelons brièvement que Suder définit le blocage comme une épaisseur de déplacement δ^* , ramenée au pas interaube. δ^* est calculé comme $\int_0^{2\pi/N_b} \left(1 - \frac{(\rho u)}{(\rho u)_{inviscid}}\right) r d\theta$ où u est la vitesse axiale. Le lecteur pourra se reporter à la réf. [111] pour le calcul pratique de δ^* .

Les fortes valeurs du blocage au voisinage du moyeu laissent également supposer un décollement. En particulier, les points de rebroussement visibles pour $h/H < 10\%$ traduisent son fort car-

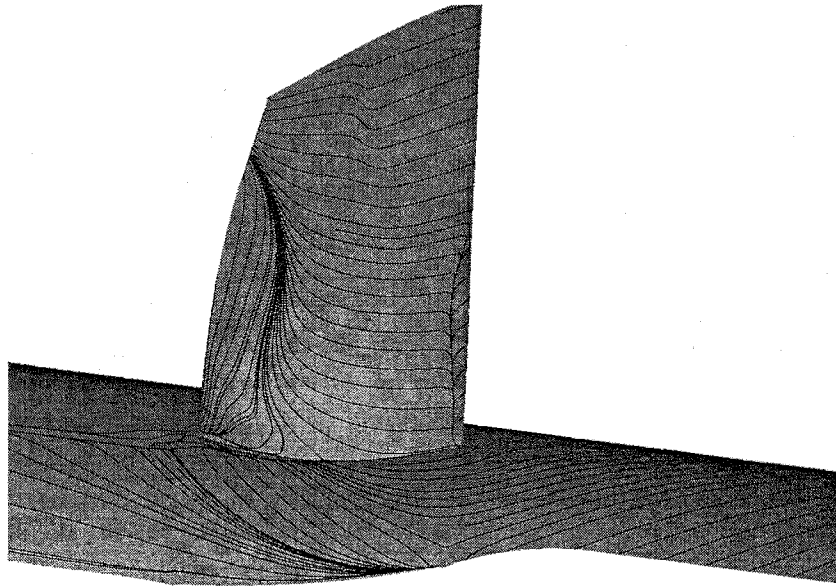


Figure 3.31: Lignes de frottement sur le moyeu et l'extrados

actère tridimensionnel. Citons ici le travail de Leboeuf (réf. [76]), qui propose une explication reliant la sur-estimation du taux de compression à une sous-estimation du blocage aérodynamique. La comparaison avec des résultats expérimentaux sur le blocage serait intéressante de ce point de vue, car elle pourrait expliquer la forte valeur de τ déduite de ce calcul (voir plus haut). En proche carter, on atteint rapidement des valeurs dépassant 20 % du pas interaube, qui traduisent un décollement tridimensionnel *a priori* provoqué par l'écoulement de jeu. Entre ces deux zones, le raccordement s'effectue avec une valeur à peu près constante, de l'ordre de 5%, traduisant l'effet de la couche limite d'aubage.

On peut analyser la topologie de l'écoulement issu du calcul à l'aide des figure 3.31 à 3.33. Sur la figure 3.31, où sont représentées les lignes de frottement sur l'extrados de l'aubage, on constate que l'écoulement est fortement tridimensionnel. En outre, on observe deux phénomènes intéressants: sur la partie aval de l'aube, les lignes de frottement sont orientées dans la direction radiale sur les deux tiers de l'envergure. La figure 3.33, représentant des lignes de courant issues de l'amont à proximité du moyeu, montrent que l'orientation des lignes de frottement traduisent un décollement de coin: le fluide au moyeu est transporté vers l'extrados, par effet du tourbillon de passage, puis on voit nettement sur la figure 3.33 la nappe qui remonte dans le décollement de coin, alors que les lignes de courant issues de points plus proche de la pale contournent le décollement. Le tourbillon ainsi généré dans le sillage, près du moyeu, est aligné sur l'écoulement principal.

L'autre phénomène intéressant qu'on peut observer sur la figure 3.31 est la ligne de séparation en aval du bord d'attaque, visible sur plus de la moitié de l'envergure. La visualisation des vecteurs vitesse sur la figure 3.32, dans un plan perpendiculaire à l'axe de l'aubage, fait apparaître nettement un décollement à cet endroit, dû à l'incidence importante sur la partie basse de l'aube, et à la forte accélération qui en découle. Il s'agit *a priori* d'un décollement laminaire: ce phénomène est bien connu en écoulement de profils d'aile en forte d'incidence (voir réf. [31]), et

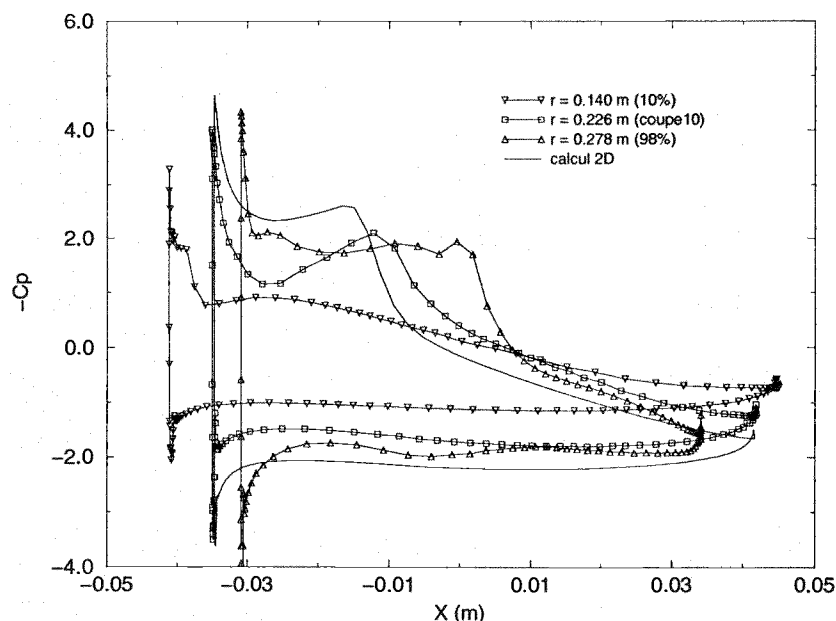


Figure 3.34: Répartition du coefficient de pression statique à différentes coupes radiales: proche moyeu, équivalent calcul 2D, tête de pale (adimensionnalisation par les grandeurs amont: $C_p = \frac{p - p^{in}}{\frac{1}{2} \rho^{in} u_x^{in 2}}$)

c'est ce bulbe laminaire qui déclenche la transition. Même si le modèle de turbulence employé ne prédit pas la position de la transition laminaire-turbulent, on peut observer dans cette zone de faibles valeurs de μ_t (figure 3.32), alors qu'en aval de ce décollement on est en présence de valeurs plus représentatives d'une couche limite turbulente. On retrouve ce décollement sur la figure 3.33, où on peut également voir son caractère tourbillonnaire, dû à l'entraînement de la couche visqueuse du moyeu vers le carter.

On peut également analyser l'écoulement en terme de distribution de charge sur les pales à l'aide de la figure 3.34. Celle-ci représente la répartition axiale du coefficient de pression statique sur l'aubage à 10% de hauteur de veine, à un rayon équivalent au calcul 2D (65% de hauteur de veine), et à 98% de la hauteur de veine. On a aussi reporté la répartition de C_p obtenue avec le calcul 2D visqueux. Ces coefficients sont adimensionnalisés par les grandeurs moyennées sur la face d'entrée, pour chacun des deux calculs. L'évolution radiale montre que l'aubage est plus chargé en tête de pale qu'en pied de pale. Ceci est à rapprocher de l'apparition de l'onde de choc approximativement aux deux tiers de l'envergure (voir sur la figure 3.35, qui présente une cartographie de la pression statique sur les deux faces de la pale). On retrouve à 10% de hauteur de veine le décollement de bord d'attaque observé sur la figure 3.31, sous la forme d'un court plateau de C_p . A 65 % de hauteur de veine, soit un rayon équivalent à la coupe n°10, l'onde de choc est moins intense que dans le cas de la simulation 2D. On notera aussi que le phénomène de compression puis d'accélération de l'écoulement le long de la pale en amont de l'onde de choc, présent sur la simulation bidimensionnelle (donc dû à un effet de profil), est plus marqué sur le calcul tridimensionnel. Ceci peut être attribué à la différence des conditions aérodynamiques en amont : en effet, si le sur-débit par rapport aux résultats expérimentaux du

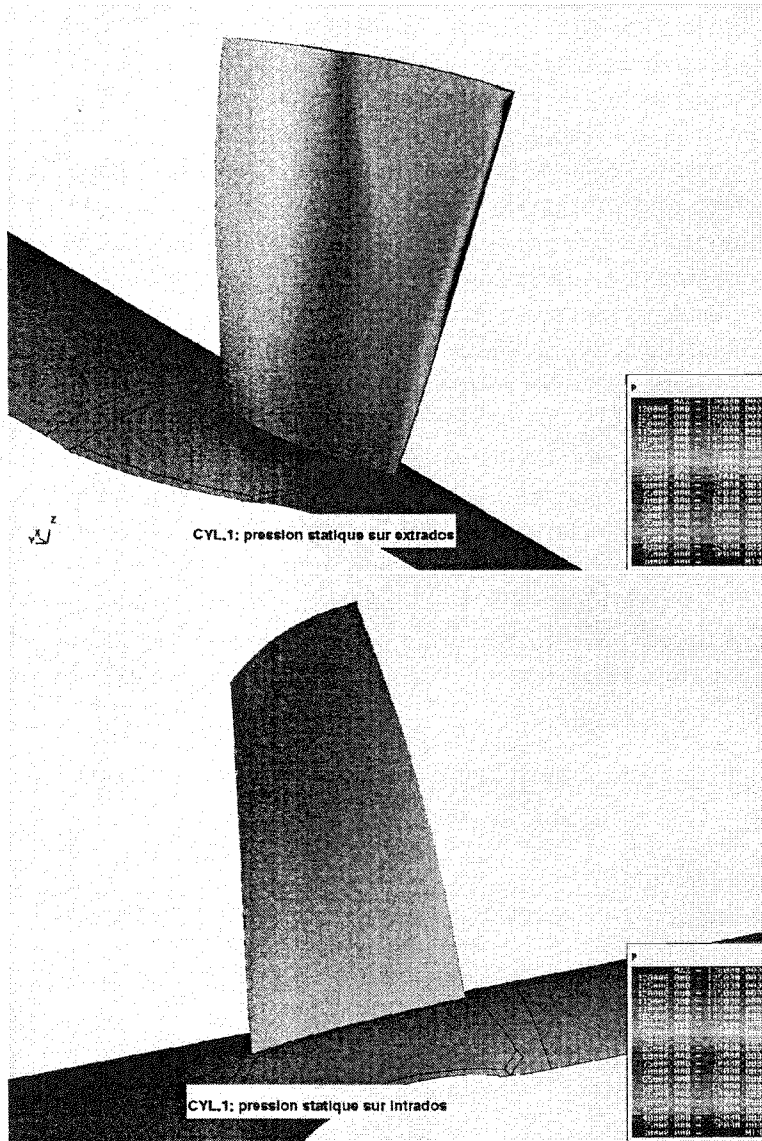


Figure 3.35: Pression statique sur l'extrados et l'intrados

calcul bidimensionnel visqueux se chiffre à 4% en terme de nombre de Mach absolu, la même estimation à 65% de hauteur de veine pour le cas tridimensionnel mène à un sur-débit local de 9%. D'autre part, la figure 3.36, qui représente de nombre de Mach basé sur la vitesse radiale (orientée vers le carter), met en évidence, pour cette coupe aube à aube, une déviation vers le bas de l'écoulement en aval du bord d'attaque (côté extradados). Cette accentuation de l'effet de profil pourrait donc également être liée à un effet tridimensionnel. D'autres effets tridimensionnels sont visibles sur cette figure : en aval du choc, la vitesse est dirigée vers le carter, selon un angle dans le plan méridien de quelques degrés, et dans le sillage, on note une migration des particules vers le carter, accompagnée d'une vitesse dirigée vers le moyeu du côté de l'intrados. Cet effet tridimensionnel constitue le tourbillon de passage, typique des écoulements en turbomachines. Les effets tridimensionnels à 65% de hauteur de veine ne sont donc pas négligeables, même sans considération des effets de variation de veine. Ceci nous amène à remettre en cause *a posteriori* l'hypothèse de bidimensionnalité, faite dans la section 3.3, de l'écoulement dans cette coupe aube à aube. Nous verrons dans les conclusions de ce chapitre les implications de cette remarque sur l'interprétation des résultats des calculs bidimensionnels.

Les phénomènes déduits de la figure 3.34 se retrouvent sur les figures 3.37 à 3.39, qui représentent le nombre de Mach relatif dans des coupes aube à aube aux mêmes positions radiales que la figure 3.34. A 10 % de hauteur de veine, on retrouve le fort décollement en aval de l'aubage (figure 3.37). La figure 3.38 peut être comparée à la figure 3.15 pour situer la simulation bidimensionnelle par rapport à la simulation tridimensionnelle. Notamment, et contrairement à ce qu'on observe en 2D, cette planche montre que la forte accélération au niveau du bord d'attaque ne crée pas d'onde de choc oblique dans la région supersonique. En tête de pale (figure 3.39), compte tenu des effets de jeu, l'intensité de l'onde de choc n'est pas significativement plus grande qu'au niveau de la coupe n°10. Notamment, à cette hauteur elle est toujours moins intense que dans le cas de la simulation bidimensionnelle. Notons également le décollement dû au tourbillon de jeu, qui déforme l'onde de choc.

Cette analyse globale de l'écoulement effectuée, intéressons nous maintenant plus précisément à l'écoulement de jeu.

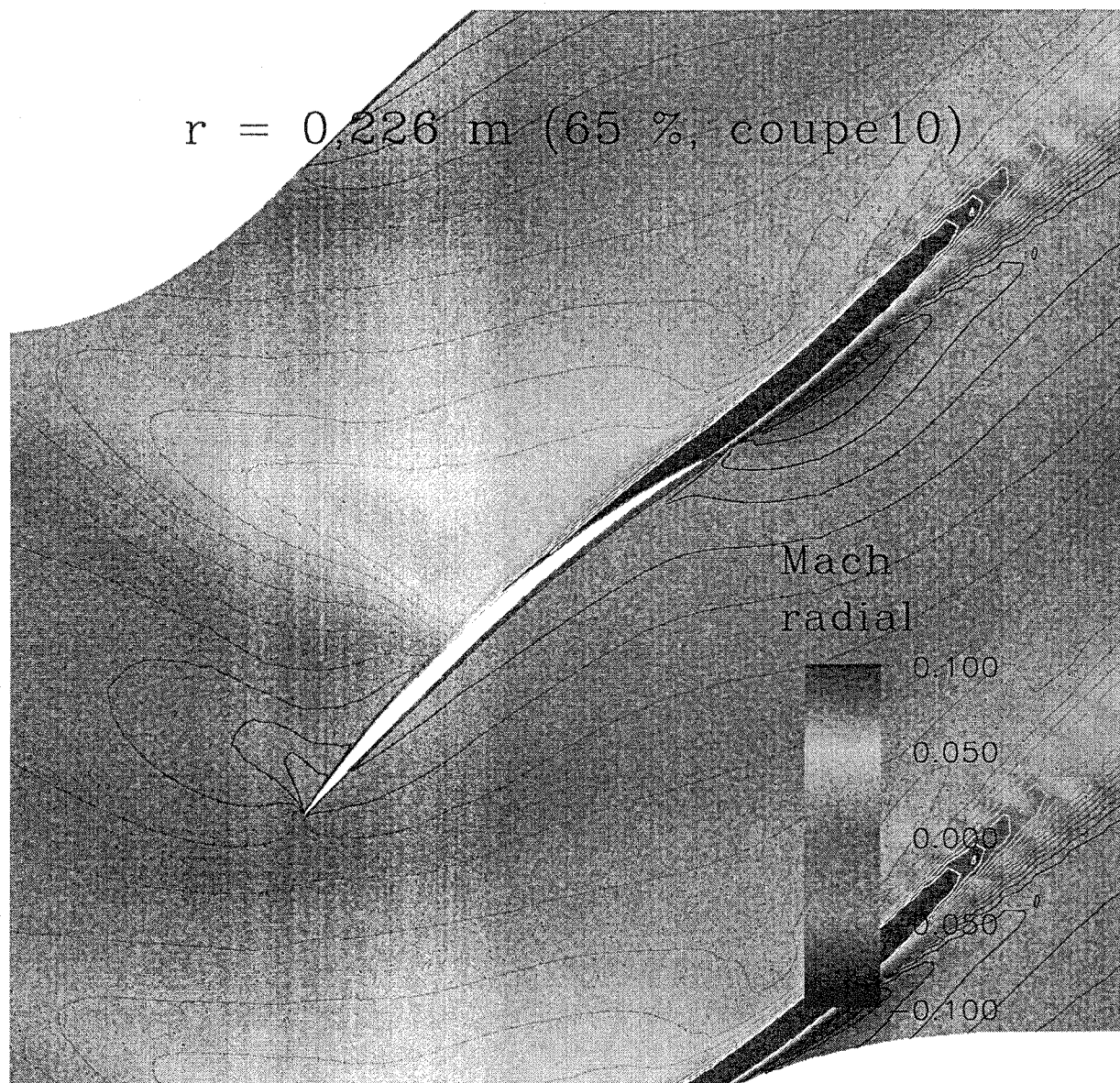


Figure 3.36: Isocontours du nombre de Mach basé sur la composante radiale de la vitesse dans une coupe aube à aube équivalente au calcul 2D. Dans le sillage, les couleurs sont saturées.

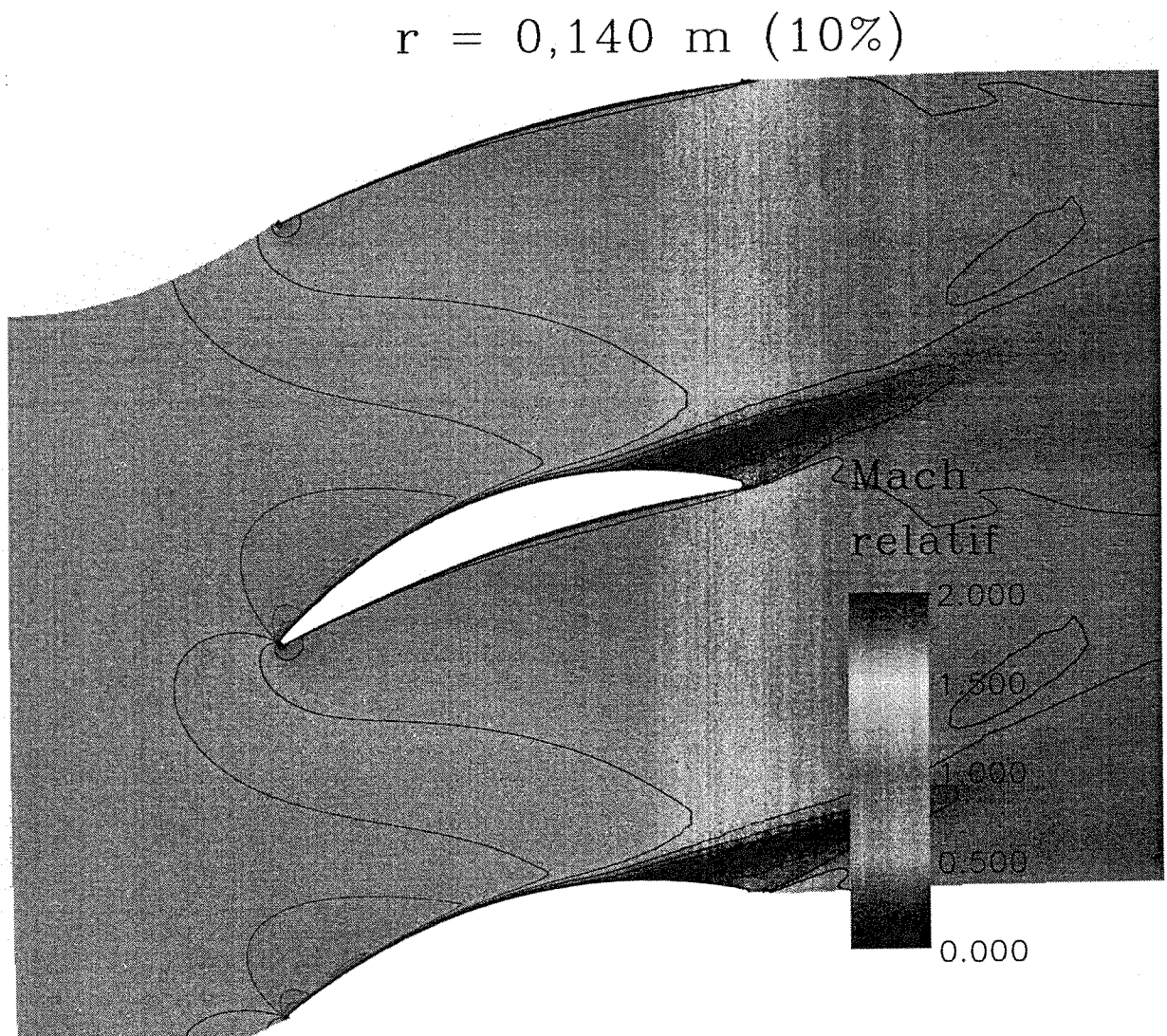


Figure 3.37: Isocontours du nombre de Mach relatif dans une coupe aube à aube à 10 % de hauteur de veine

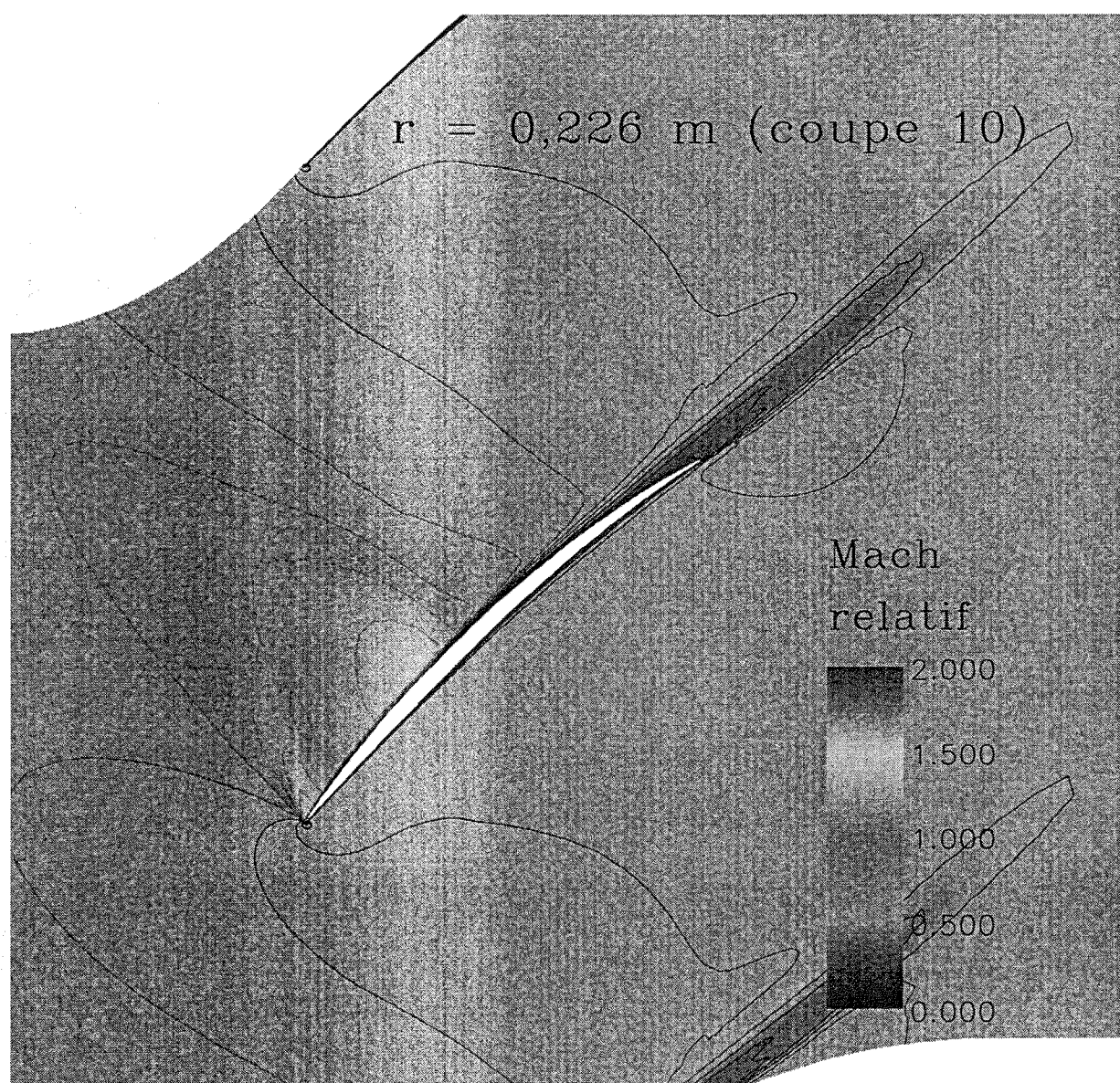


Figure 3.38: Isocontours du nombre de Mach relatif dans une coupe aube à aube équivalente au calcul 2D

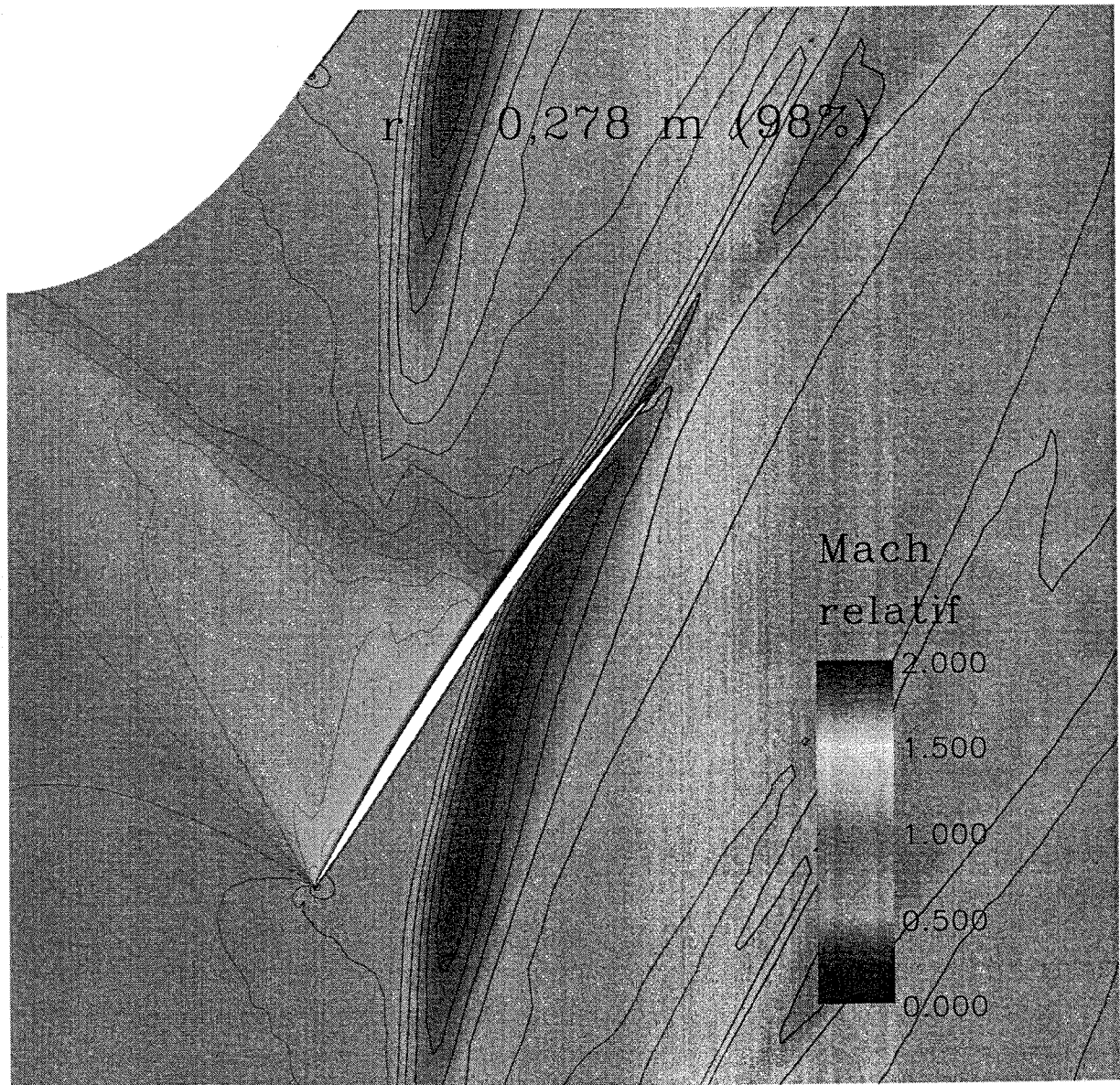


Figure 3.39: Isocontours du nombre de Mach relatif dans une coupe aube à aube à 98 % de hauteur de veine

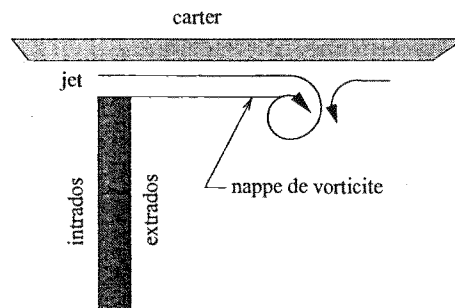


Figure 3.40: Schéma de principe de formation du tourbillon de jeu (réf [76])

3.4.3.3 Écoulement de jeu

La figure 3.41, qui représente le nombre de Mach relatif dans le plan $x = 0$, soit à la moitié de la corde, et l'isoligne $u_x = 0$, permet de voir que l'écoulement de jeu a la forme d'un jet supersonique, dirigé de l'intrados vers l'extrados, et qui se développe à contre courant de l'écoulement principal. Le fort cisaillement à l'interface entre ce jet et l'écoulement principal fait perdre peu à peu sa quantité de mouvement au jet, jusqu'à ce qu'il se détache de la paroi du carter, et la vorticité présente dans la couche de cisaillement se retrouve dans un tourbillon qu'on appelle "tourbillon de jeu". (voir réf [77] et [76]). Une illustration du principe de la formation du jeu est pr  sent  e figure 3.40.

On peut vérifier sur la figure 3.42 que cette ligne de détachement correspond à une composante axiale de vitesse nulle (ligne en traits épais).

De plus, le tourbillon de jeu déforme l'onde de choc, comme le montrent les évolutions spatiales du nombre de Mach relatif dans une coupe aube à aube situ  e à quatre épaisseurs du jeu en dessous du sommet de la pale (figure 3.39).

On peut également s'intéresser aux pertes d  es à l'écoulement de jeu. A cet effet, la figure 3.43 représente la pression totale relative dans des plans perpendiculaires à la pale, permettant d'identifier les pertes d  es au tourbillon de jeu. On constate que ces pertes s'atténuent quand on se rapproche du bord de fuite, puis se mêlent aux pertes du sillage. Wibowo présente dans la réf. [123] un calcul tridimensionnel de l'ASTAFAN réalisé avec le code CANARI de l'ONERA. Dans son calcul, le noyau des pertes disparaît presque complètement au bord de fuite, ce qu'il attribue à l'effet de la couche limite carter, qui dissipe le tourbillon. Cette explication est cohérente avec nos observations, puisque le traitement non-visqueux de la paroi carter dans le cas de notre simulation conduit à un noyau qui ne disparaît pas. L'atténuation de ce niveau serait alors uniquement due à la dissipation numérique.

D'une manière générale, les résultats obtenus avec NSMB sont donc cohérents avec les résultats de Wibowo même si une comparaison précise est difficile car peu de résultats quantitatifs sont disponibles dans la réf. [123].

Caro (réf. [19]) a réalisé une étude d  taill  e de l'écoulement de jeu dans un demi-étage de compresseur qu'on retrouve souvent dans la littérature: le rotor 37 de la NASA. Contrairement à notre simulation de l'ASTAFAN, le calcul du rotor 37 a été réalisé avec un carter adh  rent: la couche limite carter est donc résolue. Afin de localiser les structures tourbillonnaires, Caro a utilisé l'hélicité, définie comme $h = (\vec{\nabla} \wedge \vec{u}) \cdot \vec{u}$. Sur les planches de la figure 3.44 sont présentés

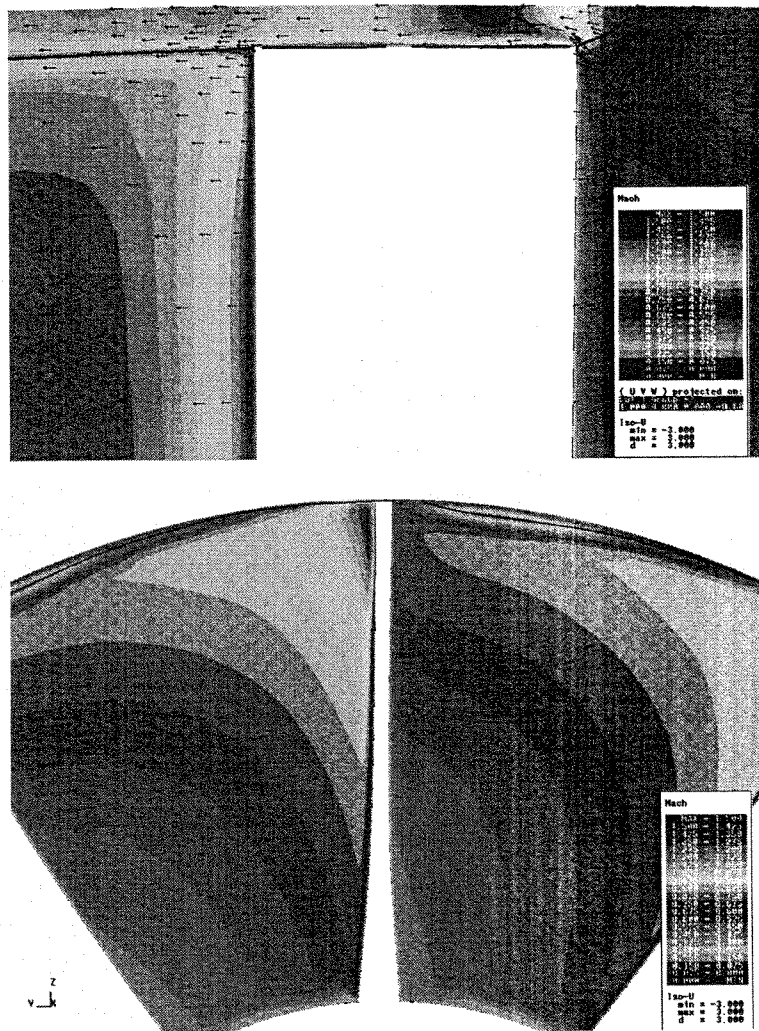


Figure 3.41: Nombre de Mach relatif à mi corde, dans la zone de jeu et isoligne $u_x = 0$. Les vecteurs représentent la vitesse relative projetée dans le plan $x = 0$. Sur la figure du haut, le domaine est représenté depuis 95 % de la hauteur de veine jusqu'au carter.

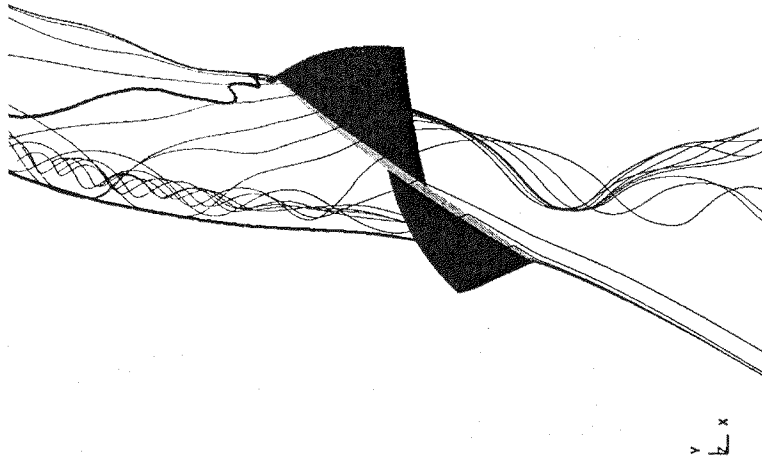


Figure 3.42: Lignes de courant issues du jeu et isoligne $u_x = 0$ dans un plan aube à aube passant au milieu du jeu



Figure 3.43: Pression totale relative dans des plans perpendiculaires à la pale

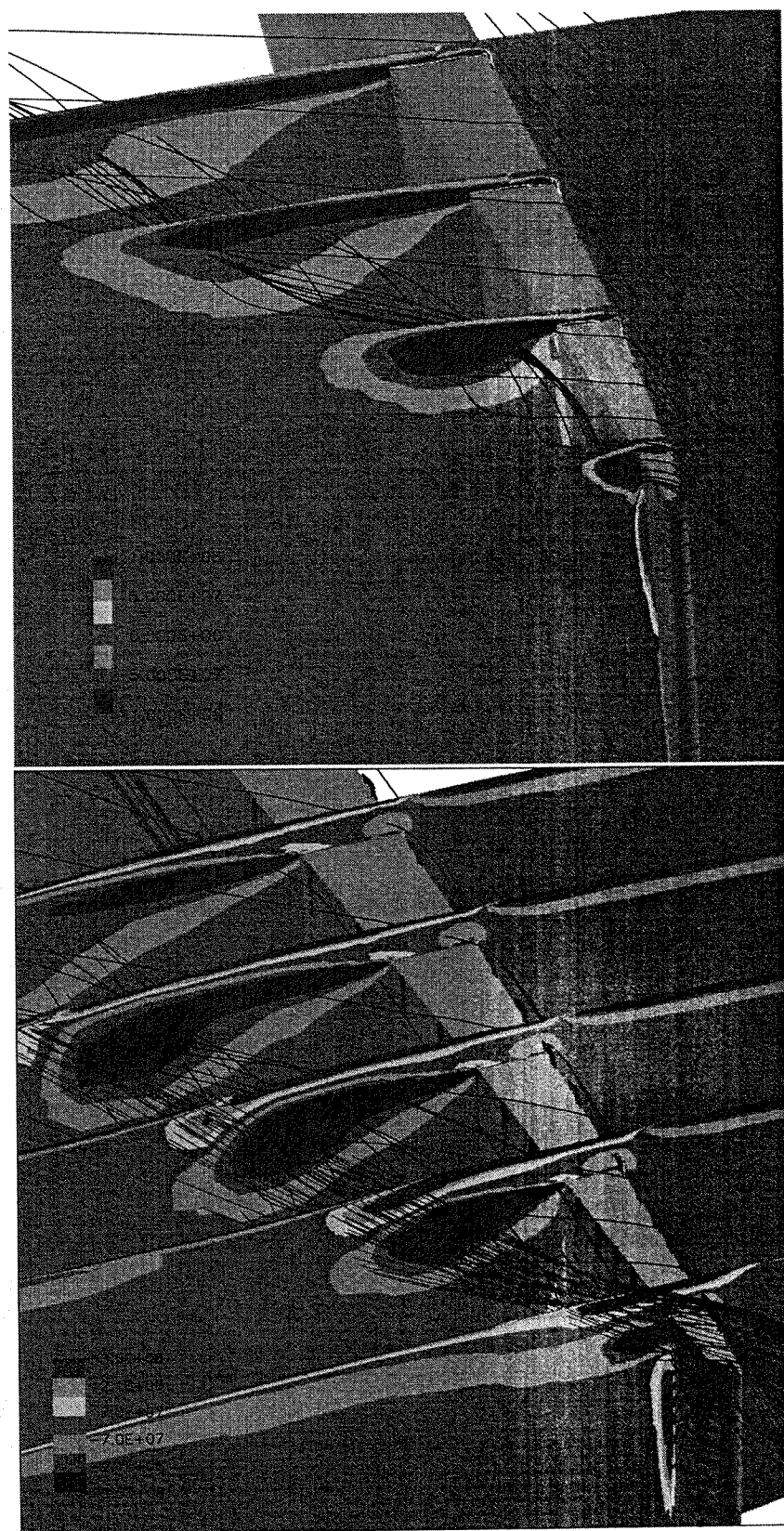


Figure 3.44: Tourbillon de jeu: hélicité dans des plans perpendiculaires à la pale, côté bord d'attaque. En haut: ASTAFAN, en bas: NASA rotor 37 (réf. [19]).

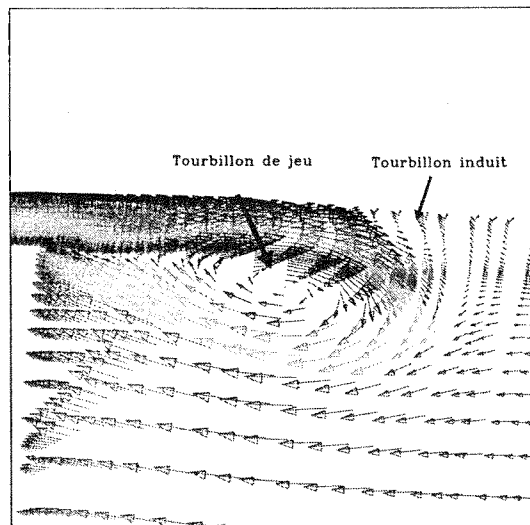


Figure 3.45: Tourbillon induit dans le jeu: vecteurs vitesse relative colorés par la composante circonférentielle de la vorticité dans un plan perpendiculaire à l'axe du tourbillon de jeu, vus de l'aval (calcul sur rotor NASA37, réf. [19]).

des isocontours d'hélicité pour le rotor 37 et pour l'ASTAFAN, ainsi que des lignes de courant issues du milieu du jeu qui viennent "nourrir" le tourbillon de jeu. On constate qu'on trouve dans les deux cas les structures à hélicité négative (en bleu sur la figure), qui identifient le coeur du tourbillon de jeu. On en déduit donc que l'approximation qui consiste à considérer le carter comme une paroi glissante permet de simuler de manière correcte le mécanisme de formation de ce tourbillon. En revanche, le calcul sur le rotor 37 met en évidence une structure tourbillonnaire tournant en sens inverse du tourbillon de jeu, située entre le tourbillon principal et le carter pour les plans proches du bord d'attaque, et, en aval, plus vers l'intérieur du passage. Ce tourbillon est appelé tourbillon induit. Une autre vue de ce tourbillon, utilisant les vecteurs vitesse relative colorés par la vorticité, est présentée sur la figure 3.45. Ce tourbillon induit n'apparaît pas dans le calcul de l'écoulement dans l'ASTAFAN : son existence est lié à la couche limite du carter. D'après la réf. [127], c'est lui qui pilote l'évolution du tourbillon de jeu. Ceci pourrait expliquer qu'on ne retrouve pas dans notre simulation l'évolution radiale de l'angle α (et donc de la pression statique) observée expérimentalement à la périphérie de la veine au niveau du plan P2 (voir figure 3.28): le tourbillon de jeu ne suit pas la même trajectoire, *a priori* dans les directions radiale et circonférentielle, dans notre simulation et dans l'expérience.

3.4.3.4 Modèle de turbulence

Enfin, on peut vérifier sur la figure 3.46 que le modèle de turbulence se comporte en 3D comme en 2D. À gauche de cette figure est tracé le profil de viscosité turbulente normal à la paroi, à une position radiale équivalente à la coupe n°10, et une position axiale située en aval de l'onde de choc. Sur cette figure est également tracé le profil obtenu avec le calcul bidimensionnel à la même position axiale (voir page 256). Le profil du côté extradados est très proche de celui obtenu en 2D, ce qui valide les adaptations du modèle de Baldwin Lomax à la méthode ALE: la couche limite

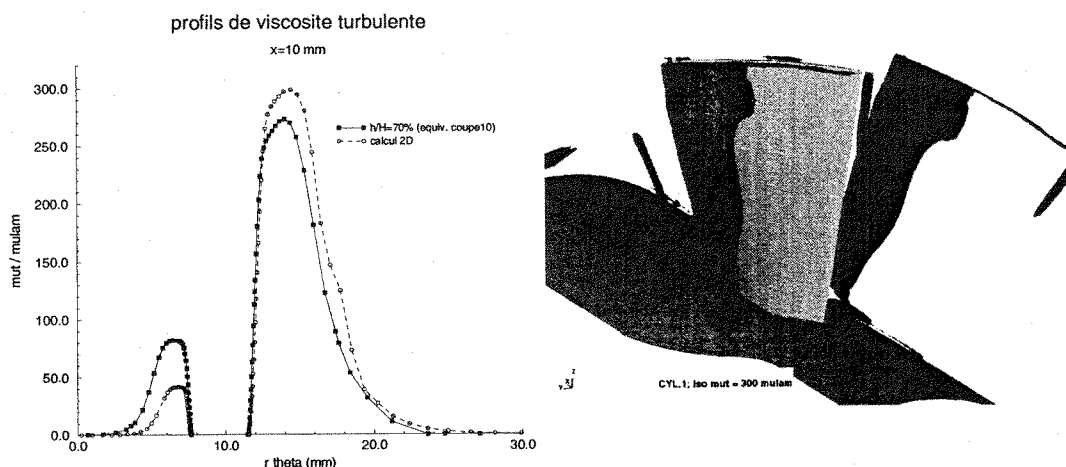


Figure 3.46: A gauche: Profil de viscosité turbulente dans la direction transversale en une position sur la pale équivalente au calcul bidimensionnel. A droite: iso-surface $\mu_t = 300 \mu_{lam}$ du coté extrados.

extrados est la seule qui soit franchement turbulente⁴. Du côté intrados, la valeur au pic est surestimée par rapport au calcul bidimensionnel, tout en restant à des valeurs significatives d'une couche limite faiblement turbulente. La couche limite intrados est donc plus turbulente pour le calcul tridimensionnel que pour le calcul bidimensionnel. La figure de droite, représentant l'iso-surface de viscosité turbulente $\mu_t = 300 \mu_{lam}$ permet de déterminer les structures turbulentes: celles-ci se trouvent principalement en aval de l'onde de choc sur l'extrados, et, dans une moindre mesure, dans le sillage en proche moyeu. Cette dernière structure est à rapprocher du tourbillon visible sur la figure 3.33, en aval du décollement de pied de pale. Notons également la structure en sortie de l'écoulement de jeu, où on s'attend à trouver de la turbulence dans la couche de cisaillement (voir plus haut) ainsi que plusieurs structures qui ne semblent pas être physiques (bord d'attaque notamment).

3.4.4 Effet de la discrétisation spatiale

Le même calcul que celui présenté ci-dessus a été mené avec un schéma décentré de Roe précis au deuxième ordre. Malgré les arguments avancés plus haut en faveur de l'utilisation du schéma centré, la présence de l'onde de choc, même si elle est peu étendue, incite à utiliser un schéma décentré. De plus, la robustesse de ce schéma, vérifiée sur d'autres calculs présentés dans cette étude, est un argument en faveur de son évaluation systématique. Rappelons également que les tests de validations présentés dans l'annexe B ont été effectués avec ce schéma: une comparaison des résultats précédents, réalisés avec le schéma centré, avec des résultats obtenus avec le schéma décentré nous paraît donc nécessaire. Un limiteur de Van Leer est ajouté au schéma afin d'assurer une extrapolation MUSCL précise au deuxième ordre. La discrétisation spatiale mise à part, les mêmes paramètres numériques et physiques ont été utilisés.

La figure 3.47 représente l'historique de convergence du calcul. Comme avec le schéma centré, le résidu décroît de plus de 3 ordres de grandeurs lors des 1500 premières itérations. Les efforts

⁴En effet, les calculs 2D nous ont appris que la couche limite intrados était bien moins turbulente, et on s'attend à ce que la couche limite du moyeu, plus épaisse, soit moins turbulente que la couche limite extrados.

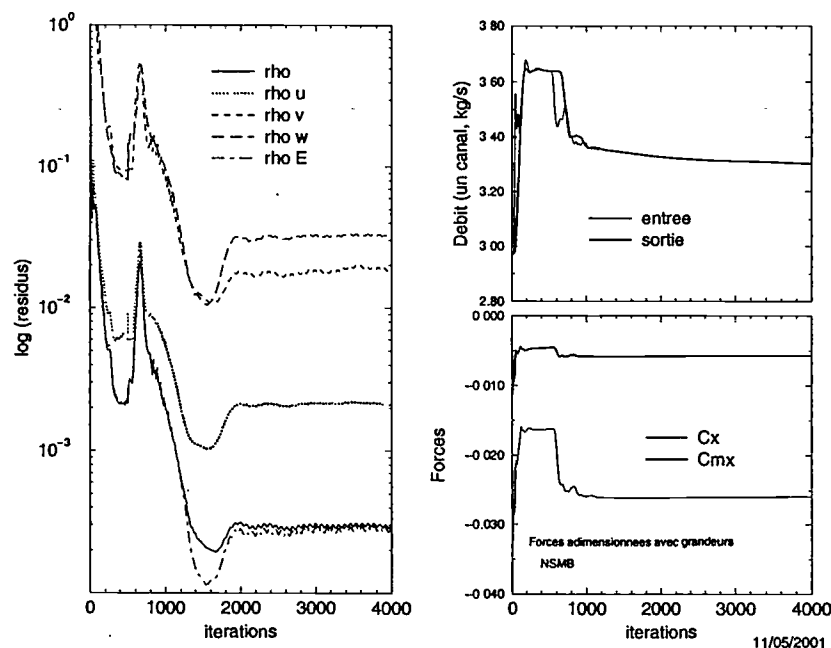


Figure 3.47: Historique de convergence du calcul en schéma de Roe

globaux sont stabilisés à ce niveau de convergence. Par la suite, alors que le calcul en schéma centré continue de converger lentement, les résidus du calcul utilisant le schéma de Roe remontent légèrement puis présentent un plateau. Les débits, quant à eux, évoluent de manière similaire entre les deux méthodes. Notons enfin que les deux schémas utilisent des temps de calcul comparables.

	Débit (kg/s)	τ
Schéma centré de Jameson	35,63	1,272
Schéma décentré de Roe	36,31	1,277
Mesures expérimentales	34,5	1,24

Tableau 3.7: Grandeurs globales pour différentes discrétisations spatiales

Le tableau 3.7 résume quelques grandeurs globales obtenues avec les deux schémas. Le débit avec le schéma de Roe est 2 % plus élevé qu'avec le schéma centré, soit un écart de 5 % avec la valeur expérimentale. Rappelons que la valeur de la pression moyenne imposée en sortie de domaine (104000 Pa) est issue d'une étude paramétrique menée avec le schéma centré et visant à se placer à un état aérodynamique amont le plus proche possible de l'état aérodynamique amont expérimental. Cette même valeur de pression a été utilisée pour les calculs en schéma décentré, conduisant donc à un point de fonctionnement plus éloigné des mesures expérimentales. Malgré cela, l'écart entre la solution obtenue avec ce dernier schéma et les données expérimentales est très acceptable. Cette remarque est confirmée par la figure 3.48. Si on compare celle-ci avec la figure 3.27, on ne relève que de minimes différences. Outre le niveau moyen de pression statique en entrée qui diffère de 800 Pa du calcul centré à cause du calage moins précis, on peut remarquer, dans le plan P2, que la survitesse en pied de pale visible sur les courbes de p_t et T_t

présente une évolution radiale plus lisse, traduisant le caractère plus dissipatif de ce schéma.

3.4.5 Synthèse des résultats tridimensionnels

En premier lieu, la simulation 3D a permis de valider l'utilisation du solveur NSMB pour calculer des écoulements dans des turbomachines, par confrontation avec les résultats expérimentaux fournis par le LAMEP. Il a été montré que les écarts relativement importants obtenus avec les simulation bidimensionnelles (notamment concernant le nombre de Mach en aval des aubes) étaient réduits d'un facteur 2 ou 3, selon la variable considérée, et ce en dépit d'hypothèses simplificatrices : le jeu a été maillé, mais une condition de glissement a été imposée sur le carter, et les effets d'évolution de veine n'ont pas été pris en compte. La comparaison des taux de compression prédits est significative: pour le cas tridimensionnel, l'écart est de 2,4 %, alors que pour le cas bidimensionnel, l'écart avec le taux de compression expérimental, calculé aux positions radiales équivalentes, est de 4,6 %. Ces écarts pourraient encore être réduits avec la prise en compte de l'évolution de la veine.

Cette confiance dans les résultats ayant été établie, on a procédé à une analyse de l'écoulement. Celui-ci, en léger sur-débit par rapport aux résultats expérimentaux (3,3 %), révèle une onde de choc transsonique présente seulement sur le tiers supérieur de l'aubage. Sur la moitié inférieure de l'aube, on observe un décollement de bord d'attaque du côté extrados, *a priori* laminaire, avec un point de réattachement situé peu de distance en aval. A l'intérieur de ce décollement, le fluide possède, par centrifugation, une vitesse radiale, dirigée vers l'extérieur de la veine. Un autre décollement, fortement tridimensionnel, apparaît au coin de l'extrados et du moyeu, en aval de l'aubage.

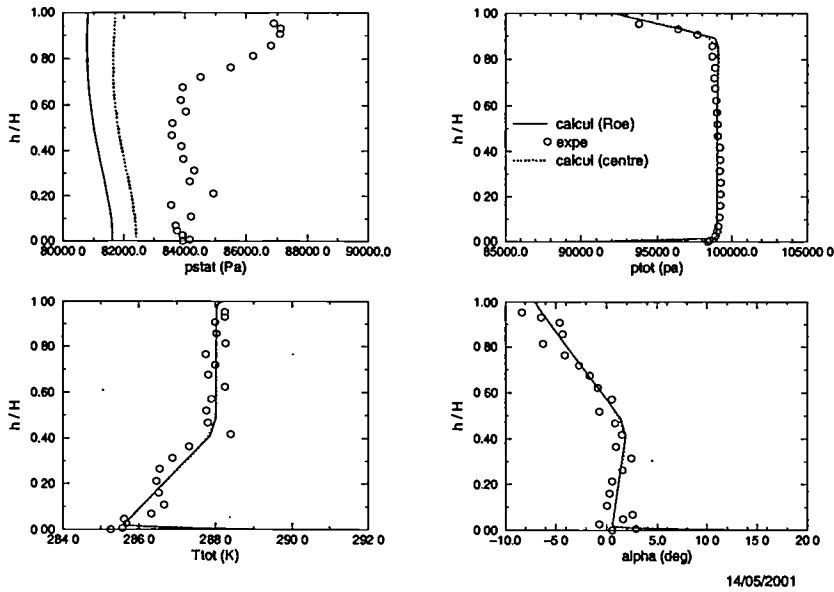
Enfin, on a montré dans ce chapitre que l'hypothèse de carter glissant permettait de retrouver le mécanisme de formation du tourbillon de jeu, mais pas celui du tourbillon induit qu'on observe quand on résoud la couche limite du carter. Or, ce dernier influe sur l'évolution du tourbillon principal: la prédiction du développement de celui-ci doit donc présenter des différences avec l'écoulement réel.

3.5 Bilan comparatif des résultats stationnaires

L'ajout des effets visqueux dans les modélisations bidimensionnelles a apporté peu d'effets notables. Notamment, l'onde de choc est à la même position sur l'extrados, par un calage de la pression statique en aval produisant un écart à l'amont de +3,3% sur le nombre de Mach absolu. L'intensité de l'onde de choc est néanmoins légèrement moins importante dans la simulation Navier-Stokes: le nombre de Mach en amont du choc est de 1,31, contre 1,36 en Euler. On notera également que dans le cas visqueux, la couche limite en amont de l'onde de choc est décollée sur une faible épaisseur, mais tout le long de l'aubage.

La prise en compte des effets tridimensionnels apporte plus de différences au niveau de la coupe n°10 (65% de hauteur de veine). Notamment, l'onde de choc est moins intense, avec un nombre de Mach en amont de celle-ci de 1,25, et est positionnée plus en aval. Cette simulation tridimensionnelle correspond à un point de fonctionnement plus débitant que les deux simulations bidimensionnelles : l'écart en terme de nombre de Mach absolu à l'amont au niveau de cette

Plan P1 (plan de mesure amont)



Plan P2 (plan de mesure aval)

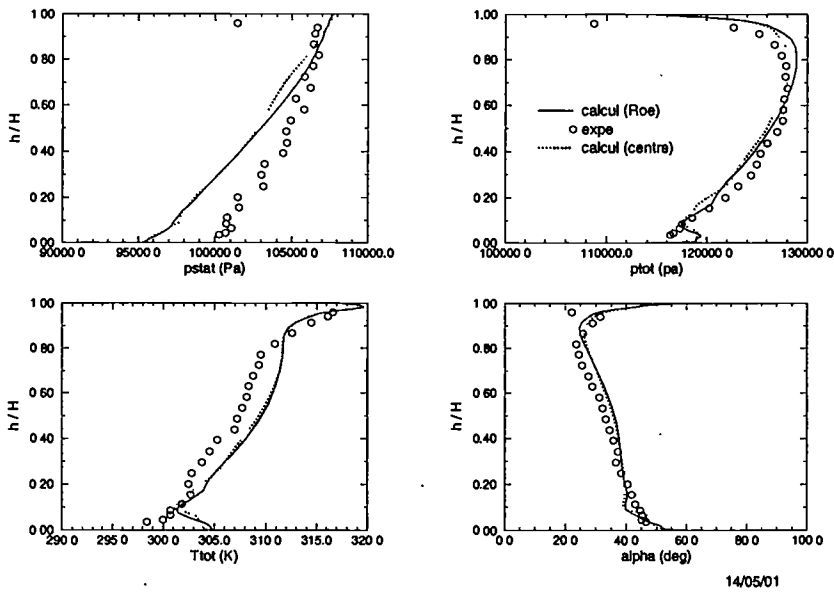


Figure 3.48: Répartition radiale de pression statique, totale, température totale et angle α dans les plans de mesure P1 et P2: comparaison calcul Roe / calcul centré / expérience

coupe aube à aube est de 9% par rapport au cas non visqueux, et de 5% par rapport au cas visqueux. De plus, les effets tridimensionnels se présentent sous la forme d'une vitesse radiale dirigée vers le moyeu dans la zone supersonique et d'une vitesse radiale dirigée vers le carter à l'aval de l'onde de choc droite. On notera par ailleurs, par centrifugation, une forte vitesse radiale dans la zone de sillage et sur le dernier quart aval de l'extrados. Il résulte de la combinaison des effets radiaux et des écarts de condition à l'amont une modification de la structure d'onde de choc, un décollement plus prononcé en 3D et une évolution du C_p dans la zone supersonique présentant un creux plus prononcé que dans les cas bidimensionnels (voir figure 3.34). Enfin, pour les cas bidimensionnels, le confinement dans la troisième direction accentue l'accélération au bord d'attaque, générant une onde de choc oblique dans la poche supersonique, absente de la simulation tridimensionnelle.

En conclusion, par rapport à la simulation tridimensionnelle visqueuse, le cas bidimensionnel non visqueux présente des différences au niveau de la coupe aube à aube n°10: l'onde de choc droite est plus intense, et l'onde de choc oblique au niveau du bord d'attaque est absente de la simulation tridimensionnelle. Les effets tridimensionnels montrent que l'approximation bidimensionnelle est peu justifiée, cependant l'écoulement bidimensionnel non visqueux est typique des écoulements rencontrés sur des turbomachines transsoniques.

3.6 Conclusion

Les résultats présentés dans ce chapitre ont permis de remplir trois objectifs :

1. L'utilisation du solveur NSMB pour calculer des écoulements dans une turbomachine a été validée par comparaison avec les résultats expérimentaux fournis par le LAMEP. Il résulte de cette évaluation un niveau d'erreur typique des solveurs utilisés pour des écoulements de turbomachine.
2. L'écoulement tridimensionnel stationnaire dans le rotor de la soufflante de l'ASTAFAN a été analysé.
3. Il a été évalué dans quelle mesure la simulation bidimensionnelle et non visqueuse, qui doit servir de base à l'étude instationnaire du chapitre suivant, était représentative d'un écoulement en machine transsonique réelle.

Dans le chapitre suivant, on analysera les résultats d'une simulation bidimensionnelle instationnaire, non visqueuse, en présence d'une distorsion d'entrée d'air similaire à celle générée expérimentalement au LAMEP.

Chapitre 4

Analyse de l'écoulement instationnaire bidimensionnel en présence d'une distorsion d'entrée

Dans ce chapitre, il s'agit d'étudier l'écoulement instationnaire dans le rotor de soufflante de l'ASTAFAN en présence d'une distorsion de l'écoulement amont. L'objectif de cette partie est d'essayer d'analyser et de comprendre les mécanismes fondamentaux qui interviennent lorsque l'écoulement à l'amont d'une turbomachine transsonique présente une distorsion circumférentielle. Cette étude s'appuie sur le rotor de soufflante de l'ASTAFAN. Dans un cadre de recherche plus global, ces analyses doivent suivre une méthodologie progressive allant du plus simple au plus complexe. Notre travail s'est limité à la première phase qui consiste à étudier l'écoulement bidimensionnel non visqueux.

Après une quantification de l'atténuation de la distorsion à travers le rotor de la soufflante, une décomposition du type de celle proposée par Adamczyk nous permettra de faire certaines déductions sur l'influence de l'instationnarité amont sur les performances de ce demi-étage, ainsi que de localiser les instationnarités au sein de l'écoulement inter-aubes.

Par la suite, une approche spectrale permettra d'affiner cette analyse, notamment au niveau des effets acoustiques (bidimensionnels) en aval du rotor.

4.1 Introduction

Dans la réf. [74], une étude expérimentale de cet écoulement a été réalisée en plaçant en amont de la soufflante une grille possédant des secteurs grillagés à perméabilité variable¹. Kaya obtient alors une distorsion stationnaire du type de celle provoquée par le décollement partiel aux lèvres de l'entrée d'air qu'on peut rencontrer pendant le vol d'un aéronef. Notre simulation se veut représentative de ce cas expérimental.

Les résultats expérimentaux de la réf. [74] montrent que la distorsion générée par la grille est de nature principalement circumférentielle. Ce type de distorsion se prête donc bien à une

¹L'ASTAFAN est une soufflante à calage variable, c'est à dire que les aubages ont la possibilité de pivoter autour d'un axe situé à mi-corde afin d'adapter l'incidence au point de fonctionnement. Dans la réf. [74], les résultats expérimentaux concernent principalement des calages différents du calage nominal ; alors que nos maillages ont été construits sur la géométrie à calage nul.

modélisation bidimensionnelle. De plus, afin de mettre en place la méthodologie de l'analyse instationnaire et de faciliter l'analyse en elle-même, la modélisation retenue n'inclut pas les effets visqueux. Notons que les résultats du chapitre 3 nous ont indiqué que ce type de modélisation, tout en étant moins précise qu'une modélisation tridimensionnelle visqueuse, rendait relativement bien compte de l'écoulement stationnaire.

D'après la réf. [74], l'effet de la grille de distorsion provoque essentiellement un déficit de pression totale (absolue). La distorsion imposée en amont ne porte que donc que sur cette variable: la température totale et la direction de la vitesse sont considérées comme constantes. Elle ne comporte qu'un lobe sur la circonférence, et est stationnaire. La vitesse de rotation de la machine étant de 9705 tr / mn, la fréquence réduite de l'instationnarité (ou plus précisément de son premier harmonique) subie par les pales est $k = \frac{fc}{u_x} = 0,111$, avec f la fréquence de rotation, c la corde et u_x la vitesse axiale en entrée, ce qui s'exprime en terme de pulsation réduite par : $\hat{\omega} = \frac{2\pi fc}{u_x} = 0,696$.

Le profil de pression totale retenu pour ce calcul instationnaire a été déterminé d'après les mesures expérimentales de la réf. [74], réalisées pour des calages de +5 et -5 degrés et prises à un rayon équivalent à celui de notre maillage (coupe n° 10). Ces mesures ont été approchées par une gaussienne, la comparaison est présentée figure 4.1. L'amplitude du déficit retenue est de 0,0085 fois la pression totale hors déficit, soit $\delta p_t^i = 841,6$ Pa, et la demi-largeur à mi-hauteur du déficit est de 30 degrés.

La figure 4.2 présente le signal de pression totale imposé en un point de la frontière amont du maillage, ainsi que le spectre associé. Notons que l'utilisation de la méthode "ALE stationnaire" implique que la distorsion, stationnaire dans le repère absolu, est instationnaire dans le repère de description de l'écoulement. Vue depuis un point de maillage, le centre du déficit se déplace donc à la vitesse $\vec{u}_{dep} = -\vec{v}_g$. En tout point de la frontière, on a donc $p_t = f(y - u_{dept})$.

La figure 4.2 montre que le spectre de ce signal s'étend sur les cinq premiers harmoniques, avec une décroissance presque linéaire des quatre premiers harmoniques, le premier représentant plus de 30 % du déficit total.

4.2 Stratégie numérique

Le maillage utilisé est le même que celui utilisé pour les calculs stationnaires de la section 3.3. Le lecteur est invité à s'y reporter pour une description du maillage.

Cette simulation instationnaire se restreint à un seul canal interaube : l'hypothèse de périodicité spatio temporelle est donc utilisée. Celle-ci est appliquée en pratique grâce à la condition aux limites décrite dans la section 2.3.2.8 qui permet de simuler l'effet des canaux adjacents.

L'instationnarité est imposée à l'amont par le biais de la condition aux limites de réservoir (décrite dans la section 2.3.2.4), les grandeurs imposées étant fonction du temps et de l'espace. En aval, on utilise la condition partiellement réfléchissante (voir section 2.3.2.4), avec un paramètre de rappel qu'on a fait varier progressivement : pendant les cinq premières périodes, σ vaut $2 \cdot 10^{-5}$ (valeur dimensionnelle), ce qui est équivalent aux calculs de la section C.4, puis le calcul a été continué avec $\sigma = 10^{-7}$, de manière à avoir une condition quasi-non réfléchissante.

La discrétisation temporelle est réalisée avec la méthode du pas de temps dual, appliquée pour un schéma décentré d'ordre deux en temps, et pour l'avance en temps fictif les mêmes paramètres

que pour les calcul stationnaires équivalents : la méthode implicite LU-SGS (approximation scalaire des matrices jacobienne), avec trois balayages LU par itération. La discrétisation spatiale est quant à elle assurée par le schéma de Roe du deuxième ordre avec des limiteurs de Van Leer.

La solution initiale est le résultat du calcul stationnaire présenté dans la section 3.3. On impose une distorsion d'amplitude nulle à $t = 0$, puis l'amplitude du déficit croît linéairement sur les trois premières périodes, et atteint alors sa valeur définitive. On évite ainsi le problème de la génération d'une solution initiale respectant l'hypothèse de périodicité spatio-temporelle. Afin d'être sur le même point de fonctionnement pendant tout ce processus transitoire, la valeur moyenne du profil de pression totale imposé est constante au cours du temps.

4.3 Convergence

Dans le but d'être capable de réaliser une analyse précise de l'écoulement instationnaire résolu, il a été apporté un soin particulier à la convergence du calcul. Deux types de convergence sont considérés dans la suite. Naturellement, il faut s'intéresser à la convergence du calcul vers un état périodique. Cependant, à cause de l'utilisation d'une technique de pas de temps dual, il faut également s'intéresser à un autre type de convergence, celle de la boucle interne, à chaque pas de temps physique.

4.3.1 Convergence en temps fictif

Pour atteindre une convergence raisonnable (3 décades pour le résidu sur ρ), certains pas de temps nécessitent plus d'itérations que d'autres, jusqu'à 1000 (figure 4.8, à gauche). D'après l'observation de la solution instationnaire au bord d'attaque, il semble que les pas de temps à taux de convergence défavorable correspondent aux instants pour lesquels la solution est stationnaire, mais cela n'a pas été vérifié sur la totalité de l'écoulement. La figure 4.8 montre trois types de comportement de convergence différents, qui ont en commun une vitesse de convergence élevée au début puis plus lente (de l'ordre d'une décade pour 400 itérations), et caractérisés par le nombre d'itérations avant transition. On note également la récurrence de pas de temps convergés en moins de cinquante itérations: ceux-ci correspondent à des pas de temps externes 10 fois plus petits que les autres, imposés pour "enregistrer" le champ instationnaire 44 fois par période.

On pourrait penser que l'utilisation d'une méthode explicite serait dans ces conditions moins coûteuse. Néanmoins, un calcul d'évaluation a révélé qu'avec des pas de temps de l'ordre de $5 \cdot 10^{-8}$ s (correspondant à un CFL de l'ordre de l'unité), soit plus de 125000 pas de temps par période, et une intégration temporelle de Runge-Kutta une période de rotation complète était simulée en 13 h 15' (temps CPU), alors que la méthode de pas de temps dual employée nécessite 10h de calcul dans les mêmes conditions (calcul monoprocesseur sur Compaq alpha-SC). De plus, dans le cas d'un calcul explicite, le stockage supplémentaire nécessité par la condition aux limites de périodicité choro-chronique est prohibitif (300 fois plus que le calcul présenté).

4.3.2 Convergence temporelle

Plusieurs critères ont servi à juger de celle-ci, reposant sur l'historique d'une variable: débits sur les faces d'entrée et de sortie du domaine de calcul, efforts intégrés sur l'aubage, et variables aérodynamiques extraites ponctuellement (en amont de la zone aubée, à mi-corde et mi-largeur de canal, en aval de la zone aubée et en sortie de domaine). Le calcul est jugé convergé quand toutes les évolutions contrôllées sont périodiques. L'instationnarité étant imposée à l'amont, il n'est pas étonnant de constater que les convergences les plus défavorables sont celle observées sur le plan de maillage le plus en aval. Pour cette raison, on ne présentera que celles-ci.

La simulation de plus de 70 période temporelles a été nécessaire pour arriver à un niveau de convergence satisfaisant (figure 4.7). En effet, le schéma numérique doit être peu dissipatif pour ne pas amortir les fluctuations de l'écoulement instationnaire, mais comme à l'amont et sur les faces latérales les conditions aux limites sont réfléchissantes, l'amortissement des ondes numériques est très lent. De plus, l'utilisation de la périodicité spatio-temporelle impose l'évacuation de tous les modes transverses non harmoniques de la fréquence de rotation de la roue. Notons que cela permet d'extraire du calcul une période temporelle sans avoir à effectuer de moyenne de phase, ce dont les expérimentateurs ne peuvent s'affranchir.

La figure 4.6, présentant l'historique des débits et le point-sonde sur la face de sortie, permet de vérifier que cet état périodique est atteint. On notera sur ces planches que l'évolution du débit en entrée, si elle reste grossièrement proche de la forme du signal de pression totale imposé (figure 4.2), ne présente pas tout à fait un plateau après le passage du déficit, le débit continuant d'augmenter pour atteindre un maximum juste avant le retour de celui-ci. Ce comportement n'est pas dû à la présence des aubages: il a déjà été observé sur la vitesse dans le cas de sillages défilants dans une "boite périodique" (voir section C.4). La forme du signal de débit en sortie suggère pour sa part qu'une réorganisation circonférentielle de l'écoulement a lieu entre l'entrée et la sortie de la roue: en effet, le déficit diminue presque de moitié, mais s'élargit de manière asymétrique jusqu'à faire complètement disparaître la notion de plateau de débit observée en amont. Enfin, on notera sur la courbe de pression statique du point en sortie de domaine (figure 4.6) la présence très marquée de l'harmonique 6, sous la forme d'oscillations se répétant six fois dans une période fondamentale, dont l'origine beaucoup moins évidente sera étudiée par la suite. On s'intéresse dans le paragraphe suivant à l'état aérodynamique en entrée de domaine, où est imposée la distorsion de l'écoulement.

4.3.3 Caractérisation de la distorsion obtenue à convergences

La figure 4.3 représente le profil transversal de pression totale sur le plan de la frontière amont du maillage, à un instant fixé. Théoriquement, on devrait obtenir le même spectre que sur la figure 4.2. Cependant, on voit apparaître l'harmonique onze, qui témoigne de l'effet potentiel dû aux pales (notons que les effets potentiels n'apparaissent théoriquement pas sur la pression totale relative, mais peuvent être vus sur la pression totale absolue). L'amplitude de ce mode est négligeable (inférieure à 20 Pa), et est visible sur le plan frontière car la consigne de la figure 4.2 est numériquement appliquée dans les cellules fictives; or les résultats présentés figure 4.3 sont extraits d'une interpolation sur les noeuds du maillage. Pour les points frontières, cette interpolation se ramène à une extrapolation à partir des deux premières cellules intérieures.

Sur la figure 4.4 est présentée la pression statique. Les effets potentiels (harmonique 11) sont, en ordre de grandeur, comparable à l'amplitude du deuxième harmoniques dû à la distorsion

(l'amplitude de l'harmonique 11 représente environ la moitié de l'amplitude de l'harmonique 2). L'amplitude du premier harmonique représente moins de la moitié de son équivalent pour la pression totale, et pour les harmoniques supérieurs (de 2 à 5), les amplitudes sont très inférieures, par exemple d'un rapport 7 pour le deuxième harmonique. On en déduit que la distorsion de pression totale se traduit principalement par un déficit de pression dynamique, et dans une moindre mesure par un déficit de pression statique. Il est difficile de chiffrer plus précisément cette décomposition, car la répartition circonférentielle de pression statique n'a pas la forme de gaussienne que présente celle de la pression totale.

Enfin, sur la figure 4.5 sont tracés les mêmes graphes, pour l'entropie. Cette grandeur étant purement convectée, on n'observe pas d'effets de l'écoulement aval. Le déficit de pression totale se traduit par un pic d'entropie, et on retrouve exactement le spectre de la figure 4.2.

4.4 Atténuation de la distorsion

Un premier résultat qu'il nous paraît important de présenter est la quantification de l'atténuation de la distorsion présente en amont de la machine à travers la soufflante. En effet, sur une machine multi-étagée, plus les premiers étages atténuent les irrégularités de l'écoulement amont, plus les étages haute pression fonctionneront à un point de fonctionnement proche du nominal, et moins les pertes dues à la distorsion seront élevées. *A contrario*, si le niveau de perturbation en aval des étages basse pression est élevé, on risque de créer un décollement tournant dans les étages suivants.

Smith (réf. [106]) a proposé une définition pour le taux de récupération d'une distorsion stationnaire, qui a été reprise par Kaya (réf. [74]) dans son étude de l'ASTAFAN soumis à une distorsion. Il s'agit d'une quantification stationnaire globale :

$$R_R = 1 - \frac{\delta p_t^2}{\delta p_t^1} \quad (4.1)$$

où δp_t^1 représente la perturbation de pression totale en amont et δp_t^2 la perturbation de pression totale générée en aval. Les perturbations δp_t sont mesurées comme des niveaux de fluctuation spatiale (après un processus de moyenne en temps), caractérisant la distorsion stationnaire. Un taux de récupération de zéro signifie donc que la distorsion est transmise intégralement en aval, et un taux R_R de un signifie qu'elle a été totalement atténuée et que l'écoulement en aval est axisymétrique.

Nous allons essayer ici d'établir un parallèle entre cette approche globale et les décompositions établies par Adamczyk.

Appliquée au champ de pression totale mesuré dans le repère absolu, celle-ci donne :

$$p_t(x, \theta_s, t) = \tilde{p}_t(x) + \bar{p}_t^{*s}(x, \theta_s) + p'^s(x, \theta_s, t) \quad (4.2)$$

Par définition, \bar{p}_t^{*s} est stationnaire dans ce repère. De plus, $p'^s(x, \theta_s, t)$ se décompose en :

$$p'^s(x, \theta_s, t) = \bar{p}_t^{*r}(x, \theta_s + \Omega t) + p''^s(x, \theta_s, t) \quad (4.3)$$

avec \overline{p}_t^{*s} stationnaire dans le repère mobile. Dans le repère relatif, on peut de la même manière décomposer p_t en:

$$p_t(x, \theta_r, t) = \widetilde{\overline{p}}_t(x) + \overline{p}_t^{*r}(x, \theta_r) + p'^r(s, \theta_r, t) \quad (4.4)$$

$$p'^r(x, \theta_r, t) = \overline{p}_t^{*s}(x, \theta_r - \Omega t) + p''^r(x, \theta_r, t) \quad (4.5)$$

On rappelle (voir page 21) que $p_t'^s$ et $p_t''^r$ désignent la même quantité, mesurée dans deux repères différents. Dans la suite nous la noterons p_t'' . \overline{p}_t^{*s} est stationnaire dans le repère fixe, tandis que \overline{p}_t^{*r} est stationnaire dans le repère mobile. p_t'' , quant à lui, n'est stationnaire dans aucun des deux repères.

Le processus de moyenne temporelle permet de filtrer le terme p'^s , et il ressort clairement de cette décomposition que la mesure des δp_t de la définition (4.1) s'identifie avec le niveau de fluctuation (spatial) de \overline{p}_t^{*s} , mesurées dans le repère absolu.

Dans le repère **mobile**, la mesure des fluctuations **temporelles** permet de filter les termes $\widetilde{\overline{p}}_t$ et \overline{p}_t^{*r} . Si on néglige p_t'' , à θ_r fixé on voit donc défilier le motif de la distorsion, \overline{p}_t^{*s} , périodiquement sur $\frac{2\pi}{\Omega}$. La mesure du niveau RMS donnera donc, pour tout θ_r , le même résultat que la mesure du niveau RMS des fluctuations spatiales, mesurées dans le repère fixe, après une moyenne en temps. Dans notre cas, on évaluera donc R_R avec des résultats issus des moyennes circonférentielles des fluctuations temporelles effectuées dans le repère mobile (l'ensemble de ces résultats sera présenté dans la section 4.5.2). L'opérateur de moyenne circonférentielle n'a qu'un rôle de filtre numérique.

L'hypothèse consistant à négliger p_t'' est souvent faite dans la littérature (voir page 21), et elle revient à négliger les effets des interactions entre les phénomènes qui ne sont stationnaires ni dans un repère ni dans l'autre. On vérifiera plus loin, grâce l'approche modale (section 4.7.2), que cette hypothèse est justifiée car on s'est placé suffisamment loin de la zone aubée.

A l'issue de cette démarche, on obtient:

$$R_R = 0,275$$

A partir de la campagne d'essai qu'il a réalisé, Kaya a estimé le taux de récupération de la distorsion pour l'ASTAFAN fonctionnant au même régime, avec une distorsion amont similaire à notre cas. Ces résultats sont fournis à titre indicatifs, car ils prennent en compte l'étage entier (le rotor et le redresseur en aval), et de plus ils ont été obtenus pour des calages différents des pales de la soufflante:

$$\begin{aligned} R_R &= 0,828 \text{ pour un calage de } -5^\circ \\ R_R &= 0,958 \text{ pour un calage de } +5^\circ \end{aligned}$$

On en conclut que le redresseur joue une part plus importante que le rotor dans l'atténuation de la distorsion. Rappelons cependant que cette quantification est à prendre avec précaution, à cause des limitations de la modélisation bidimensionnelle non visqueuse mises en évidence dans le chapitre précédent.

Si on fait l'hypothèse que le fluide est incompressible, on peut arriver par un raisonnement quasi-stationnaire à une expression simple de R_R . (réf. [74]):

$$R_R = 1 - \left(\cos(\beta_1 + \alpha_1) \cos(\beta_2 + \alpha_2) \frac{\cos \alpha_1 \cos \beta_2}{\cos \alpha_2 \cos \beta_1} \right) \quad (4.6)$$

On peut alors utiliser les données expérimentales stationnaires en P1 et en P2, au niveau de la coupe aube à aube n°10, pour évaluer R_R . On obtient $R_R = 0,225$, soit une valeur relativement proche de celle obtenue directement avec le calcul instationnaire, malgré l'hypothèse d'incompressibilité peu justifiée sur ce cas transsonique.

Par contre, si on applique la formule (4.6) aux résultats de calculs stationnaires, on obtient des valeurs très éloignées: $R_R = 0,045$ avec le calcul stationnaire Euler bidimensionnel de la section 3.3, et $R_R = 0,104$ avec les résultats stationnaires du calcul Navier Stokes tridimensionnel (pris à un rayon de 226,4 mm, en P1 et en P2) de la section 3.4. Ces écarts peuvent être imputés aux erreurs commises sur l'angle absolu α_2 dans les calculs NSMB, l'équation (4.6) étant particulièrement sensible à cet angle.

4.5 Comparaison des champs stationnaire et instationnaire moyenné

Afin de quantifier l'effet de l'instationnarité de la distorsion sur le fonctionnement de la soufflante, on compare maintenant le calcul instationnaire moyenné en temps avec un calcul stationnaire, réalisé avec des conditions aux limites de moyenne égale aux conditions aux limites imposées sur les frontières du calcul instationnaire (voir figure 4.9). Les différences observées entre les résultats de ces calculs seront alors attribuables aux effets purement instationnaires de la distorsion d'entrée. De plus, nous étudierons la partie purement fluctuante de la solution instationnaire. Notons que le calcul stationnaire est le même que celui présenté dans la section 3.3.1.

Nous effectuerons cette étude en deux temps : on présente tout d'abord des résultats moyennés dans la direction circonférentielle, puis une description bidimensionnelle nous permettra de localiser plus précisément les mécanismes mis en évidence par l'approche axisymétrique.

4.5.1 Procédure de comparaison

L'analyse comparative sera basée sur la décomposition des champs aérodynamiques dans le repère tournant. Les notations d'Adamczyk seront dans la suite allégées puisqu'on ne considère ici que les moyennes effectuées dans le repère mobile. Pour une variable φ quelconque, on rappelle les définitions suivantes :

- pour un champ stationnaire:

$$\varphi(x, y) = \tilde{\varphi}(x) + \varphi^*(x, y) \quad (4.7)$$

$\tilde{\varphi}$ est le champ axisymétrique (moyenne spatiale) et φ^* représente les fluctuations spatiales.

- pour un champ instationnaire:

$$\varphi(x, y, t) = \bar{\varphi}(x, y) + \varphi'(x, y, t) \quad (4.8)$$

$\bar{\varphi}$ est le champ moyenné en temps, φ' la fluctuation temporelle. $\bar{\varphi}$ est décomposé comme le champ stationnaire:

$$\bar{\varphi}(x, y) = \tilde{\varphi}(x) + \bar{\varphi}^*(x, y) \quad (4.9)$$

$\tilde{\varphi}$ représente la moyenne spatiale et temporelle (champ axisymétrique) et $\bar{\varphi}^*$ la fluctuation spatiale du champ moyenné en temps.

Deux types d'opérateurs de moyenne sont définis: la moyenne arithmétique sera appliquée sur la pression statique et la température statique, les variations de ces variables étant essentiellement liées aux ondes de type acoustique, alors qu'on appliquera une moyenne pondérée par le débit pour les autres grandeurs, plutôt associées aux effets convectifs: l'entropie, le nombre de Mach, la pression totale, la température totale, la vitesse ainsi que les valeurs RMS des fluctuations (définies par $RMS(\varphi) = \sqrt{\overline{\varphi'\varphi'}}$). Ces opérateurs sont résumés dans le tableau 4.1.

	stationnaire	instationnaire
Moyenne arithmétique	$\tilde{\varphi}(x) = \frac{1}{S} \int_0^S \varphi dy$	$\bar{\varphi}(x, y) = \frac{1}{T} \int_0^T \varphi dt$ $\tilde{\varphi}(x) = \frac{1}{TS} \int_0^S \int_0^T \varphi dt dy$
Moyenne pondérée par le débit	$\tilde{\varphi}(x) = \frac{\int_0^S \rho u_x \varphi dy}{\int_0^S \rho u_x dy}$	$\bar{\varphi}(x, y) = \frac{\int_0^T \rho u_x \varphi dt}{\int_0^T \rho u_x dt}$ $\tilde{\varphi}(x) = \frac{\int_0^S \int_0^T \rho u_x \varphi dt dy}{\int_0^S \int_0^T \rho u_x dt dy}$

Tableau 4.1: Définition des opérateurs de moyenne

4.5.2 Description axisymétrique

Dans un premier temps, nous allons quantifier l'apport ou la réduction de travail et de pertes apporté par l'instationnarité. Pour ce faire, nous nous baserons sur les pressions totales relative et absolue. Les pertes seront évaluées avec la pression totale relative. La pression totale absolue comprenant quant à elle l'énergie apportée au fluide (sous la forme de Δh , l'enthalpie) et les pertes, le travail apporté par le rotor se traduira par la différence entre pressions totales absolue et relative.

Sur la figure 4.10, on a tracé la moyenne azimutale de l'écart entre la solution instationnaire moyennée en temps et la solution stationnaire, pour les pressions statiques, totales absolues et totales relatives. Un accroissement de $\tilde{p}_t - \bar{p}_t$ par rapport au niveau à l'entrée représente donc du travail utile apporté par l'instationnarité (malgré les pertes), alors qu'une diminution de $\tilde{p}_{tR} - \bar{p}_{tR}$ par rapport au niveau à l'entrée représente des pertes supplémentaires. On constate que les variations ne dépassent pas quelques dizaines de Pascals, sachant que la pression dynamique à l'entrée vaut 13800 Pa. Les calculs stationnaires et instationnaires sont donc pratiquement sur le même point de fonctionnement.

Pour les autres variables aérodynamiques, les écarts moyennés en espace sont également très faibles, ils ne sont donc pas présentés.

On présente dans la suite les évolutions axiales des niveaux RMS de fluctuations, en moyenne dans la direction transversale. Le bord d'attaque correspond à l'abscisse 0 et le bord de fuite à l'abscisse 1.

Sur la figure 4.11 est tracée l'évolution de l'énergie cinétique instationnaire normalisée par la valeur amont ($ECI = \frac{1}{2} \overline{\rho \vec{u}_r'^2}$, soit la moyenne en temps et en espace de l'énergie cinétique basée sur la vitesse fluctuante). L'ECI est fortement amplifiée au niveau du bord d'attaque, donc au niveau de l'onde de choc faible, atteignant onze fois le niveau à l'amont. L'amplification est moins importante dans la région de l'onde de choc droite, s'étendant du bord d'attaque jusqu'à un tiers de la corde. Ces fluctuations semblent attribuables au mouvement des ondes de choc. La description bidimensionnelle, présentée plus loin, permettra de préciser ce point. Plus en aval, le niveau RMS est constant du pied de l'onde de choc jusqu'à l'aval de l'aube, où on retrouve le niveau de fluctuation de l'amont. Ce comportement se retrouve avec quelques différences sur la pression statique et la température statique (figures 4.12 et 4.13): on observe le même niveau de fluctuation au bord d'attaque, ainsi qu'une amplification constante de moindre amplitude dans la région de l'onde de choc forte. En revanche, les effets potentiels amortissent lentement les fluctuations de pression statique en amont et en aval de la zone des ondes de choc. Vers l'aval, les fluctuations de pression statique atteignent un niveau inférieur à celui de l'amont, alors que le niveau RMS de température statique se stabilise en aval de l'onde de choc au double du niveau à l'amont.

En ce qui concerne la pression totale absolue (figure 4.14) et l'entropie (figure 4.15), le comportement dans la zone des ondes de chocs est différent. L'amplification maximale des fluctuations est de l'ordre de 1,5, et elle présente un quasi-plateau dans cette zone pour p_t , alors que l'évolution des fluctuations d'entropie présente deux pics: un au niveau de l'onde de choc faible et un au pied de l'onde de choc droite pour l'entropie. La comparaison entre les niveaux de fluctuations à l'entrée et les niveaux en sortie permet de conclure que la distorsion est atténuée, en terme de pression totale, d'un facteur 0,7, et amplifiée, en terme d'entropie, d'un facteur approximatif de 1,2. Notons que c'est grâce à cette procédure de moyenne temporelle et spatiale qu'on a pu calculer le taux de récupération de la distorsion stationnaire (R_R), présenté dans la section 4.3.3, en utilisant les valeurs relevées à proximité de l'entrée et de la sortie du domaine, où le niveau de fluctuation est constant. On rappelle que nous apporterons dans la section 4.7.2 une justification de la démarche consistant à assimiler fluctuations temporelles dans le repère mobile et fluctuations spatiales dans le repère fixe.

Il ressort donc de cette analyse axisymétrique que le mouvement des ondes de choc pilote principalement l'écoulement instationnaire, sans changer le point de fonctionnement moyen. De surcroît, cette analyse a permis d'établir une quantification du taux de récupération de la distorsion, sans avoir à effectuer de changement de repère.

4.5.3 Description locale

Afin d'affiner les résultats de l'analyse axisymétrique, nous allons procéder à une analyse similaire sur des descriptions bidimensionnelles.

Sur les figures 4.16 à 4.25, on présente pour plusieurs variables significatives, le champ stationnaire, la différence entre champ stationnaire et champ instationnaire moyenné en temps, et le niveau de fluctuation RMS du calcul instationnaire. L'étude de ces résultats sera effectuée dans un premier temps variable par variable, puis une synthèse des conclusions tirées sera réalisée.

En ce qui concerne le nombre de Mach relatif (figure 4.16), on constate tout d'abord de faibles différences entre la moyenne temporelle de la solution instationnaire et la solution stationnaire.

Le maximum se situe au niveau de l'onde de choc faible, avec une différence entre les deux solutions inférieure à 1 %. D'après le signe de cette différence, l'onde de choc faible est située plus en amont pour le calcul instationnaire moyenné que pour le calcul stationnaire. On notera également une différence localisée en proche paroi, du côté de l'extrados, sur la partie aval de la pale. De même, les fluctuations sont maximales au niveau de l'onde de choc oblique, atteignant 5 % des valeurs moyennes. Dans l'onde de choc transsonique, les fluctuations sont de l'ordre du pour cent. Partout ailleurs, elles sont négligeables, de même que les différences entre solution moyennée et solution stationnaire.

On observe le même comportement pour la vitesse axiale (figure 4.17) : les fluctuations RMS et les différences sont localisées dans l'onde de choc faible. A cet endroit, les fluctuations RMS atteignent 3 %, et l'écart entre les deux solutions est approximativement cinq fois plus faible.

En ce qui concerne les vitesses absolues dans la direction circonférentielles (figure 4.18), les écarts sont négligeables. Le maximum se situe dans l'onde de choc forte, mais n'atteint pas 1 % de la valeur moyenne. Les fluctuations temporelles sont négligeables partout sauf au niveau des ondes de choc : elles atteignent 5 % de la valeur moyenne au niveau de l'onde de choc droite, et environ 1 % dans l'onde de choc oblique.

Sur la carte d'entropie (figure 4.19), on retrouve la génération stationnaire d'entropie au dessus du pied de l'onde de choc transsonique (point P, voir figure 3.8 page 68), à laquelle on a attribué une origine numérique dans la section 3.3.1. On retrouvera ce phénomène ponctuel sur les cartes de pression et température totales relatives. Ceci nous donne une explication du pic d'entropie observé au niveau du pied de l'onde de choc transsonique dans la description axisymétrique. De l'entropie est également générée de manière stationnaire au niveau de l'intersection entre les deux ondes de choc, correspondant cette fois à un phénomène physique. L'entropie générée en ces deux points est convectée vers l'aval, ce qui suggère que le niveau de fluctuation d'entropie en aval, constant en moyenne selon la direction circonférentielle, est sur-évalué sur la figure 4.15. Les fluctuations temporelles sont concentrées autour de ces deux points, et dans une moindre mesure sur toute la hauteur de l'onde de choc droite, par effet du mouvement de celle-ci. Cette entropie instationnaire est convectée vers l'aval. Sa contribution à l'écart entre solution moyennée et solution stationnaire est faible devant le niveau de fluctuation RMS. Un écart plus important est visible à proximité de l'extrados, mais il correspond aux pertes numériques vues plus haut.

Les fluctuations de pression statique (figure 4.20) présentent des niveaux élevés au niveau de l'onde de choc faible (supérieur à 2000 Pa) et de l'onde de choc forte (supérieur à 1000 Pa), et nettement plus faibles partout ailleurs. Ces fluctuations sont dues au mouvement des ondes de choc. Les écarts entre solution moyennée et solution stationnaire sont significatifs (de l'ordre de 200 Pa, soit le quart du déficit de la perturbation amont). Ils traduisent un écart sur la position des ondes de choc, l'onde de choc forte étant plus en amont avec la solution instationnaire moyennée qu'avec la solution stationnaire. Sur la paroi de l'extrados, l'écart observé en terme de vitesses ne se retrouve pas sur la pression statique, ce qui devrait être le cas par conservation de la pression totale relative : on peut donc lui attribuer une origine numérique.

En ce qui concerne la pression totale absolue (figure 4.21), les fluctuations, atteignant des niveaux de l'ordre de 1000 Pa, sont localisées au niveau de l'onde de choc forte. Il en va de même pour les écarts. Les niveaux de fluctuation et d'écart entre les deux solutions sont beaucoup plus faibles dans l'onde de choc oblique.

Pour la pression totale relative (figure 4.22), on observe la génération de perte numérique

ponctuelle en P sur la solution stationnaire sous la forme d'une perte de p_{tR} . On remarque également sur la solution stationnaire que l'onde de choc transsonique provoque une perte de p_{tR} , ce qui n'est pas le cas de l'onde de choc oblique. En effet, les ondes de chocs faibles générant une entropie négligeable, aucune perte ne leur est associée. Pour cette variable, les écarts sont surtout localisés au point P : la position de l'onde de choc étant différente entre les deux solutions, le point P est déplacé dans les deux directions puisque sa position le long de l'onde de choc est liée au maillage. Les fluctuations présentent les mêmes caractéristiques que pour la pression totale absolue.

Pour la température statique (figure 4.23), les fluctuations RMS sont de l'ordre du degré dans l'onde de choc droite, et légèrement supérieures au niveau de l'onde de choc oblique. Les écarts sont négligeables: le maximum se situe entre le point P et la paroi, mais est inférieur à un degré Kelvin. Cet écart est lié à la localisation différente de ce point dans les deux cas.

Pour la température totale absolue (figure 4.24), les fluctuations sont localisées au niveau de l'onde de choc transsonique. Notons qu'en aval de la zone aubée, le niveau de fluctuation est faible, mais non nul (de l'ordre de 0,2 K), alors que ces fluctuations sont nulles à l'amont, car la distorsion d'entrée ne porte que sur la pression totale. Ces fluctuations à l'aval sont légèrement plus prononcées en aval de l'onde de choc qu'en aval de la zone non bloquée. Elles semblent donc émerger par interaction entre la distorsion et l'onde de choc.

Enfin, sur les cartes de température totale relative (figure 4.25), les écarts observés entre les deux solutions et les fluctuations RMS sont dominés par les phénomènes liés au point P. On observe cependant une création progressive de fluctuations entre l'amont et l'aval, sans que ces fluctuations dépassent 0,3 K en aval de la zone aubée. leur répartition circumférentielle est légèrement différente de celle des fluctuations de température totale absolue, le maximum correspondant plutôt à l'aval de l'aubage qu'à l'aval des ondes de choc.

Ainsi, les écarts entre solution instationnaire moyennée et solution stationnaire sont, dans tous les cas, négligeables devant les niveaux de fluctuations RMS. Dans le cadre de cette modélisation bibimensionnelle, ceci confirme l'influence mineure de la distorsion d'entrée sur le fonctionnement global de la machine. De plus, les fluctuations RMS pour toutes les variables confirment ce que l'analyse axisymétrique avait suggéré: les instationnarités significatives sont localisées au niveau des ondes de choc: onde de choc oblique (onde de choc faible), et onde de choc forte. Ces instationnarités sont liées au mouvement des ondes de choc plus qu'à une fluctuation d'intensité de celles-ci. Dans tous les cas, le niveau de fluctuation en dehors de ces zones est négligeable.

Pour cette raison, on s'intéressera dans la section suivante au mouvement de l'onde de choc droite, transsonique.

4.6 Interaction onde de choc - distorsion

4.6.1 Approche qualitative

Sur figure 4.26, on a tracé les répartitions de coefficient de pression à différents instants, qu'on compare avec deux calculs stationnaires, réalisés avec une valeur de pression totale en amont égale aux extréma de la condition aux limites instationnaires (98170 Pa et 99011 Pa). On constate que la répartition instationnaire reste proche du cas stationnaire non perturbé, en se

rapprochant très peu du cas à pression d'entrée minimale. Malgré la faible valeur de la fréquence réduite, 0,11, l'hypothèse de quasi-stationnarité n'est donc pas vérifiée: la répartition de pression n'a pas le temps d'atteindre un état stationnaire quand elle voit passer la zone de faible pression totale amont. Si c'était le cas, à certains instants on s'approcherait du cas stationnaire à pression d'entrée minimale. Remarquons ici que l'excitation n'étant pas harmonique, la valeur de 0,11 n'est pas forcément significative : pour les harmoniques plus élevés, la fréquence réduite se rapproche de 1, rendant moins probable une réponse quasi-stationnaire. Il se peut également que l'onde de choc oblique atténue les fluctuations dues à la distorsion amont.

Notons qu'en certains instants l'onde de choc est en aval de la position stationnaire non perturbée, ce qui correspondrait en quasi-stationnaire à une pression totale d'entrée encore plus élevée: l'inertie de l'onde de choc pousse celle-ci à dépasser, lors de son mouvement vers l'aval, la position de l'onde de choc du cas stationnaire le moins chargé.

En d'autres termes, le temps de réaction caractéristique du mouvement de l'onde de choc est grand devant le temps caractéristique d'évolution du profil d'entrée.

La figure 4.27 présente l'angle de la vitesse relative et le nombre de Mach relatifs dans le plan P1 (plan en amont des pales) en fonction de la direction circonférentielle, pour différents instants. On a également reporté sur ces graphes les résultats des calculs stationnaires correspondants aux pressions totales d'entrée extrémales de la distorsion. On peut s'apercevoir que l'état aérodynamique à l'amont des pales présente les mêmes caractéristiques que la position de l'onde de choc, bien que de manière moins marquée : on n'atteint jamais l'état aérodynamique correspondant au cas stationnaire à faible pression totale d'entrée. On retrouve également l'effet d'inertie observé pour la position de l'onde de choc, notamment sur le nombre de Mach relatif, qui dépasse, pendant un court laps de temps, la valeur du cas stationnaire non distordu en $y = 30$ mm. Cette remarque est à rapprocher des calculs réalisés dans la "boîte vide" (voir section C.4), pour lequel on avait remarqué que l'imposition d'un déficit gaussien de pression total en entrée de domaine se traduisait, pour un point fixe à l'intérieur du domaine, par une survitesse précédant le déficit.

L'hypothèse de quasi-stationnarité n'est donc pas vérifiée non plus pour l'état aérodynamique en amont des pales.

4.6.2 Mouvement de l'onde de choc

Sur la figure 4.28, on a tracé l'évolution temporelle de la position de l'onde de choc transsonique à trois hauteurs différentes: pied de l'onde de choc, point P (voir page 68) et intersection des ondes de choc transsonique et oblique. La position de l'onde de choc est déterminée numériquement par la ligne sonique. La position de l'onde de choc variant sur un petit nombre de mailles au cours d'une période, celle-ci est déterminée par une interpolation (au premier ordre) du nombre de Mach entre les points situés de part et d'autre de l'onde de choc. L'utilisation d'un schéma de discrétisation spatiale à séparation de flux garantit la précision de cette approche, l'équilibre entre deux cellules étant assuré par la continuité des flux à l'interface : un déplacement de la ligne sonique, même très inférieur à la taille de la maille, se traduira par une variation du même ordre au centre des cellules.

Le mouvement du choc n'est pas du tout harmonique: notamment, l'onde de choc est stationnaire pendant presque la moitié d'une période. Cette observation permet de compléter la remarque faite plus haut sur les temps de réaction : si le temps de réaction caractéristique du

mouvement de l'onde de choc est grand devant le temps caractéristique d'évolution du profil d'entrée, il ne l'est pas devant le temps pendant lequel le profil d'entrée reste constant. En effet, dans le cas contraire on n'observerait pas de stabilisation de la position de l'onde de choc. On retrouve également sur la figure 4.28 l'effet d'inertie déduit de la figure 4.26: lors du mouvement vers l'aval, l'onde de choc dépasse sa position moyenne avant de revenir vers l'amont.

Adoptons maintenant un point de vue spectral. Sur la figure 4.29 sont tracées les amplitudes de la décomposition en série de Fourier du mouvement du pied de l'onde de choc transsonique. Les harmoniques 2 et 3 sont dominants, alors que le fondamental est du même ordre que l'harmonique 4. À partir de l'harmonique 8, les amplitudes sont complètement négligeables. Ce spectre montre que la réponse de l'onde de choc à la distorsion amont n'est pas linéaire. On peut s'en apercevoir en comparant le spectre de la figure 4.29 avec celui de la figure 4.3 : pour l'excitation, on a une décroissance des amplitudes des harmoniques à partir du premier harmonique, alors que l'onde de choc répond avec un premier harmonique trois fois plus faible que le deuxième. Ce résultat est en concordance avec les travaux de Tjeldeman et Bass (réf. [115]): ils trouvent que la réponse d'un profil dans un écoulement transsonique à une variation sinusoidale de l'incidence n'est linéaire que pour les hautes fréquences ($k \gg 1$). Si on a vu que notre cas ne se situe pas dans des gammes de fréquences suffisamment basses pour être considéré comme quasi-stationnaire, la valeur de la fréquence réduite ($k = 0,111$) est nettement trop faible pour qu'on s'attende à un comportement typique de hautes fréquences.

On retrouve ce comportement sur la figure 4.30, sur laquelle on a tracé l'évolution dans la direction tangente à l'onde de choc des premiers modes de la décomposition en série de Fourier de sa position instationnaire (amplitude et phase).

Les fortes oscillations sur la partie basse de l'onde de choc s'expliquent par l'étirement du maillage, qui n'est pas optimisé pour la résolution de l'onde de choc.

Le mouvement de celle-ci est uniforme sur une première partie s'étendant du pied de l'onde de choc jusqu'à une hauteur de $y = 11$ mm, hauteur correspondant à l'intersection de l'onde de choc forte avec l'onde de choc oblique: les amplitudes et les phases restent constantes. Au delà de ce point, on note un changement de comportement. Un déphasage d'une vingtaine de degrés apparaît pour tous les modes, et l'amplitude du mouvement croît avec la distance à la paroi, en particulier pour le premier harmonique: le spectre se rééquilibre vers celui de la perturbation imposée.

Ainsi, le mouvement de la partie basse de l'onde de choc forte (entre la pale et l'intersection avec l'onde de choc oblique) résulterait donc principalement d'un effet de profil, par la réaction de celui-ci à la variation d'incidence et de charge, et de l'effet de l'onde de choc oblique, qui "protègerait" l'onde de choc forte de la distorsion amont. Le mouvement de la partie haute de l'onde de choc, lui, semble se rapprocher plus d'une interaction onde de choc - distorsion pure, l'effet de profil se faisant moins sentir et l'onde de choc oblique ayant fusionné avec l'onde de choc forte.

Au vu de l'importance du mouvement de l'onde de choc dans cet écoulement instationnaire, il nous a paru judicieux de comparer les prédictions d'un modèle analytique avec nos résultats.

4.6.3 Comparaison avec un modèle analytique

Hardy et Atassi (réf. [60]) ont développé un modèle d'interaction des perturbations de différents types avec une onde de choc en se basant sur les équation d'Euler linéarisés. En supposant que les relations de Rankine Hugoniot sont satisfaites de manière instantanée et en faisant une hypothèse d'onde de choc faible ($\frac{\bar{p}_2 - \bar{p}_1}{\bar{p}_1} \ll 1$), ils déduisent, par le biais d'une analyse harmonique à pulsation ω , une expression du mouvement de l'onde de choc en fonction des fluctuations et des grandeurs moyennes en amont et en aval de l'onde de choc. En adimensionnant la position de l'onde de choc R par

$$R^* = \frac{R \bar{\rho}_2 \bar{u}_2 \omega}{\delta p_i^*} \quad (4.10)$$

cette expression s'écrit:

$$\begin{aligned} R^* &= i \frac{\gamma+1}{4} \frac{p_2'}{\delta p_i^*} - i \frac{3\gamma-1}{4\gamma} \frac{p_1'}{\delta p_i^*} - i u_1' \frac{\rho_2 \bar{u}_2}{\delta p_i^*} \\ &= R_2^* + R_1^* + R_u^* \end{aligned} \quad (4.11)$$

où les indices 1 et 2 dénotent respectivement les états en amont et en aval de l'onde de choc.

Cette théorie a été appliquée aux résultats du calcul de distorsion, pour les premiers harmoniques de la transformée de Fourier temporelle des fluctuations de pression et vitesse au pied du choc. Les résultats sont regroupés dans le tableau 4.2. On constate notamment que l'effet des fluctuations de vitesse en amont de l'onde de choc est dominant, et que les effets des fluctuations de pression statique en aval et amont sont du même ordre de grandeur.

mode	$ R_2^* $	$\arg(R_2^*)$	$ R_1^* $	$\arg(R_1^*)$	$ R_u^* $	$\arg(R_u^*)$	$ R^* $	$\arg(R^*)$
1	0,283	163,3°	0,329	-138,8°	0,574	-156,9°	1,108	-161°
2	0,279	127,68°	0,219	-142,8°	0,476	-168,6°	0,812	179,6°
3	0,190	94,9°	0,131	-156,3°	0,331	-177,7°	0,482	-165,2°
4	0,065	51,9°	0,057	-164,0°	0,174	-179,3°	0,192	170,1°
5	0,025	124,4°	0,013	-153,3°	0,066	-0,98°	0,042	18,9°

Tableau 4.2: Modèle linéaire de Hardy et Atassi (réf. [60]) appliqué aux premiers harmoniques de la décomposition en série de Fourier des résultats du calcul de distorsion.

Le tableau 4.3 regroupe quant à lui la comparaison entre le déplacement de l'onde de choc obtenu par le calcul instationnaire et les résultats du modèle linéarisé, et la figure 4.31 la position axiale de l'onde de choc déduite de ces résultats.

On observe une grande disparité entre les prévisions du modèle linéarisé et les résultats du calcul instationnaire. Pour les premiers harmoniques, le déplacement observé est d'amplitude beaucoup plus faible que les prévisions du modèle d'Atassi et Hardy. Cette différence s'amoinde pour les modes d'ordre supérieur. Les phases sont elles aussi en désaccord, pour tous les modes observés. La reconstruction du mouvement de l'onde de choc d'après les résultats du modèle analytique (figure 4.31) montre que celui-ci surpédit l'amplitude du déplacement, et que l'évolution sur une période a une forme très différente de celle prédite par le solveur non linéaire.

Aucune raison n'a été spécifiquement identifiée expliquant à elle seule un tel écart. Cependant, un certain nombre de phénomènes différencient le cadre du modèle analytique de celui de notre

mode	$ R_{\text{modèle}}^* $	$\arg(R_{\text{modèle}}^*)$	$ R_{\text{calcul}}^* $	$\arg(R_{\text{calcul}}^*)$
1	1,108	19,0°	0,0296	-53,9°
2	0,812	0,4°	0,175	118,4°
3	0,482	-14,8°	0,204	-55,5°
4	0,192	-9,9°	0,117	139,7°
5	0,042	18,9°	0,0457	-36,5°

Tableau 4.3: Comparaison entre le modèle linéaire de Hardy et Atassi (réf. [60]) et les résultats du calcul instationnaire.

cas de turbomachine. En premier lieu, rappelons que l'analyse du mouvement de la totalité de la structure d'onde de choc, menée précédemment, montre que deux parties sont à différencier. Si, plus à l'intérieur de la veine, le spectre du mouvement de l'onde de choc semble montrer qu'on se rapproche d'une interaction onde de choc - distorsion pure, le mouvement de l'onde de choc droite est fortement influencée par la présence du profil et de l'onde de choc oblique. Ainsi, les fluctuations mesurables de part et d'autre de la discontinuité au niveau du pied de choc ne peuvent être considérées comme des ondes se propageant librement. De plus, le principe d'analyse harmonique adopté par Hardy et Atassi suppose un comportement linéaire par rapport à la fréquence, ce qui peut être mis en défaut pour plusieurs raisons, par exemple le principe de fréquence de coupure (voir modèle acoustique, section 4.7.5), les interactions avec la paroi et l'onde de choc oblique, etc. La comparaison spectrale du tableau 4.3 semble montrer en effet un accord pour les hautes fréquences, ce qui confirmerait que le modèle analytique n'est pas applicable aux hautes fréquences de notre cas. Enfin, l'équation (4.11) est obtenue en faisant l'hypothèse d'une onde de choc faible, alors que dans notre cas l'onde de choc est forte: $\frac{\bar{p}_2 - \bar{p}_1}{\bar{p}_1} = 1,149$.

Ces tentatives d'explication ne sont que des suggestions, et seule une analyse plus poussée permettrait d'apporter une explication des ces écarts. En résumé, le cas semble se situer en dehors du domaine de validité de ce modèle analytique.

Afin de pousser plus loin l'analyse de l'écoulement, on étudiera dans la suite le champ instationnaire à l'aide de descriptions spectrales.

4.7 Analyse spectrale du champ instationnaire

L'analyse réalisée jusqu'à ce point a permis de conclure que, d'après la modélisation bidimensionnelle et non visqueuse, la distorsion n'avait pas de conséquences sur les performances de la machine, et que le seul phénomène instationnaire observé était le mouvement des ondes de choc. On compte maintenant sur des décompositions en série de Fourier pour nous apporter plus d'informations que la décomposition en terme de moyennes et fluctuations (qu'elles soient spatiales ou temporelle), car avec cette approche spectrale, les fluctuations seront décomposées elles-même sur les différents modes. On pourra alors considérer chacun de ces modes séparément, et par exemple, leur appliquer une analyse harmonique. On réalisera ces décompositions en série de Fourier dans le repère relatif.

4.7.1 Introduction

Deux types de transformées de Fourier seront considérées dans la suite. Pour le premier type, on considère l'écoulement à un instant donné. La période naturelle est alors la largeur totale de la grille d'aube, c'est à dire la circonférence. Notre calcul étant réalisé sur un seul canal inter-aubes, on a utilisé l'hypothèse de périodicité spatio-temporelle pour reconstruire le champ sur toute la circonférence : on a extrait N_b (N_b est le nombre de pales de la machine) pas de temps du calcul instationnaire, séparés par le temps nécessaire à la distorsion pour passer d'un canal au canal adjacent. Chacune de ces solutions instantanées représentent ainsi un canal différent, au même instant.

Le deuxième type de transformée de Fourier considérée est de nature spatio-temporelle. Elle implique donc une double sommation, sur les modes spatiaux et sur les modes temporels. Ce type de transformée de Fourier a été abordé dans la section 1.3.2. A la différence de l'équation (1.4), nous avons choisi d'inverser les valeurs de sommation entre les indices m et n : m variera de 0 à $+\infty$ et n de $-\infty$ à $+\infty$. La formulation qui en résulte est rigoureusement équivalente à celle développée dans la réf. [116]. Une variable $\varphi(y, t)$, mesurée dans le repère de la roue mobile, sera donc décomposée de la manière suivante (cas d'une distorsion à motif unique) :

$$\varphi(y, t) = \sum_{n=-\infty}^{+\infty} \sum_{m=0}^{+\infty} \hat{\varphi}_{mn} e^{i(my-n\Omega t)} \quad (4.12)$$

avec $\hat{\varphi}_{mn}$ dans le corps des complexes et qui comprend la phase notée ϕ_{mn} dans l'équation (1.4). Dans la suite, on fera référence aux modes spatio-temporels sous la forme (m, n) , le premier entier dénotant l'harmonique spatial et le deuxième l'harmonique temporel. La décomposition est obtenue en reconstruisant le champ sur la circonférence comme dans le cas de la transformée de Fourier spatiale, mais en effectuant cette opération pour plusieurs instants dans une période temporelle.

Remarquons ici que l'hypothèse de périodicité spatio-temporelle étant imposée par les conditions aux limites, la projection du spectre spatio-temporel sur un plan n constant doit donner les mêmes résultats que le spectre spatial à un instant quelconque, ce qui se traduit mathématiquement par :

$$\varphi(y, t) = \sum_{m=0}^{+\infty} \left(\sum_{n=-\infty}^{+\infty} \hat{\varphi}_{mn} e^{-in\Omega t} \right) e^{i(my)} = \sum_{m=0}^{+\infty} \hat{\varphi}_m^S(t) e^{imy} \quad (4.13)$$

D'un point de vue numérique, les décompositions en séries de Fourier (spatiales ou spatio-temporelles) présentées dans la suite ont été réalisées à partir d'outils développés par Callot (réf. [18]). L'intérêt de ces méthodes réside dans le fait qu'elles sont applicables pour des pas spatiaux non constants, et surtout qu'elles permettent de traiter les zones aubées. Elles reposent sur la projection du signal discret sur une base de sinus et cosinus, en résolvant le système matriciel suivant (cas spatio-temporel) :

$$\mathcal{R} \left(\sum_{n=-N}^{+N} \sum_{m=0}^{+M} \hat{\varphi}_{mn} e^{i(my-n\Omega t)} \right) = \text{résultats de calcul} \quad (4.14)$$

où \mathcal{R} désigne la partie réelle d'un nombre complexe. Notons que la détermination des $(M+1) \times (2N+1)$ valeurs de $\hat{\varphi}_{mn}$ et nécessite au moins $2 \times (M+1) \times (2N+1)$ échantillons spatio-temporels, car l'inconnue complexe $\hat{\varphi}_{mn}$ représente deux inconnues réelles.

En pratique, l'inversion du système (4.14) est réalisé par une méthode SVD (Singular Value Decomposition), qui consiste à décomposer la matrice à inverser en deux matrices orthogonales et une matrice diagonale.

Avant d'aborder la décomposition spatio-temporelle, nous allons nous intéresser dans la section suivante à la décomposition circonférentielle d'un certain nombre de variables significatives.

4.7.2 Evolution axiale des modes circonférentiels instantanés

Sur les figures 4.32 à 4.39, on a tracé l'évolution axiale du spectre spatial, à un instant donné, de différentes variables: pression totale absolue, pression statique, température totale absolue et entropie. En abscisse, la variable x est normalisé par la corde axiale, et l'origine est choisie au bord d'attaque. Ces figures sont divisées en deux catégories: dans un premier temps on s'intéressera aux modes caractérisant la distorsion, qui est périodique sur 2π , et ceux caractérisant les phénomènes de canal, pour lesquels la période dans la direction circonférentielle est $\frac{2\pi}{N_b}$. Dans un deuxième temps on étudiera les modes d'interaction. Cette différenciation découle de l'approche de Tyler et Sofrin (réf. [116]), qui est abordée dans la section 1.3.2.

Les figures 4.32 à 4.35 représentent les harmoniques caractérisant les fluctuations spatiales dues à la distorsion d'entrée (on se limite aux modes 1 à 5), et ceux caractérisant les phénomènes stationnaires dans le repère du canal (multiples de 11). Globalement, les modes de canal sont largement dominants pour toutes les variables, c'est pourquoi les échelles des ordonnées ont été réduites sur les graphes situés en bas des figures 4.32 à 4.35. Dans la suite, l'analyse sera principalement axée sur les modes de distorsion, les harmoniques multiples du nombre de pale décrivant une physique accessible par un calcul stationnaire.

Pour la pression totale absolue (figure 4.32), les modes de canal sont dominants devant ceux de la distorsion au niveau des aubages (abscisse entre 0 et 1), mais ceux-ci s'atténuent en amont et en aval, atteignant ou devenant inférieurs à l'amplitude des modes de distorsion. En particulier, à la limite amont (non visible car en dehors de la plage d'abscisse de la figure 4.32), ils s'annulent car, à chaque instant, la condition aux limites impose une pression totale absolue uniforme en dehors du motif de distorsion. Les amplitudes des modes de distorsion, pour leur part, restent constantes en dehors de la zone aubée. Cependant, les niveaux en aval ne sont pas les mêmes qu'en amont: les différents modes de distorsion sont atténués d'un facteur approximatif de 1,4 à 1,5 selon le mode considéré. On reviendra plus loin sur cette atténuation (section 4.7.3).

En ce qui concerne la pression statique (figure 4.33), les amplitudes des modes de canal en aval des aubes décroissent rapidement vers zéro, alors qu'en amont le comportement ressemble à celui de la pression totale absolue. Contrairement à la pression totale absolue, les modes de la distorsion décroissent quand on s'éloigne des aubages vers l'amont ou vers l'aval. Cette décroissance s'effectue linéairement.

En amont du bord d'attaque, les fluctuations spatiales de température totale (figure 4.34) directement dues à la distorsion sont nulles: la condition aux limites amont impose une température totale constante, et celle-ci est conservée jusqu'au bord d'attaque. En revanche, les amplitudes de ces modes ont un niveau non nul constant en aval du bord de fuite. Ces fluctuations sont générées à travers l'onde de choc (qui s'étend de l'abscisse 0 à 0,3), pour donner à l'aval de celui-ci un spectre ayant les mêmes caractéristiques que celui de la pression totale amont. Ceci suggère que le mouvement de l'onde de choc provoqué par la distorsion amont énergétise le

fluide, même si les niveaux produits sont faibles (quelques dixièmes de degrés).

Quant au cas de l'entropie, présentée sur la figure 4.35, contrairement aux autres variables, les fluctuations directement liées à la distorsion sont globalement du même ordre de grandeur que celles liées à l'écoulement stationnaire dans les canaux inter-aubes. Pour la région en amont des aubes, la distorsion génère en entrée du domaine un profil d'entropie constant qui est purement convecté, ce qui se traduit sur la figure 4.35 par des amplitudes constantes pour les modes 1 à 5. Ces niveaux sont grands devant ceux des modes de canal, sauf à proximité de l'abscisse du bord d'attaque, à cause des ondes de choc (voir figure fig 4.19). En aval, les modes de distorsion sont constants, traduisant le caractère convectif de cette variable. Cependant, les modes de canal décroissent avec x , à un taux d'autant plus élevé que l'harmonique considéré est grand. Nous attribuons à ce phénomène une origine numérique: dans la direction circonférentielle, le mode 55 est discrétisé sur 55 fois moins de mailles que le mode 1, par exemple, et l'effet de la dissipation numérique est donc beaucoup plus fort sur les harmoniques élevés que sur les harmoniques faibles.

On peut également comparer pour l'entropie les niveaux des différents modes de distorsion entre l'amont et l'aval: le comportement est différent de la pression totale, puisque l'amplitude de l'harmonique 1 est amplifiée de 20 %, et les harmoniques d'ordre supérieur sont très peu amplifiés, voir atténués (harmonique 3), de moins de 1 %.

Les figures 4.36 à 4.39 montrent quant à elles les modes du type $m = 11k + n$, k étant un entier positif et n un entier de signe quelconque, restreint à l'intervalle $[-2, 2]$ sur les figures 4.36 à 4.39. D'après la théorie de Tyler et Sofrin (voir réf. [116] et section 1.3.2), ces modes s'interprètent comme la modulation d'un champ stationnaire dans le repère mobile par un champ stationnaire dans le repère fixe. Ce sont donc des modes émergeant par effet de l'interaction entre la distorsion d'entrée et l'écoulement stationnaire dans le canal inter-aubes, s'identifiant au terme φ'' de la décomposition d'Adamczyk. On a reporté également sur ces figures les amplitudes des modes de distorsion, et celle du mode de canal correspondant.

Pour toutes les variables, on note que l'amplitude de ces modes décroît globalement avec k . On observe des niveaux significatifs du point de vue aérodynamique seulement à proximité du bord d'attaque, et pour la zone aubée dans la région des ondes de choc. Notamment, pour les pressions totales et statiques, leurs amplitudes atteignent des niveaux de 100 à 200 Pa, soit le même niveau que le troisième harmonique pour la pression totale et le même niveau que le fondamental pour la pression statique.

Partout ailleurs, ces modes ne sont pas significatifs du point de vue aérodynamique: au maximum de l'ordre de la dizaine de Pascals pour les pressions (les aspects acoustiques seront abordés dans la section 4.7.5). Notons cependant des niveaux faibles, mais non négligeables devant les amplitudes des premiers modes de distorsion, pour la température totale et l'entropie en aval de la zone aubée. Aucune explication n'a été trouvée pour l'origine de ces phénomènes, mais la figure 4.40 (cas de la première série de modes d'interaction pour l'entropie) montre que ces niveaux s'atténuent à l'infini aval, après avoir atteint un maximum.

Le cas de la pression totale absolue nous permet à ce stade de l'analyse de qualifier l'hypothèse faite dans la section 4.4, qui consiste à négliger p_t'' : en effet, celle-ci revient à négliger l'amplitude des modes d'interaction devant ceux caractérisant la distorsion. La figure 4.36 montre que cette hypothèse est confirmée si on se place loin en amont et en aval des pales, ce qui est le cas pour les

valeurs utilisées pour calculer le taux de récupération R_R . En revanche, si on avait effectué ces relevés en P1 et P2, on aurait surestimé δp_t^1 , car il apparaît clairement qu'à cette position, les fluctuations temporelles comprennent une part non négligeables d'effets d'interaction. Notons que ce sont donc eux qui sont responsables de l'accroissement des fluctuations temporelles en amont du bord d'attaque sur la figure 4.14.

Dans la section suivante, on revient sur l'amplification de l'amplitude des modes de distorsion pour la pression totale, que la présente section a permis de quantifier mode par mode, afin d'étendre la définition du taux de récupération de la distorsion à l'approche modale présentée ici.

4.7.3 Atténuation modale de la distorsion

L'analyse de l'écoulement, et notamment du mouvement de l'onde de choc, montre que la réaction à l'instationnarité imposée n'est pas linéaire: toutes les composantes du spectre de pression totale en amont ne sont donc a priori pas atténuées de la même manière.

Nous voyons donc un intérêt à définir un taux de récupération par mode, en évaluant l'amplitude de chaque harmonique de la transformée de Fourier du champ de pression totale. On définit donc:

$$\widehat{R}_R^m = 1 - \frac{\widehat{p}_t^{m2}}{\widehat{p}_t^{m1}} \quad (4.15)$$

Où \widehat{p}_t^m est l'amplitude du $m^{\text{ème}}$ mode de la transformée de p_t en série de Fourier.

Les résultats obtenus en utilisant les résultats de la section 4.7.2 sont présentés dans le tableau 4.4 pour les cinq premiers harmoniques.

m	\widehat{p}_t^{m1} (Pa)	\widehat{p}_t^{m2} (Pa)	\widehat{R}_R^m
1	270,4	200,5	0,258
2	201,7	135,7	0,327
3	121,7	87,5	0,281
4	61,0	43,1	0,293
5	24,6	27,7	-0,126

Tableau 4.4: Taux de récupération par mode de la distorsion

Pour les quatre premiers harmoniques présentés dans le tableau 4.4, on remarque que \widehat{R}_R^m reste de l'ordre de R_R . Cependant, le mode n°1 est moins atténué que les autres, alors que le mode n°2 est le plus atténué. Ceci peut être rapproché du spectre du mouvement de l'onde de choc (figure 4.29), pour lequel on trouve une distribution modale similaire, avec un premier harmonique plus faible que les suivants. Ceci suggérerait alors que l'onde de choc, et plus particulièrement son déplacement, joue un rôle important dans l'atténuation de la distorsion.

On observe pour l'harmonique cinq un taux de récupération négatif, ce qui correspond à une amplification de la distorsion pour ce mode. Ce résultat est dû à la superposition de plusieurs modes spatio-temporels. En effet, l'équation (4.13) montre que le spectre que nous obtenons à l'issue de la transformée spatiale est constitué de la superposition de structures tournant à différentes vitesses. Notamment, l'harmonique spatial n°5 est constitué, au minimum, des modes

spatio-temporels (5,5) et (5,-6). Ce dernier mode est un mode d'interaction, au sens de Tyler et Sofrin ($m = n + 11k$, avec $k = -1$, voir section 4.7.1). Nous verrons plus loin qu'en aval des pales, la partie correspondant à la pression statique de ce mode est un mode acoustique propagatif généré en aval des aubes, d'amplitude non négligeable au regard de l'amplitude observée pour \hat{p}_t^{51} . Cette valeur négative met en évidence un phénomène plus complexe que la simple atténuation de la distorsion stationnaire : un transfert d'énergie depuis la distorsion amont vers l'acoustique en aval.

Si on avait appliqué la démarche consistant à se placer dans le repère absolu, moyenner en temps, et mesurer les fluctuations spatiales, le mode (5,-6) n'aurait pas été comptabilisé, même par une approche spectrale, car il n'est stationnaire dans aucun des deux repères. Pourtant, celui-ci contribue à la déformation de la distorsion, qu'on ne peut donc plus qualifier de stationnaire, en aval du rotor. Par notre approche, ce transfert d'énergie est comptabilisé dans la quantification de l'atténuation de la distorsion.

Dans la section suivante, on présente les résultats de la décomposition spatio-temporelle en série de Fourier. Cette approche apporte plus d'informations que la décomposition spatiale à t fixé, car comme on l'a vu plus haut, un mode circonférentiel donné peut résulter de la superposition de plusieurs structures lobées tournant à des vitesses différentes.

On a vu que les niveaux de fluctuation spatiale étaient faibles en amont et en aval de la zone aubée d'un point de vue aérodynamique, mais ces niveaux ne sont pas forcément négligeables du point de vue de l'acousticien. C'est pourquoi cette approche spatio-temporelle a été appliquée à la pression statique. La suite de l'analyse instationnaire concernera donc les éventuels effets acoustiques provoqués par la distorsion.

4.7.4 Décomposition spatio-temporelle

Sur les figures 4.41 à 4.44, on a tracé l'amplitude des modes spatio-temporels de pression statique, déterminés par la résolution du système matriciel (4.14). Les trois premières figures représentent les amplitudes du spectre spatio-temporel dans le plan P1 (0,75 corde axiale en amont des pales), dans le plan P2 (0,3 corde axiale en aval du bord de fuite) et dans un plan situé deux cordes axiales en aval des bords de fuite, que l'on nommera P3. Une échelle de couleur est utilisée pour visualiser la valeur de ces amplitudes. La figure 4.44 représente le spectre dans le plan P2, avec la même échelle de couleur que la figure 4.43 afin faciliter la comparaison. On définit ici Ω comme étant la vitesse de rotation du motif de distorsion dans le repère des pales, de manière à ce que les modes temporels positifs correspondent à une rotation dans ce sens. Quarante quatre pas de temps par période ont été utilisés, et on a extrait les résultats un point de maillage sur quatre, soit un échantillonnage spatial de 220 points, afin de garder des temps de restitution raisonnables.

Sur le spectre bidimensionnel de la figure 4.41, trois catégories de pics d'amplitude sont à différencier. À gauche de la figure, les pics en (1,1), (2,2), ... (le premier indice représente l'harmonique spatial, le deuxième l'harmonique temporel) sont caractéristiques de la distorsion venant de l'amont de l'écoulement. En effet, la vitesse de rotation de ces lobes est de $\Omega_m = \Omega$ (voir notations page 22). Ensuite, sur la ligne $n = 0$, on identifie le spectre de canal (les couleurs sont saturées de manière à faire ressortir les modes d'amplitude plus faible), caractérisé par des modes stationnaires ($\Omega_m = 0$) et de fortes amplitudes, dûs aux effets potentiels.

Enfin, les lignes obliques d'équation $m = n + 11$ et $m = n + 22$ s'identifie d'après la réf. [116] au couplage entre l'écoulement de canal et la distorsion. Il est intéressant de noter ici que, si les modes d'interaction s'écrivent d'une manière générale $m = n + 11k$ (n entier dans $[-\infty, +\infty]$ et k positif) seules les interactions d'ordre $k = 1$, et dans une moindre mesure $k = 2$, sont observées. De plus, les modes tournant dans le sens opposé au défilement de la distorsion (n négatif) sont nettement plus prononcés que ceux tournant dans le même sens (n positif). Notamment, le mode (9, -2) est celui de plus grande amplitude (supérieur à 50 pascal), tournant à $\Omega_m = -\frac{2}{9}\Omega$. Dans le plan P2, les modes tournant à la vitesse de rotation Ω se sont rééquilibrés : le premier harmonique est d'amplitude comparable à celle observée en P1, mais les harmoniques d'ordre supérieurs (2, 3 et 4) sont d'amplitude supérieure. Ce comportement avait déjà été observé sur la figure 4.33, avec une transformée de Fourier spatiale à un instant donné. Les modes d'interaction ont été atténués au passage de la zone aubée, ce qui correspond encore une fois aux observations de la figure 4.37. Néanmoins, certains modes présents en P1 sur la ligne $m = n + 11$ sont encore non-nuls, avec un pic en (6,-5).

Plus en aval (figure 4.43, plan P3, à comparer à la figure 4.44, plan P2), presque tous les modes ont été atténués. Ceci correspond à une uniformisation, en espace mais aussi en temps, de l'écoulement, dûe notamment à la diffusion numérique dans la zone tampon. Notons cependant la persistance de l'harmonique (5,-6), qu'on avait observé sur la figure 4.6 dans le plan frontière aval du domaine de calcul sous la forme de l'harmonique temporel n°6. La vitesse de rotation de ce mode est donc $-\frac{6}{5}\Omega$, ce qui veut dire que dans le repère fixe, il tourne un peu plus de deux fois plus vite que la machine (dans le même sens qu'elle). On verra plus loin que ce mode est un mode acoustique propagatif vers l'aval.

La décomposition spatio-temporelle nous a donc permis d'approfondir les conclusions tirées de la décomposition circonférentielle, en levant l'ambiguïté due à la superposition de plusieurs structures tournant à des vitesses différentes. Maintenant qu'ils sont discriminés, on peut donc s'intéresser aux propriétés propagatives de ces modes acoustiques spatio-temporels

4.7.5 Propagativité des modes acoustiques

Dans cette section on se propose d'étudier de manière théorique la propagation des modes acoustiques mis en évidence dans le paragraphe précédent, en aval de la zone aubée. Pour ce faire nous introduirons la notion de fréquence de coupure présentée dans l'étude bibliographique (chapitre 1). L'étude se basera sur deux modèles acoustiques simples, reposant sur l'approche modale utilisée plus haut.

4.7.5.1 Modèle de Tyler et Sofrin

Le premier de ces modèles est décrit par Tyler et Sofrin dans la réf. [116]. Il consiste à considérer le champ de pression dans un plan d'abscisse x_0 donnée comme une superposition de lobes tournant à des vitesses propres à chaque mode spatio-temporel et d'étudier la propagation de ces modes en négligeant la vitesse du fluide.

La méthode développée par Tyler et Sofrin se place dans le cadre bidimensionnel d'un conduit annulaire d'axe x , d'épaisseur nulle et de rayon r_0 . Le formalisme utilisé dans la suite considère le problème équivalent d'un domaine plan et périodique dans la direction transversale y , semblable à celui utilisé pour le calcul NSMB mais prenant en compte tous les canaux de la machine:

la période dans la direction y vaut $L = 2\pi r_0$.

Le point de départ de la théorie de Tyler et Sofrin consiste à écrire que le mode (m, n) (voir définition dans la section 4.7.1, page 132), caractérisé par la fréquence $f = \frac{n\Omega}{2\pi}$, se propage à la vitesse du son dans l'air c , selon un vecteur d'onde $\vec{k} = (k_x, k_y)$, de norme $\frac{2\pi f}{c}$. On peut alors écrire:

$$k_x = \frac{2\pi}{c} \sqrt{f^2 - \left(\frac{k_y c}{2\pi}\right)^2} \quad (4.16)$$

De plus, on peut facilement expliciter k_y pour le mode (m, n) , $\lambda_y = \frac{L}{m}$ étant identifié à une longueur d'onde dans la direction y :

$$k_y = \frac{2\pi}{\lambda_y} = \frac{2\pi m}{L} \quad (4.17)$$

On identifie donc la quantité $\frac{k_y c}{2\pi} = \frac{mc}{L} = f_m$ comme une fréquence de coupure. Selon le signe de $f - f_m$, l'équation (4.16) aura donc une solution réelle ou imaginaire pure, et le mode (m, n) sera propagatif ou évanescent. Plus précisément, on aura:

- Pour $f > f_m$, k_x réel et donc:

$$p_{mn}(x, y, t) = \hat{p}_{mn} \cos(k_x(x - x_0) + k_y y - 2\pi f t) \quad (4.18)$$

Le mode (m, n) est propagatif.

- Pour $f < f_m$, $k_x = i\frac{2\pi}{c} \sqrt{f_m^2 - f^2} = i\tilde{k}_x$ imaginaire pur et donc:

$$p_{mn}(x, y, t) = \hat{p}_{mn} \cos(k_y y - 2\pi f t) e^{-\tilde{k}_x |x - x_0|} \quad (4.19)$$

Le mode (m, n) est évanescent.

4.7.5.2 Modèle d'Atassi et Fang

La deuxième méthode, développée par Atassi et Fang (réf. [6]), repose sur les équations d'Euler linéarisées écrites pour une grille d'aubes. Elle a été utilisée par Rossetto (réf. [100]) pour construire des conditions aux limites acoustiques dans le code PROUST développé au sein du LMFA à l'École Centrale de Lyon. Le modèle sera écrit dans la suite sous sa forme bidimensionnelle.

Si on fait l'hypothèse d'un écoulement moyen uniforme, la linéarisation des équations d'Euler permet de découpler les perturbations acoustiques des perturbations entropiques et de vorticité: en décomposant la vitesse en une partie potentielle ($\vec{u}^p = \vec{\nabla} \phi$) et une partie rotationnelle ($\vec{u}^r = \vec{\nabla} \wedge \vec{A}$), les fluctuations de pression dérivent du potentiel acoustique selon la formule:

$$p' = -\rho_0 \frac{D_0 \phi}{Dt} \quad (4.20)$$

où l'indice 0 dénote les grandeurs moyennes et $\frac{D_0}{Dt}$ la dérivée particulière basée sur la vitesse moyenne. Le potentiel acoustique est alors solution de l'équation d'onde suivante:

$$\frac{1}{c_0^2} \frac{D_0^2 \phi}{Dt^2} - \vec{\nabla}^2 \phi = 0 \quad (4.21)$$

On considère alors le mode (m, n) , qu'on écrit sous la forme complexe suivante:

$$\phi^{mn}(x, y, t) = \hat{\phi}^{mn} e^{i(k_x x + k_y y - 2\pi f t)} \quad (4.22)$$

qu'on injecte dans l'équation d'onde (4.21) pour obtenir l'équation de dispersion suivante:

$$(k_x^2 + k_y^2) - \left(M_x k_x + M_y k_y - \frac{2\pi f}{c_0} \right)^2 = 0 \quad (4.23)$$

M_x et M_y étant les nombres de Mach de l'écoulement moyen dans les directions x et y , et $f = \frac{n\Omega}{2\pi}$.

Comme dans le modèle précédent, k_y vaut $\frac{2\pi m}{L}$. La composante selon x du vecteur d'onde complexe est donc solution d'une équation d'ordre 2:

$$L^2 (1 - M_x^2) \left(\frac{k_x}{2\pi} \right)^2 + 2 \left(\frac{fL}{c_0} - m M_y \right) L M_x \left(\frac{k_x}{2\pi} \right) + m^2 - \left(m M_y - \frac{fL}{c_0} \right)^2 = 0 \quad (4.24)$$

D'une manière générale, l'équation (4.24) admet deux solutions complexes. Notons $k_x = k_x^r + i k_x^i$ une de ces solutions. La forme générale du mode (m, n) est donc:

$$p_{mn}(x, y, t) = \hat{p}_{mn} \cos(k_x^r x + k_y y - 2\pi f t) e^{-k_x^i x} \quad (4.25)$$

Si k_x^r est positif, cette solution décrit une onde se propageant dans le sens des x positifs, et dans l'autre sens s'il est négatif. Si k_x^i est nul, on aura un mode propagatif sans atténuation. En notant $\lambda_x = \frac{2\pi}{k_x^r}$ et $\lambda_y = \frac{2\pi}{k_y} = \frac{L}{m}$ les longueurs d'ondes apparentes dans les directions x et y , celle-ci est de la forme:

$$p_{mn}(x, y, t) = \hat{p}_{mn} \cos \left(2\pi \left(\frac{x}{\lambda_x} + \frac{y}{\lambda_y} - f t \right) \right) \quad (4.26)$$

Si k_x^i est non nul, une des deux solutions ne décrit pas la physique (exponentielle divergente), et l'autre décrit un mode évanescent de la forme:

$$p_{mn}(x, y, t) = \hat{p}_{mn} \cos \left(2\pi \left(\frac{x}{\lambda_x} + \frac{y}{\lambda_y} - f t \right) \right) e^{-i \Delta_x x} \quad (4.27)$$

où $\Delta_x = \frac{1}{k_x^i}$.

4.7.5.3 Résultats

Les résultats obtenus avec ces deux modèles en aval des pales pour les modes (4,-7), (5,-6), (6,-5) et (7,-4) sont présentés dans le tableau 4.5. Les symboles = représentent les modes propagatifs non atténués, et les signes - des modes évanescent. Pour le modèle linéarisé, le signe > représente un mode se propageant de l'amont vers l'aval, < dans l'autre sens, et X une solution non physique.

Les deux modèles sont en contradiction pour les modes (5,-6) et (6,-5). La persistance du mode (5,-6) entre les deux positions axiales des spectres des figures 4.42 et 4.43 suggère que ce dernier est propagatif sans atténuation, mettant donc en défaut l'approche de Tyler et Sofrin, qui néglige

modes		Tyler et Sofrin			Euler linéarisé: sol. 1			Euler linéarisé: sol. 2		
m	n	$f = nf_{\Omega}$ (Hz)	$f_m = \frac{m\epsilon}{L}$ (Hz)	type	λ_x (m)	Δ_x (m)	type	λ_x (m)	Δ_x (m)	type
4	-7	1132,25	977,95	=	0,50	∞	> =	0,15	∞	< =
5	-6	970,5	1222,4	-	0,96	∞	> =	0,18	∞	< =
6	-5	808,75	1466,9	-	1,11	∞	< =	0,30	∞	< =
7	-4	647	1711,4	-	0,50	0,054	< -	X	X	X

Tableau 4.5: propagativité des modes acoustiques (4,-7), (5,-6), (6,-5) et (7,-4) en aval de la zone aubée

l'effet de la vitesse du fluide. Pour vérifier les résultats de ces modèles, on peut se référer à la figure 4.45 qui représente l'évolution axiale de l'amplitude des modes spatiaux correspondant à ceux du tableau 4.5.

L'interprétation de l'harmonique spatiale n°4 est plus délicate que les autres: en effet, celui-ci résulte de la combinaison des modes (4,4) et (4,-7), dont l'amplitude n'est pas négligeable en aval des pales, voir figure 4.42. D'après ce spectre spatio-temporel, seul l'harmonique spatial n°4 est sujet à cette ambiguïté. On reviendra plus loin sur ce mode, mais le tableau 4.5 suggère que la contribution du mode (4,-7) comprend une onde propagative de l'amont vers l'aval, ce qui est confirmé par le niveau quasi constant sur la figure 4.45. Notons que le niveau approximativement constant de 3 Pa de ce mode correspond à un bruit ² de 103 dB. Cependant, nous attirons l'attention du lecteur sur le fait que ce résultat n'est pas forcément représentatif du bruit rayonné en sortie de la veine, même si on isolait la soufflante des autres éléments en aval, et ce indépendamment des limitations de la modélisation 2D mises en évidence dans le chapitre précédent : en effet le bruit rayonné dépend fortement des effets dans la troisième direction, dont il peut résulter des interférences destructives ou constructives. La figure 4.46, sur laquelle on a superposé les spectres temporels obtenus avec les signaux enregistrés sur des points de maillage situés en P3 et à la frontière, apporte une autre confirmation du caractère propagatif de ce mode. En effet, l'amplitude de l'harmonique temporel n°7 est quasiment conservé entre P3 et la frontière aval, traduisant ainsi le caractère propagatif de ce mode acoustique. Cependant, rappelons que l'harmonique temporel n°7 est potentiellement composé des modes (4,-7), (7,7), (18,7), (15,-7), etc

L'harmonique spatial n°5 se propage nettement vers l'aval : les résultats du tableau 4.5 sont donc confirmés. Le niveau constant d'environ 10 Pa de ce mode correspond à un bruit de 114 dB. Le mode spatial n°6, qui correspond au mode spatio-temporel (6,-5) est propagatif, mais de l'aval vers l'amont seulement : ceci explique son atténuation sur la figure 4.45, et on en déduit que la condition aux limites de sortie ne produit pas d'onde acoustique correspondant à ce mode. Cette atténuation est également observable pour l'harmonique temporel n°5 de la figure 4.46. Le mode (7,-4) est quant à lui non propagatif, ce qui est confirmé par sa rapide extinction quand on s'éloigne du bord de fuite (figure 4.45).

On s'intéresse maintenant aux modes correspondant à la distorsion amont, se déplaçant à la vitesse Ω . Ces harmoniques spatio-temporels sont caractérisés par $m = n$. Les résultats des deux modèles acoustiques sont présentés dans le tableau 4.6. D'après les deux modèles, tous

²Le niveau de bruit en décibel est défini par $NB_{dB} = 20 \log_{10} \left(\frac{p_{RMS}}{2 \cdot 10^{-5}} \right)$, où p_{RMS} désigne la valeur efficace de la fluctuation.

modes		Tyler et Sofrin			Euler linéarisé: sol. 1		sol. 2	
m	n	$f = n f_{\Omega}$ (Hz)	$f_m = \frac{m c}{L}$ (Hz)	type	λ_x (m)	Δ_x (m)	type	type
1	1	161,75	244,5	-	9,38	0,215	< -	X
2	2	323,5	489,0	-	4,66	0,107	< -	X
3	3	485,25	733,5	-	3,11	0,072	< -	X
4	4	647	978,0	-	2,33	0,054	< -	X

Tableau 4.6: propagativité des modes acoustiques (1,1), (2,2), (3,3) et (4,4) en aval de la zone aubée

mode spatial	ampl. frontière	ampl. prévue	ampli. observée
1	86 Pa	43,9 Pa	52 Pa
2	48 Pa	12,4 Pa	14 Pa
3	24 Pa	3,2 Pa	4 Pa
4	8,5 Pa	0,6 Pa	3 Pa

Tableau 4.7: Amplitude des modes évanescents générés par la frontière aval : comparaison calcul / modèle acoustique pour le point trois mailles en amont de la frontière

ces modes sont évanescents, avec une influence dans le sens aval vers amont. Ceci est confirmé par la figure 4.47. Rappelons que le maillage en sortie de domaine joue pour les éventuelles ondes acoustiques remontant l'écoulement le rôle d'un filtre passe-bas. La longueur d'onde de coupure dans la direction x vaut le double de la taille de la dernière maille, soit 0,1 m. Les tableaux 4.5 et 4.6 nous montrent que pour les modes considérés ici, les éventuelles ondes acoustiques régressives générées par la condition aux limites ne sont pas filtrées par la zone tampon. On peut alors proposer une explication de l'augmentation d'amplitude des modes (1,1) à (4,4) quand on s'approche de la frontière : ceux-ci correspondent à des ondes régressives générées par la condition aux limites, qui s'amortissent comme $e^{-\frac{(x_{out}-x)}{\Delta x}}$. On peut le vérifier avec le tableau 4.7, dans lequel on compare l'amplitude de chaque mode, obtenue trois mailles en amont de la frontière de sortie du domaine, avec les prédictions du modèle acoustique : La bonne correspondance entre amplitude mesurée et prédite par le modèle confirme donc que les trois premiers modes sont générés à la frontière aval, et décroissent en accord avec le modèle d'Atassi. Quant à l'harmonique spatial n°4, on a vu qu'il était composé du mode spatio temporel (4,4), qui est évanescent, et du mode (4,-7), propagatif dans les deux directions, ce qui explique l'écart entre modèle et calcul dans le tableau 4.7.

Grâce à des modèles acoustiques simples, nous avons donc montré que seuls deux des modes acoustiques présents en aval des pales, d'après la simulation, se propageaient sans atténuation vers l'aval. Dans la conduite, il correspondent respectivement à des niveaux de bruit de 103 et 114 dB, pour des fréquences de 1130 Hz et 970 Hz respectivement. A la frontière aval, le code de calcul prédit l'existence de modes acoustiques supplémentaires, mais les modèles acoustiques ont permis de discriminer les effets numériques parasites des effets acoustiques physiques.

4.8 Conclusion

Dans ce chapitre, on a analysé les résultats d'un calcul bidimensionnel instationnaire non visqueux, représentatif de l'écoulement dans un rotor de soufflante transsonique en présence d'une distorsion d'entrée d'air. La distorsion, imposée par la condition aux limites d'entrée, se caractérise par un déficit gaussien de pression totale, dont la largeur est de l'ordre de deux canaux inter-aubes. Son spectre s'étale principalement sur cinq harmoniques, les harmoniques supérieurs à 7 étant totalement négligeables. Ce déficit de pression totale consiste principalement en un déficit de pression dynamique. Afin d'être capable de réaliser une analyse précise, on a particulièrement veillé à la convergence temporelle du calcul. Pour la totalité de l'analyse, on se place dans le repère lié aux aubages.

La comparaison entre le calcul instationnaire moyenné en temps et le calcul stationnaire réalisé avec des conditions aux limites de même valeur moyenne, suggérée par la décomposition d'Adamczyk (voir section 1.3.1), révèle des différences négligeables devant les niveaux de fluctuation RMS. D'après cette simulation, la distorsion ne modifie donc pas le point de fonctionnement moyen; contrairement à ce qu'on peut parfois observer sur des cas équivalents, mais pour des déficits de type sillage (réf. [87]), il n'y a pas d'échange d'énergie entre l'écoulement fluctuant et l'écoulement stationnaire. Les instationnarités sont localisées au niveau des deux ondes de choc, et sont dues au mouvement de celles-ci.

L'étude du déplacement de l'onde de choc transsonique révèle que l'écoulement ne vérifie pas l'hypothèse de quasi-stationnarité, ce qui était difficile à prévoir avec la seule donnée de la fréquence réduite. En effet, celle-ci, basée sur la période de défilement de la distorsion, vaut 0,11, soit des valeurs très proches de un au moins pour les harmoniques d'ordre élevé. Le temps de réaction caractéristique du mouvement de cette onde de choc est compris entre le temps caractéristique d'évolution du profil de distorsion et le temps pendant lequel le profil d'entrée reste constant.

Le mouvement du pied de l'onde de choc a été comparé avec les prévisions d'un modèle basé sur les équations d'Euler linéarisées, avec une hypothèse d'onde de choc faible (réf. [60]). On a observé un désaccord important, sans trouver d'explication de ce désaccord. Notre cas semble en tous cas se situer en dehors du domaine de validité de ce modèle linéaire.

De plus, la réponse de l'onde de choc à la distorsion n'est pas linéaire : le spectre du mouvement du pied de l'onde de choc présente des caractéristiques très différentes de celui de la distorsion en amont. Notamment, la décroissance harmonique n'est pas monotone.

Au delà du point de fusion entre les deux ondes de choc, on note un changement de comportement : on observe un déphasage d'une vingtaine de degrés pour tous les harmoniques, et le spectre se rééquilibre vers celui de la distorsion.

L'interprétation proposée est que le mouvement du pied de l'onde de choc transsonique résulterait plutôt d'un effet de profil (c'est à dire qu'il dépendrait de la variation de l'incidence et du nombre de Mach relatifs directement en amont du profil), alors que le mouvement de la partie haute, à l'intérieur du canal, s'apparenterait à une interaction onde de choc - distorsion pure. De plus, il se peut qu'au voisinage de l'aubage, l'onde de choc oblique atténuée, de manière non linéaire, la distorsion.

La décomposition en série de Fourier, à un instant donné, selon la variable circonférentielle, du

champ aérodynamique, révèle que pour toutes les variables étudiées de la sorte, l'amplitude des modes d'interaction (au sens de Tyler et Sofrin, voir section 1.3.2 et réf. [116]) sont aérodynamiquement significatifs dans la veine seulement à proximité du bord d'attaque, et pour la zone aubée, dans la région des ondes de choc. L'application de la décomposition double (en espace et en temps) permet d'être plus précis, en levant l'ambiguïté due à la superposition de modes tournants à des vitesses différentes. Cette décomposition, appliquée à la pression statique, a permis de révéler que, directement en aval des pales, les modes tournant dans le sens opposé au défilement de la distorsion étaient plus prononcés que les autres. De plus, certains de ces modes conservent plus loin en aval un niveau faible, mais significatif du point de vue acoustique.

Il semblerait donc que les spectres de canal et de distorsion soient suffisamment éloignés l'un de l'autre en terme de fréquence et d'amplitude pour qu'il n'en résulte pas un couplage efficace, comme cela peut arriver dans le domaine des interactions rotor-stator. Par contre, l'interaction peut donner des niveaux acoustiques non négligeables.

Afin d'étudier la propagativité de ces ondes acoustiques, deux modèles, proposés respectivement par Tyler et Sofrin (réf. [116]) et par Hardy et Atassi (réf. [60]), ont été appliqués et comparés aux résultats du calcul instationnaire. Le modèle de Tyler et Sofrin, qui néglige la vitesse du fluide, a été mis en défaut : il prédit que certains modes sont propagatifs, ce qui est infirmé aussi bien par le modèle d'Hardy et Atassi que par les résultats instationnaires, qui sont quant à eux en accord. En interprétant les résultats de l'évolution axiale du spectre spatial conjointement avec la décomposition spatio-temporelle et le modèle d'Hardy et Atassi, il a été possible de discriminer les effets acoustiques numériques, dûs à la condition aux limites de sortie, des effets acoustiques physiques. En aval de la zone aubée, trois types de modes acoustiques ont été observés :

- Deux modes se propagent de l'amont vers l'aval. Ils correspondent respectivement à des fréquences de 1130 et 970 Hz, et des niveaux de bruit de 103 et 114 dB. Cependant, il faut garder à l'esprit que ces niveaux ne sont pas représentatifs du bruit réel généré par le rotor, les effets dans la troisième direction étant primordiaux en acoustique car il en résulte généralement des interférences constructives ou destructives. De plus, les différences observées en stationnaire entre les simulations 2D et 3D nous incitent à être prudents sur l'extrapolation de ces résultats à la machine réelle, les fréquences de coupure (différenciant un mode en "cut-on" d'un mode en "cut-off") pouvant être différentes.
- Hormis ces deux modes, les fluctuations de pression observées directement en aval des aubages correspondent à des modes évanescents.
- Enfin, des modes acoustiques tournant dans le même sens que la distorsion sont générés par la condition de sortie. Ces modes sont évanescents dans le sens de l'aval vers l'amont.

Enfin, on s'est intéressé à l'atténuation de la distorsion à travers le rotor. La quantification de cette atténuation a en effet une importance primordiale, car elle conditionne le fonctionnement des roues situées plus en aval dans la machine. Cette quantification a été réalisée à partir de résultats obtenus dans le repère mobile, et la validité de cette approche a été vérifiée par une approche modale. La comparaison avec les résultats expérimentaux présentés par Kaya dans la réf. [74] montre que le rotor joue une part moins importante que le redresseur dans cette atténuation.

De plus, la définition du taux de récupération de la distorsion, proposée par Smith (réf. [106]), a été étendue à l'approche spectrale. Ce taux de récupération par mode a été évalué à partir de la décomposition circonférentielle en série de Fourier, en se restreignant aux premiers harmoniques car plus loin dans le spectre, les structures lobées tournant à la vitesse de rotation de la machine se superposent avec des structures de même nombre de lobes, mais tournant à des vitesses différentes (modes d'interaction). Pour étendre cette analyse aux modes d'ordres plus élevés, il faudrait réaliser une décomposition spatio-temporelle sur la pression totale.

Cette analyse montre que les quatre premiers harmoniques sont atténués selon un spectre qui présente des caractéristiques semblables à celui du mouvement de l'onde de choc transsonique, suggérant un lien de causalité entre ces deux phénomènes.

L'approche spectrale a également permis de quantifier l'amplification des fluctuations d'entropie, mode par mode : le comportement est différent de la pression totale, puisque l'amplitude de l'harmonique 1 est amplifié de 20 %, et les harmoniques d'ordre supérieur sont très peu amplifiés, voir légèrement atténués.

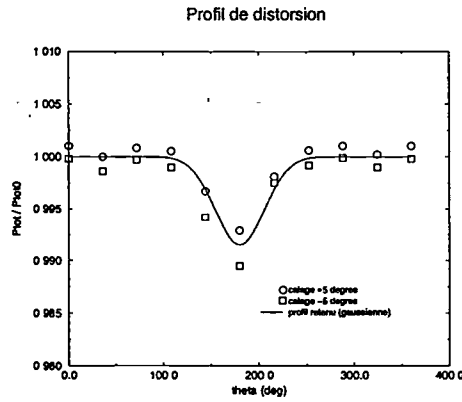


Figure 4.1: Profil de distorsion imposé : comparaison avec les mesures expérimentales de [74]

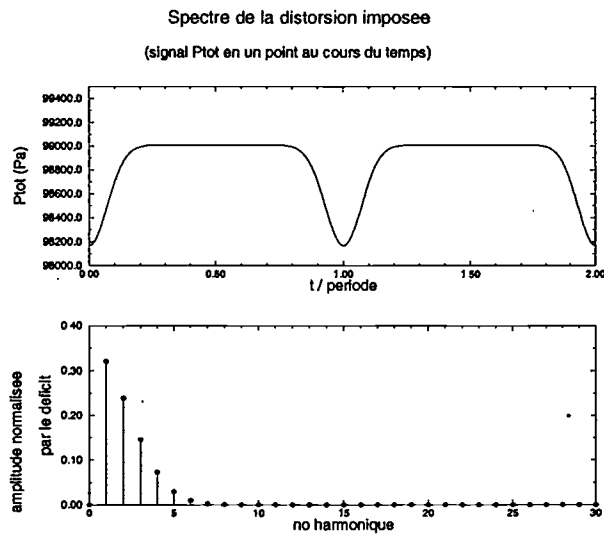


Figure 4.2: Signal de pression totale imposé en un point au cours du temps et amplitude de la transformée de Fourier. Les amplitudes des harmoniques sont normalisées par l'amplitude du déficit.

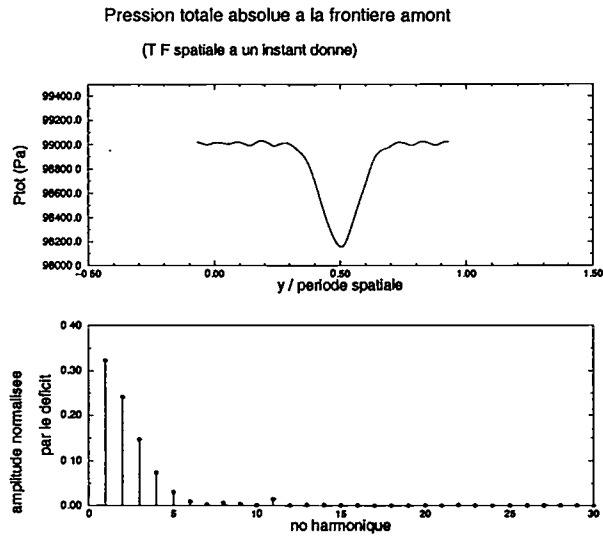


Figure 4.3: Pression totale dans le premier plan de maillage et amplitude de la transformée de Fourier. Les amplitudes des harmoniques sont normalisées par l'amplitude du déficit imposé.

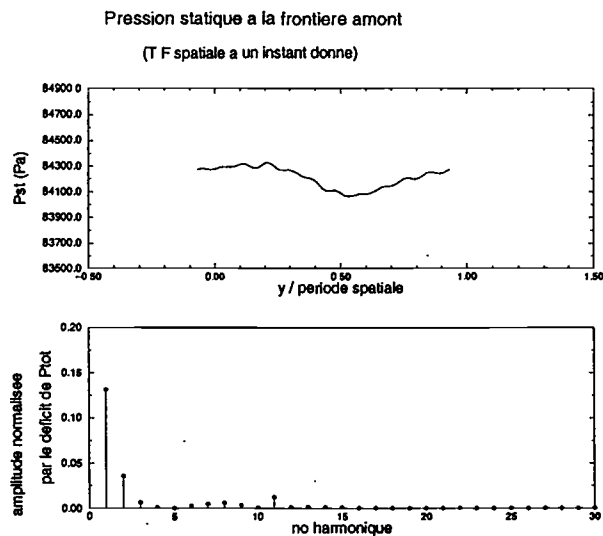


Figure 4.4: Pression statique dans le premier plan de maillage et amplitude de la transformée de Fourier. Les amplitudes des harmoniques sont normalisées par l'amplitude du déficit imposé sur la pression totale.

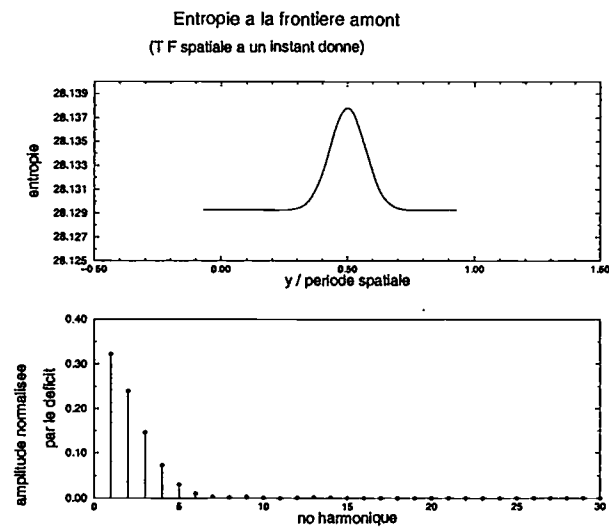


Figure 4.5: entropie dans le premier plan de maillage et amplitude de la transformée de Fourier. Les amplitudes des harmoniques sont normalisées par l'amplitude du déficit d'entropie.

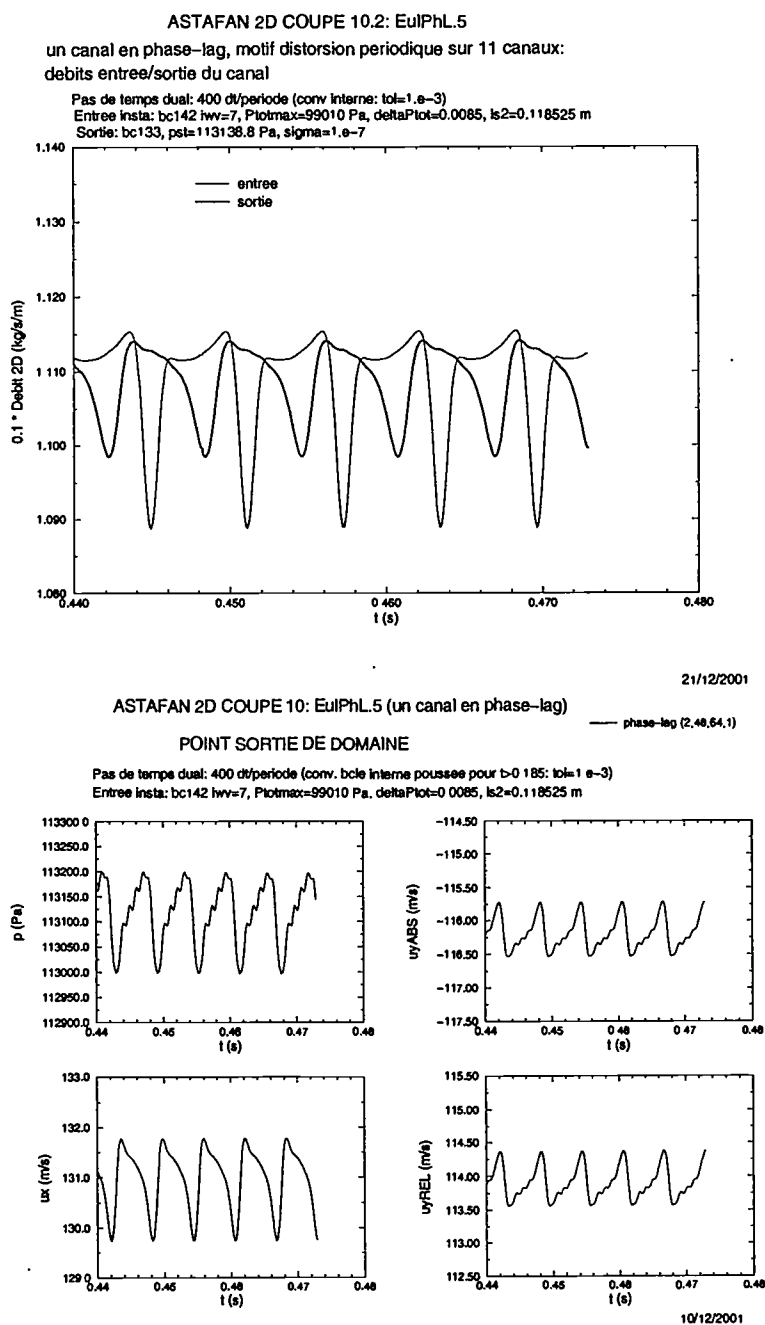


Figure 4.6: Convergence du calcul instationnaire : en haut, historique du débit sur les faces d'entrée et sortie, et en bas, pression statique, composantes axiale et circonférentielle des vitesses absolue et relative, en un point en sortie de domaine pour les périodes n°71 à 75. Les valeurs sont dimensionnelles.

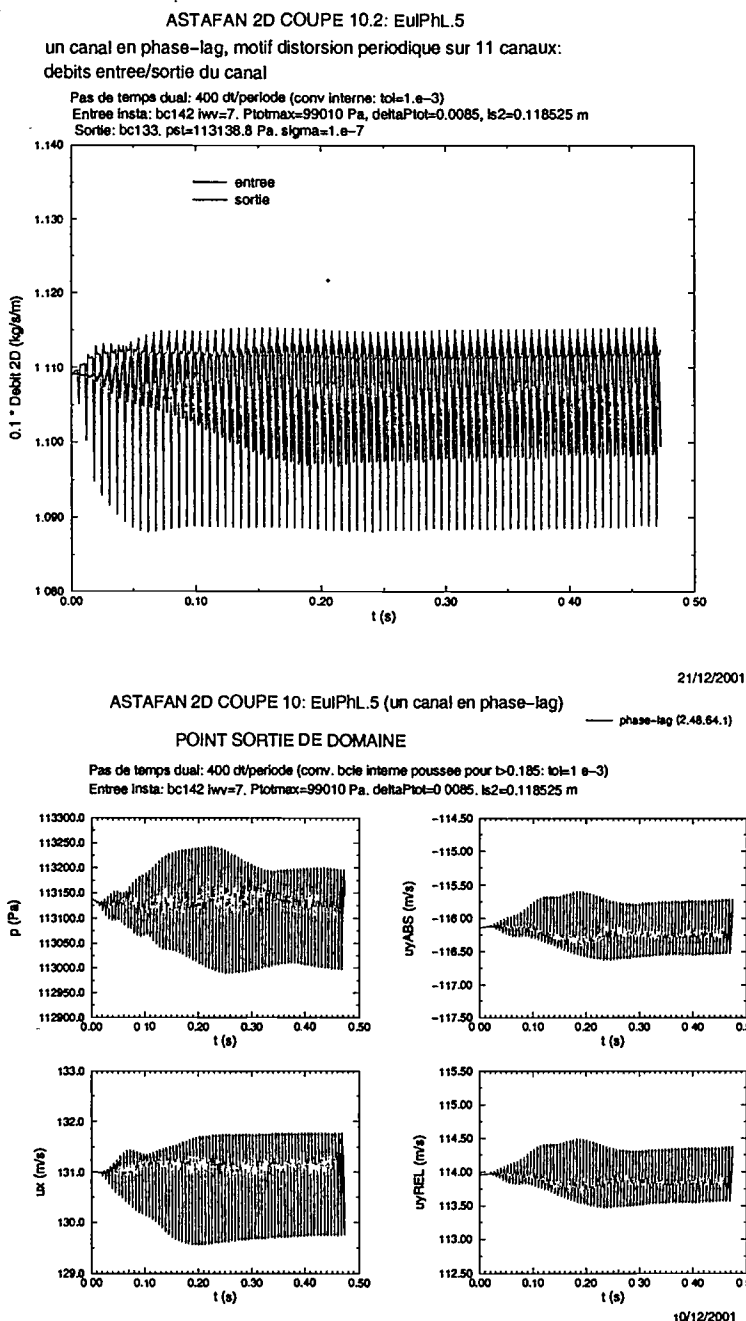


Figure 4.7: Convergence du calcul instationnaire : en haut, historique complète du débit sur les faces d'entrée et sortie, et en bas, point sonde en sortie de domaine. Les valeurs sont valeurs dimensionnelles.

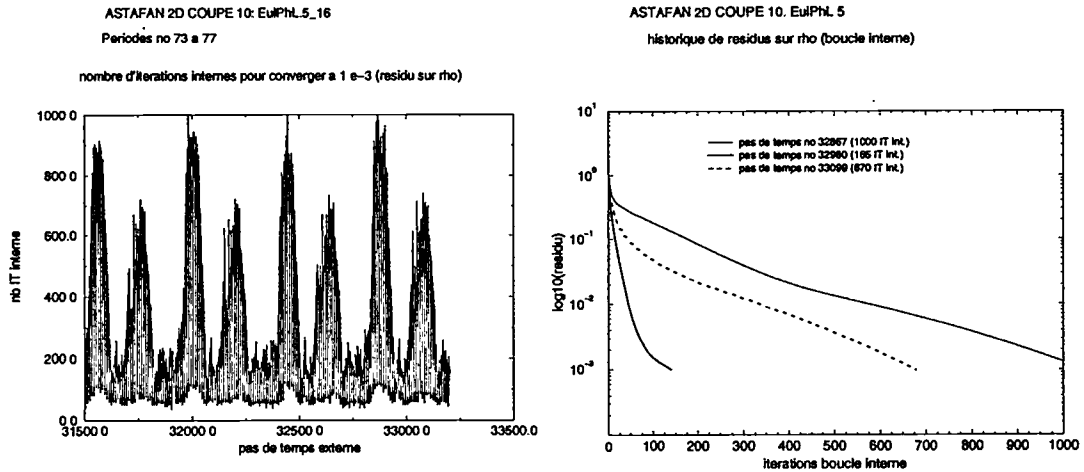


Figure 4.8: Convergence en termes de résidus : nombre d'itérations internes pour atteindre une convergence à 10^{-3} sur les périodes n°72 à 75 (à gauche) et historique de convergence de la boucle interne (à droite) pour trois pas de temps typiques

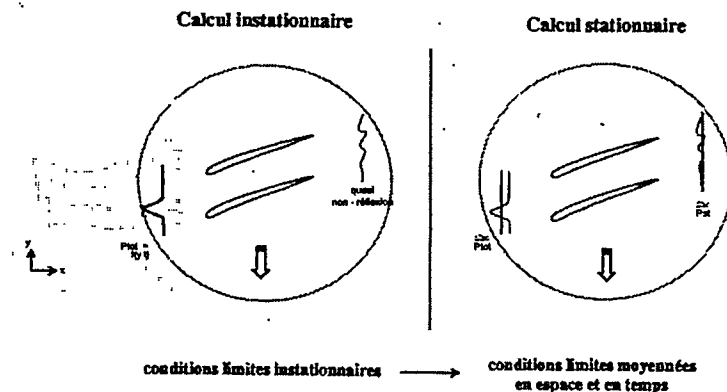


Figure 4.9: Principe de l'analyse comparative instationnaire

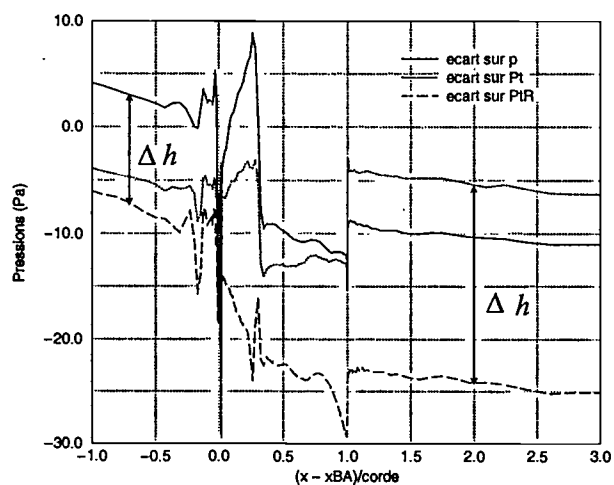


Figure 4.10: Evolution axiale de l'écart de pression (statique, totale absolue et totale relative) entre solution stationnaires et solution instationnaires. Les valeurs sont en Pa.

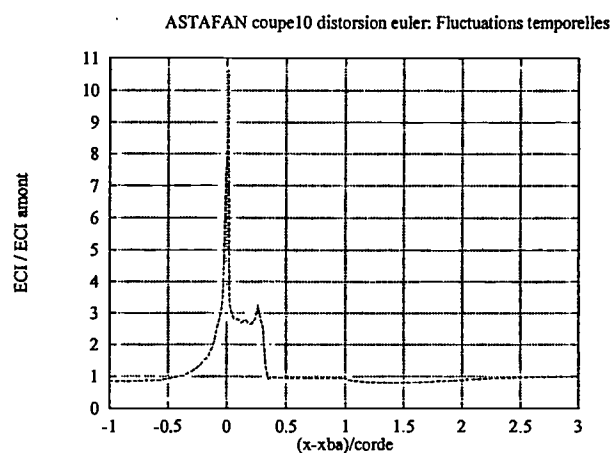


Figure 4.11: Evolution axiale des niveaux RMS de fluctuations : énergie cinétique instationnaire normalisée par la valeur RMS amont.

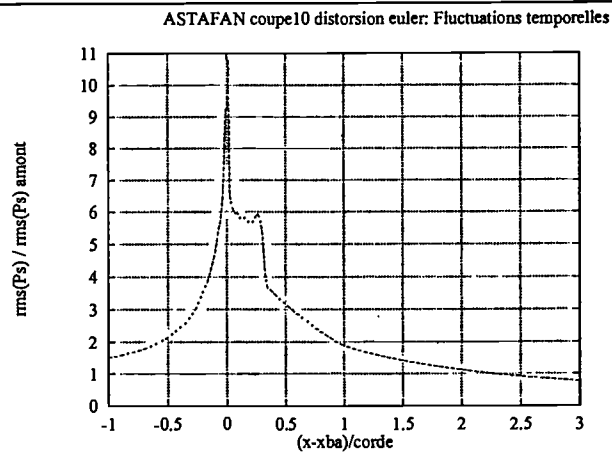


Figure 4.12: Evolution axiale des niveaux RMS de fluctuations : pression statique normalisée par la valeur RMS amont.

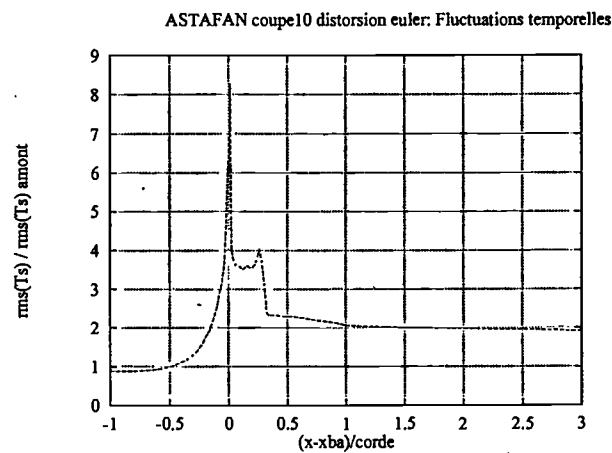


Figure 4.13: Evolution axiale des niveaux RMS de fluctuations : température statique normalisée par la valeur RMS amont.

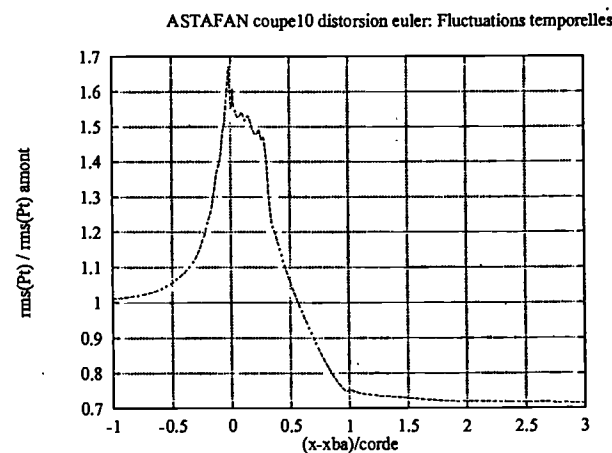


Figure 4.14: Evolution axiale des niveaux RMS de fluctuations : pression totale absolue normalisée par la valeur RMS amont.

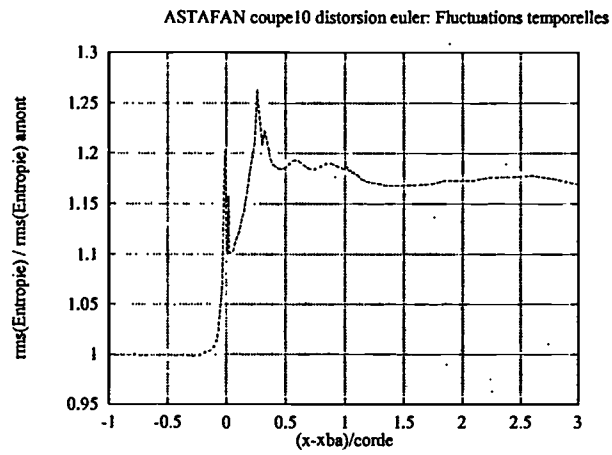


Figure 4.15: Evolution axiale des niveaux RMS de fluctuations : entropie normalisée par la valeur RMS amont.

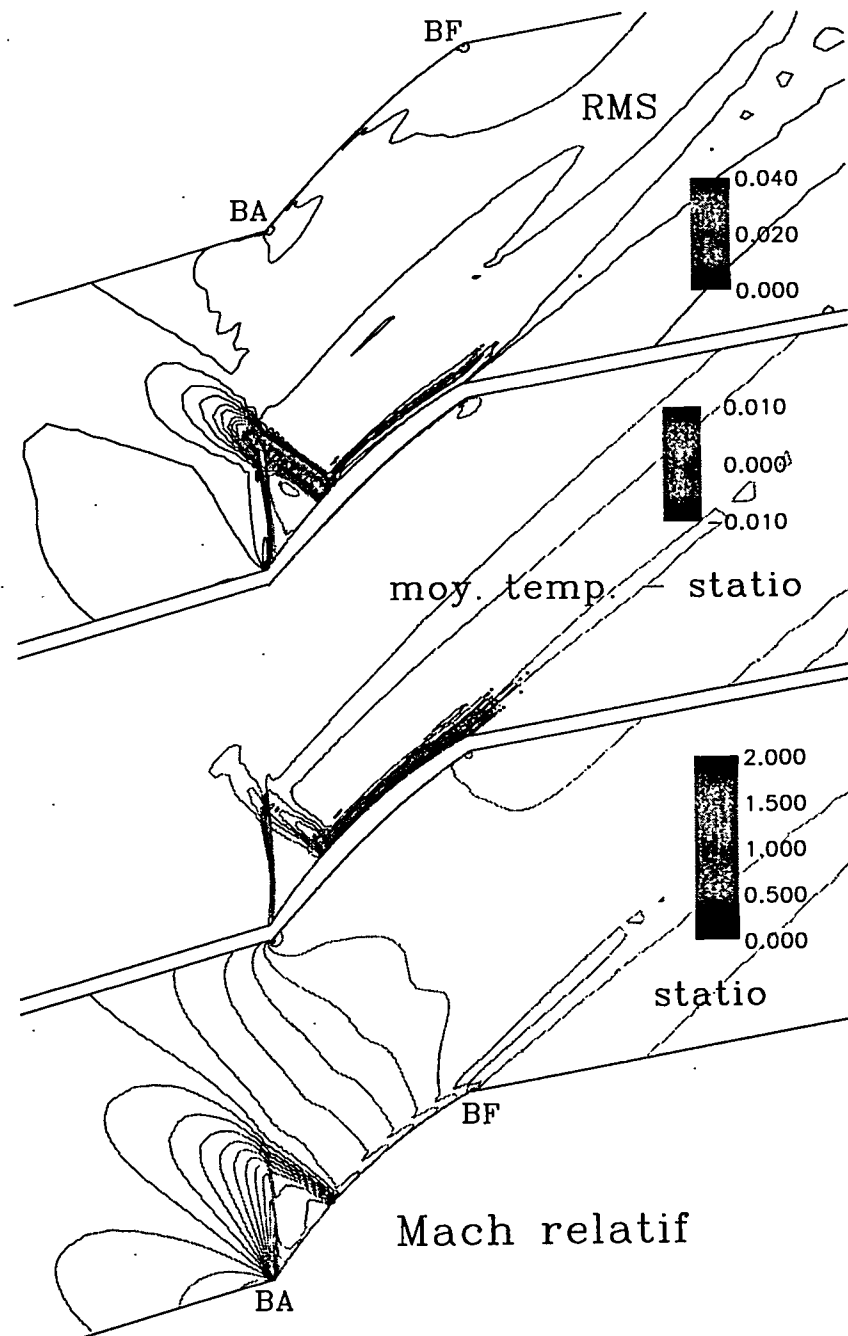


Figure 4.16: Evolution spatiale du nombre de Mach relatif : champ stationnaire, différence entre champ instationnaire moyenné en temps et champ stationnaire, niveau de fluctuations RMS (de bas en haut).

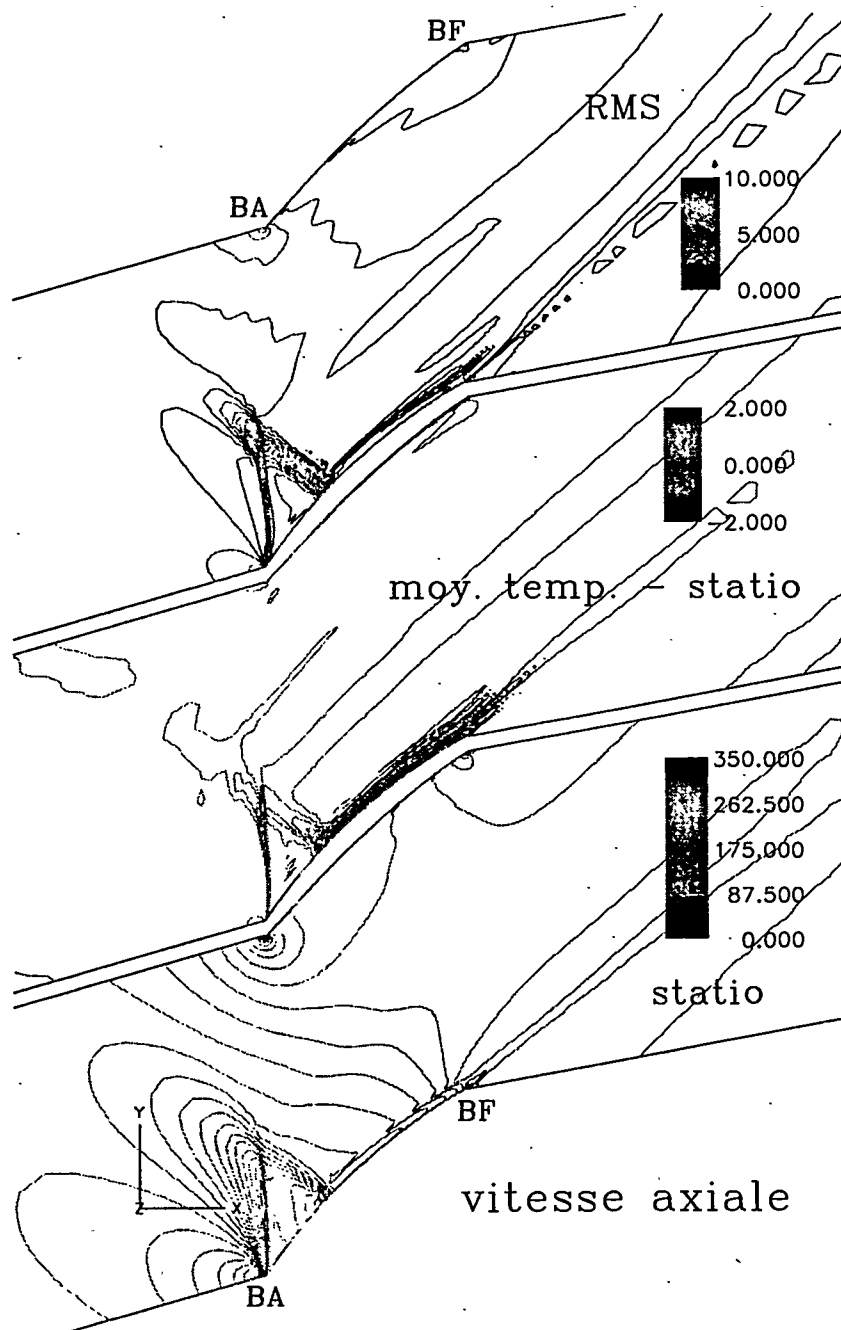


Figure 4.17: Evolution spatiale de la vitesse axiale : champ stationnaire, différence entre champ instationnaire moyenné en temps et champ stationnaire, niveau de fluctuations RMS (de bas en haut). Les valeurs sont en Pa.

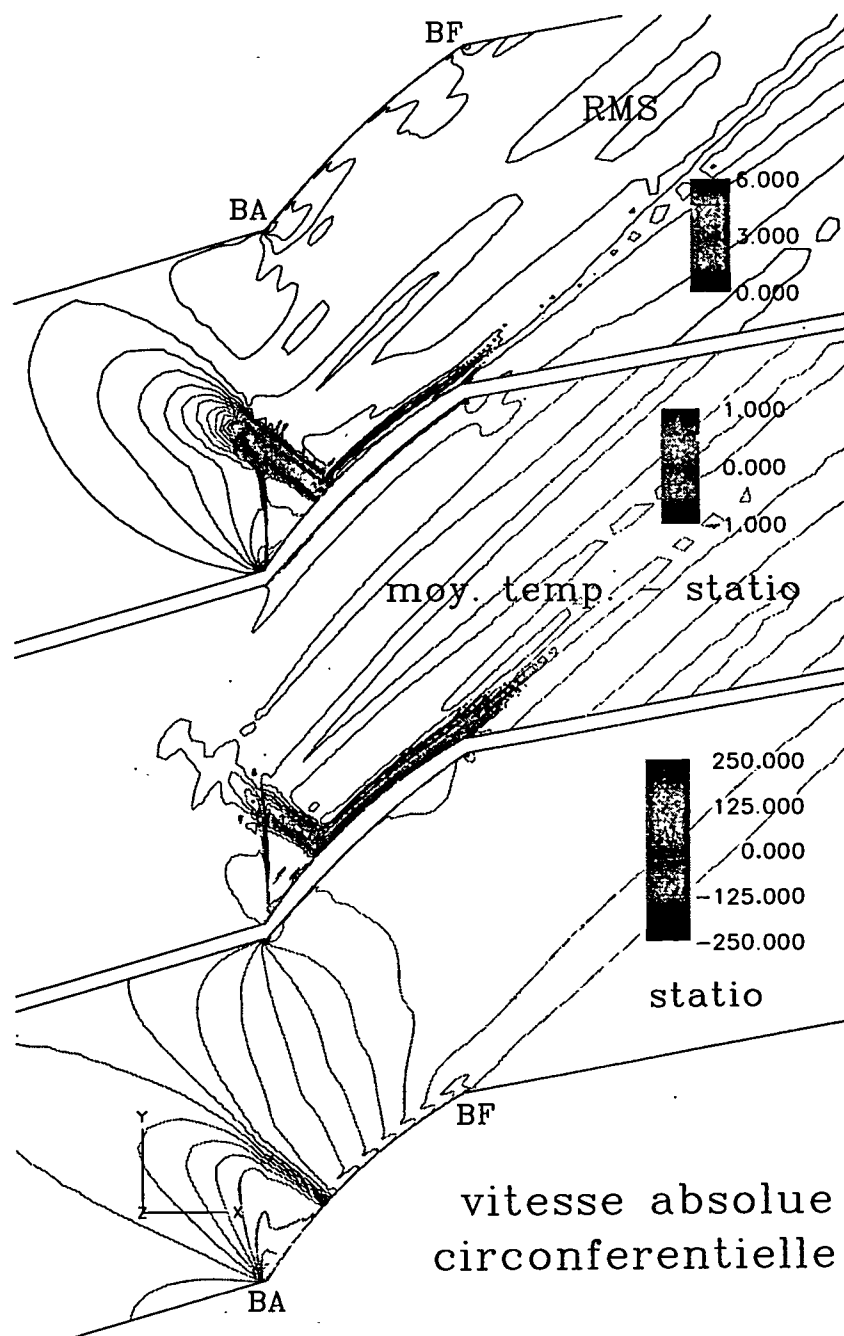


Figure 4.18: Evolution spatiale de la vitesse circérentielle absolue : champ stationnaire, différence entre champ instationnaire moyenné en temps et champ stationnaire, niveau de fluctuations RMS (de bas en haut). Les valeurs sont en m/s.

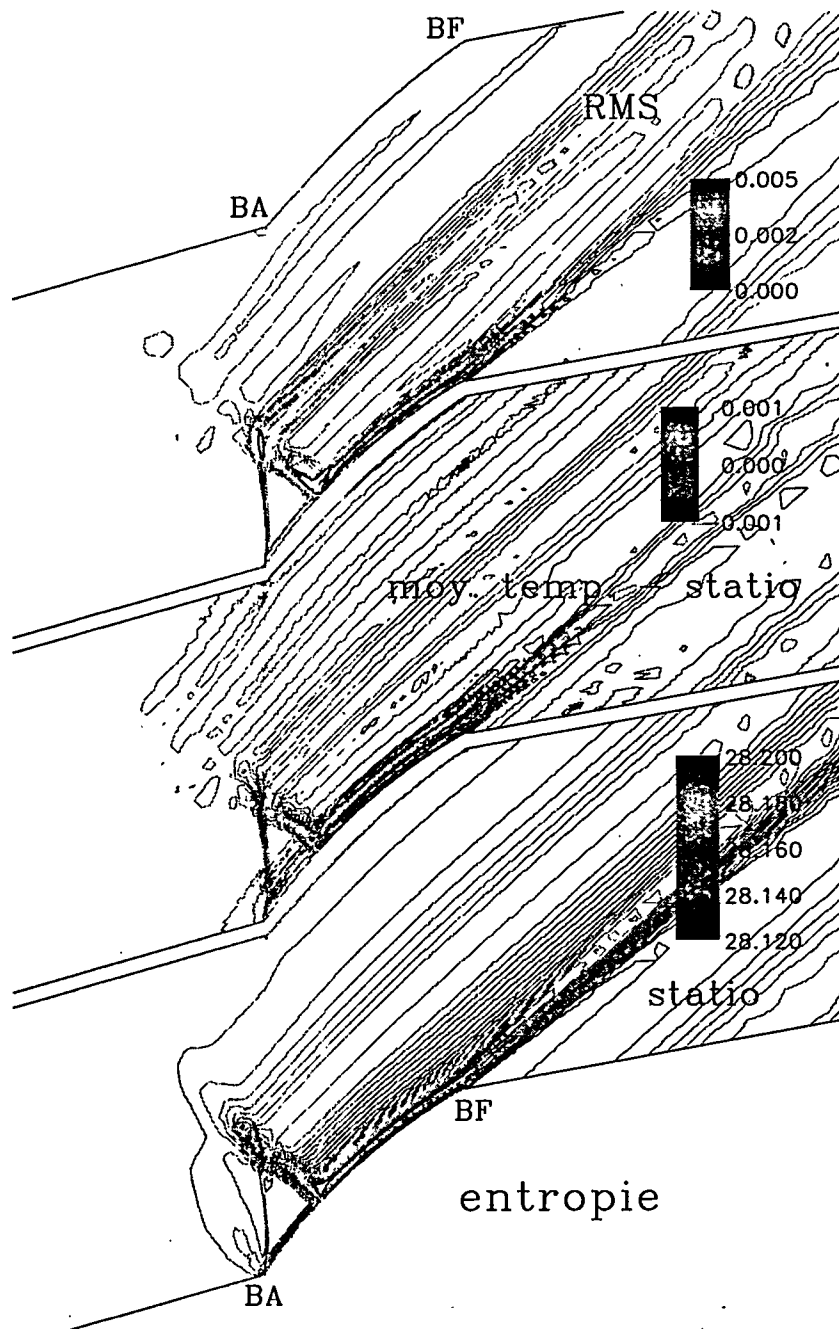


Figure 4.19: Evolution spatiale de l'entropie : champ stationnaire, différence entre champ instationnaire moyenné en temps et champ stationnaire, niveau de fluctuations RMS (de bas en haut). Les valeurs sont en unité SI.

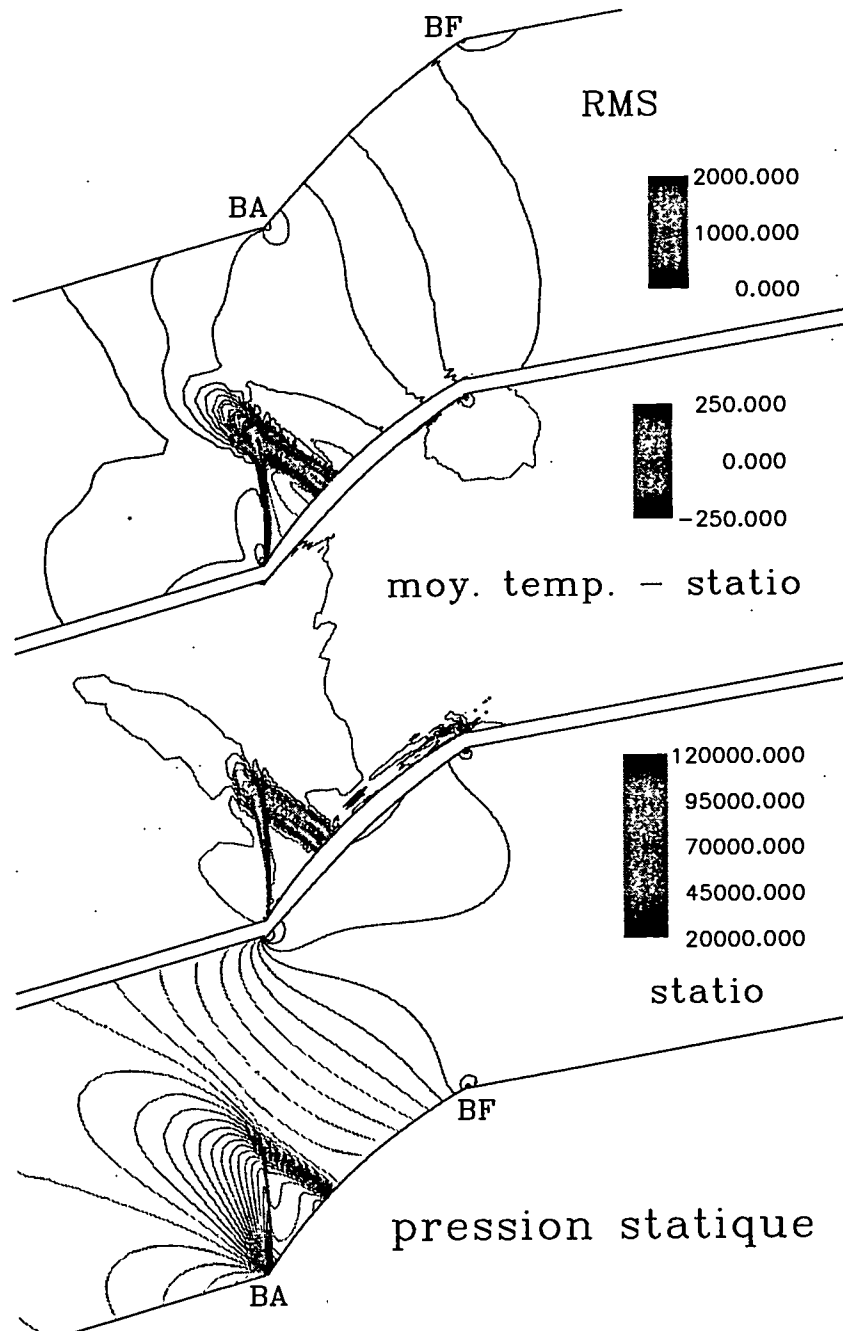


Figure 4.20: Evolution spatiale de la pression statique : champ stationnaire, différence entre champ instationnaire moyenné en temps et champ stationnaire, niveau de fluctuations RMS (de bas en haut). Les valeurs sont en Pa.

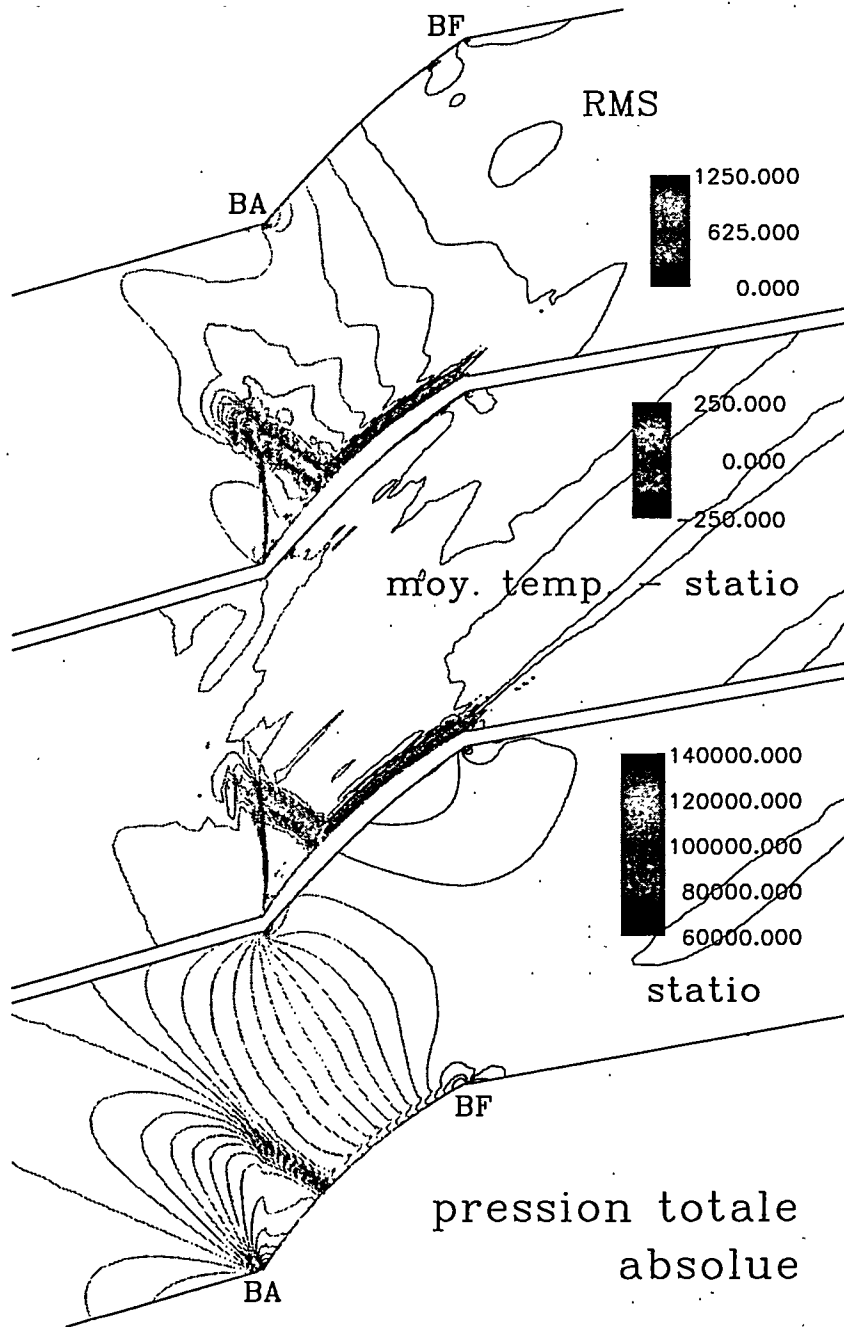


Figure 4.21: Evolution spatiale de la pression totale absolue : champ stationnaire, différence entre champ instationnaire moyenné en temps et champ stationnaire, niveau de fluctuations RMS (de bas en haut). Les valeurs sont en Pa.

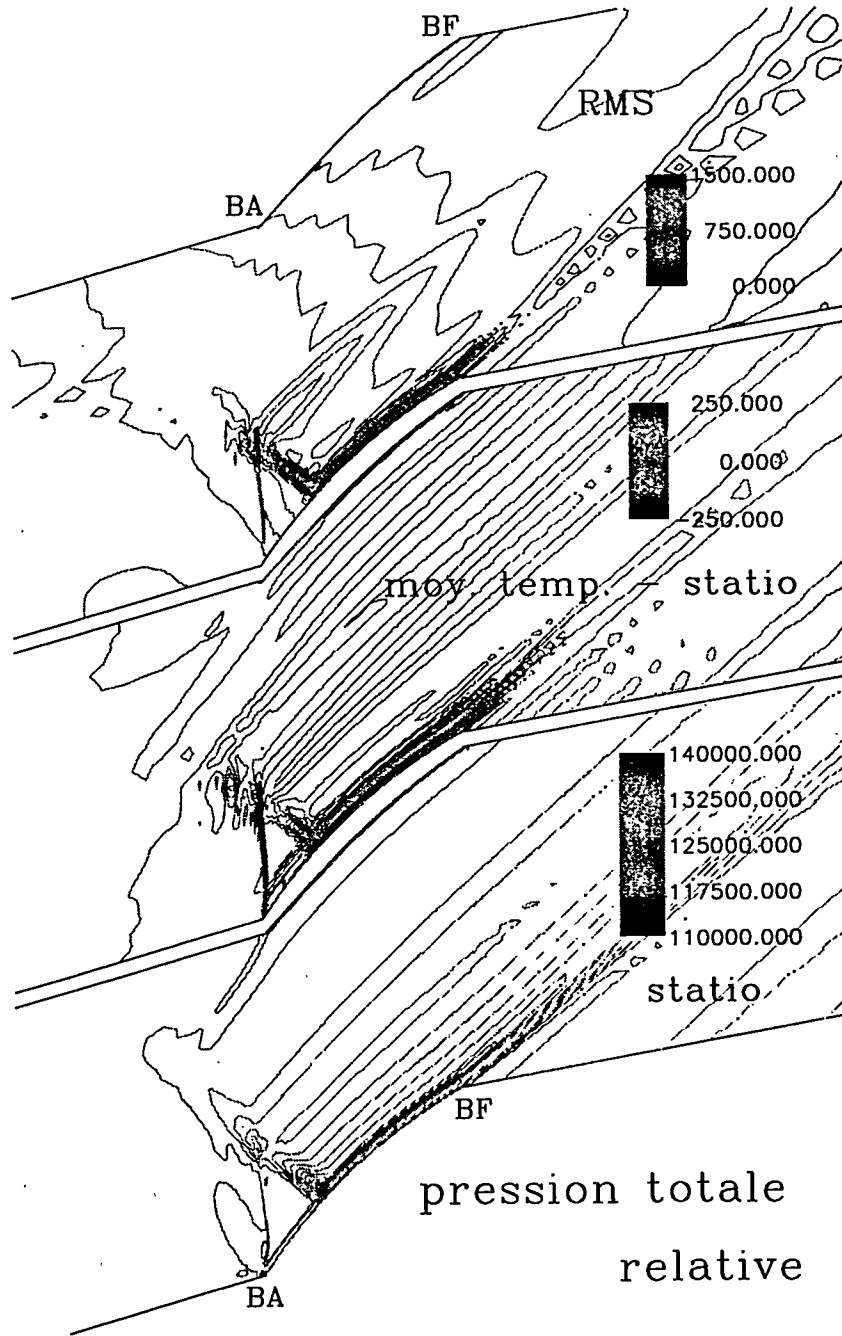


Figure 4.22: Evolution spatiale de la pression totale relative : champ stationnaire, différence entre champ instationnaire moyenné en temps et champ stationnaire, niveau de fluctuations RMS (de bas en haut). Les valeurs sont en Pa.

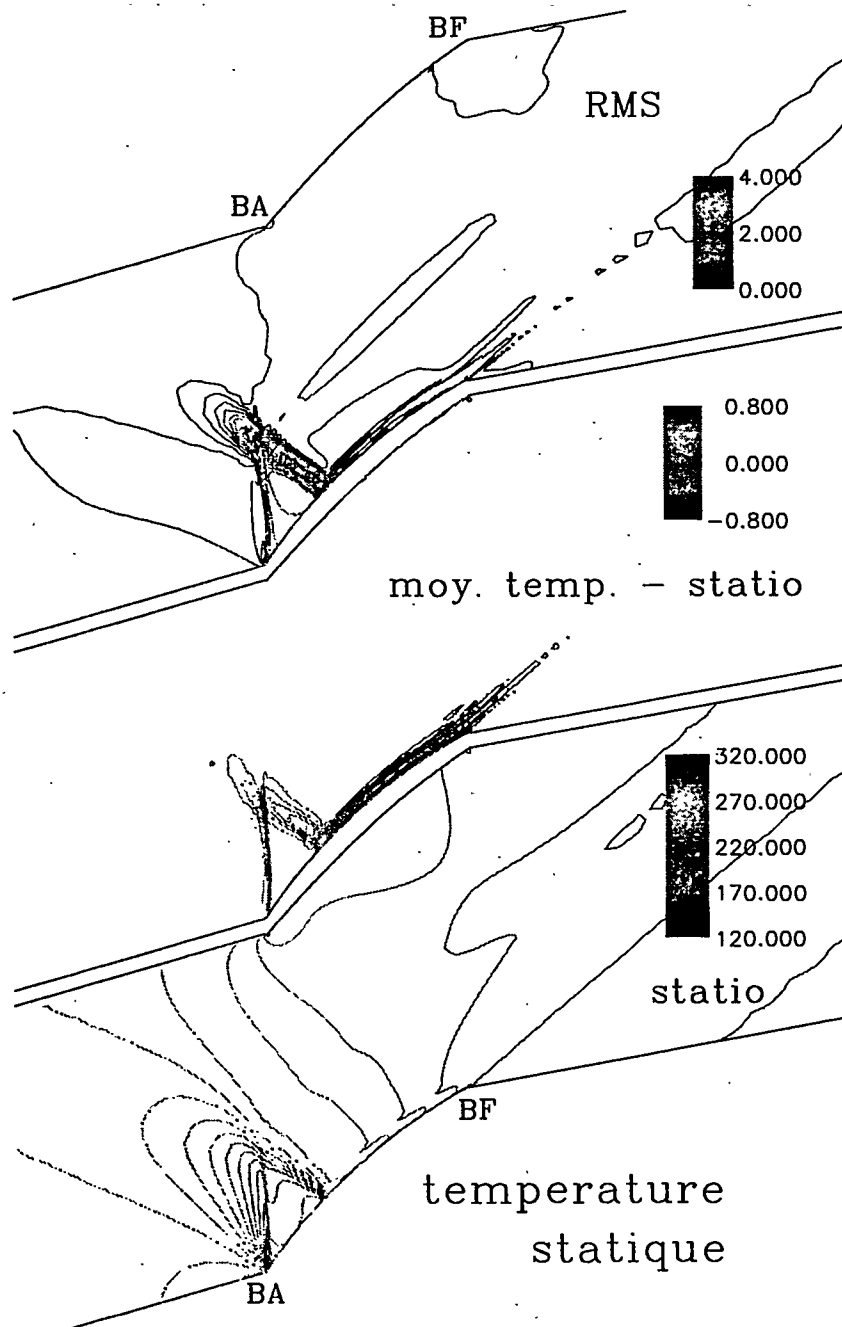


Figure 4.23: Evolution spatiale de la température statique : champ stationnaire, différence entre champ instationnaire moyenné en temps et champ stationnaire, niveau de fluctuations RMS (de bas en haut). Les valeurs sont en K.

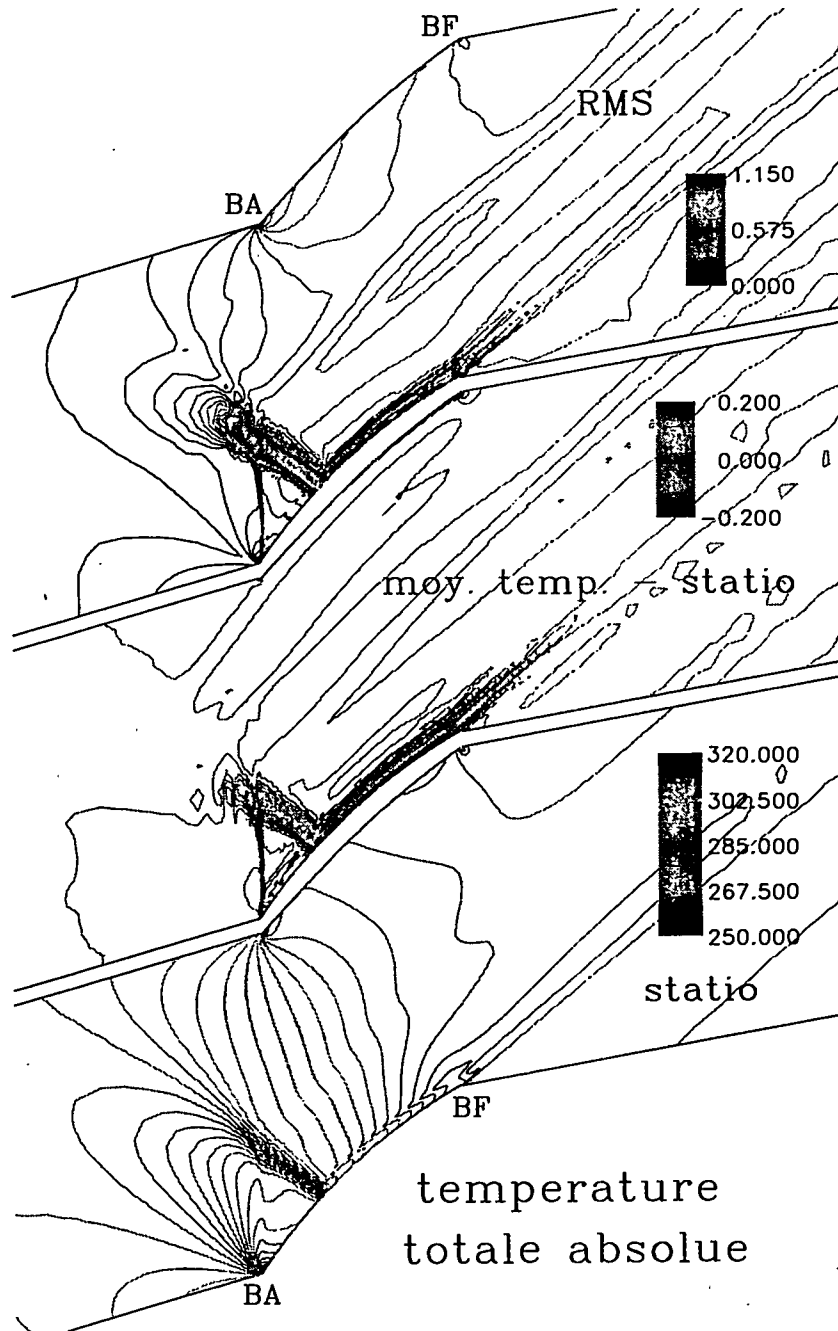


Figure 4.24: Evolution spatiale de la température totale absolue : champ stationnaire, différence entre champ instationnaire moyenné en temps et champ stationnaire, niveau de fluctuations RMS (de bas en haut). Les valeurs sont en K.

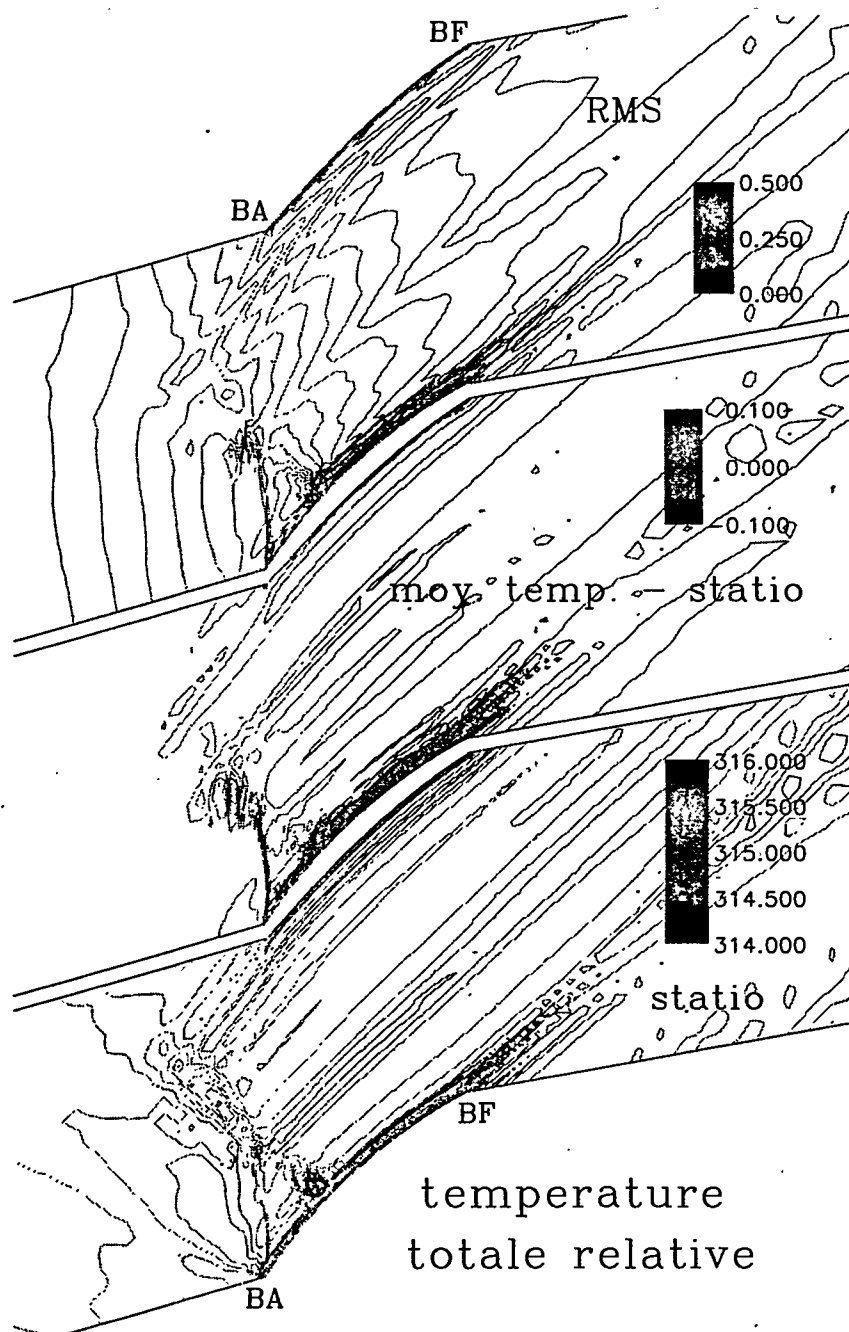


Figure 4.25: Evolution spatiale de la température totale relative : champ stationnaire, différence entre champ instationnaire moyenné en temps et champ stationnaire, niveau de fluctuations RMS (de bas en haut). Les valeurs sont en K.

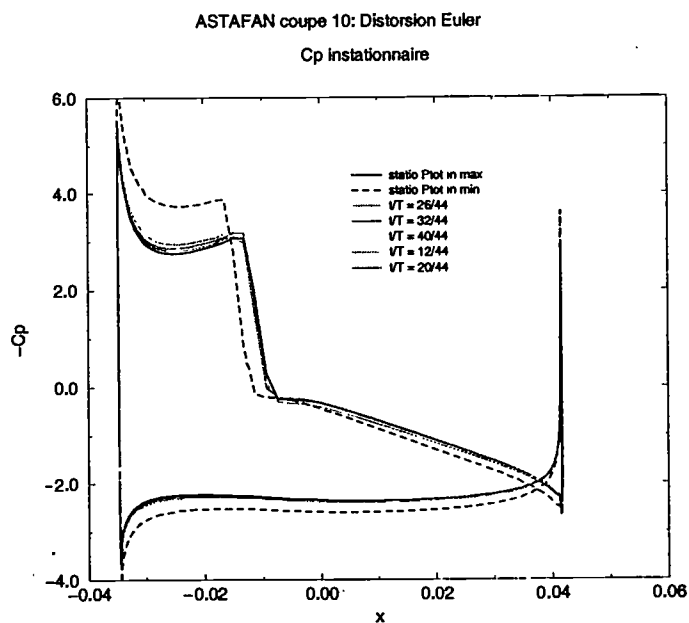


Figure 4.26: Répartition axiale du coefficient de pression à différents instants significatifs, comparaison avec des calculs stationnaires dont la pression totale d'entrée correspond aux extréma du calcul instationnaire. Adimensionnement : $C_p = \frac{p - p^{in}}{\frac{1}{2} \rho^{in} v_z^{in 2}}$

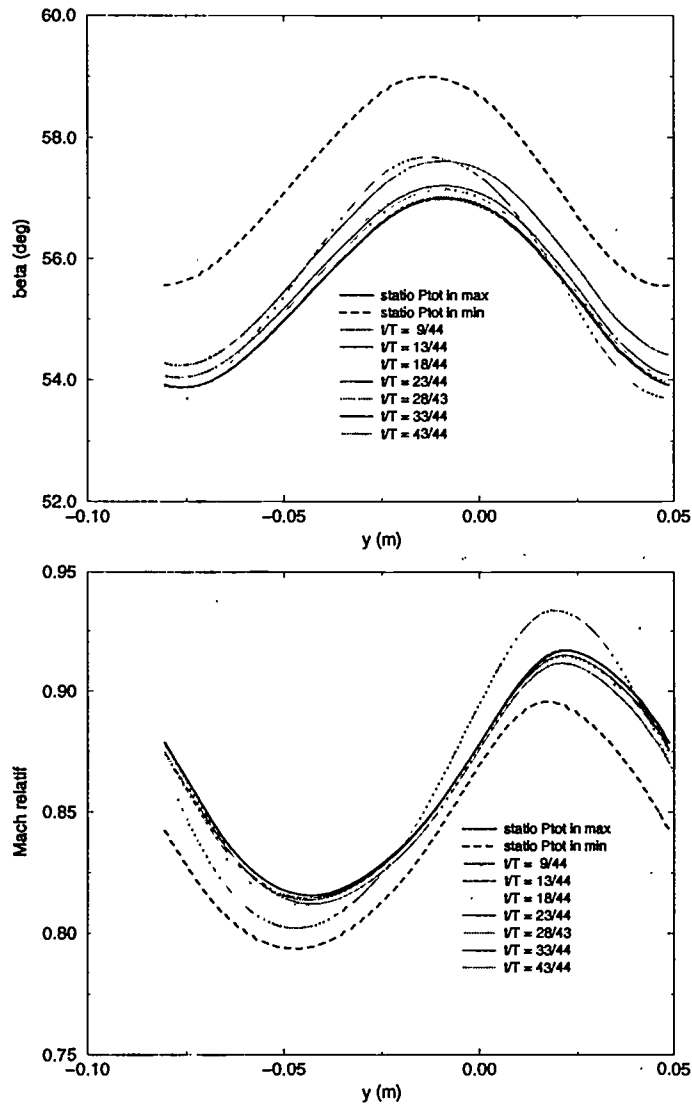


Figure 4.27: Répartition circonférentielle de l'angle de la vitesse relative (en haut) et du nombre de Mach relatif (en bas) dans le plan P1 à différents instants significatifs, comparaison avec des calculs stationnaires pour une pression totale d'entrée correspondant aux extréma du calcul instationnaire.

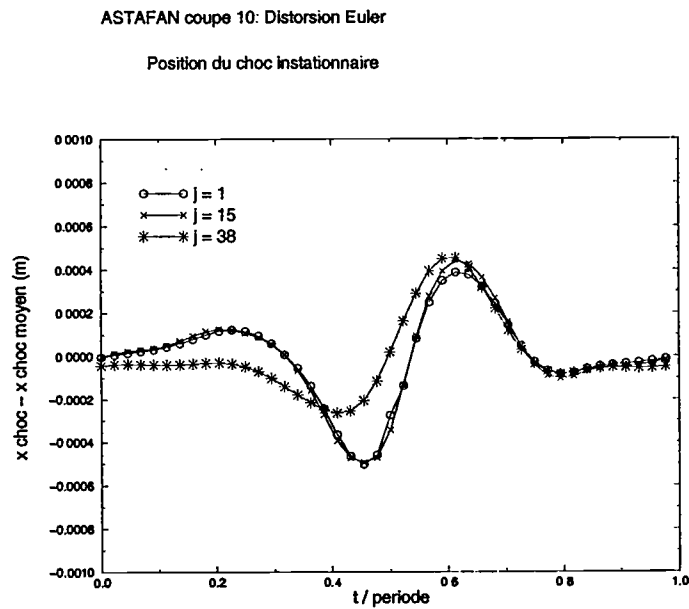


Figure 4.28: Mouvement (dimensionnel) de l'onde de choc au cours d'une période : pied de l'onde de choc ($j=1$), point de génération d'entropie ($j=15$) et intersection avec l'onde de choc oblique ($j=38$)

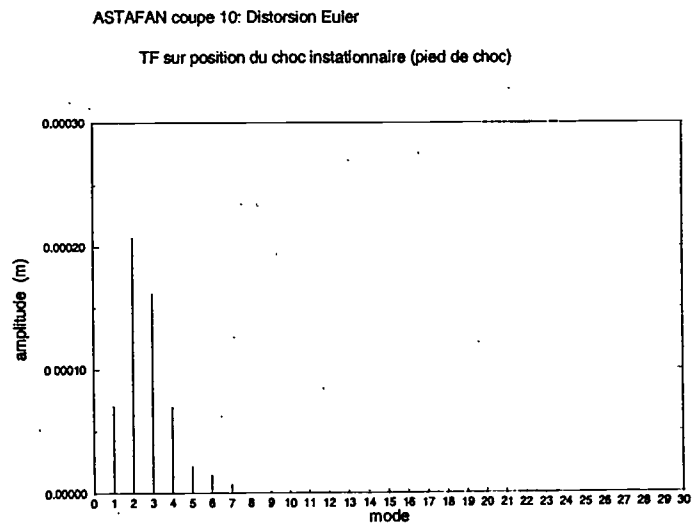


Figure 4.29: Spectre du mouvement de l'onde de choc (pied de l'onde de choc). Les valeurs des amplitudes sont en m.

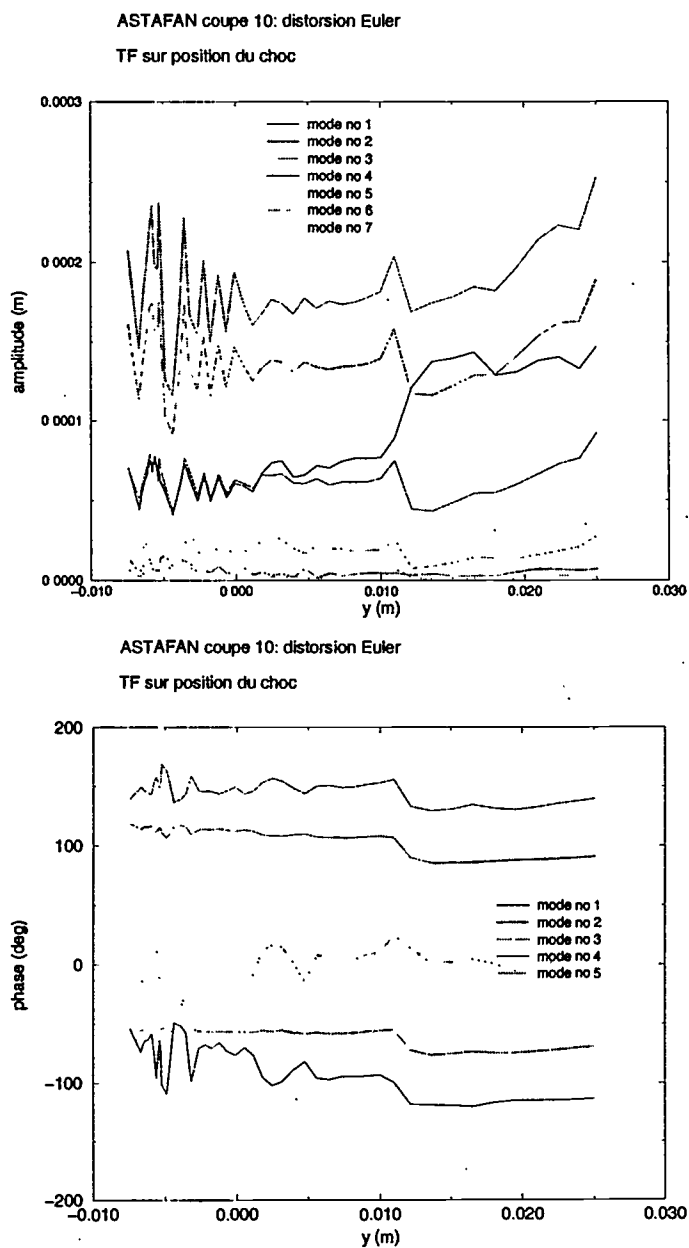


Figure 4.30: Amplitude et phase de la transformée de Fourier de la position de l'onde de choc. Les valeurs des amplitudes sont en m.

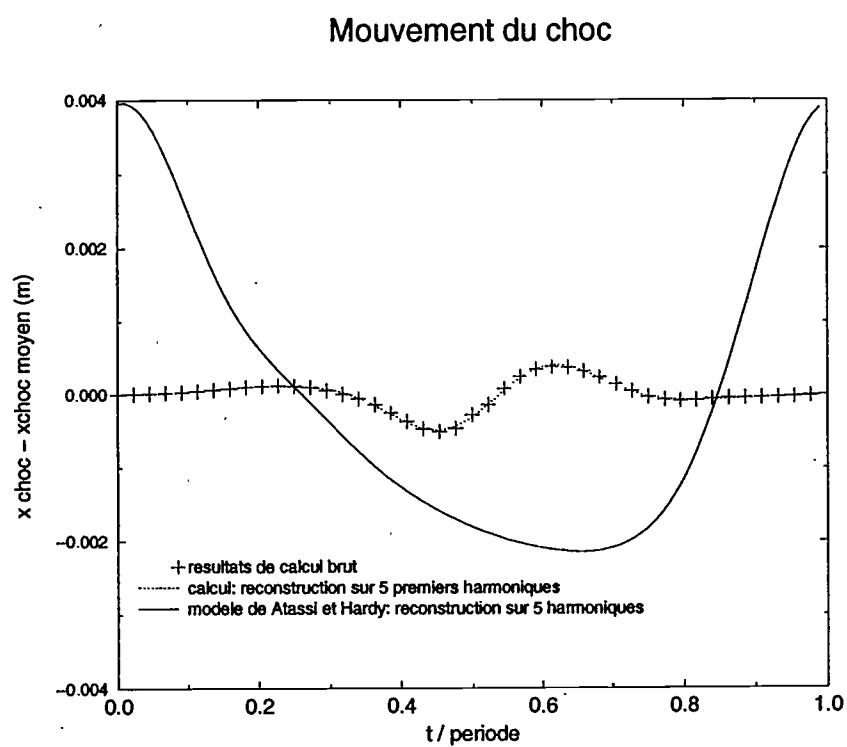


Figure 4.31: Mouvement (dimensionnel) de l'onde de choc en projection sur l'axe x : comparaison entre le modèle linéaire de Hardy et Atassi et les résultats du calcul instationnaire.

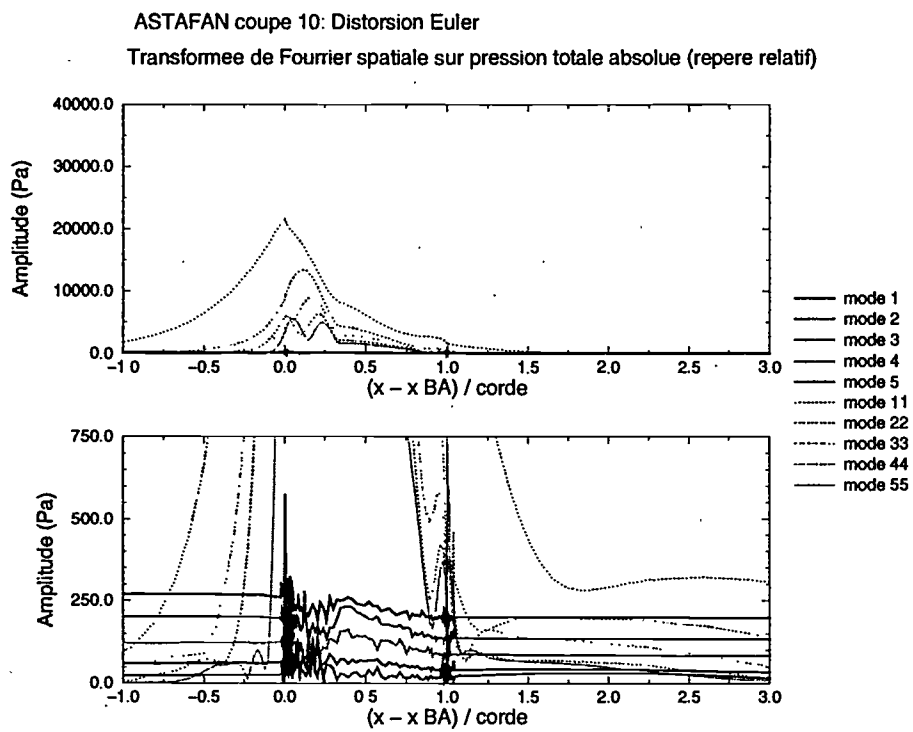


Figure 4.32: Evolution axiale des modes circonferentiels (instantanes) : modes purs de canal et de distorsion pour la pression totale absolue. La figure du bas correspond à une échelle d'ordonnée réduite, et les valeurs sont en Pa.

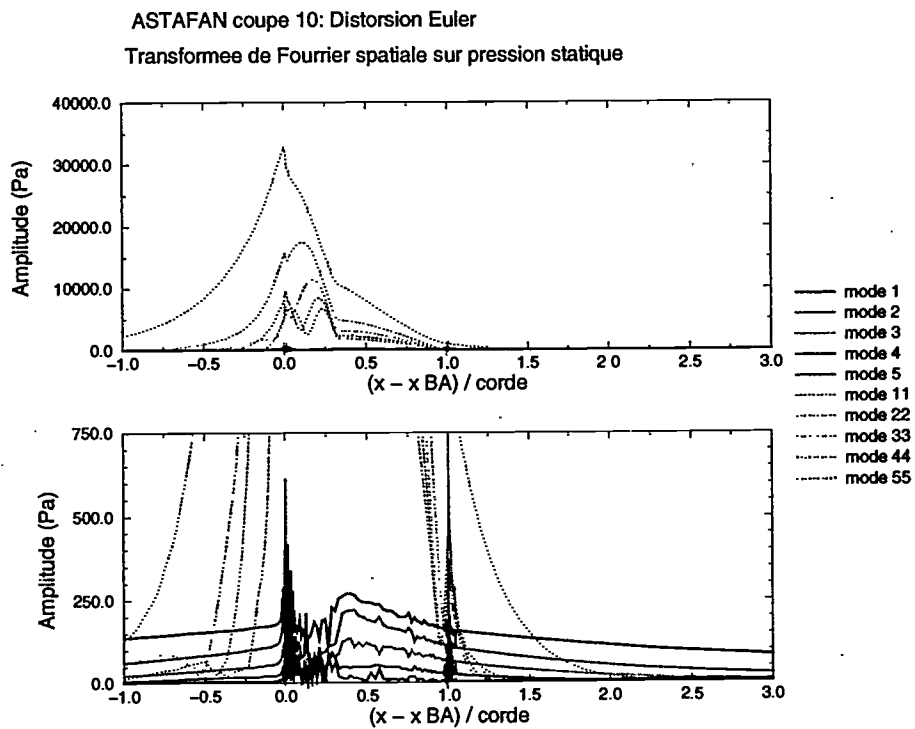


Figure 4.33: Evolution axiale des modes circonférentiels (instantanés) : modes purs de canal et de distorsion pour la pression statique. La figure du bas correspond à une échelle d'ordonnée réduite, et les valeurs sont en Pa.

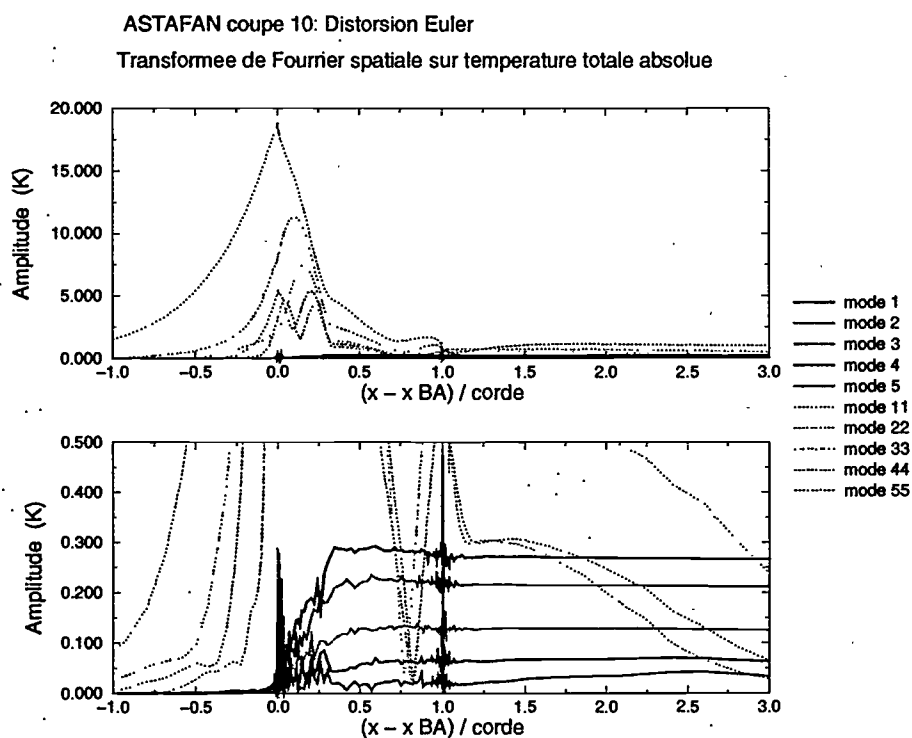


Figure 4.34: Evolution axiale des modes circonférentiels (instantanés) : modes purs de canal et de distorsion pour la température totale absolue. La figure du bas correspond à une échelle d'ordonnée réduite, et les valeurs sont en K.

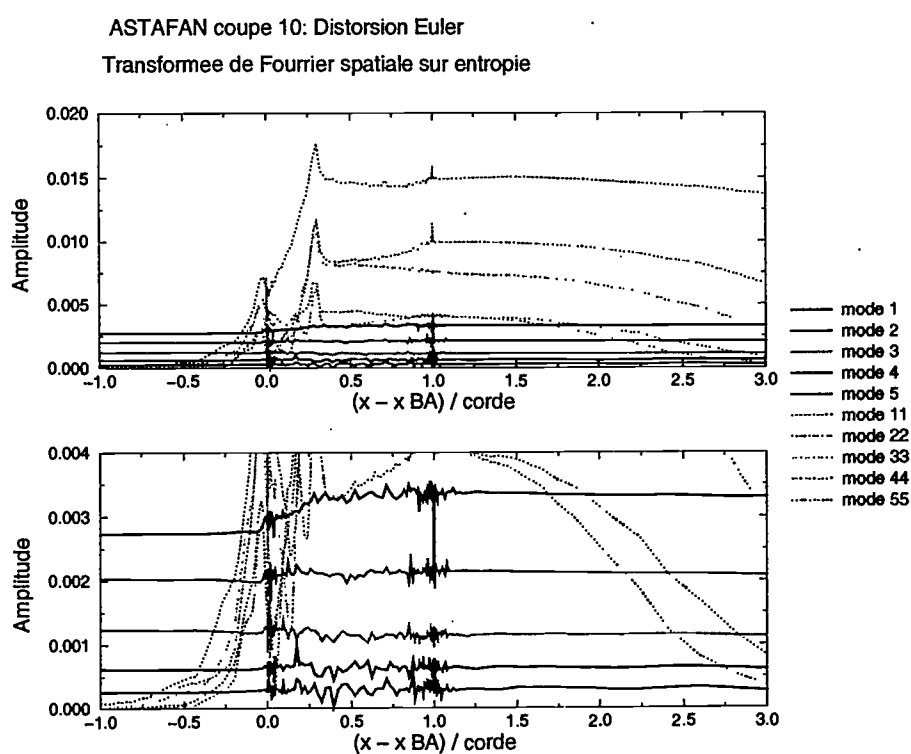


Figure 4.35: Evolution axiale des modes circonférentiels (instantanés) : modes purs de canal et de distorsion pour l'entropie. La figure du bas correspond à une échelle d'ordonnée réduite, et les valeurs sont en unités SI.

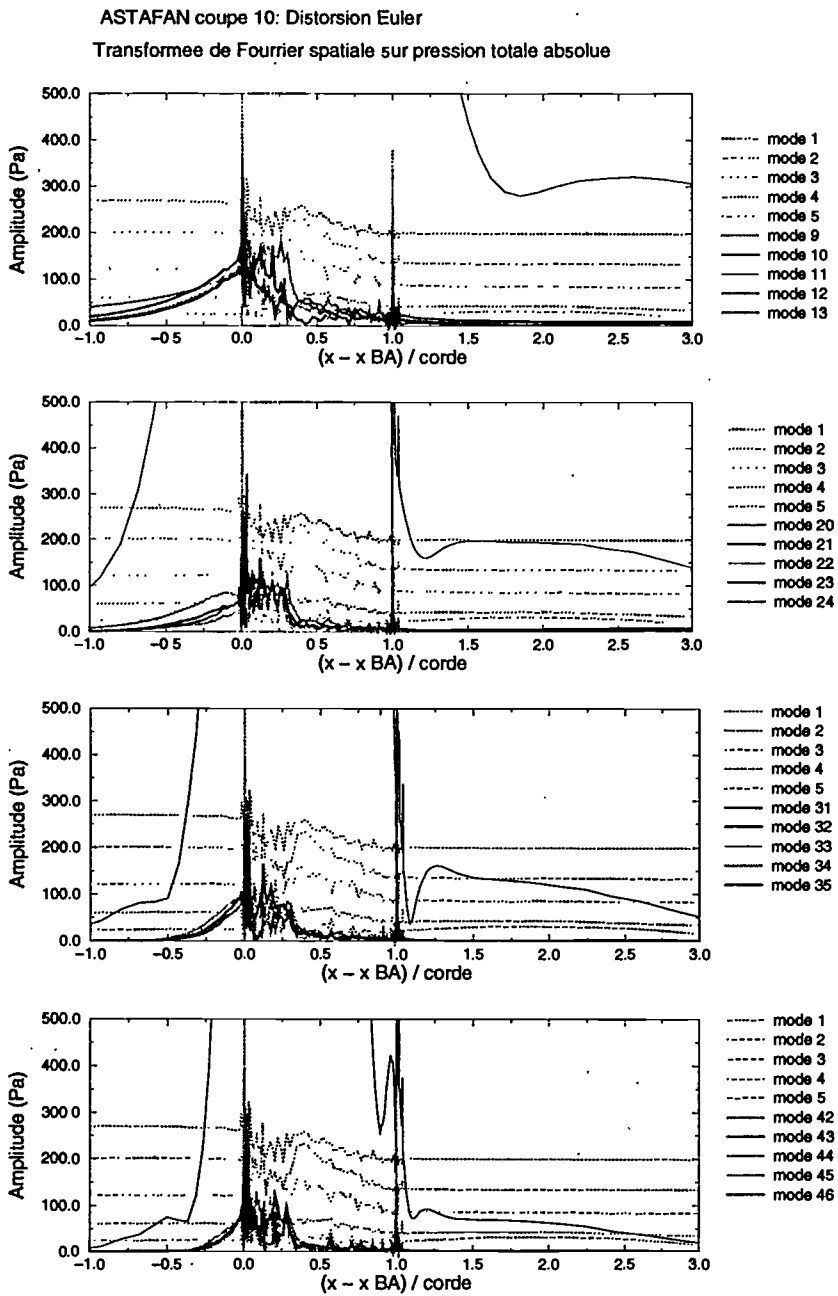


Figure 4.36: Evolution axiale des modes circonférentiels (instantanés) : modes d'interaction pour la pression totale absolue. Les valeurs sont en Pa.

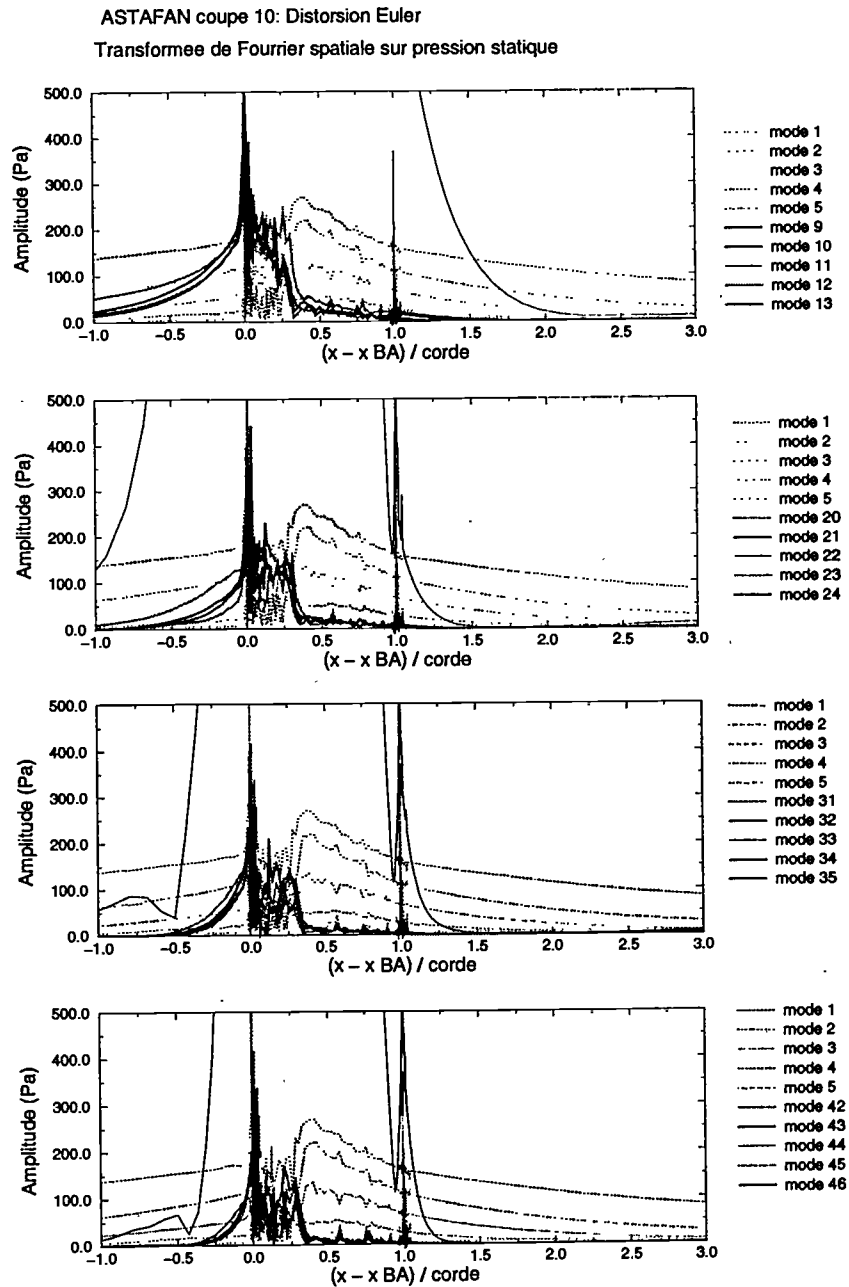


Figure 4.37: Evolution axiale des modes transverse (instantanés) : modes d'interaction pour la pression statique. Les valeurs sont en Pa.

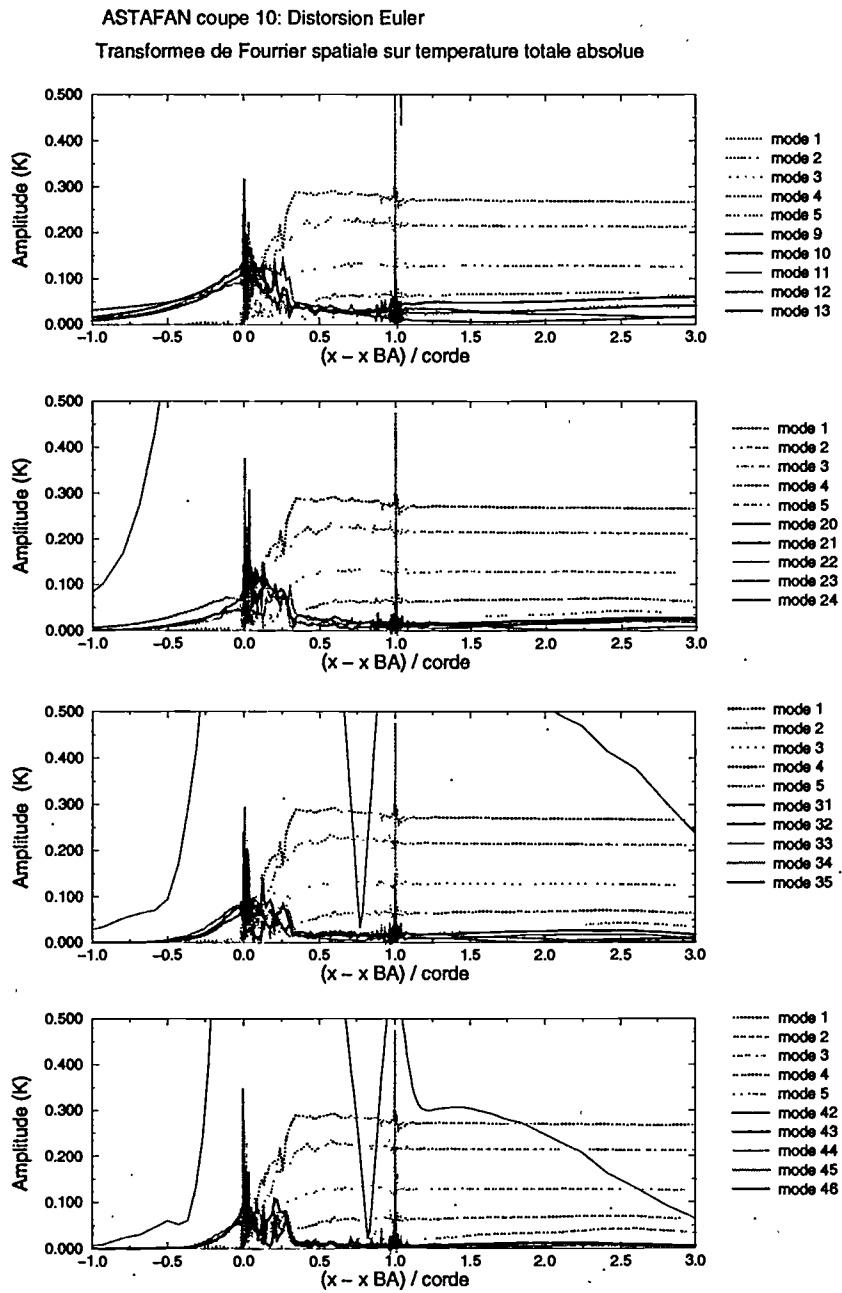


Figure 4.38: Evolution axiale des modes transverse (instantanés) : modes d'interaction pour la température totale absolue. Les valeurs sont en K.

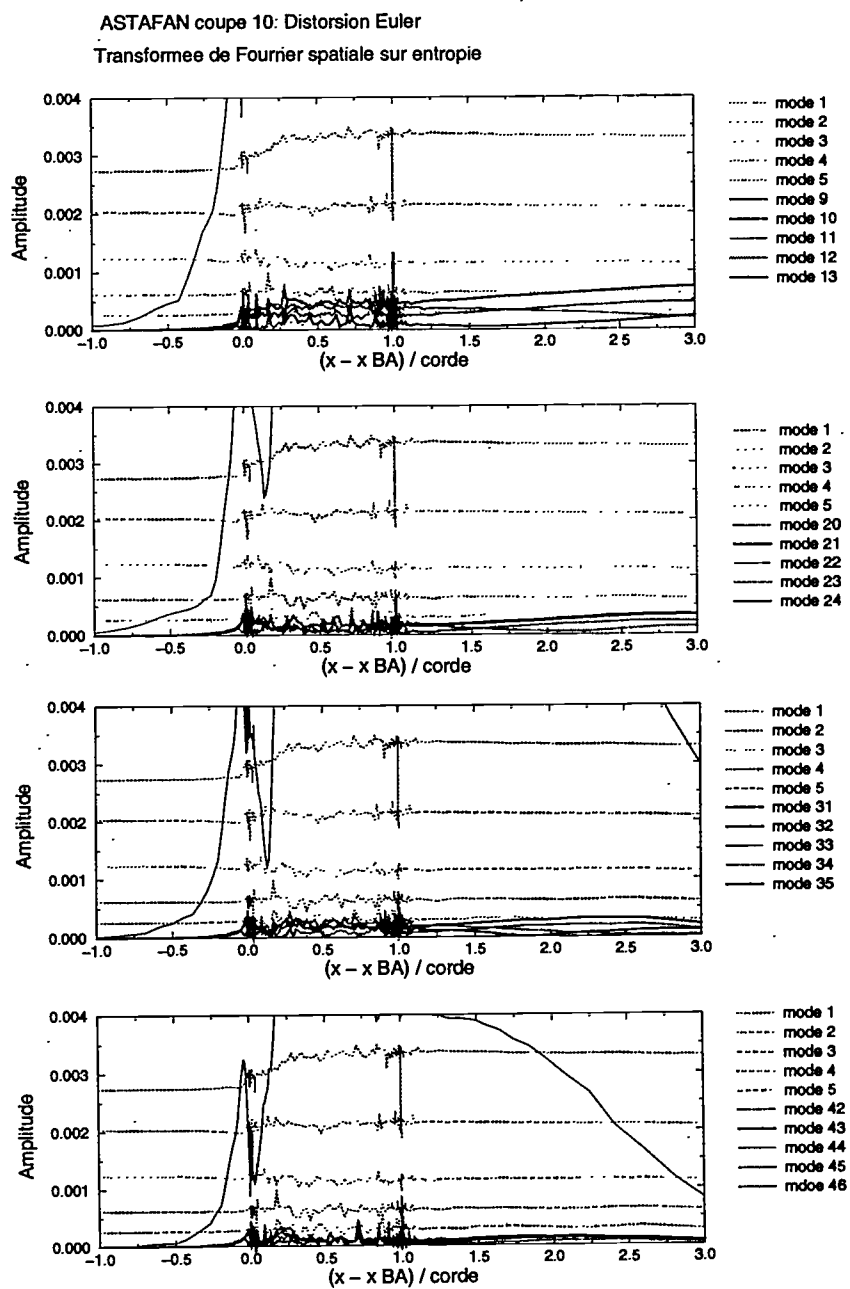


Figure 4.39: Evolution axiale des modes transverses (instantanés) : modes d'interaction pour l'entropie. Les valeurs sont en unités SI.

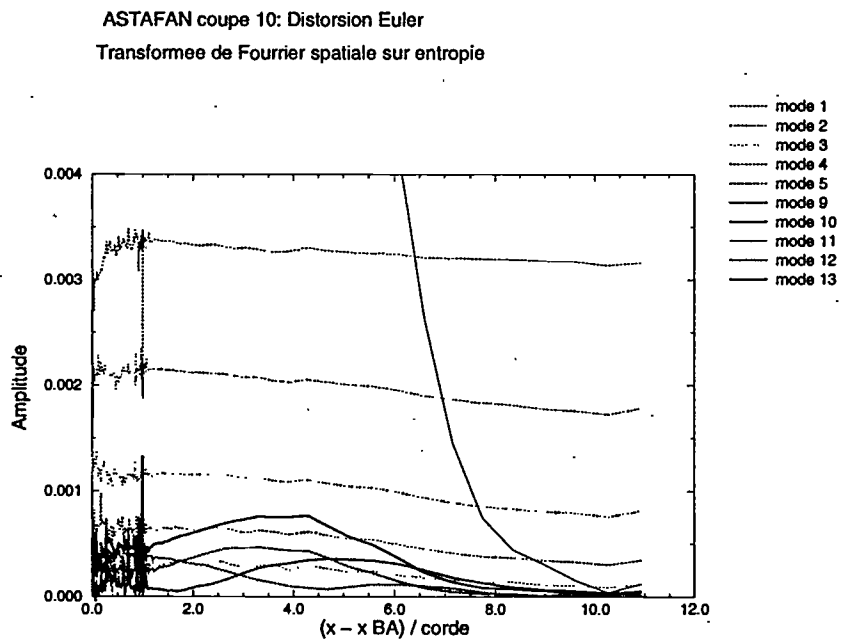


Figure 4.40: Evolution axiale des modes transverses (instantanés) dans la zone aval du maillage (zone "tampon") : premiers modes d'interaction pour l'entropie.

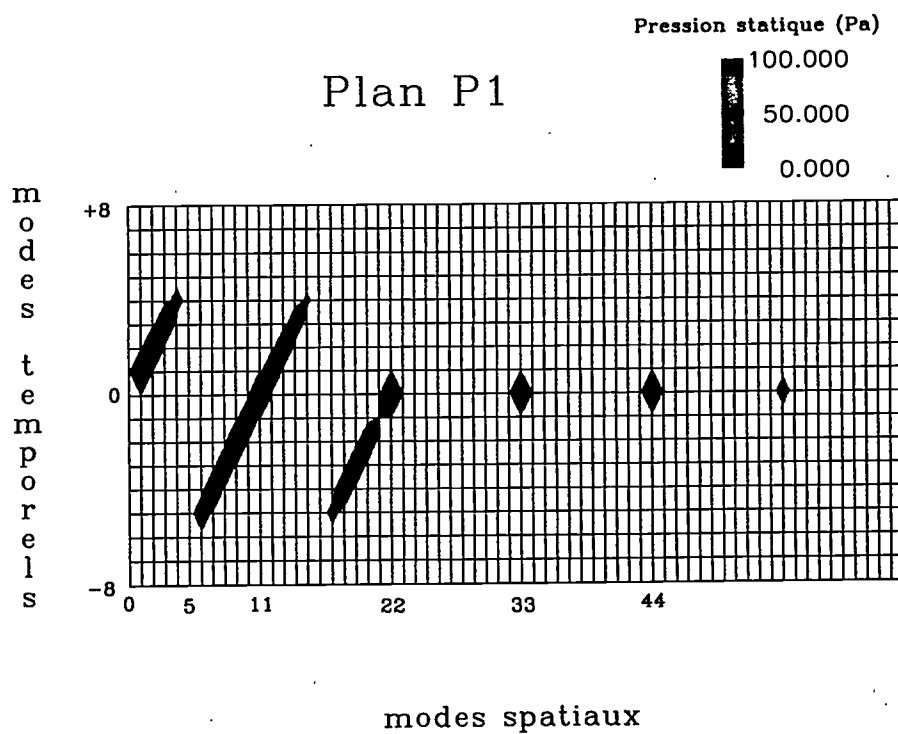


Figure 4.41: Spectre spatio-temporel de pression statique (amplitude) : plan P1. Les valeurs sont en Pa.

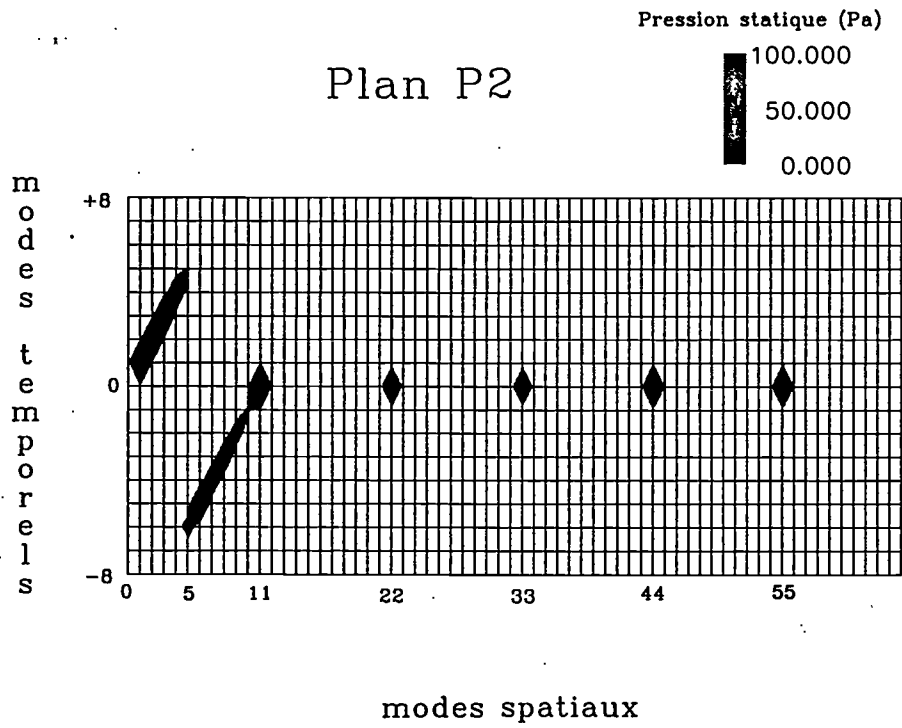


Figure 4.42: Spectre spatio-temporel de pression statique (amplitude) : plan P2. Les valeurs sont en Pa.

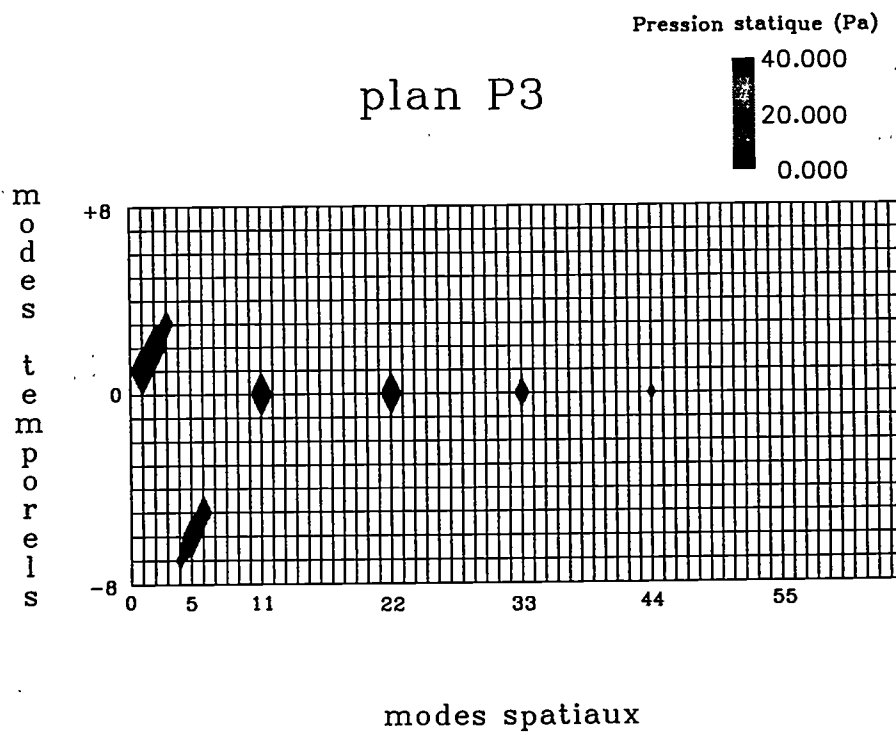


Figure 4.43: Spectre spatio-temporel de pression statique (amplitude) : plan P3. Les valeurs sont en Pa.

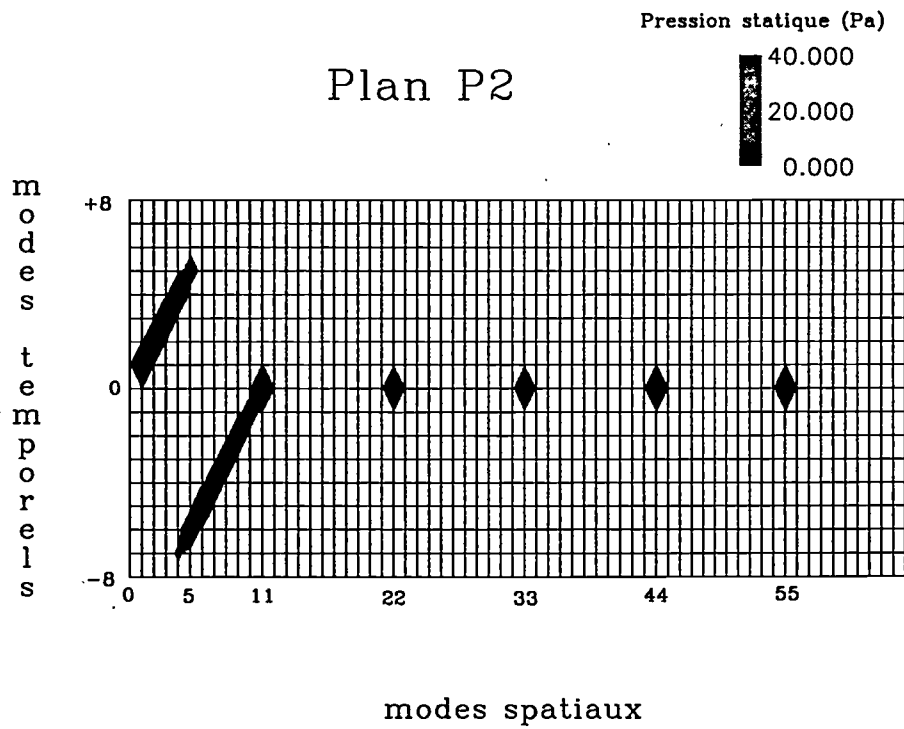


Figure 4.44: Spectre spatio-temporel de pression statique (amplitude) : plan P2. L'échelle de couleur est comparable à la figure 4.43.

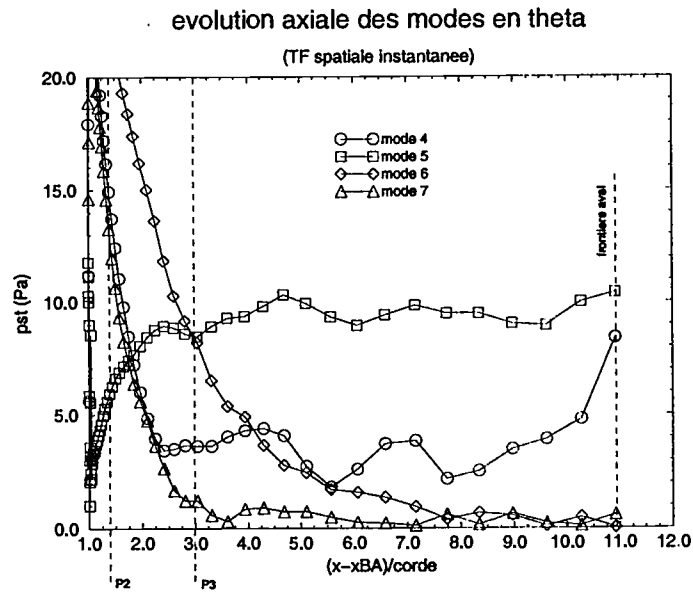


Figure 4.45: Evolution axiale des modes transverses (instantanés) en aval des pales : harmoniques 4 à 7. Les valeurs de pression sont en Pa.

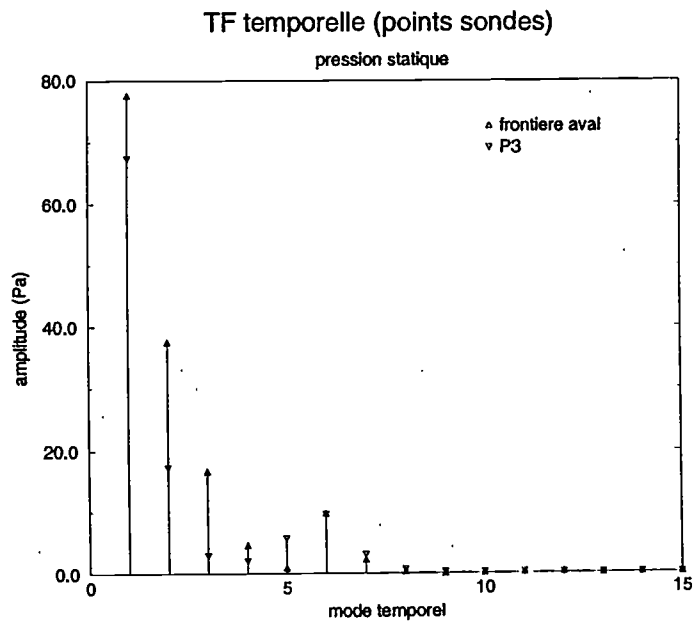


Figure 4.46: Spectre temporels obtenus par des points sondes du maillage situés en P3 et à la frontière. Les valeurs des amplitudes (pression statique) sont en Pa.

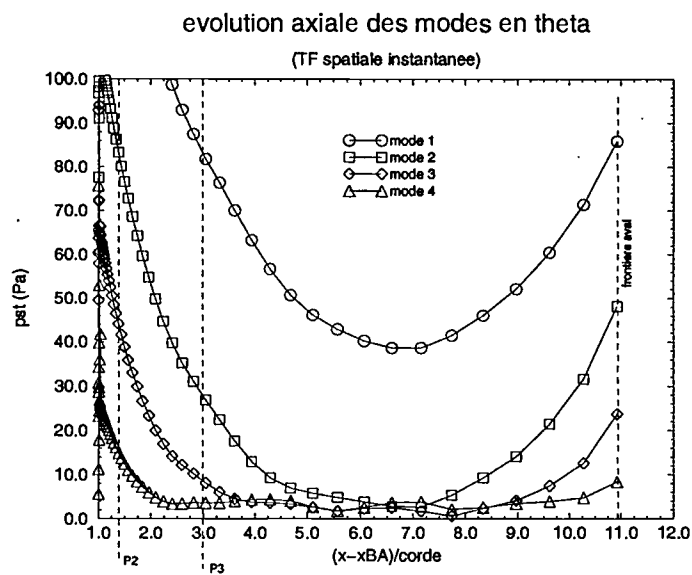


Figure 4.47: Evolution axiale des modes transverse (instantanés) en aval des pales : harmoniques 1 à 4. Les valeurs de pression sont en Pa.

Chapitre 5

Conclusion générale

L'objectif de ce travail était d'étudier l'écoulement dans une turbomachine axiale transsonique, en présence ou non d'une distorsion de l'entrée d'air, à l'aide du solveur NSMB. Le cas retenu pour cette étude est un rotor de soufflante de turboréacteur, l'ASTAFAN.

Pour ce faire, on a tout d'abord détaillé dans le chapitre 1 les mécanismes instationnaires rencontrés en turbomachine. En dehors des instabilités fortes telles que le décrochage tournant ou le pompage, ces instationnarités sont produites par les interactions rotor-stator, par la présence de distorsions radiales ou circumférentielles et par des couplages fluide-structure.

Deux types de décomposition de l'écoulement instationnaire ont ensuite été exposées: celle d'Adamczyk, basée sur une décomposition du champ instationnaire en moyennes et fluctuations spatiales et temporelles, et celle de Tyler et Sofrin, basée sur des décompositions en série de Fourier en espace et en temps, ce qui revient à voir le champ instationnaire comme une superposition de structures lobées tournant à des vitesses différentes. Ces approches ont servi de base à l'analyse du cas instationnaire de distorsion (chapitre 4).

Enfin, une présentation des techniques numériques utilisées pour simuler les écoulements dans les turbomachines a été présentée, afin de situer notre propre travail par rapport à la littérature existante.

Dans le chapitre 2, on a ensuite présenté brièvement les méthodes numériques disponibles dans le solveur NSMB et les options retenues pour cette étude, puis on a détaillé la méthode employée pour prendre en compte la rotation de la machine. Cette méthode, dite ALE (Arbitrary Lagrangian Euler) consiste à intégrer les équations de Navier-Stokes, dans un référentiel galiléen mais en les projetant dans le repère mobile, sur un maillage en mouvement. Cette méthode a été validée sur un cas d'écoulement en rotation.

Dans un deuxième temps, le traitement numérique des conditions aux limites a été décrit. Les conditions aux limites développées dans le cadre de ce travail pour les simulations d'écoulements dans les turbomachines ont été détaillées, notamment la condition de déphasage interaube. Cette condition permet de restreindre les simulations instationnaires à un seul canal inter-aubes. Elle repose sur une hypothèse de périodicité spatio-temporelle de l'écoulement, selon laquelle il existe une relation linéaire entre les variables de temps et de direction circumférentielle.

Dans le chapitre 3, on a étudié l'écoulement stationnaire dans le rotor de la soufflante de l'ASTAFAN par une démarche progressive en effectuant des calculs bidimensionnel non visqueux, puis bidimensionnel visqueux, et enfin tridimensionnel visqueux.

Sur le cas bidimensionnel non visqueux, les écarts par rapport aux résultats expérimentaux sont inférieurs à 6% pour la plupart des variables (par exemple 5% sur le taux de compression), sauf pour le nombre de Mach relatif, pour lequel on observe une différence de 25%, et l'angle de la vitesse absolue (écart de 13°, soit 32%). On a montré que l'écart sur l'angle était une conséquence de l'écart sur le nombre de Mach relatif.

Les résultats du calcul bidimensionnel turbulent (modèle de Baldwin-Lomax) ont montré une structure d'écoulement relativement proche, avec des écarts similaire par rapport au cas expérimental.

En revanche, avec la simulation tridimensionnelle (pour laquelle on a fait des hypothèses simplificatrices : le jeu a été maillé, mais une condition de glissement a été imposée sur le carter et on a considéré que la veine était cylindrique), les écarts sont réduits d'un facteur 2 ou 3 selon la variable considérée. La comparaison des taux de compression prédits est significative : pour le cas tridimensionnel, l'écart est de 2,4%, alors que pour le cas bidimensionnel, l'écart avec le taux de compression expérimental, calculé aux positions radiales équivalentes, est de 4,6%. Ces résultats laissent présager que la prise en compte de la géométrie réelle de la veine, et la résolution de la couche limite carter devrait accroître la précision de la simulation, en reproduisant plus fidèlement les effets tridimensionnels et le développement du tourbillon de jeu.

Quant à l'analyse de l'écoulement réel à partir de ces simulations, une première conclusion est suggérée par la comparaison des calculs bi et tridimensionnels avec les résultats expérimentaux : celui-ci présente des effets tridimensionnels forts. Les écoulements bidimensionnels simulés donnent donc des indications plus qualitatives que quantitatives. Pour la simulation bidimensionnelle non visqueuse, l'écoulement est caractérisé par une onde de choc faible au niveau du bord d'attaque, et une onde de choc transsonique très marquée. Une importante source ponctuelle de perte a été observée, mais il a été montré qu'il s'agit d'un artefact numérique.

A cause de l'intensité de l'onde de choc, le cas visqueux équivalent est plus délicat à simuler, et le point de fonctionnement retenu est légèrement plus débitant que le calcul Euler. En effet, la couche limite est décollée en aval de l'onde de choc, et on est à la limite d'une instabilité numérique, due à une interaction entre la couche limite et l'onde de choc. Cette interaction est de nature instationnaire, et est un problème à part entière (voir réf. [22]), dont la résolution demanderait des moyens en terme de taille de maillage et de modèle de turbulence dépassant ceux que nous nous sommes donnés.

L'analyse de la simulation tridimensionnelle, en léger sur-débit par rapport aux résultats expérimentaux (3,3 %), révèle une onde de choc transsonique de moindre intensité que dans les cas bidimensionnels, présente seulement sur le tiers supérieur de l'aube. Les aubes sont plus chargées en tête qu'en pied. Cependant, l'angle d'attaque en pied de pale est plus important qu'en tête, ce qui provoque un décollement de bord d'attaque du côté extradados, *a priori* laminaire, avec un point de réattachement situé peu de distance en aval. A l'intérieur de ce décollement, le fluide

possède une vitesse radiale, dirigée vers l'extérieur de la veine. Un autre décollement, fortement tridimensionnel, apparaît au coin de l'extrados et du moyeu, en aval de l'aubage.

Enfin, on a montré dans ce chapitre que l'hypothèse de carter glissant permettait de retrouver le mécanisme de formation du tourbillon de jeu, mais pas celui du tourbillon induit, qu'on observe quand on résoud la couche limite du carter. Or, ce dernier influe sur l'évolution du tourbillon principal: la prédiction du développement de celui-ci doit donc présenter des différences significatives avec l'écoulement réel.

Ce chapitre permet de conclure que le logiciel NSMB est devenu un outil numérique performant pour analyser les écoulements tridimensionnels stationnaires en turbomachine.

Le chapitre 4 présente une première étude fondamentale de l'effet d'une distorsion circonférentielle d'entrée d'air. Au niveau de ce travail, la simulation est bidimensionnelle et non visqueuse, afin de se concentrer sur les mécanismes de base provoqués par la distorsion. Le cas étudié correspond, en moyenne temporelle, au cas Euler bidimensionnel du chapitre précédent. La distorsion, imposée par la condition aux limites d'entrée, se caractérise par un déficit gaussien de pression totale, dont la largeur est de l'ordre de deux canaux inter-aubes. Son spectre s'étale principalement sur cinq harmoniques, les harmoniques supérieurs à 7 étant totalement négligeables. Ce déficit de pression totale consiste essentiellement en un déficit de pression dynamique, et dans une moindre mesure de pression statique. Afin d'être capable de réaliser une analyse précise, on a particulièrement veillé à la convergence temporelle du calcul. Pour la totalité de l'analyse, on se place dans le repère lié aux aubages.

La comparaison entre le calcul instationnaire moyenné en temps et le calcul stationnaire réalisé avec des conditions aux limites de même valeur moyenne, suggérée par la décomposition d'Adamczyk (voir section 1.3.1), a révélé des différences négligeables devant les niveaux de fluctuation RMS. La distorsion ne modifie donc pas le point de fonctionnement moyen; contrairement à ce qu'on peut parfois observer sur des cas équivalents, mais pour des déficits de type sillage (réf. [87]), il n'y a pas d'échange d'énergie entre l'écoulement fluctuant et l'écoulement stationnaire. Les instationnarités sont localisées au niveau des deux ondes de choc, et sont dues au mouvement de celles-ci.

L'étude du déplacement de l'onde de choc transsonique révèle que l'écoulement ne vérifie pas l'hypothèse de quasi-stationnarité, ce qui était difficile à prévoir avec la seule donnée de la fréquence réduite (0,11).

De plus, la réponse de l'onde de choc à la distorsion n'est pas linéaire: le spectre du mouvement du pied de l'onde de choc présente des caractéristiques très différentes de celui de la distorsion en amont. Notamment, la décroissance harmonique n'est pas monotone.

Le mouvement du choc droit a été comparé avec les résultats d'un modèle analytique linéaire d'interaction entre une onde de choc et des ondes de vorticité / entropie / acoustiques (réf. [60]). On trouve un désaccord important pour les basses fréquences, le modèle semblant être en meilleur accord avec les résultats du calcul non-linéaire pour les harmoniques d'ordre supérieur. Cet écart sur les modes les plus énergétiques conduit à une prédiction du mouvement de l'onde

de choc très différente des résultats du calcul non linéaire.

Au delà du point de fusion entre les deux ondes de choc, on note un changement de comportement: on observe un déphasage d'une vingtaine de degrés pour tous les harmoniques, et le spectre se rééquilibre vers celui de la distorsion.

L'interprétation proposée est que le mouvement du pied de l'onde de choc transsonique résulterait plutôt d'un effet de profil (c'est à dire qu'il dépendrait de la variation de l'incidence et du nombre de Mach relatif directement en amont du profil), alors que le mouvement de la partie haute, à l'intérieur du canal, s'apparenterait à une interaction onde de choc - distorsion pure. De plus, il se peut qu'au voisinage de l'aubage, l'onde de choc oblique atténuée, de manière non linéaire, la distorsion.

La décomposition en série de Fourier, à un instant donné, selon la variable circonférentielle, du champ aérodynamique, révèle que pour toutes les variables étudiées de la sorte, l'amplitude des modes caractérisant le couplage entre la distorsion stationnaire et l'écoulement non perturbé dans le rotor sont aérodynamiquement significatifs dans la veine seulement à proximité du bord d'attaque, et pour la zone aubée, dans la région des ondes de choc. L'application de la décomposition double (en espace et en temps) permet d'être plus précis, en levant l'ambiguïté due à la superposition de modes tournants à des vitesses différentes. Cette décomposition, appliquée à la pression statique, a permis de révéler que, directement en aval des pales, les modes tournant dans le sens opposé au défilement de la distorsion étaient plus prononcés que les autres. De plus, certains de ces modes conservent plus loin en aval un niveau faible, mais significatif du point de vue acoustique.

Afin d'étudier la propagativité de ces ondes acoustiques, deux modèles, proposés respectivement par Tyler et Sofrin (réf. [116]) et par Hardy et Atassi (réf. [60]), ont été appliqués et comparés aux résultats du calcul instationnaire. En interprétant les résultats de l'évolution axiale du spectre spatial conjointement avec la décomposition spatio-temporelle et le modèle d'Hardy et Atassi, il a été possible de discriminer les effets acoustiques numériques, dus à la condition aux limites de sortie, des effets acoustiques physiques. Cette analyse a permis de mettre en évidence la propagation vers l'aval de deux modes acoustiques, correspondant respectivement à des fréquences de 1130 et 970 Hz, et des niveaux de bruit de 103 et 114 dB. Cependant, il faut garder à l'esprit que ces niveaux, obtenus par une approche bidimensionnelle, ne sont pas représentatifs du bruit réel généré par le rotor, les effets dans la troisième direction étant primordiaux en acoustique car il en résulte généralement des interférences constructives ou destructives.

Enfin, on s'est intéressé à l'atténuation de la distorsion à travers le rotor. La quantification de cette atténuation conditionne le fonctionnement des roues situées plus en aval dans la machine. La comparaison avec les résultats expérimentaux présentés par Kaya dans la réf. [74] montre que le rotor joue une part moins importante que le redresseur dans cette atténuation.

De plus, la définition du taux de récupération de la distorsion, proposée par Smith (réf. [106]), a été étendue à l'approche spectrale. Ce taux de récupération par mode a été évalué à partir de la décomposition circonférentielle en série de Fourier effectuée dans le repère mobile. Cette approche permet d'englober dans la quantification de l'atténuation de la distorsion des phénomènes

instationnaires dans les deux repères, mais émergeant par couplage entre la distorsion amont et l'écoulement de canal non-perturbé.

Cette analyse montre que les quatre premiers harmoniques, correspondant à une distorsion stationnaire dans le repère fixe, sont atténués selon un spectre qui présente des caractéristiques semblables à celui du mouvement de l'onde de choc transsonique, suggérant un lien de causalité entre ces deux phénomènes.

Ce travail a permis d'aider à la compréhension des phénomènes instationnaires dans les turbomachines transsoniques axiales soumises à des distorsion d'entrée d'air. Une méthodologie d'analyse a ainsi été définie et exploitée. Elle pourrait facilement être utilisée pour une analyse de l'écoulement résolu dans le cadre d'une simulation plus représentative de l'écoulement réel dans l'ASTAFAN.

Les perspectives que laisse envisager ce travail vont donc dans le sens de l'augmentation du niveau de modélisation, en complexifiant la physique prise en compte par le modèle.

En premier lieu, l'utilisation d'une condition de non-réflexion en amont du domaine de calcul permettrait d'effectuer la même analyse acoustique que celle présentée dans la section 4.7.5, mais pour le bruit se propageant vers l'amont. L'intérêt de cette analyse réside dans le fait que l'acoustique se propageant en amont du rotor est ensuite rayonnée depuis l'entrée de la veine, et constitue un bruit perceptible pour l'environnement extérieur de la machine, facilement mesurable.

En second lieu, on a vu que les effets tridimensionnels étaient forts dans cette machine, même en négligeant les effets de variation de veine. La simulation de l'écoulement tridimensionnel instationnaire, même dans un cadre non visqueux, serait donc beaucoup plus représentative du cas réel. De plus, les niveaux de bruits prédits pour les basses fréquences, résolues par le calcul, seraient réalistes, ce qui n'est pas le cas dans le cadre de la simulation bidimensionnelle.

L'introduction des effets visqueux et surtout turbulents dans la simulation instationnaire est plus problématique. En effet, si l'approche URANS (Unsteady Reynolds-Averaged Navier-Stokes) est justifiée par la faible valeur des fréquences typiques des instationnarités de l'écoulement distordu par rapport aux fréquences typiques de la turbulence (turbulence quasi-stationnaire), l'utilisation d'un modèle algébrique est en revanche peu judicieuse à cause du comportement de ces modèles en présence de décollements. En stationnaire, le modèle de Baldwin-Lomax est connu pour sur-estimer la taille des décollements. En instationnaire, ce défaut peut être pénalisant pour l'interaction entre l'onde de choc et la couche limite. Citons par exemple la réf. [105], dans laquelle l'utilisation d'un modèle à équations de transport (modèle $k - \omega$) conduit à un détachement intermittent de la couche limite en aval du pied de l'onde de choc, alors que la même simulation menée avec un modèle algébrique (modèle de Michel) prédit un décollement permanent, et de plus grande taille. Pour la simulation de l'écoulement tridimensionnel turbulent instationnaire dans l'ASTAFAN, il serait donc judicieux d'utiliser, en approche URANS, un modèle à équations de transport, par exemple le modèle de Spalart Almaras, numériquement peu onéreux et disponible dans NSMB. Quant aux approches dépassant le cadre URANS (Detached Eddy Simulations, Large Eddy Simulation), elles restent irréalistes au vu des tailles de

maillage et des temps de calcul qu'elles nécessiteraient pour ce cas.

Enfin, grâce à des techniques dérivant de la condition aux limites de périodicité spatio-temporelle, on pourrait envisager de coupler la simulation d'un canal inter-aubes du rotor avec la simulation d'un canal inter-aubes du redresseur, ce qui permettrait d'une part de prendre en compte les effets potentiels du redresseur sur l'écoulement dans le rotor, et surtout de disposer d'un modèle de l'atténuation de la distorsion à travers l'étage complet de la soufflante, fournissant ainsi des données importantes pour le fonctionnement des étages "haute pression" en alimentation distordue.

Bibliographie

- [1] J. J. Adamczyk, R. A. Mulac, M. L. Celestina
A Model for Closing the Inviscid Form of the Average-Passage Equation System
ASME paper 86-GT-227, 1986
- [2] A. Arnone, R. Pacciani
Rotor-Stator Interaction Analysis Using the Navier-Stokes Equations and a multigrid Method
ASME J. Turb., Vol 118, pp 679-689, Oct 1996
- [3] S. Aubert
Etude de schémas à haute précision pour la simulation d'écoulements transsoniques instationnaires ou visqueux. Application aux turbomachines
Thèse de doctorat, Ecole Centrale de Lyon, 1993
- [4] H. M. Atassi
Unsteady Aerodynamics of Vortical Flows: Early and Recent Developments
Aerodynamics and Aeroacoustics, World Scientific, Editor K. Y. Fung, Chap 4, pp 121-171, 1994
- [5] H. M. Atassi, J. Fang, P. Ferrand *Acoustic Blocage effect in Unsteady Transonic Nozzle and Cascade Flows*
Symposium on Unsteady Aerodynamics and Aeroelasticity of Turbomachines, Elsevier, Sept. 1994, pp 777-794
- [6] H. M. Atassi, J. Fang
Compressible Flows with vortical Disturbances around a Cascade of loaded Airfoils. Unsteady Aerodynamics, Aeroacoustics and aeroelasticity of Turbomachines and Propellers
Editor H. M. Atassi, Springer Verlag, pp 149-176, 1993
- [7] B. S. Baldwin and H. Lomax
Thin Layer Approximation and Algebraic Model for Separated Turbulent Flows
AIAA-paper 78-257, 1978
- [8] F. Bardoux
Modélisation des interactions instationnaires rotor-stator en turbomachines multi-étages
Thèse de doctorat de l'Ecole Centrale de Lyon, mars 2000
- [9] F. Bardoux, F. Dano, F. Leboeuf et C. Toussaint
Characterization of Deterministic Stresses for a Turbine Stage - Part 2: Unsteady Flow

- Analysis*
ASME paper 99-GT-101, pp 1-8, 1999
- [10] R. M. Beam and R. F. Warming
Alternating Direction Implicit Methods for Parabolic Equations with a Mixed Derivative
SIAM Journal of Sci. Stat. Comp.,1, pp 131-159, 1980
- [11] G. Billet, P. Chevalier et P. Laval
Etude numérique de la transmission d'une distorsion dans un compresseur axial
AGARD-CP-400, pp 8.1-8.13, 1987
- [12] J. Blazek
A Multigrid LU-SSOR Scheme for the Solution of Hypersonic Flow Problems
AIAA paper 94-0062, 1994
- [13] J. Bohbot
Aérodynamique instationnaire sur maillages mobiles: application à la prédiction du phénomène de flottement
Thèse de doctorat de l'ENSAM Paris, mars 2002
- [14] J. Boussinesq
Théorie des écoulements tourbillonnaires
CRAS, T 23, 1877
- [15] O. Bron, P. Ferrand, T. H. Fransson and H. M. Atassi
Non Linear Interaction of Acoustic Waves with Transonic Flow in Nozzles
7th AIAA/CEAS Aeroacoustics Congerence, Maastricht, May 2001
- [16] O. Bron, P. Ferrand and T. H. Fransson
Non Linear Interaction in 2D Nozzle Transonic Flow
9th International Symposium on Transport Phenomena and Dynamics of Rotating Machinery, Honolulu, Hawai, Feb. 2002
- [17] G. M. Callahan, A. H. Stenning
Attenuation of Inlet Flow Distortion Upstream of Axial Flow Compressors
AIAA Paper 69-485, 1969
- [18] S. Callot
Analyse des mécanismes macroscopiques produits par les interaction rotor-stator dans les turbomachines
Thèse de doctorat de l'Ecole Centrale de Lyon, janvier 2002.
- [19] J. Caro
Simulation numérique de l'écoulement dans le rotor NASA37 à l'aide du code Proust. Comparaison avec l'expérience
Rapport de synthèse, LMFA, Ecole Centale de Lyon, janvier 2002
- [20] S. Chakravarthy
Euler Equations - Implicit Scheme and Boundary Condition
AIAA J., Vol 21, pp. 699-706, 1983

- [21] S. Champagneux
Vers le couplage fluide-structure. Méthode ALE pour l'aérodynamique instationnaire
Rapport de stage de DEA, rapport CERFACS STR/CFD/97/57, Nov. 1997
- [22] B. Caruelle
Simulation d'Écoulements Instationnaires Turbulents en Aérodynamique: Application à la prédiction du Tremblement
Thèse de doctorat de l'IMFT, 2000
- [23] P. Chassaing
Turbulence en Mécanique des Fluides, partie I & II
Edition provisoire, 1994
- [24] J. P. Chen and J. Barter
Comparison of Time-Accurate Calculations for the Unsteady Interaction in Turbomachinery Stage
AIAA paper 98-3292, 1998
- [25] A. Chernobrovkin and B. Lakshminarayana
Development and Validation of Navier-Stokes Procedure for Turbomachinery Unsteady Flow
AIAA Journ., vol 37, No 5, May 1999
- [26] R. V. Chima
A $k - \Omega$ turbulence model for quasi-three-dimensional turbomachinery flow
NASA TM 107051
- [27] R. V. Chima
Calculation of Tip Clearance Effects in a Transonic Compressor Rotor
ASME J. of Turb., Vol 120, pp 131-140, Jan 1998
- [28] P. Cizmas, R. Subramanya
Parallel Computation of Rotor-Stator Interactions
VIIIth International Symposium on Aerodynamics and Aeroelasticity of Turbomachines,
Stockholm, Sept. 1997
- [29] P. Cizmas, D. Dorney
Parallel Computation of Turbine Blade Clocking
AIAA 98-3598, 34th AIAA/ASME/SAE/ASEE Joint Propulsion Conference, Cleveland,
July 13-15, 1998.
- [30] T. Colonius
Numerically Non reflecting Boundary Conditions And Interface Conditions for Compressible Flows And Aero-Acoustic Computations
AIAA Journ., vol. 35 no. 7, pp 1126-1133, July 1997
- [31] J. Cousteix
Turbulence et Couche Limite
Editions CEPADUES, 1989

- [32] J. Cousteix and R. Houdeville
Effects of Unsteadiness on Turbulent Boundary Layers
Von Karman Institute for Fluid Dynamics Lecture Series, 07, 1988
- [33] J. Cousteix, R. Houdeville and A. Desopper
Transition d'une couche limite soumise à une oscillation de l'écoulement extérieur
AGARD CP-224, 17, 1-12, Lyngby, Danemark, Mai 1977
- [34] V. Cyrus
Effect of the Inlet Velocity Profile in the 3D Flow in a Rear Axial Compressor Stage
ASME Trans., Vol 110, Oct 1988
- [35] W. N. Dawes
Application of Full Navier-Stokes solvers to Turbomachinery Flow Problems
VKI Lecture Series LS-2, von Karman Institute, Brussels, 1986
- [36] J. Donea, S. Giuliani, J. P. Halleux
An Arbitrary Lagrangian-Euler Finite Element Method For Transient Dynamic Fluid-Structure Interactions
Comp. Meth. in Applied Mechanics and Engineering, 33, pp689-723, 1982
- [37] R. P. Dring and H. D. Joslyn
Through-Flow Analysis of a Multistage Compressor
ASME paper 86-GT-13, 1986
- [38] F. Ducros, F. Laporte, T. Souleres, V. Guinot, P. Moinat and B. Caruelle
High-Order Fluxes for Conservative Skew-Symmetric-Like Schemes in Structured Meshes: Application to Compressible Flows
J. of Comp. Phys., 161, pp 114-139, 2000
- [39] F. Ehrich
Circumferential Inlet Distortions in Axial Flow Turbomachinery
Journ. Aeronautic. Sciences, pp 413-417, 1957
- [40] J. I. Erdos, E. Alzner and W. Mac Nally
Numerical Solution of Periodic Transonic Flow through a Fan Stage
AIAA Journ., Vol 15, No 11, November 1977
- [41] A. Fatsis, S. Pierret, R. Van den Braembussche
Tree-Dimensional Unsteady Flow and Forces in Centrifugal Impellers With Circumferential Distortion of the Outlet Static Pressure
Trans. ASME, Vol 119, pp 94-102, Jan 1997
- [42] A. Favre
Equations des Gaz Turbulents Compressibles
J. Méc., Vol. 4, pp 361-421, 1965
- [43] P. Ferrand, L. Smati, S. Aubert and H. M. Atassi
Analysis of Non Linear Transonic Blockage in Unsteady Transonic Flows
AIAA paper, AIAA-97-1803

- [44] P. Ferrand, S. Aubert, L. Smati, O. Bron and H. M. Atassi
Non Linear Interaction of Upstream Propagating Sound with Transonic Flows in Nozzles
4th AIAA/CEAS Aeroacoustics Congerence, Toulouse, France, June 1998
- [45] P. Ferrand
Etude théorique des écoulements instationnaires en turbomachine axiale. Application au flottement de blocage
Thèse d'état es sciences, Université Claude Bernard Lyon 1, 1986
- [46] P. Ferrand, H. M. Atassi and S. Aubert
Amplification des instationnarités générées par des perturbations amont ou aval
85th Symposium of the Propulsion and Energetics Panel on Loss Mechanisms and Unsteady Flows in Turbomachines, AGARD, Paper no 31, Derby UK, 1995
- [47] J.E. Ffowcs Williams and D.L. Hawkings
Sound Generated by turbulence and surfaces in arbitrary motion
Phil. Trans. Royal Soc. (London) A264 321-342, 1969
- [48] C. Gacherieu
Etude d'un modèle de turbulence algébrique 3D: Application au calcul Navier-Stokes de l'écoulement autour d'une installation motrice d'avion de transport
Thèse de doctorat, Institut National Polytechnique de Toulouse, No 1248, 1996
- [49] H. E. Gallus, J. Zeschky, C.Hah
Endwall and Unsteady Flow Phenomena in an Axial Turbine Stage
ASME Journ. of Turbomachinery, vol 117, pp. 562-570, October 1995
- [50] G.A. Gerolymos, G. Tsanga. and I. Vallet
Near-Wall $k - \epsilon$ Computation of transonic Turbomachinery Flows with Tip Clearance
AIAA Journ., vol. 36 no. 10, pp. 1769-1777, 1998
- [51] G.A. Gerolymos and V. Chapin
Expression généralisée de la périodicité chorochronique dans l'interaction entre aubages de turbomachines
La Recherche Aérospatiale, 1991 no 5, pp. 69-73
- [52] G.A. Gerolymos and I. Vallet
Tip Clearance and Secondary Flows in a Transonic Compressor Rotor
ASMA J. of Turb., Vol 121, pp. 751-762, Oct 1999
- [53] M. Giles
UNSFLO: A Numerical Method For The Calculation Of Unsteady Flow In Turbomachinery
GTL Report 205, May 1991
- [54] S. K. Godunov
A Difference Scheme for Numerical Computation of Discontinuous Solution of Hydrodynamic Equations
Math. Sbornik, Vol 47, pp 271-306, 1959, Translated US Joint Publ. Res. Service, JPRS 7226 (1969)

- [55] M. E. Goldstein and H. M. Atassi
A Complete Second-Order Theory for the Unsteady Flow about an Airfoil due to a Periodic Gust Journ. Fluid Mech., Vol 74, part 4, pp 741-765, 1976
- [56] E. M. Greitzer
Flow Instabilities in Turbomachines
Thermodynamics and Fluid Dynamics of Turbomachinery, Vol 2, The Hague, 1985
- [57] C. Hah, D.C. Rabe, T.J. Sullivan, A.R. Wadia
Effects of Inlet Distortion on the Flow Field in a Transonic Compressor Rotor
ASME Journ. of Turbomachinery, vol 120, pp. 233-246, April 1998
- [58] A. Hale, J. Chalk, J. Klepper, K. Kneile
Turbine Engine Analysis Compressor Code: TEACC - Part II: Multis-Stage Compressors and Inlet Distortion
17th AIAA Applied Aerodynamics Conference, 1999
- [59] D. E. Halstead, D. C. Wisler, T. H. Okiishi, G. J. Walker, H. P. Hodson, H.W. Shin
Boundary Layer Developpement in Axial Compressors and Turbine: Part 1 to 4 Transactions of the ASME, Vol 119, 1997
- [60] B. Hardy and H. M. Atassi
Interaction of acoustic, entropic and vortical waves with a plane shock
3rd AIAACEAS Aeroacoustic Conference, Atlanta, GA, AIAA 97-1614-CP, pp 211-221, May 1997.
- [61] A. Harten
High Resolution Schemes for Hyperbolic Conservation Laws
Journ. Comp. Phys., 49, pp 357-393, 1983
- [62] L. He
Modeling issues for Computation of Unsteady Turbomachinery Flows
VKI Lectures Series, March, 11-15 1996
- [63] N.J. Heidegger, E.J. Hall, and R.A. Delaney
Follow-on Low Noise Fan Aerodynamic Study
NASA Report, NASA/CR-1999-206599, 1999
- [64] D. A. Hoying, C. S. Tan, Huu Duc Vo, E. M. Greitzer
Role of Blade Passage Flow Structures in Axial Compressor Rotating Stall Inception
ASME J. of Turb., Vol 121, pp 735-742, Oct 1999
- [65] C. Hirsch
Numerical Computation of Internal and External Flow
J. Wiley and Sons, New York, Vol. 1, 1988
- [66] C. Hirsch
Numerical Computation of Internal and External Flow
J. Wiley and Sons, New York, Vol. 2, 1988

- [67] M. von Hoyningen-Huene and A. R. Jung
Comparison of Different Acceleration Techniques and Methods for Periodic Boundary Treatment in Unsteady Turbine Stage Flow Simulations
Trans. ASME, Vol 122, Apr 2000
- [68] T. P. Hynes, R. Chue, E. M. Greitzer and C. S. Tan
Calculations of Inlet Distorsion Induced Compressor Flow Field Instability
AGARD-CP-400, pp7-13, 1987
- [69] M. Inoue, M. Furukawa, K. Saiki, K. Yamada
Physical Explanation of Tip Leakage Flow Field in an Axial Compressor Rotor
ASME 98-GT-91, June 1998
- [70] A. Jameson, W. Schmidt and E. Turkel
Numerical solutions of the Euler equations by finite volume methods using Runge-Kutta time stepping
AIAA paper 81-1259, 1981
- [71] A. Jameson and E. Turkel
Implicit Schemes and LU Decompositions
Mathematics of Computation, 37 (156), 1981
- [72] G. Kalitzin and G. Iaccarino
Computation of heat transfer in a linear Turbine Cascade
Center for Turbulence research, Annual Research Briefs, 1999
- [73] S. Kang, C. Hirsh
Numerical Simulation of Three-Dimensionnal Viscous Flow in a Linear Compressor Cascade With Tip Clearance
Trans. ASME, Vol 118, pp 492-505, July 1996
- [74] T. Kaya
Etude expérimentale et numérique du fonctionnement d'une soufflante a calage variable en présence d'une distorsion de pression totale en entrée
Thèse de doctorat de l'Ecole Nationale Supérieure de l'Aéronautique et de l'Espace, 1993
- [75] B. Lakshminarayana
Fluid Dynamics and Heat Transfer of Turbomachinery
Wiley Interscience Ed., 1996
- [76] F. Leboeuf
Analysis of the flow in the compressor NASA 37. Influence of the turbulence model
Revue Française de Mécanique, 1998
- [77] F. Leboeuf
Ecoulements tridimensionnels en turbomachine
Cours de l'Ecole Centrale de Lyon, Tome 2, 1993
- [78] J.C. Legros
Contribution à l'optimisation aéro-acoustique des ventilateurs de groupe de conditionnement

- d'air pour avion*
Thèse de Doctorat, Ecole Nationale Supérieure de l'Aéronautique et de l'Espace, 1999
- [79] J.C. Legros, M. Lemasson, S. Pausin
Contribution to noise reduction of an air conditioning turbomachine.
AIAA Paper 98-2254, 4th AIAA/CEAS Aeroacoustic Conference, Toulouse, 2-4 juin 1998
- [80] S. R. Manwarin and S. Fleeter
Inlet Distortion Generated Periodic Aerodynamic Rotor Response
ASME Trans. Vol 112, pp 298-307, Apr 1990
- [81] S. R. Manwarin and S. Fleeter
Forcing Function Effects on Rotor Periodic Aerodynamic Response
ASME Trans. Vol 113, pp 312-319, Apr 1991
- [82] S. R. Manwaring, D. C. Rabe, C. B. Lorence and A. R. Wadia
Inlet Distortion Generated Forced Response of a Low-Aspect-Ratio Transonic Fan
ASME J. Turb., Vol 119, pp 665-676; Oct 1997
- [83] Y. P. Marx
Time integration Schemes for the Unsteady Incompressible Navier-Stokes Equations
Journ. of Comp. Phys, 112 (1), pp 182-210, 1994
- [84] R. X. Meyer
The effect of wake on the transient pressure and velocity distributions in turbomachines.
ASME Journ. of Basic Engineering, pp 1544-1552, 1958
- [85] B. Muller and A. Rizzi
Modelling of Turbulent Transonic Flow around Airfoils and Wings
Applied Numerical Methods, 6, pp603-613, 1990
- [86] F. Nicoud and T. Schonfeld
Integral Boundary Conditions for Unsteady Biomedical CFD Applications
Int. Journ. Numer. Meth. Fluids, 2002 (in Press)
- [87] G. Oliveira
Analyse Numerique de l'effet du défilement des sillages liés aux interactions rotor-stator en turbomachines
Ph-D thesis, Ecole centrale de Lyon, 1999
- [88] G. Oliveira, P. Ferrand, S. Aubert
Numerical Analysis of Wakes Interactions in a Transonic Inviscid Flow of Compressor
3rd European Conference on turbomachinery, London, March 1999
- [89] ONERA
Manuel théorique elsA
ONERA, confidentiel, 1999
- [90] X. Ottavy, I. Trébinjac, A. Vouillarmet
Analysis of the Inter-Row Flow Field Within a Transonic Axial Compressor: Part 2 -

- Unsteady Flow Analysis*
45th International Gas Turbine and Aeroengine Technical Congress, ASME Paper 2000-GT-0497, Journal of Turbomachinery Vol. 123 n1, pp.57-63. Mnich, Jan. 2001
- [91] X. Ottavy, S. Vilmin, M. Opoka, H. Hodson
The Effects of Wake-Passing Unsteadiness over a Highly-Loaded Compressor-Like Flat Plate
ASME paper GT-2002-30354, à paraître.
- [92] K. D. Papailiou, G. Sieros, C. Vassilopoulos
Numerical Study on the 3D Viscous Flow in a kausal Compressor Impeller with and without consideration of Tip Clearance
A99-34269, ISABE 99-7268, 1999
- [93] R. Peyret and T. D. Taylor
Computational Method for Fluid Flow
Springer Verlag, New York, 1983
- [94] G. A. Plourde, A. H. Stenning
The Attenuation of Circumferential Inlet Distortion in Multi-Stage Axial Compressor
Journ. of Aircraft, Vol 5, no 3, pp 236-242, 1967
- [95] T. J. Poinso and S. K. Lele
Boundary Conditions for Direct Simulations of Compressible Viscous Flows
J. Comput. Phys., Vol 101, No 1, July 1992
- [96] T. H. Pulliam
Time Accuracy and the Use of Implicit Methods
AIAA paper 93-3360-CP, 1993
- [97] O. Reynolds
An Experimental Investigation of the Circumstances which Determine whether the Motion of Water Shall Be Direct and Sinous, and the Law of Resistance in Parallel Channels
Phil. Trans. Roy. Soc., pp 51-105, 1883
- [98] S. W. Rienstra
Cut-on, Cut-off Transition of Sound in Slowly Varying Flow Ducts
Technical Report RANA 01-14, Eindhoven Universty of Technology, 2001
- [99] P. L. Roe
Approximate Rieman Solver, Parameter Vector and difference Schemes
Journ. Comp. Phys., 43, pp 375-372, 1981
- [100] G. D. Rossetto
Développement et Validation de Conditions aux Limites Acoustiques Rapport de DEA,
LMFA, Ecole Centrale de Lyon, 1998
- [101] D. Rudy and J. Strikwerda
A Non Reflecting Outflow Boundary Condition for Subsonic Navier-Stokes Equations
Journ. of Comp. Phys. , Vol 36, pp55-70, 1980

- [102] C. M. van Schalkwyk, J. D. Paduano, E. M. Greitzer and A. H. Epstein
Active Stabilization of Axial Compressors with Circumferential Inlet Distortion
ASME J. Turb., Vol 120, pp 431-439, July 1998
- [103] W. R. Sears
Some Aspect of Non-Stationnary Airfoil Theory and its Practical Application
J. Aero. Sci., Vol 8, pp104-108, 1941
- [104] O. Sgarzi
Projet TUMULT
Technical Report, ONERA, RT43/7103/DAAP/N, mars 1999
- [105] L. Smati, P. Ferrand, S. Aubert, O. Bron
Simulation numérique des interactions ondes de choc / couche limite sous l'effet d'une fluctuation de pression statique aval
34^{ème} Colloque d'Aérodynamique Appliquée, Les interactions en aérodynamiques, AAAF, 23-25 mars 1998, ESM2, Marseille
- [106] L. H. Smith
Recovery ratio - a Measure of the Loss Recovery Potential of Compressor Stages
Trans. ASME, 80 (3), 1958
- [107] P.R. Spalart and S.R. Allmaras
A One-equation Turbulence Model for Aerodynamic Flows
AIAA-paper 92-0439, Jan. 1992
- [108] R. Srivasta, M. A. Bakhle, T. G. Keith Jr and G. L. Stefko
Phase-Lagged Boundary Condition Methods for Aeroelastic Analysis of Turbomachines - A Comparative Study
ASME paper 99-GT-19, 1999
- [109] R. Struijs, M. Rugdyard, F. Nicoud and G. Hernandezetc
A Set of Characteristic Boundary Condition for the Cell Vertex AVBP Code
rapport CERFACS TR/CFD/96/09, Fév. 1996
- [110] J. L. Steger and R. Warming
Flux Vector Splitting of the Inviscid Gas-Dynamic Equations with Applications to Finite Difference Methods
Journ. of Comp. Phys., 40, pp 263-293, 1981
- [111] K. L. Suder
Blockage developpement in a transonic, axial compressor rotor
ASME paper 97-GT-394, 1997
- [112] M. Summerfield, A. R. Seebass, A. E. Fuhs
Unsteady Transonic Aerodynamics
Edited by D. Nixon, AIAA, Progress in Astronautics and Aeronautics, Vol 120, 1989

- [113] R.C. Swanson and E. Turkel
Artificial Dissipation and Central Difference Scheme for the Euler and Navier-Stokes equation
AIAA 87-1107, 1987
- [114] H. Tijdeman
Investigation of the Transonic Flow Around Oscillating Aerofoils
National Aerospace Lab., Amsterdam, Hollande, TR-77-090U, 1977
- [115] H. Tijdeman and R. Seebass
Transonic Flow Past Oscillating Airfoils
Ann. Rev. Fluid Mech., Vol 12, pp 181-222, 1980
- [116] J. M. Tyler and T. G. Sofrin
Axial Flow Compressor Noise Studies
SAE Trans., Vol 70, pp 309-332, 1968
- [117] B. Van Leer
Towards the Ultimate Conservative Difference Scheme, V: A Second Order Sequel to Godunov's Method
Journ. Comp. Phys., 32, pp 101-136, 1979
- [118] B. Van Leer
Towards the Ultimate Conservative Difference Scheme, II: Monotonicity and Conservation Combined in a Second Order Scheme
Journ. Comp. Phys., 14, pp 361-374, 1974
- [119] C. Vixège, I. Trébinjac et S. Callot
Spectral Analysis of the Rotor-Stator Interaction within a High Pressure Centrifugal Compressor
Vth Int. Symp. on Experimental and Computational Aerothermodynamics of Internal Flows, Vol 1, Sepr 2001, Gdańsk, Pologne
- [120] J.B Vos, P. Leyland *et al.*
NSMB Handbook 4.5
Feb. 1999.
- [121] J.B Vos, A.W. Rizzi, A. Corjon, A. Chaput & E. Soenne
Recent Advances in Aerodynamics inside the NSMB (Navier-Stokes Multiblock) Consortium
AIAA paper 98-0225, 1998
- [122] C. Weber
Développement de méthodes implicites pour les équations de Navier-Stokes moyennées et la simulation des grandes échelles: Application à l'aérodynamique externe
Ph-D thesis, Institut National Polytechnique de Toulouse, 1998
- [123] R. Wibowo
Modélisation et caractérisation de l'écoulement dans le jeu roue-carter d'une turbomachine
Thèse de doctorat, Ecole Nationale Supérieure de l'Aéronautique et de l'Espace, 1996

- [124] J. Yao, A. Jameson, J. J. Alonso
Development and Validation of a massively Parallel Flow Solver for Turbomachinery Flows
AIAA 00-0882, 38th Aerospace Sciences Meeting and Exhibit, Reno, January 2000.
- [125] H. Yee, R.M. Beam and R.F. Warming
Boundary Approximation for Implicit Schemes for One-Dimensionnal Inviscid Equations of Gas Dynamics
AIAA J., Vol 20, pp. 1203-1211, 1982
- [126] S. Yoon and A. Jameson
A Multigrid LU-SSOR Scheme for Approximate Newton Iteration Applied to the Euler Equations
NASA-CR-179524, 1986
- [127] D. E. van Zante, A. J. Strazisar, J. R. Wood, M. D. Hathaway, T. H. Okiishi
Recommendations for achieving accurate numerical simulation of tip clearance flows in transonic compressor rotors
ASME Journ. of Turbomachinery, vol 122 (4), pp. 733-742, 2000

Annexes

Annexe A

Le solveur NSMB: méthodes numériques

A.1 Introduction

Le solveur NSMB (Navier-Stokes Multi Blocks) est développé au sein d'un projet commun à trois centres de recherche européens (EPFL à Lausanne, KTH à Stockholm et CERFACS à Toulouse) et deux partenaires industriels (Aérospatiale - actuellement Airbus France - à Toulouse et SAAB à Linköping). Récemment, l'ENSAM Paris et l'IMF Toulouse ont rejoint le consortium Ce solveur entre actuellement dans le processus de conception de Airbus France. Ce code de calcul parallèle a tout d'abord résolu les équations de Navier-Stokes par une méthode de type volumes finis sur des maillages structurés multiblocs à l'aide de schémas centrés pour la discrétisation spatiale, et un schéma d'intégration temporelle explicite de type Runge-Kutta à plusieurs étapes [120]. Le schéma implicite LU-SGS (Lower Upper Symmetric Gauss Seidel) pour la discrétisation en temps a été ensuite implémenté [121]. Enfin, différents modèles de turbulence sont disponibles, allant du modèle algébrique de Baldwin-Lomax [7] à des modèles à deux équations et à des modèles de sous-maille pour la simulation des grandes échelles (LES - Large Eddy Simulation).

A.2 Modèle physique

A.2.1 Equations de Navier Stokes

Les équations gouvernant les écoulements étudiés sont les équations de Navier Stokes instationnaires et compressibles. Dans un repère galiléen et exprimées en coordonnées cartésiennes, elles s'écrivent, sous forme conservative :

$$\frac{\partial U}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial x}(f - f_v) + \frac{\partial}{\partial y}(g - g_v) + \frac{\partial}{\partial z}(h - h_v) = 0 \quad (\text{A.1})$$

f , g et h sont les flux non-visqueux et f_v , g_v et h_v les flux visqueux:

$$U = \begin{pmatrix} \rho \\ \rho u \\ \rho v \\ \rho w \\ \rho E \end{pmatrix}, f = \begin{pmatrix} \rho u \\ \rho u^2 + p \\ \rho uv \\ \rho uw \\ u(\rho E + p) \end{pmatrix}, g = \begin{pmatrix} \rho v \\ \rho v^2 + p \\ \rho vw \\ \rho vw \\ v(\rho E + p) \end{pmatrix}, h = \begin{pmatrix} \rho w \\ \rho vw \\ \rho vw \\ \rho w^2 + p \\ w(\rho E + p) \end{pmatrix}$$

où ρ est la densité, u , v et w les composantes de la vitesse projetées sur le repère cartésien, p la pression et E l'énergie totale.

Les flux visqueux sont définis par:

$$f_v = \begin{pmatrix} 0 \\ \tau_{xx} \\ \tau_{xy} \\ \tau_{xz} \\ u\tau_{xx} + v\tau_{xy} + w\tau_{xz} - q_x \end{pmatrix}, g_v = \begin{pmatrix} 0 \\ \tau_{yx} \\ \tau_{yy} \\ \tau_{yz} \\ u\tau_{yx} + v\tau_{yy} + w\tau_{yz} - q_y \end{pmatrix}, h_v = \begin{pmatrix} 0 \\ \tau_{zx} \\ \tau_{zy} \\ \tau_{zz} \\ u\tau_{zx} + v\tau_{zy} + w\tau_{zz} - q_z \end{pmatrix}$$

Le tenseur des contraintes visqueuses τ est défini par:

$$\begin{aligned} \tau_{xx} &= 2\mu \frac{\partial u}{\partial x} + \lambda \left(\frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial v}{\partial y} + \frac{\partial w}{\partial z} \right), & \tau_{xy} &= \tau_{yx} = \mu \left(\frac{\partial v}{\partial x} + \frac{\partial u}{\partial y} \right) \\ \tau_{yy} &= 2\mu \frac{\partial v}{\partial y} + \lambda \left(\frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial v}{\partial y} + \frac{\partial w}{\partial z} \right), & \tau_{yz} &= \tau_{zy} = \mu \left(\frac{\partial v}{\partial z} + \frac{\partial w}{\partial y} \right) \\ \tau_{zz} &= 2\mu \frac{\partial w}{\partial z} + \lambda \left(\frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial v}{\partial y} + \frac{\partial w}{\partial z} \right), & \tau_{zx} &= \tau_{xz} = \mu \left(\frac{\partial w}{\partial x} + \frac{\partial u}{\partial z} \right) \end{aligned} \quad (\text{A.2})$$

La viscosité dynamique μ et le second coefficient de viscosité λ sont liés, sous l'hypothèse de Stokes, par la relation:

$$2\mu + 3\lambda = 0$$

La viscosité μ est calculée pour des écoulements de gaz parfaits à partir de la loi de Sutherland qui s'écrit:

$$\frac{\mu}{\mu_\infty} = \left(\frac{T}{T_\infty} \right)^{\frac{3}{2}} \frac{(T_\infty + S_1)}{(T + S_1)}$$

où T désigne la température, μ_∞ la viscosité à la température de référence T_∞ et où S_1 est une constante, généralement égale à 110.3 pour l'air. Le flux de chaleur par conduction est calculé à partir de la loi de Fourier:

$$q_x = -k \frac{\partial T}{\partial x}, \quad q_y = -k \frac{\partial T}{\partial y}, \quad q_z = -k \frac{\partial T}{\partial z} \quad (\text{A.3})$$

En supposant que le nombre de Prandtl est constant (pour l'air, $Pr = 0.72$), la conductivité thermique k du fluide est déterminée par:

$$k = \frac{\mu C_p}{Pr}$$

où C_p désigne la chaleur spécifique à pression constante. Enfin, en considérant que le fluide suit la loi des gaz parfait, on obtient l'équation d'état reliant l'énergie interne massique à la température T suivante:

$$e = \rho C_v T$$

où C_v désigne la chaleur spécifique à volume constant. On peut alors relier p aux inconnues ρ, u, v, w, E en écrivant:

$$E = e + \frac{1}{2}(u^2 + v^2 + w^2) = \frac{p}{(\gamma - 1)\rho} + \frac{1}{2}(u^2 + v^2 + w^2)$$

Finalement, en utilisant les relations précédentes, le système d'équations est fermé. Néanmoins, la plupart des écoulements réels présentent des fluctuations sur de très petites échelles car les non-linéarités présentes dans l'équation (A.1) dominent les effets dissipatifs. L'écoulement est alors dit turbulent. Le rapport entre l'échelle des grandes structures et l'échelle ou la dissipation domine est donné par: $N \approx Re^{\frac{3}{4}}$. Un calcul déterministe de l'écoulement nécessite la résolution des grandes et des petites échelles, et par conséquent un nombre de points de discrétisation dans chaque direction au moins égal à N , et donc un nombre total égal à N^3 pour un écoulement tridimensionnel. Une telle discrétisation d'une géométrie réelle, même d'un simple profil d'aube est impensable avec les moyens actuels: il faut modéliser la turbulence pour pouvoir résoudre de manière déterministe ces écoulements.

A.2.2 L'approche RANS (Reynolds-Averaged Navier-Stokes)

A.2.2.1 Moyennes de Favre et de Reynolds

La modélisation de la turbulence est basée sur l'hypothèse que le mouvement turbulent d'un fluide peut être décrit statistiquement. Cette approche a été proposée par Reynolds en 1883 (réf. [97]) et elle est basée sur une décomposition du mouvement en valeurs moyennes et fluctuantes. Un champ ou une propriété ϕ de l'écoulement est ainsi décomposée en:

$$\phi = \bar{\phi} + \phi'' , \quad \overline{\phi''} = 0 \quad (\text{A.4})$$

où $\bar{\phi}$ est la moyenne statistique ou d'ensemble et ϕ'' la fluctuation (ou écart à la moyenne) centrée, i.e. de moyenne nulle.

Pour les écoulements incompressibles, c'est cette moyenne, dite moyenne de Reynolds qui est utilisée. Afin d'éviter l'apparition d'un terme source dans l'équation de continuité moyennée (due au couplage des phénomènes thermique et dynamique dans le cas compressible), Favre [42] a proposé d'utiliser une moyenne pondérée par la masse:

$$\tilde{\phi} = \frac{\overline{\rho\phi}}{\bar{\rho}} \quad (\text{A.5})$$

avec

$$\phi = \tilde{\phi} + \phi' , \quad \overline{\phi'} \neq 0 , \quad \overline{\rho\phi'} = 0 \quad (\text{A.6})$$

Ces moyennes sont définies comme moyennes d'ensembles, mais l'hypothèse d'ergodicité admise en modélisation statistique de la turbulence permet de prendre ces moyennes par rapport au temps:

$$\bar{\phi} = \frac{1}{T} \int_{t_0}^{t_0+T} \phi dt \quad (\text{A.7})$$

où T est un intervalle de temps très supérieur aux temps caractéristiques de l'écoulement moyen et des fluctuations. Dans ce cas, les moyennes d'ensemble et temporelle ont la même signification et les mêmes propriétés de linéarité et d'indépendance vis-à-vis des opérateurs de dérivation spatio-temporelle (Chassaing, [23]).

A.2.2.2 Les équations du champs moyen

La décomposition de Favre appliquée aux équations de Navier-Stokes donne un nouveau système d'équations, semblable au système initial (A.1):

$$\frac{\partial \bar{U}}{\partial t} + \frac{\partial \bar{f}_i}{\partial x_i} - \frac{\partial \bar{f}_i^v}{\partial x_i} = 0 \quad i = 1, 2, 3 \quad (\text{A.8})$$

Les conventions d'Einstein sont utilisées ici dans un souci de clarté. Le vecteur d'état \bar{U} et les flux non-visqueux sont donnés par:

$$\bar{U} = (\bar{p}, \bar{\rho}\bar{u}_1, \bar{\rho}\bar{u}_2, \bar{\rho}\bar{u}_3, \bar{\rho}\bar{E})^T \quad (\text{A.9})$$

et

$$\bar{f}_i = \begin{pmatrix} \bar{\rho}\bar{u}_i \\ \bar{\rho}\bar{u}_i\bar{u}_1 + \delta_{i1}\bar{p} \\ \bar{\rho}\bar{u}_i\bar{u}_2 + \delta_{i2}\bar{p} \\ \bar{\rho}\bar{u}_i\bar{u}_3 + \delta_{i3}\bar{p} \\ \bar{u}_i(\bar{\rho}\bar{E} + \bar{p}) \end{pmatrix}, \quad (\text{A.10})$$

Avec δ_{ij} le symbole de Kronecker.

Les flux visqueux s'écrivent comme suit:

$$\bar{f}_i^v = \begin{pmatrix} 0 \\ \bar{\sigma}_{i1} - \overline{\bar{\rho}u'_i u'_1} \\ \bar{\sigma}_{i2} - \overline{\bar{\rho}u'_i u'_2} \\ \bar{\sigma}_{i3} - \overline{\bar{\rho}u'_i u'_3} \\ \bar{u}_j(\bar{\tau}_{ij} - \overline{\bar{\rho}u'_i u'_j}) + k \frac{\partial \bar{T}}{\partial x_i} - Q_i \end{pmatrix} \quad (\text{A.11})$$

avec le tenseur des contraintes calculé à partir du vecteur vitesse en moyenne de Favre:

$$\bar{\tau}_{ij} = \mu \left(\frac{\partial \bar{u}_i}{\partial x_j} + \frac{\partial \bar{u}_j}{\partial x_i} \right) - \frac{2}{3} \delta_{ij} \mu \frac{\partial \bar{u}_k}{\partial x_k} \quad (\text{A.12})$$

De nouvelles inconnues apparaissent dans les équations de quantité de mouvement: $\overline{\bar{\rho}u'_i u'_j}$, appelé tenseur de Reynolds (couplage entre mouvement moyen et turbulent) et Q_i (flux de chaleur turbulent). Le tenseur de Reynolds est symétrique, et sa trace est égale au double de l'énergie cinétique turbulente \bar{k} , définie par $\bar{k} = \frac{1}{2} \overline{u'_i u'_i}$. Ces inconnues ont besoin d'être modélisées pour fermer le système d'équations A.8

Les modèles de turbulence du premier ordre sont en général basés sur l'hypothèse proposée par Boussinesq en 1877 (réf. [14]), qui, par analogie avec les contraintes visqueuses, relie les contraintes de Reynolds aux gradients du champs moyen par le biais d'une viscosité turbulente μ_t :

$$-\overline{\bar{\rho}u'_i u'_j} = \mu_t \left(\frac{\partial \bar{u}_i}{\partial x_j} + \frac{\partial \bar{u}_j}{\partial x_i} \right) - \frac{2}{3} \delta_{ij} \left(\mu_t \frac{\partial \bar{u}_k}{\partial x_k} + \bar{\rho}\bar{k} \right) \quad (\text{A.13})$$

réduisant le problème de fermeture à la modélisation de μ_t . La viscosité turbulente μ_t n'est pas une propriété du fluide, au contraire elle varie avec les conditions locales de l'écoulement.

L'énergie turbulente \widetilde{k} de l'équation (A.13) est en général négligée dans les modèles algébriques telle que celui utilisé dans le cadre de cette étude.

Le flux de chaleur turbulent est donné par:

$$Q_i = \bar{\rho} c_p \widetilde{T' u'_i} \quad (\text{A.14})$$

Les corrélations du second ordre $-\bar{\rho} c_p \widetilde{T' u'_i}$ peuvent être modélisées par analogie avec l'hypothèse de Boussinesq en introduisant la conductivité thermique turbulente k_t (voir réf. [31]):

$$-\bar{\rho} c_p \widetilde{T' u'_i} = k_t \frac{\partial \widetilde{T}}{\partial x_i} \quad (\text{A.15})$$

La conductivité thermique turbulente est calculée à partir du nombre de Prandtl turbulent:

$$Pr_t = \frac{c_p \mu_t}{k_t} \quad (\text{A.16})$$

Généralement, on suppose le nombre de Prandtl turbulent constant et égal à 0.9. On constate que les équations de Navier-Stokes en moyenne de Favre prennent la même forme que leur homologues instantanées, à condition de remplacer la viscosité et la conductivité thermique dans les équations (A.2) et (A.3) par $\mu + \mu_t$ et $k + k_t$, respectivement. Par la suite, les symboles dénotant les moyenne de Reynolds et de Favre seront donc omis.

A.2.3 Le modèle de turbulence de Baldwin Lomax

Malgré l'existence dans NSMB de modèles de turbulence plus complexes, validés en aérodynamique externe, il a été décidé de se concentrer sur le modèle algébrique de Baldwin Lomax pour le nouveau champs d'application de NSMB que sont les turbomachines. En effet, ce modèle est connu pour être efficace, robuste et précis dans le cas d'écoulements attachés ou faiblement décollés, en régime transonique et même pour des écoulements instationnaires (voir réf. [13]). Pour traiter de forts décollements, des modèles prenant en compte l'anisotropie des tension de Reynolds (modèles de type EARSM - Explicit Algebraic Reynolds Stress Modeling) ou le caractère instationnaire de la turbulence (modèles de type DES - Detached Eddy Simulations) existent dans NSMB, mais leur utilisation dépasse le cadre de cette étude.

Le modèle de Baldwin-Lomax (réf. [7]) est un modèle algébrique pour la viscosité turbulente μ_t . Celle-ci est calculée à partir d'un modèle à deux couches, selon le modèle de longueur de mélange de Prandtl pour la couche limite interne et un autre modèle pour la couche limite externe. La viscosité turbulente est donnée par:

$$\mu_t = \begin{cases} \mu_{t_{int}} & \text{si } y \leq y_c \\ \mu_{t_{ext}} & \text{si } y \geq y_c \end{cases}$$

où y est la distance à la paroi (ou au centre du sillage) suivant la normale, et y_c la valeur de y pour laquelle les viscosités interne et externe sont égales. La viscosité turbulente est exprimée, suivant la théorie de la longueur de mélange de Prandtl, par:

$$\mu_{t_{int}} = \rho l^2 |\omega| \quad \text{avec } |\omega| = \sqrt{\left(\frac{\partial u}{\partial y} - \frac{\partial v}{\partial x}\right)^2 + \left(\frac{\partial v}{\partial z} - \frac{\partial w}{\partial y}\right)^2 + \left(\frac{\partial w}{\partial x} - \frac{\partial u}{\partial z}\right)^2} \quad (\text{A.17})$$

et où l est proportionnel à la distance à la paroi, corrigée par la fonction de Van-Driest

$$l = \mathcal{K}y \left(1 - e^{-y^+/A^+}\right)$$

$y^+ = \frac{y u_\tau}{\nu}$ est la distance à la paroi adimensionnée par la vitesse de frottement et la viscosité cinématique, \mathcal{K} et A^+ des constantes du modèle.

La viscosité turbulente dans la région externe est définie par:

$$\mu_{t_{ext}} = \alpha C_{cp} \rho F_{wake} F_{kl}(y)$$

où α et C_{cp} sont des constantes du modèle, et F_{wake} défini par

$$F_{wake} = \min \left(y_{max} F_{max}, C_{wk} y_{max} u_{diff}^2 / F_{max} \right) \quad (\text{A.18})$$

où F_{max} est la valeur maximale le long d'une ligne normale à la paroi, atteinte pour la valeur y_{max} , de la fonction suivante:

$$F(y) = y |\omega| \left(1 - e^{-y^+/A^+}\right)$$

La quantité u_{diff} représente une échelle de vitesse, qui est donnée par la différence entre la vitesse maximum et la vitesse minimum sur une même ligne. Elle se réduit, dans le cas d'une couche limite turbulente à la vitesse de l'écoulement libre V_∞ , et à $V_\infty - V_{wake}$ dans le cas d'un sillage, avec V_{wake} vitesse au centre du sillage.

Enfin, le facteur d'intermittence de Klebanoff est défini par:

$$F_{kl} = \left(1 + 5.5 \left(\frac{C_{kl} y}{y_{max}} \right)^6 \right)^{-1}$$

Les constantes par défaut du modèle valent respectivement $A^+ = 26$, $C_{cp} = 1.6$, $C^{kl} = 0.3$, $C_{wk} = 0.25$, $\mathcal{K} = 0.4$ et $\alpha = 0.0168$.

Il faut noter que pour le cas d'un sillage, la définition du centre de sillage peut être problématique dans le cas d'un maillage quelconque (i.e. si on ne connaît pas a priori la direction normale au sillage). L'implémentation du modèle de Baldwin Lomax dans NSMB laisse la possibilité de définir une sous-face de bloc comme centre de sillage, mais cela revient à forcer le sillage. Pour cette raison, cette possibilité n'a pas été utilisée dans les calculs présentés dans ce mémoire.

Ce modèle a été très populaire dans les années 80 et 90, grâce à son faible coût en calcul et à sa robustesse. Néanmoins, la définition d'une distance à la paroi peut se révéler délicate dans le cas de géométries complexes, ce qui est notamment le cas pour les simulations tridimensionnelles de turbomachines. Le problème du calcul de la distance dans le cas de parois formant un "coin" a été envisagé et résolu par Gacherieu (réf. [48]). Par contre, la présence dans le domaine de calcul de couches limites de tailles disparates reste délicat à traiter. C'est le cas par exemple pour le jeu existant entre les pales d'une turbomachine et son carter. Comme on le verra dans 3.4.2, cette zone a été l'objet d'un traitement particulier.

Remarque:

Pour calculer μ_t sur des maillages multi-blocs, un codage généralisé des normales et des distances à la paroi est nécessaire. Dans NSMB, $F(y)$ est évaluée selon une ligne orthogonale à la paroi, chaque point de cette normale étant associé au point de paroi le plus proche. Les valeurs de y

sont déterminées une fois pour toutes avant la première itération de calcul. De plus, afin d'éviter des oscillations maille à maille de F_{max} , on choisit plutôt de calculer y_{max} avec:

$$y_{max} = \frac{\sum_{i,j,k} y \left(\frac{F}{F_{max}} \right)^{10}}{\sum_{i,j,k} \left(\frac{F}{F_{max}} \right)^{10}}$$

où les cellules d'indice i, j, k appartiennent à la même normale.

A.3 Discrétisation spatiale

A.3.1 Volumes finis

La discrétisation spatiale des équations est réalisée avec la méthode des volumes finis, formulation "cell centered" (variables localisées au centre des cellules). La discrétisation directe des lois de conservation sous forme intégrale assure la conservation des quantités de base (masse, quantité de mouvement et énergie). Cette propriété est particulièrement importante pour capturer correctement les discontinuités.

L'intégration du système (A.8) sur un domaine Ω (cf Fig. A.1) donne:

$$\int_{\Omega} \frac{\partial U}{\partial t} dV + \int_{\Omega} \text{div } \vec{\mathcal{F}} dV = 0 \tag{A.19}$$

où $\vec{\mathcal{F}} = (f - f_v, g - g_v, h - h_v)$ est le tenseur des flux et U le vecteur d'état.

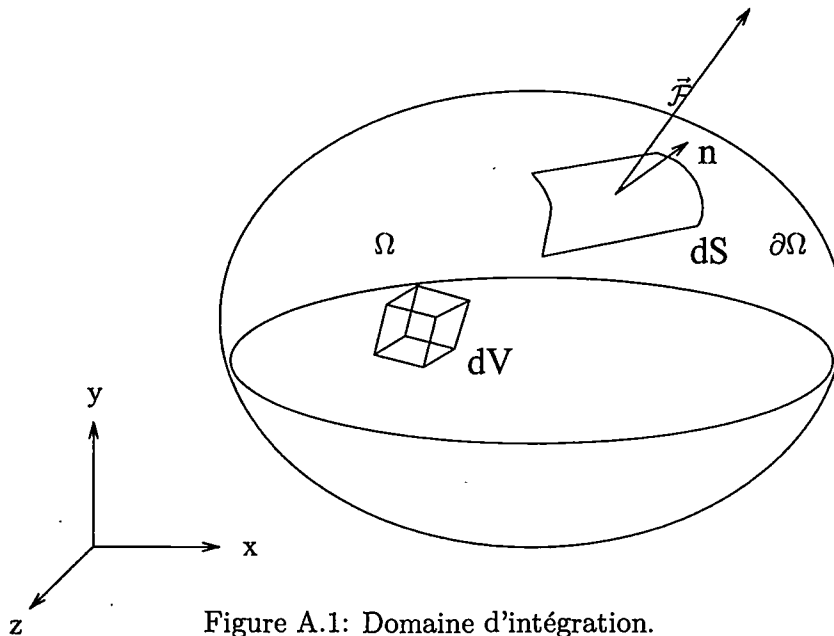


Figure A.1: Domaine d'intégration.

L'application du théorème de Gauss à l'intégrale de la divergence du tenseur des flux donne:

$$\int_{\Omega} \frac{\partial U}{\partial t} dV + \oint_{\partial\Omega} \vec{\mathcal{F}} \cdot \vec{n} dS = 0 \tag{A.20}$$

où \vec{n} est le vecteur normal unitaire sortant de la frontière $\partial\Omega$ du domaine. L'équation (A.20) traduit le fait que la variation temporelle de U dans le volume Ω est équilibrée par les flux entrant et sortant à travers la surface $\partial\Omega$.

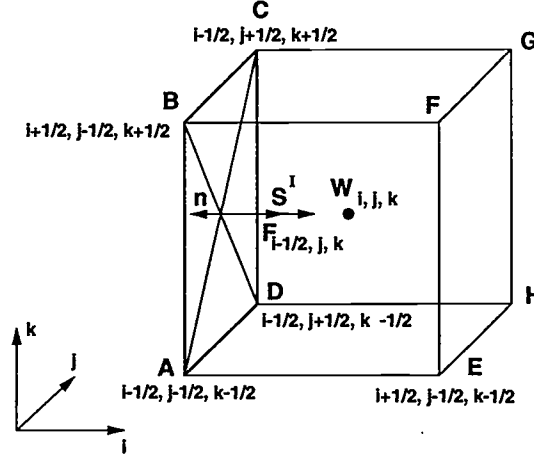


Figure A.2: Notation pour une cellule volume fini i, j, k de sommets ABCDEFGH.

Considérons une cellule élémentaire $\Omega_{i,j,k}$ (Fig. A.2) de volume $V_{i,j,k}$. L'équation (A.20) devient:

$$\frac{d}{dt}(V_{i,j,k}U_{i,j,k}) + R_{i,j,k} = 0 \quad (\text{A.21})$$

où $U_{i,j,k}$ est la valeur moyenne de U sur toute la cellule i, j, k et $R_{i,j,k}$ la différence entre les flux entrant et sortant par les faces de cette cellule:

$$R_{i,j,k} = F_{i+1/2,j,k} - F_{i-1/2,j,k} + F_{i,j+1/2,k} - F_{i,j-1/2,k} + F_{i,j,k+1/2} - F_{i,j,k-1/2} \quad (\text{A.22})$$

où $F_{i-1/2,j,k}$ est le flux numérique orienté dans la direction I à travers la surface $ABCD$. Il est égal à l'intégrale sur la surface $ABCD$ du produit scalaire entre le tenseur des flux $\vec{\mathcal{F}}$ et le vecteur unitaire \vec{n} , ce qui revient prendre la projection normale du flux sur la surface. Il est finalement approché par:

$$F_{i-1/2,j,k} = \int_{ABCD} \vec{\mathcal{F}} \cdot (-\vec{n}) dS \approx \vec{\mathcal{F}}_{ABCD} \cdot \int_{ABCD} (-\vec{n}) dS \quad (\text{A.23})$$

où la dernière intégrale de surface correspond au vecteur surface $\vec{s}_{ABCD}^I = (s_x, s_y, s_z)^T$ dans la direction I (le signe moins est dû à la définition de $F_{i-1/2,j,k}$ et de \vec{n} qui pointe vers l'extérieur de la cellule, alors que \vec{s}^I pointe vers l'intérieur, voir figure A.2).

Pour estimer le flux net $R_{i,j,k}$, appelé aussi résidu explicite, le tenseur des flux $\vec{\mathcal{F}}_{ABCD}$ doit être estimé sur la surface. Les parties visqueuses R_v et non-visqueuses R_{inv} du tenseur des flux sont traitées séparément, cette dernière pouvant être discrétisée de façon centrée ou décentrée.

A.3.2 Schéma de discrétisation spatiale

A.3.2.1 Flux convectifs: schéma centré de Jameson

On rappelle ici simplement la formulation du schéma centré d'ordre deux de Jameson *et al* (voir réf.[70]):

Le flux numérique $F_{i+1/2}$ de l'équation (A.23) est évalué à travers la face $i + 1/2$ en utilisant la moyenne des vecteurs d'état en i et $i + 1$:

$$F_{i+1/2} = \vec{F}_{i+1/2} \cdot \vec{s}_{i+1/2} = \vec{F} \left(\frac{1}{2}(U_i + U_{i+1}) \right) \cdot \vec{s}_{i+1/2} \quad (\text{A.24})$$

ce qui donne, pour une dérivée linéaire monodimensionnelle sur un maillage régulier:

$$F_{i+1/2} = \frac{1}{2} (U_{i+1} + U_i) \quad \frac{\partial u}{\partial x} = \frac{\partial F}{\partial x} = F_{i+1/2} - F_{i-1/2} = \frac{U_{i+1} - U_{i-1}}{2\Delta x} + O(\Delta x^3) \quad (\text{A.25})$$

ce qui fournit dans ce cas un schéma précis à l'ordre deux en espace.

La non-linéarité des équations d'Euler peut néanmoins faire apparaître des discontinuités (ondes de choc) qui doivent pouvoir être capturées par le schéma numérique sans générer d'oscillations parasites. Godunov (réf. [54]) a montré qu'un schéma à coefficients constants garantissant la monotonie de la solution près des discontinuités ne peut être d'ordre supérieur à un.

Cette propriété est retrouvée en ajoutant au schéma un flux de dissipation artificielle d , qui est simplement ajouté aux flux convectifs (pour garder une formulation conservative), et qui permet une réduction locale de la précision du schéma au voisinage des discontinuités (terme dit "d'ordre deux" car il est proportionnel à la dérivée seconde du vecteur d'état), tout en supprimant les oscillations hautes fréquences ("wiggles") qui ne sont pas amorties par un schéma purement centré (terme dit "d'ordre quatre") (voir réf. [70]). Le flux numérique s'écrit alors:

$$F_{i+1/2} = \vec{F}_{i+1/2} \cdot \vec{s}_{i+1/2} - d_{i+1/2} \quad (\text{A.26})$$

avec un flux de dissipation artificielle $d_{i+1/2}$ donné par:

$$d_{i+1/2} = r_{i+1/2} \left[\varepsilon_{i+1/2}^{(2)} (U_{i+1} - U_i) - \varepsilon_{i+1/2}^{(4)} (U_{i+2} - 3U_{i+1} + 3U_i - U_{i-1}) \right] \quad (\text{A.27})$$

où $r_{i+1/2}$ est un facteur d'échelle visant à régler la dissipation artificielle en fonction du flux convectif (et de la taille de la cellule) direction par direction:

$$r_{i+1/2} = \frac{1}{2} \left(\lambda(A)_i^I + \lambda(A)_{i+1}^I \right) \quad (\text{A.28})$$

avec $\lambda(A)_i^I$ rayon spectral de la matrice jacobienne du flux physique $A = \partial(\vec{F} \cdot \vec{s})/\partial U$, évaluée au centre de la cellule à l'aide du vecteur surface moyen $1/2 (\vec{s}_{i+1/2} - \vec{s}_{i-1/2})$ dans la direction I . Les coefficients $\varepsilon^{(2)}$ et $\varepsilon^{(4)}$ sont utilisés pour adapter localement les flux dissipatifs en fonction de la proximité éventuelle de discontinuités:

$$\begin{aligned} \varepsilon_{i+1/2}^{(2)} &= k^{(2)} \nu_{i+1/2} \\ \varepsilon_{i+1/2}^{(4)} &= \max(0.0, k^{(4)} - \varepsilon_{i+1/2}^{(2)}) \end{aligned} \quad (\text{A.29})$$

Le senseur $\nu_{i+1/2}$ contrôle la dissipation du second ordre, nécessaire près des ondes de choc. Il est construit à partir de la valeur absolue de la différence seconde normalisée de la pression μ_i :

$$\mu_i = \left| \frac{p_{i+1} - 2p_i + p_{i-1}}{p_{i+1} + 2p_i + p_{i-1}} \right| \quad (\text{A.30})$$

et la valeur au centre de la cellule est obtenue par:

$$\nu_{i+1/2} = \max(\mu_i, \mu_{i+1}) \quad (\text{A.31})$$

La définition de $\varepsilon^{(4)}$ permet d'annuler la dissipation du quatrième ordre quand celle du second ordre devient prépondérante.

Pour les calculs stationnaires transsoniques, les valeurs classiquement utilisées sont $k^{(2)} = 0.5$ et $k^{(4)} = 0.015$. Pour les calculs subsoniques, la dissipation du second ordre est annulée.

Pour les calculs visqueux, la dissipation du quatrième ordre est amortie dans la direction normale à la paroi, ce qui est réalisé en multipliant les flux dans cette direction par une fonction du nombre de Mach local, qui tend vers 0 à la paroi et vers 1 à la sortie de la couche limite, voir réf. [48].

Un schéma centré précis à l'ordre 4, développé par Ducros et al. (voir réf [38]), est disponible dans NSMB. Il a été évalué avec succès sur un cas académique (voir sections C.3 et C.4), mais n'a pas été utilisé sur les cas réels à cause de sa sensibilité au maillage. On donne néanmoins ici sa formulation dans le cas monodimensionnel et pour un maillage uniforme. Le flux en $i + \frac{1}{2}$ est donné par:

$$F_{i+1/2}^{o4} = \frac{1}{12} (-U_{i+2} + 7U_{i+1} + 7U_i - U_{i-1}) \quad (\text{A.32})$$

ce qui donne:

$$\frac{\partial u}{\partial x} = \frac{\partial F}{\partial x} = \mathcal{F}_{i+1/2}^{o4} - \mathcal{F}_{i-1/2}^{o4} = \frac{-U_{i+2} + 8U_{i+1} - 8U_{i-1} + U_{i-2}}{12\Delta x} + O(\Delta x^5) \quad (\text{A.33})$$

Afin de conserver la dégénérescence du schéma à l'ordre un à proximité des discontinuités, l'expression de la viscosité artificielle d'ordre deux est modifiée. De plus, un senseur est utilisé pour déterminer si on est localement en présence d'un "wiggles". L'activation de la dissipation d'ordre quatre ($\varepsilon_{i+1/2}^{(4)} \neq 0$) est alors conditionnée par celui-ci, afin de garder la précision à l'ordre quatre du schéma dans les zones exemptes d'oscillations. L'expression du flux de viscosité artificielle est alors:

$$d_{i+1/2}^{o4} = r_{i+1/2} \left[\frac{2\varepsilon_{i+1/2}^{(2)}}{12} (-U_{i+2} + 7U_{i+1} - 5U_i - U_{i-1}) - \varepsilon_{i+1/2}^{(4)} (U_{i+2} - 3U_{i+1} + 3U_i - U_{i-1}) \right]$$

A.3.2.2 Flux convectifs: schémas décentrés de Roe

À la différence des schémas centrés, la procédure d'évaluation des flux aux interfaces prend en compte les directions privilégiées de propagation des informations, dues à la nature hyperbolique du système que forment les équations d'Euler.

On détaille dans la suite de cette section les deux formes de schémas décentrés de Roe utilisés dans cette étude: le schéma de Roe du premier ordre, et le schéma de Roe du second ordre.

A.3.2.2.1 Schéma de Roe du premier ordre. La première forme de schéma décentré présentée est le schéma du premier ordre, introduit par Roe en 1981 (voir réf [99]). La démarche consiste à supposer la solution constante par morceaux dans chaque cellule au temps n , l'évolution du fluide à l'instant suivant étant le résultat de la résolution du problème de Riemann associé (voir figure A.3). Roe utilise un solveur approché, qui résout le problème de Riemann linéarisé.

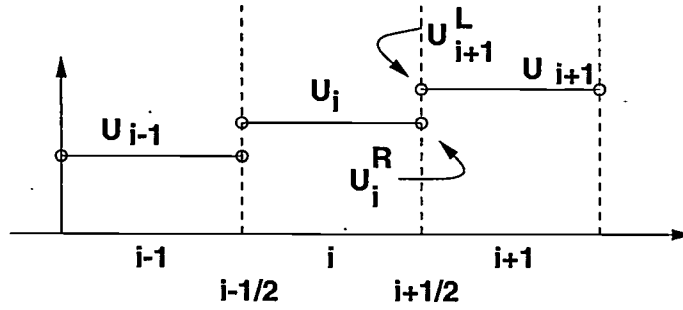


Figure A.3: Approche décentrée conservative du premier ordre.

Le flux numérique de Roe à l'interface $i + 1/2$ s'écrit:

$$F_{i+1/2} = \frac{1}{2} \left[\vec{F}(U_{i+1}^L) + \vec{F}(U_i^R) \right] \cdot \vec{s}_{i+1/2} - \quad (\text{A.34})$$

$$\frac{1}{2} \left| \bar{A}(U_{i+1}^L, U_i^R) \right| (U_i^R - U_{i+1}^L) \quad (\text{A.35})$$

où U_i^R et U_{i+1}^L sont les valeurs des variables conservatives à droite et à gauche de l'interface $i + 1/2$ (voir fig. A.3) et où \vec{F} est le flux physique.

La matrice de Roe $\bar{A}(U^L, U^R)$ possède les propriétés suivantes:

1. $\bar{A}(U, U) = A(U)$, avec $A = \partial \vec{F} / \partial U$.
2. $\bar{A}(U^L, U^R) \cdot (U^R - U^L) = \vec{F}(U^R) - \vec{F}(U^L)$.
3. $\bar{A}(U^L, U^R)$ est diagonalisable et ses valeurs propres sont réelles.

La condition (1.) est nécessaire pour que la solution du problème linéarisé corresponde à la solution du problème non linéaire, (2.) est une condition suffisante pour que la discrétisation soit conservative, et (2.) et (3.) sont des conditions nécessaires et suffisantes pour "reconnaître" une onde de choc.

La construction de cette matrice, basée sur la résolution approchée du problème de Riemann, utilise les valeurs moyennes suivantes:

$$\begin{aligned} \bar{\rho} &= \sqrt{\rho^R \rho^L} \\ \bar{u}_j &= \frac{(u_j \sqrt{\rho})^R + (u_j \sqrt{\rho})^L}{\sqrt{\rho^R} + \sqrt{\rho^L}} \quad j = x, y, z \\ \bar{H} &= \frac{(H \sqrt{\rho})^R + (H \sqrt{\rho})^L}{\sqrt{\rho^R} + \sqrt{\rho^L}} \\ \bar{c}^2 &= (\gamma - 1) \left(\bar{H} - \frac{\bar{u}^2}{2} \right) \end{aligned} \quad (\text{A.36})$$

où H est l'enthalpie totale et c la vitesse du son. La matrice de Roe est alors obtenue par

$$|\bar{A}| = \bar{P} |\bar{\Lambda}| \bar{P}^{-1} \quad (\text{A.37})$$

où \bar{P} et \bar{P}^{-1} sont les vecteurs propres à droite et à gauche de la matrice \bar{A} et $\bar{\Lambda}$ la matrice diagonale des valeurs propres, d'éléments $\lambda_{1,2,3} = \bar{u} \cdot \bar{s}$, $\lambda_4 = \bar{u} \cdot \bar{s} + c \|\bar{s}\|$, $\lambda_5 = \bar{u} \cdot \bar{s} - c \|\bar{s}\|$. (pour une description détaillée des matrices de passage, voir réf. [66]).
Ce schéma peut conduire à des solutions non entropiques (onde de choc de détente). Pour obtenir la solution physique du problème, Harten (réf. [61]) a montré qu'une correction des valeurs propres de la matrice est suffisante:

$$|\bar{\lambda}_i| = \begin{cases} |\bar{\lambda}_i| & \text{si } |\bar{\lambda}_i| \geq \varepsilon \\ \frac{1}{2} \left(\frac{|\bar{\lambda}_i|^2}{\varepsilon} + \varepsilon \right) & \text{si } |\bar{\lambda}_i| < \varepsilon \end{cases} \quad (\text{A.38})$$

où le paramètre de correction entropique ε est un nombre petit, proportionnel à la vitesse maximale des ondes à l'infini:

$$\varepsilon = \varepsilon_0 (U_\infty + c_\infty) \|\bar{s}\| \quad (\text{A.39})$$

L'application de cette correction à la valeur propre triple $\lambda_{1,2,3} = \bar{u} \cdot \bar{s}$, correspondant au champ linéaire, peut poser des problèmes quand $\|\bar{u}\| \approx 0$ pour les calculs Navier-Stokes. La modification du module de cette valeur propre entraîne une dissipation artificielle trop forte, qui peut épaissir artificiellement les couches limites. La correction d'entropie n'est donc appliquée en pratique que sur le champ non-linéaire, i.e. sur λ_4 et λ_5 .

De par l'opération de moyenne réalisée après la résolution du problème de Riemann, le schéma obtenu est précis à l'ordre un en espace.

A.3.2.2.2 Schéma de Roe : extrapolation MUSCL et critère TVD. L'approche MUSCL (Monotone Upwind Schemes for Conservation Law), introduite par Van Leer (réf. [117]), consiste à ne plus supposer que la solution est constante par morceaux dans chaque cellule, mais qu'elle varie à l'intérieur (cf fig. A.4).

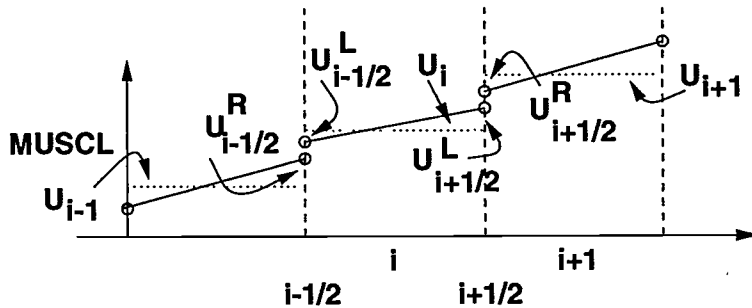


Figure A.4: Approche MUSCL pour l'extrapolation aux interfaces.

La valeur discrète U_i est représentative de l'état moyen sur la cellule i :

$$U_i = \frac{1}{\Delta x} \int_{i-1/2}^{i+1/2} U(x) dx \quad (\text{A.40})$$

et les variables aux interfaces $x_i \pm \Delta x/2$ servant à construire les flux sont données par une extrapolation linéaire de la solution dans la cellule. L'approche MUSCL permet de définir toute

une famille de schémas, totalement ou partiellement décentrés, et précis à l'ordre deux trois, cependant on ne considèrera dans la suite que le cas d'un schéma purement décentré et précis à l'ordre deux. Dans ce cas, l'évolution de U_i dans la cellule i est donnée par:

$$U(x) = U_i + \frac{1}{\Delta_x} (x - x_i) \delta_i U - \frac{3}{2\Delta_x^2} \left[(x - x_i) - \frac{\Delta_x}{12} \right] \delta_i^2 U \quad x_{i-1/2} < x < x_{i+1/2} \quad (\text{A.41})$$

Les dérivées sont données par les différences centrées des valeurs discrètes:

$$\delta_i U = \frac{U_{i+1} - U_{i-1}}{2} \quad \delta_i^2 U = U_{i+1} - 2U_i + U_{i-1}$$

et les valeurs aux interfaces deviennent:

$$\begin{aligned} U_{i+1/2}^L &= U_i + \frac{(U_i - U_{i-1})}{2} \\ U_{i-1/2}^R &= U_i - \frac{(U_{i+1} - U_i)}{2} \end{aligned} \quad (\text{A.42})$$

Le flux numérique est finalement donné par:

$$\begin{aligned} F_{i+1/2} &= \frac{1}{2} \left[\vec{F}(U_{i+1/2}^L) + \vec{F}(U_{i+1/2}^R) \right] \cdot \vec{s}_{i+1/2} - \\ &\quad \frac{1}{2} \left| \vec{A}(U_{i+1/2}^L, U_{i+1/2}^R) \right| (U_{i+1/2}^R - U_{i+1/2}^L) \end{aligned} \quad (\text{A.43})$$

A l'issue de cette modification par extrapolation du schéma original de Roe, l'augmentation de l'ordre de précision est réalisée, mais les solutions numériques ainsi obtenues présentent des oscillations à proximité des discontinuités. Ce phénomène, qui n'apparaît pas dans le cas des schémas du premier ordre, est dû à l'extrapolation numérique réalisée aux interfaces. Pour pallier à cet inconvénient, Harten (voir réf. [61]), étendant les travaux de Godunov sur la monotonie, a introduit le concept de variation bornée de la solution. Cette notion assure que la solution ne présente pas d'oscillations près des ondes de choc et des discontinuités de contact. Pour une équation de conservation monodimensionnelle du type:

$$\frac{\partial u}{\partial t} + \frac{\partial F(u)}{\partial x} = 0 \quad (\text{A.44})$$

le taux de variation de la solution est défini par:

$$\text{TV}(u) = \sum_i |u_{i+1} - u_i| \quad (\text{A.45})$$

et la condition TVD (Total Variation Diminishing) assure que le taux de variation totale de la solution n'augmente pas durant l'intégration temporelle des équations discrétisées, ie:

$$\text{TV}(u^{n+1}) \leq \text{TV}(u^n) \quad (\text{A.46})$$

Si un schéma monotone est forcément TVD et respecte la condition d'entropie, un schéma TVD préserve la monotonie (dans le sens où de nouveaux extrema locaux ne peuvent être créés, et où la valeur d'un maximum - resp. minimum - local ne peut pas augmenter - resp. décroître, ce qui assure que les oscillations soient évitées), mais la condition d'entropie n'est pas automatiquement satisfaite. La correction d'entropie présentée précédemment est donc également employée

pour le schéma d'ordre deux.

On peut prouver (voir réf. [22]) qu'un schéma linéaire TVD est forcément précis au premier ordre, pas plus. Par contre, ce n'est pas vrai pour les schémas non linéaires. Afin de construire un schéma TVD et précis à un ordre supérieur, Van Leer (réf. [117]) propose donc d'introduire des termes non-linéaires dans le schéma original, sous la forme de limiteurs de pente.

En pratique, ces limiteurs évitent la création de gradients trop forts, qui sont à l'origine des oscillations. Il est intéressant de noter que, contrairement aux schémas centrés qui autorisent l'apparition de ces oscillations et qui les amortissent à l'aide de viscosité artificielle, les schémas décentrés MUSCL-TVD empêchent ainsi leur création en agissant sur leur mécanisme de création. En posant $\Delta U_{i+1/2} = U_{i+1} - U_i$, les pentes limitées par l'introduction d'un limiteur

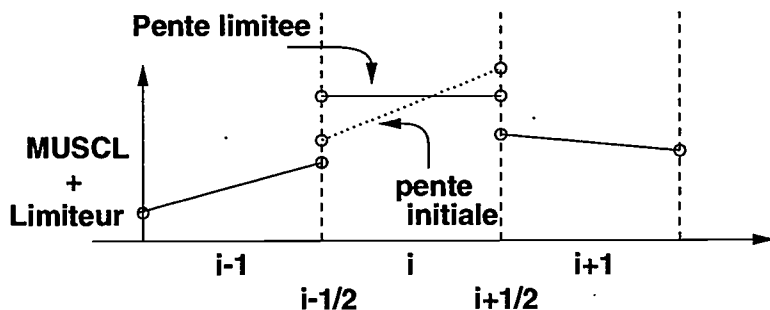


Figure A.5: Approche MUSCL-TVD: fonctionnement du limiteur.

Ψ sont données de façon générique par:

$$\begin{aligned}\tilde{\Delta}_{i+1/2} &= \Psi(\Delta U_{i+1/2}) \\ \tilde{\tilde{\Delta}}_{i-1/2} &= \Psi(\Delta U_{i-1/2})\end{aligned}\quad (\text{A.47})$$

et les valeurs aux interfaces deviennent:

$$\begin{aligned}U_{i+1/2}^L &= U_i + \frac{\tilde{\tilde{\Delta}}_{i-1/2}}{2} \\ U_{i-1/2}^R &= U_i - \frac{\tilde{\Delta}_{i+1/2}}{2}\end{aligned}\quad (\text{A.48})$$

Différents types de limiteurs ont été proposés dans la littérature. Citons le limiteur minmod, défini par:

$$\tilde{\Delta}_{i+1/2} = \text{minmod}(\Delta U_{i+1/2}, \omega \Delta U_{i-1/2}) \quad (\text{A.49})$$

$$\tilde{\tilde{\Delta}}_{i-1/2} = \text{minmod}(\Delta U_{i-1/2}, \omega \Delta U_{i+1/2}) \quad (\text{A.50})$$

la fonction minmod étant définie par:

$$\text{minmod}(u, v) = \begin{cases} u & \text{si } |u| < |v| \text{ et } uv > 0 \\ v & \text{si } |u| > |v| \text{ et } uv > 0 \\ 0 & \text{si } uv < 0 \end{cases} \quad (\text{A.51})$$

et où ω est un paramètre de compression, qui doit respecter la condition suivante (cas d'un schéma purement décentré d'ordre deux):

$$1 \leq \omega \leq 2 \quad (\text{A.52})$$

Utiliser $\omega = 1$ donne un schéma plus dissipatif, et les calculs sont menés si possible avec la valeur maximale du facteur de compression ($\omega = 2$).

La fonction minmod renvoie la valeur dont la valeur absolue est la plus faible quand les deux arguments sont de même signe. Dans le cas d'un extremum local, les pentes sont de signe opposé, et le schéma est localement réduit au premier ordre, ce qui supprime les oscillations.

Un autre limiteur, abondamment utilisé dans les calculs présentés dans ce mémoire, est le limiteur de Van Leer [118], définit par:

$$L(u, v) = S(u, v) \frac{2|u||v|}{|u| + |v|} \quad (\text{A.53})$$

qui présente l'avantage d'être une fonction différentiable. La fonction $S(u, v)$ est donnée par:

$$S(u, v) = \begin{cases} 1 & \text{si } u > 0 \text{ et } v > 0 \\ 0 & \text{si } uv < 0 \\ -1 & \text{si } u < 0 \text{ et } v < 0 \end{cases} \quad (\text{A.54})$$

De façon générale, le limiteur minmod à tendance à étaler les ondes de choc (effet dissipatif), et le limiteur de Van Leer, plus compressif (ie le moins dissipatif) peut s'avérer numériquement moins robuste.

Enfin, notons que les résultats précédents sont établis théoriquement pour un système linéaire monodimensionnel. L'extension aux systèmes multidimensionnels non-linéaires est formelle, en utilisant le processus de limitation direction par direction. Le solveur de Roe travaille alors sur les variables caractéristiques δw_i , qui jouent le rôle des variations δu dans le cas d'une équation de conservation scalaire. Le schéma obtenu est alors d'ordre deux direction par direction, mais la propriété TVD n'est pas prouvée pour les systèmes multidimensionnels.

De plus, dans NSMB, les limiteurs sont appliqués sur les variables caractéristiques plutôt que sur les variables conservatives, ce qui permet de mieux prendre en compte les directions de propagations des ondes.

A.3.2.3 Flux visqueux

Les termes visqueux (de nature diffusive) sont discrétisés indépendamment des flux convectifs, avec un schéma centré au second ordre. Le flux numérique est évalué par:

$$(F_v)_{i+1/2} = (\vec{F}_v)_{i+1/2} \cdot \vec{s}_{i+1/2} \quad (\text{A.55})$$

où le tenseur des flux visqueux est donné par $\vec{F}_v = (f_v, g_v, h_v)$. Les gradients de vitesse et de température sont calculés au centre de la surface frontière entre deux cellules en utilisant le théorème des gradients sur un volume de contrôle décalé P (cf Fig. (A.6) pour une représentation dans un cas bidimensionnel, et réf [93] pour plus de détails).

Pour une grandeur quelconque ϕ , on a:

$$\overline{\nabla \phi} = \int_P \nabla \phi dV / \int_P dV = \frac{1}{V_P} \int_{\partial P} \phi \cos(n, x_i) dS \quad (\text{A.56})$$

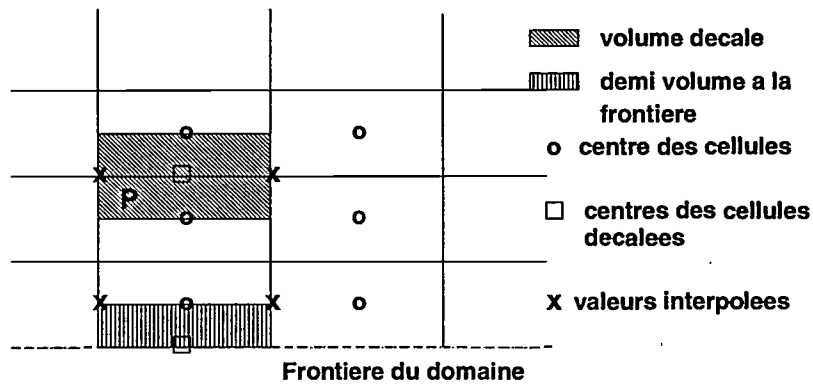


Figure A.6: Volumes décalés pour le calcul des gradients dans une direction.

où ∂P est la frontière de la cellule décalée de volume V_P et $\cos(n, x_i)$ le cosinus de l'angle formé entre le vecteur n et l'axe i . Les valeurs de ϕ en (o) sont directement accessibles, et les valeurs en (x) sont interpolées linéairement. Dans le cas d'un calcul de gradient à la frontière du domaine, un demi-volume de contrôle est utilisé, dans la mesure où il n'est pas toujours possible de spécifier la valeur de ϕ dans les cellules fictives (pour une description détaillée du calcul pratique des gradients, voir réf. [120]).

A.4 Intégration temporelle

Dans le cas de maillages indéformables et immobiles (pour le cas de maillages mobiles, le lecteur est invité à se reporter à la section 2.2), la discrétisation spatiale mène à la résolution du système (A.21), qui s'écrit:

$$V_{i,j,k} \frac{dU_{i,j,k}}{dt} + R_{i,j,k} = 0 \quad (\text{A.57})$$

où $R_{i,j,k}$ est le résidu discret des termes visqueux et convectifs défini par (A.22). Les équations sont résolues séparément en espace et en temps. Cette équation est le point de départ de la résolution temporelle utilisée pour résoudre les problèmes stationnaires ou instationnaires.

Notons qu'afin de conserver le caractère hyperbolique de l'équation A.57, les méthodes implémentées dans le code NSMB résolvent les équations instationnaires. La solution stationnaire, si elle existe, est alors obtenue à convergence, avec un schéma en temps précis à l'ordre un, voire non consistant en temps, afin de réduire le coût CPU et l'espace mémoire utilisé. Les techniques usuelles d'accélération de convergence peuvent alors être utilisées: pas de temps local, méthodes multi-grille, lissage du résidu, factorisation implicite ...

Pour les problèmes instationnaires, les méthodes explicites sont soumises à des limitations sur le pas de temps dues aux contraintes imposées par la stabilité, au contraire des méthodes implicites détaillées plus loin (méthodes dites A-stables), où le pas de temps utilisé peut être dicté par la physique du problème. Quand on recherche une solution stationnaire, ces dernières sont généralement beaucoup plus efficaces, puisqu'elles permettent d'utiliser des pas de temps très grand, compensant le nombre supérieur d'opérations à réaliser à chaque pas de temps.

A.4.1 Méthode explicite: Runge - Kutta (formulation de Jameson)

Les méthodes explicites intègrent l'équation (A.57) en prenant le résidu $R_{i,j,k}(U)$ à l'instant n . Dans un souci de lisibilité, les indices i, j, k sont omis par la suite.

L'idée de base des schémas de Runge-Kutta est d'évaluer le résidu à différents instants intermédiaires entre n et $n+1$, et de les combiner afin d'obtenir une approximation d'ordre élevé de U^{n+1} . La forme la plus générale des schémas de Runge Kutta pour k sous-étapes s'écrit comme suit:

$$\begin{aligned}
 U^{(1)} &= U^n \\
 U^{(2)} &= U^n - \alpha_2 \frac{\Delta t}{V} \gamma_1^1 R(U^{(1)}) \\
 U^{(3)} &= U^n - \alpha_3 \frac{\Delta t}{V} (\gamma_2^1 R(U^{(1)}) + \gamma_2^2 R(U^{(2)})) \\
 &\vdots \\
 U^{(k)} &= U^n - \alpha_k \frac{\Delta t}{V} \sum_{m=1}^{k-1} \gamma_k^m R(U^{(m)}) \\
 U^{n+1} &= U^n - \alpha_k \frac{\Delta t}{V} \sum_{k'=1}^k \beta_{k'} \sum_{m=1}^{k'} \gamma_{k'}^m R(U^{(m)})
 \end{aligned} \tag{A.58}$$

avec $\sum_{k'=1}^k \beta_{k'} = 1$ qui garantit la consistance du schéma. Afin de s'affranchir du stockage informatique des prédictions des k étapes, Jameson et al (réf. [70]) proposent une formulation dont la solution U^{n+1} ne dépend que de la dernière étape, et avec un choix de coefficients optimisé pour la stabilité. Ce schéma, qui est celui employé dans le code de calcul NSMB, s'écrit:

$$\begin{aligned}
 U^{n+1/k} &= U^n - \alpha_1 \frac{\Delta t}{V} R(U^n) \\
 U^{n+2/k} &= U^n - \alpha_2 \frac{\Delta t}{V} R(U^{n+1/k}) \\
 &\vdots \\
 U^{n+1} &= U^n - \alpha_k \frac{\Delta t}{V} R(U^{n+(k-1)/k})
 \end{aligned} \tag{A.59}$$

Les coefficients valent $\alpha_1 = 1/4, \alpha_2 = 1/3, \alpha_3 = 1/2, \alpha_4 = 1$ pour un schéma à 4 étapes, et $\alpha_1 = 1/4, \alpha_2 = 1/6, \alpha_3 = 3/8, \alpha_4 = 1/2, \alpha_5 = 1$ pour un schéma à 5 étapes.

Pour un schéma centré du deuxième ordre, la théorie linéaire de stabilité de Von Neumann donne une limite théorique $CFL < 2\sqrt{2}$ pour $k = 4$ et $CFL < 3.6$ pour $k = 5$, CFL étant le critère de stabilité de Courant-Friedrichs-Lewy. (pour plus de détails sur ces méthodes, voir par exemple réf. [65]).

Pour une équation linéaire du type $\partial u / \partial t + a \partial u / \partial x$, le schéma obtenu est d'ordre k , mais cette précision retombe au deuxième ordre dans le cas général d'une équation non-linéaire.

A.4.1.1 Choix du pas de temps

Le calcul exact du pas de temps nécessite l'analyse numérique des valeurs propres de la matrice d'amplification du schéma numérique. Sans entrer dans les détails, le choix du pas de temps

est ici présenté tel qu'il est introduit dans le code NSMB, même si d'autres expressions peuvent être envisagées.

Les pas de temps visqueux et convectifs sont calculés séparément, et on en prend le minimum:

$$\Delta t_{i,j,k} = \min \left(CFL_I \Delta t_{i,j,k}^{inv.}, CFL_V \Delta t_{i,j,k}^{vis.} \right)$$

Le calcul du pas de temps convectif est basé sur la notion de temps de passage de l'information d'une cellule à l'autre, direction par direction. Le pas de temps local ne doit en aucun cas dépasser cette valeur. Ce temps de passage est évalué à partir du rayon spectral $\lambda_{i,j,k}$ de la matrice jacobienne (réf. [66]):

$$(\Delta t_{i,j,k}^{inv.})^I = V_{i,j,k} / \lambda_{i,j,k}^I$$

où le volume est utilisé pour estimer la taille de la cellule. Le pas de temps convectif est finalement donné par:

$$\frac{1}{\Delta t_{i,j,k}^{inv.}} = \frac{1}{(\Delta t_{i,j,k}^{inv.})^I} + \frac{1}{(\Delta t_{i,j,k}^{inv.})^J} + \frac{1}{(\Delta t_{i,j,k}^{inv.})^K}$$

Le pas de temps visqueux est estimé par [85]:

$$(\Delta t_{i,j,k}^{vis.}) = \frac{\rho V_{i,j,k}^2}{\max(4/3\mu_{i,j,k}, (\gamma - 1)/r_g \lambda_{i,j,k}) \Omega_{i,j,k}}$$

où r_g est la constante des gaz parfaits et $\Omega_{i,j,k}$ un facteur d'échelle donné par:

$$\Omega_{i,j,k} = S^I \cdot S^I + S^J \cdot S^J + S^K \cdot S^K + |S^I \cdot S^J| + |S^I \cdot S^K| + |S^J \cdot S^K|$$

où S est le vecteur surface. Le pas de temps visqueux est ainsi proportionnel au carré du volume de la cellule.

Pour un écoulement instationnaire, le pas de temps utilisé est le même pour toutes les cellules, ie $\Delta t = \min_{i,j,k}(\Delta t_{i,j,k})$, ce qui définit un pas de temps global. La valeur de ce pas de temps dépend a priori de la taille de la plus petite cellule du domaine, située généralement en proche paroi.

Quand on s'intéresse uniquement à la solution stationnaire, le pas de temps maximal local est utilisé dans chaque cellule.

A.4.1.2 Utilisation pratique

Les méthodes explicites sont précises en temps et simples à mettre en oeuvre, et de ce fait adaptées pour les simulations instationnaires.

Néanmoins, les contraintes de stabilité peuvent imposer l'utilisation d'un pas de temps très inférieur à l'échelle de temps caractéristique du phénomène physique que l'on cherche à simuler. Ces limites sont dues soit à la diffusion (par l'intermédiaire du pas de temps visqueux), soit à l'acoustique (qui intervient dans le calcul du pas de temps convectif par l'intermédiaire du rayon spectral), alors que par exemple, la physique de la turbulence à faible nombre de Mach est essentiellement dirigée par la convection, et possède des échelles de temps bien supérieures. La limitation sur le pas de temps peut être particulièrement sévère dans le cas de configuration où le rapport entre la plus grande et la plus petite maille du domaine de calcul est élevé. Ceci

est particulièrement vrai pour le calcul de couches limites turbulentes, où le premier point doit être placé très près de la paroi. Dans le cas d'un calcul autour d'un profil, le pas de temps est imposé par la taille des cellules qui se trouvent près du bord d'attaque, dans la zone laminaire. On utilise alors un pas de temps inutilement trop petit pour décrire la physique de la zone qui nous intéresse, i.e. l'écoulement turbulent sur le reste du profil.

Néanmoins, pour des calculs instationnaires sur des maillages assez réguliers ne comportant pas un nombre trop important de points, les méthodes explicites peuvent, selon le cas, rester compétitives par rapport aux méthodes implicites présentées dans la section A.4.3.

A.4.2 Intégration temporelle pour les problèmes stationnaires: méthode implicite LU-SGS

Cette méthode, implémentée dans le code NSMB par Weber [122] en 1997, est une méthode d'inversion du système implicite A.57, utilisée pour résoudre des problèmes stationnaires ainsi que des problèmes instationnaires dans le cadre des méthodes linéaires multi-pas présentées dans la section A.4.3.

D'une manière générale, un schéma d'intégration temporelle totalement implicite s'écrit en prenant le résidu R_{ijk} au temps $n + 1$. En discrétisant $\frac{dU}{dt}$ par un schéma décentré amont et en utilisant une linéarisation au premier ordre en temps du résidu:

$$R^{n+1} = R^n + \left(\frac{\partial R}{\partial U} \right)_n \Delta U + O(\Delta t^2) \quad \text{où} \quad \Delta U^{n+1} = U^{n+1} - U^n \quad (\text{A.60})$$

et en reportant cette expression dans (A.57), on arrive au système suivant:

$$\left(\frac{V}{\Delta t} I + \frac{\partial R}{\partial U} \right) \Delta U^{n+1} = -R(U^n) \quad (\text{A.61})$$

où I est la matrice identité.

Après une évaluation de la matrice jacobienne $\partial R/\partial U$, la résolution de ce système fournit un schéma précis à l'ordre un en temps.

Ce système peut être résolu de façon directe au prix de l'inversion de l'opérateur implicite, ce qui est beaucoup trop coûteux en temps CPU et en espace mémoire, notamment pour des cas tridimensionnels. L'utilisation d'une méthode de factorisation est donc préférable. La méthode décrite ci-après repose sur une factorisation LU.

L'opérateur implicite de l'équation A.61 est tout d'abord décomposé en une somme de trois matrices:

$$(E + D + F) \Delta U^{n+1} = -R^n \quad (\text{A.62})$$

où E contient la partie triangulaire inférieure, F la partie triangulaire supérieure et D la partie diagonale de l'opérateur.

La méthode utilisée s'apparente à une méthode SSOR (Symmetric Successive Over Relaxation), bien qu'elle ne fasse pas nécessairement intervenir de relaxation explicitement: le maillage est balayé (bloc par bloc) selon des plans obliques $i + j + k = \text{cste}$ dans un sens puis dans l'autre (voire fig. A.7).

Une itération est composée de deux balayages (ie un aller-retour). Le système triangulaire inférieur est résolu lors du premier passage, puis le système supérieur lors du deuxième:

$$\begin{aligned} (E + D) \Delta U^{k+1/2} &= -R^n - F \Delta U^k \\ (F + D) \Delta U^{k+1} &= -R^n - E \Delta U^{k+1/2} \end{aligned} \quad (\text{A.63})$$

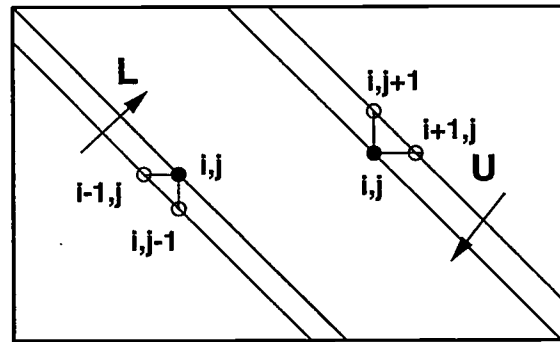


Figure A.7: Balayage selon les plans obliques (cas bidimensionnel) - Pendant le premier balayage, les points situés dans le triangle inférieur droit ont déjà été mis à jour et leur contribution est ajoutée au membre de droite.

Le balayage oblique fait intervenir autour du point courant des points dont la mise à jour à déjà été effectuée à l'étape précédente. On peut ainsi ajouter directement leur contribution dans le membre de droite. L'opération inverse est réalisée au retour, avec résolution de la partie triangulaire supérieure du système.

Dans le cas d'un schéma implicite scalaire, l'opérateur se réduit à une matrice diagonale.

L'opérateur implicite est approché par une factorisation LU:

$$\mathcal{L} D^{-1} U \Delta U = -R^n \quad (\text{A.64})$$

avec $\mathcal{L} = E + D$ et $U = F + D$ (ce qui donne une erreur de factorisation égale à $ED^{-1}F$). Le système est alors inversé par un aller-retour sur les plans obliques de la même façon que précédemment:

$$\begin{aligned} \mathcal{L} \Delta U^* &= -R^n \\ U \Delta U &= D \Delta U^* \end{aligned} \quad (\text{A.65})$$

que l'on peut réécrire sous la forme:

$$\begin{aligned} (E + D) \Delta U^* &= -R^n \\ (F + D) \Delta U &= -R^n - E \Delta U^* \end{aligned} \quad (\text{A.66})$$

Cet algorithme a l'avantage d'être totalement vectorisable (pour les points situés à l'intérieur du domaine). La méthode correspond alors formellement à la précédente, avec un seul aller-retour et si la solution initiale est $\Delta U^0 = 0$. On parle alors de méthode LU-SGS (Lower Upper Symmetric Gauss-Seidel).

Dans le code NSMB, on a la possibilité de réaliser plusieurs sous-itérations (ie plusieurs balayages), ce qui permet d'accélérer la convergence dans le cas de problèmes présentant des cellules très étirées, ou ayant un rapport d'aspect très grand (voir réf. [122]). La méthode s'apparente alors à une méthode "LU-SSOR".

Une condition importante pour assurer la convergence de ce type de méthode est la diagonale dominante du système. Jameson & Turkel [71] ont montré que les deux matrices L et U doivent posséder cette propriété pour que le problème soit bien conditionné. La construction de la jacobienne numérique $\partial R / \partial U$ est réalisée dans cette optique.

A.4.2.1 Linéarisation des flux: version scalaire

Le schéma original de Yoon & Jameson (voir réf. [126]) est basé sur une construction de la matrice implicite à partir du schéma du premier ordre à séparation des flux de Steger & Warming (voir réf, [110]). Dans la direction I , le flux numérique est donné par:

$$F_{i+1/2} = f^+(U_i) + f^-(U_{i+1}) \quad f^\pm = A^\pm U \quad A^\pm = P\Lambda^\pm P^{-1} \quad (\text{A.67})$$

où Λ^\pm sont les matrices diagonales contenant les valeurs propres positives λ^+ et négatives λ^- de la matrice jacobienne. La linéarisation (en temps) des flux donne:

$$F_{i+1/2}^{n+1} = F_{i+1/2}^n + A^+ \Delta U_i + A^- \Delta U_{i+1} \quad (\text{A.68})$$

ce qui, injecté dans l'équation A.61, donne la forme diagonale dominante du système:

$$\begin{aligned} & \left[\frac{V}{\Delta t} + (A_{i+1/2}^+ - A_{i-1/2}^-) + (A_{j+1/2}^+ - A_{j-1/2}^-) + (A_{k+1/2}^+ - A_{k-1/2}^-) \right] \Delta U_{i,j,k} \\ & + A_{i+1/2}^- \Delta U_{i+1,j,k} + A_{j+1/2}^- \Delta U_{i,j+1,k} + A_{k+1/2}^- \Delta U_{i,j,k+1} \\ & - A_{i-1/2}^+ \Delta U_{i-1,j,k} - A_{j-1/2}^+ \Delta U_{i,j-1,k} - A_{k-1/2}^+ \Delta U_{i,j,k-1} = R(U_{i,j,k}^n) \end{aligned} \quad (\text{A.69})$$

où la jacobienne splitée du terme $A_{i+1/2}^- \Delta U_{i+1,j,k}$ est évaluée à l'interface $i + 1/2$ à l'aide de la valeur du vecteur d'état dans la cellule $i + 1, j, k$.

L'approximation "scalaire" consiste à éviter la construction des matrices A : en utilisant $A^\pm = 1/2(A \pm r_A^I)$ où $r_A = \max(|\lambda_A|)$ est le rayon spectral de la jacobienne, Yoon & Jameson utilisent:

$$(A_{i+1/2}^+ - A_{i-1/2}^-) = r_A^I I \quad A^\pm \Delta U = \frac{1}{2} (\Delta F \pm r(A) \Delta U) \quad (\text{A.70})$$

où ΔF est l'incrément temporel des flux convectifs.

Afin d'assurer la diagonale dominante du système, le rayon spectral utilisé est $r_A = \max(|\lambda_A|)$. Pour assurer la stabilité de la méthode, les termes visqueux sont pris en compte dans l'opérateur implicite. Pour maintenir la forme diagonale dominante et afin d'économiser la construction des jacobiennes visqueuses B , elles sont remplacées par leur rayon spectral, ou, de façon plus efficace (voir réf. [122]), par la valeur maximale de leur diagonale $r(B) = \max(\delta_{ij} b_{ij})$.

Les performances de ce schéma et l'analyse de stabilité sont présentées en détail dans [122]. Les approximation successives de l'opérateur implicite, et en particulier le remplacement des matrices jacobiennes par leur rayon spectral, font décroître le taux de convergence de manière significative quand la grille de maillage est très étirée: en bidimensionnel, le terme diagonal s'écrit:

$$D = V \left(\frac{1}{\Delta t} + \frac{|u| + c}{\Delta x} + \frac{|v| + c}{\Delta y} \right)_{i,j,k} I \quad (\text{A.71})$$

et sur un maillage de type couche limite avec $\Delta x \gg \Delta y$, le terme dominant est en c/y , qui correspond à la propagation des ondes acoustiques dans la direction y . Le système est alors "sur-stabilisé" au détriment de la convergence. Ceci a conduit Weber [122] à introduire dans le code NSMB une version "matricielle" de la méthode, où les matrices jacobiennes ne sont plus approximées par leur rayon spectral.

A.4.2.2 Linéarisation des flux: version matricielle

Plutôt que de partir sur une séparation des flux du type Steger & Warming, l'idée retenue est de linéariser de façon précise le schéma de Roe du second ordre, de façon à rester consistant avec le résidu explicite. Dans le cas où le résidu explicite R est lui-même exprimé avec un schéma TVD, cette méthode est inconditionnellement TVD (voir r/éf. [61]).

La linéarisation (en espace) des flux de Roe (équation A.48) donne accès à une expression de la jacobienne des flux numériques fonction de U_{i-2}, \dots, U_{i+2} , des limiteurs de pente, des matrices de Roe et des jacobiennes des flux physiques en $(i \pm 1/2)^{L,R}$.

La première approximation consiste à éliminer les termes en U_{i-2} et U_{i+2} afin d'obtenir un système tridiagonal par bloc (dans le cas monodimensionnel), résolu comme précédemment par la méthode LU-SGS. Afin de minimiser les opérations, les jacobiennes des flux physiques sont évaluées au centre des cellules (i.e. en i pour $(i + 1/2)^L$).

L'équation A.48 devient:

$$\left[\frac{V}{\Delta t} + \frac{1}{2} \left(|\bar{A}_{i+1/2}| + |\bar{A}_{i-1/2}| \right) \right] \Delta U_i + \quad (A.72)$$

$$\frac{1}{2} \alpha \left(A(U_{i+1}) - |\bar{A}_{i+1/2}| \right) \Delta U_{i+1} - \frac{1}{2} \alpha \left(A(U_{i-1}) + |\bar{A}_{i-1/2}| \right) \Delta U_{i-1} = R(U^n)_i^{upw}$$

où $\alpha = (1 + 1/2)\Psi$ représente l'action du limiteur. La correction d'entropie est appliquée sur les champs linéaires et non-linéaires de l'opérateur implicite pour éviter une perte de diagonale dominante quand la valeur propre triple $\vec{u} \cdot \vec{s}$ tends vers zéro.

Les matrices issues de la linéarisation (approchée) des flux visqueux numériques (schéma centré d'ordre deux) sont ajoutées aux jacobiennes précédentes comme pour la version scalaire du schéma. Le détail de la linéarisation est donné dans la réf. [122]. Ces matrices augmentent la diagonale dominante du système.

Cette méthode a également été rendue compatible avec l'utilisation d'un schéma centré pour évaluer le résidu explicite. La structure de l'opérateur implicite n'est pas changée, mais les matrices de Roe sont remplacées par la moyenne arithmétique des $|A| = P|A|P^{-1}$ de part et d'autre de l'interface. De plus, les analyses de stabilité et les résultats acquis dans la réf. [122] ont montré que les termes de dissipation artificielle devaient être introduits dans l'opérateur implicite, faisant intervenir des termes en U_{i-2} et U_{i+2} . On est alors conduit à inverser un système pentadiagonal par bloc (dans le cas monodimensionnel) avec un algorithme LU-SGS.

Bien que la résolution du système dans sa version matricielle impose la réalisation d'un nombre plus important d'opérations, les résultats obtenus par Weber [122] montrent un gain en temps CPU dû à une bien meilleure convergence de l'algorithme dans les cas où le maillage est très étiré.

A.4.3 Intégration temporelle pour les problèmes instationnaires: méthode du pas de temps dual

A.4.3.1 Généralités sur les méthodes linéaires multi-pas

Le schéma présenté précédemment est inconditionnellement stable, mais sa précision limitée au premier ordre ne permet pas de l'utiliser pour réaliser des calculs instationnaires. D'autre

part, l'utilisation des schémas explicites est trop contraignante dans le cas de maillages fins sur des configurations complexes. Il est donc nécessaire d'introduire des schémas implicites d'ordre plus élevé. On considère maintenant des schémas d'intégrations dit "linéaires multi-pas", ie la variation temporelle d'une quantité est exprimée sous la forme d'une combinaison linéaire de cette quantité prise à des instants différents. Suivant l'analyse de Beam & Warming [10], les schémas à deux pas s'écrivent de façon générale:

$$(1 + \xi) \frac{\Delta U^n}{\Delta t^n} V - \xi \frac{\Delta U^{n-1}}{\Delta t^{n-1}} V = -(\theta R^{n+1} + (1 - \theta + \phi) R^n - \phi R^{n-1}) \quad (A.73)$$

avec $\Delta U^n = U^{n+1} - U^n$ et où Δt^n est l'incrément en temps entre les instant n et $n + 1$. Cette équation définit une famille de schémas explicites ($\theta = 0$) ou implicites ($\theta \neq 0$). Le tableau (A.1) résume les schémas classiques obtenus pour différentes valeurs des paramètres θ , ξ et ϕ .

θ	ξ	ϕ	Méthode	Ordre	
0	0	0	Euler explicit	1	
1	0	0	Backward Euler	1	A-stable
1/2	0	0	One-step trapezoidal	2	A-stable
1	1/2	0	Backward differencing	2	A-stable
3/4	0	-1/4	Adams type	2	A-stable
1/3	-1/2	-1/3	Lees type	2	A-stable
1/2	-1/2	-1/2	Two-step trapezoidal	2	A-stable
0	-1/2	0	Leapfrog	2	
0	0	1/2	Adams-Bashforth	2	
1/3	-1/6	0	Third-order implicit	3	
5/12	0	1/12	Adams-Moulton	3	
1/6	-1/2	-1/6	Milne	4	

Tableau A.1: Quelques schémas linéaires à deux pas d'après [65].

La consistance du schéma est obtenue si et seulement si les coefficients intervenant dans les combinaisons linéaires vérifient certaines relations [65]. Dans le cas d'un pas de temps constant, la condition pour que le schéma soit du second ordre s'écrit:

$$\phi = \xi - \theta + 1/2 \quad (A.74)$$

et pour obtenir un schéma précis au troisième ordre:

$$\xi = 2\theta - 5/6 \quad (A.75)$$

Un schéma unique du quatrième ordre est obtenu pour:

$$\theta = -\phi = -\xi/3 = 1/6 \quad (A.76)$$

La condition pour obtenir un schéma A-stable (ie inconditionnellement stable pour une équation du type $du/dt = \lambda u$ avec $\lambda < 0$) s'écrit [65]:

$$\begin{aligned} \theta &\geq \phi + 1/2 \\ \xi &\geq -1/2 \\ \xi &\leq \theta + \phi - 1/2 \end{aligned} \quad (\text{A.77})$$

Pour $\theta = 1, \xi = \Phi = 0$, on retrouve les schémas utilisés pour les calculs stationnaires. La précision d'ordre un en temps n'est pas satisfaisante pour les calculs instationnaires, même pour des pas de temps très petits (voir réf. [83]). Dans le cas du schéma aux différences rétrogrades (backward differencing) retenu pour cette étude, l'ordre deux n'est assuré que pour une valeur de $\xi = \Delta t^n / (\Delta t^n + \Delta t^{n-1})$ (ie $\xi = 1/2$ pour un pas de temps constant).

A.4.3.2 La méthode du pas de temps dual ou "Dual Time-Stepping"

La technique retenue pour résoudre le système (A.73) consiste à faire converger le résidu instationnaire $\mathcal{L}(U)$ vers 0 par le biais d'une méthode itérative. $\mathcal{L}(U)$ est défini par:

$$\mathcal{L}(U^{n+1}) = (1 + \xi) \frac{\Delta U^n}{\Delta t^n} V - \xi \frac{\Delta U^{n-1}}{\Delta t^{n-1}} V + \theta R^{n+1} + (1 - \theta + \phi) R^n - \phi R^{n-1} = 0 \quad (\text{A.78})$$

On a alors deux boucles imbriquées (cf Fig. (A.8)): la boucle "externe", qui fait avancer la solution de façon précise en temps à l'aide d'un schéma linéaire à deux pas, et la boucle "interne", qui élimine les erreurs dues à la résolution du système approché, où les techniques d'accélération de convergence peuvent être employées.

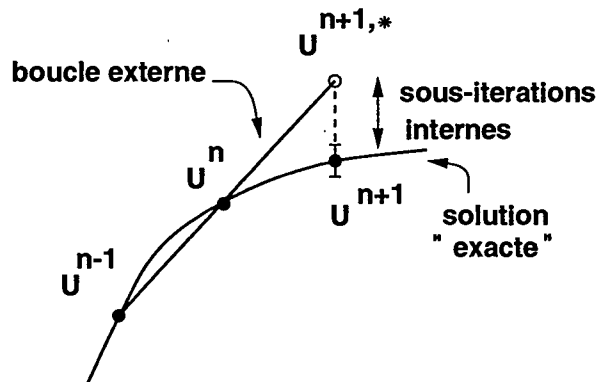


Figure A.8: Représentation schématique du fonctionnement du schéma: $U^{n+1,*}$ correspond à la solution obtenue sans sous-itérer, et la boucle interne "ramène" la solution calculée vers la solution "exacte" du problème, approchée à l'ordre Δt^2 .

Cette méthode utilise un pas de temps fictif Δt^* dans la boucle interne, en plus du pas de temps "réel" Δt de la boucle externe. Les sous-itérations sont alors effectuées jusqu'à ce qu'une solution stationnaire fictive (ie par rapport à t^*) soit atteinte, qui est alors utilisée pour faire avancer le calcul. Le système à résoudre s'écrit:

$$V \frac{dU^{n+1}}{dt^*} + \mathcal{L}(U^{n+1}) = 0 \quad (\text{A.79})$$

La résolution de ce système est réalisé avec la méthode implicite LU-SGS d'ordre un en temps (fictif) utilisée pour le stationnaire. En notant ν les itérations internes:

$$V \frac{\Delta U^\nu}{\Delta t^*} + \mathcal{L}(U^{n+1,\nu+1}) = 0 \quad \text{avec} \quad \Delta U^\nu = U^{n+1,\nu+1} - U^{n+1,\nu} \quad (\text{A.80})$$

Il reste à linéariser le résidu instationnaire autour de l'instant ν :

$$\mathcal{L}_U^{n+1,\nu+1} = \mathcal{L}_U^{n+1,\nu} + \left(\frac{\partial \mathcal{L}}{\partial U} \right)_\nu \Delta U^\nu + O(\Delta t^{*2}) \quad (\text{A.81})$$

ce qui fournit le système à résoudre:

$$\left(\frac{V}{\Delta t^*} I + \frac{\partial \mathcal{L}(U^{n+1})}{\partial U^{n+1}} \Big|^\nu \right) \Delta U^\nu = -\mathcal{L}(U^{n+1,\nu}) \quad (\text{A.82})$$

qui est formellement équivalent à (A.61). Seul les termes en U^{n+1} varient, et la linéarisation du résidu instationnaire donne:

$$\left(\frac{V}{\Delta t^*} I + (1 + \xi) \frac{V}{\Delta t^n} I + \theta \frac{\partial R}{\partial U} \Big|^\nu \right) \Delta U^\nu = -\mathcal{L}(U^{n+1,\nu}) \quad (\text{A.83})$$

Par rapport au cas stationnaire ($\theta = 1, \xi = \Phi = 0$), au cours de la convergence de la boucle interne, l'opérateur implicite se différencie par l'apparition d'un terme constant $(1 + \xi)V/\Delta t I$ et du facteur θ . Le résidu s'écrit en développant:

$$\begin{aligned} \mathcal{L}(U^{n+1,\nu}) = & (1 + \xi) \frac{U^{n+1,\nu}}{\Delta t^n} V + \theta R(U^{n+1,\nu}) \\ & - V \left(\frac{1 + \xi}{\Delta t^n} + \frac{\xi}{\Delta t^{n-1}} \right) U^n + (1 - \theta + \phi) R(U^n) \\ & - V \frac{\xi}{\Delta t} U^{n-1} - \phi R(U^{n-1}) \end{aligned} \quad (\text{A.84})$$

où la première ligne correspond aux termes variables en ν , et les deux suivantes sont des termes sources constants durant le processus d'itération interne.

A.4.3.3 Extrapolation

Afin de réduire le nombre d'itérations internes à effectuer, une procédure d'extrapolation quadratique est utilisée pour initialiser la première itération interne.

Au lieu de partir de U^n , la solution initiale de la procédure de sous-itération pour l'étape $n + 1$ est donnée par une extrapolation quadratique des trois solutions précédemment calculées:

$$U^{n+1,0} = P_n U^n + P_{n-1} U^{n-1} + P_{n-2} U^{n-2} \quad (\text{A.85})$$

où les P_i sont les polynômes d'interpolation de Lagrange:

$$P_{n-2} = \frac{(\Delta t^{n-1} + \Delta t^n) \Delta t^n}{(\Delta t^{n-2} + \Delta t^{n-1}) \Delta t^{n-2}} \quad (\text{A.86})$$

$$P_{n-1} = \frac{(\Delta t^{n-2} + \Delta t^{n-1} + \Delta t^n) \Delta t^n}{-\Delta t^{n-2} \Delta t^{n-1}} \quad (\text{A.87})$$

$$P_n = \frac{(\Delta t^{n-2} + \Delta t^{n-1} + \Delta t^n) (\Delta t^{n-1} + \Delta t^n)}{(\Delta t^{n-2} + \Delta t^{n-1}) \Delta t^{n-1}} \quad (\text{A.88})$$

Cette technique permet de réduire considérablement le nombre d'itérations internes à réaliser, tout simplement parce qu'on initialise la procédure de sous-itération pour l'étape $n + 1$ avec un champs plus proche de la solution du système à l'instant $n + 1$.

A.4.3.4 Premières itérations

Comme on l'a vu précédemment, la méthode du pas de temps dual nécessite la connaissance de U^n et U^{n-1} pour résoudre le système au temps $n + 1$. Il en est de même pour appliquer la procédure d'extrapolation lors de la première itération de la boucle interne. Or, au début du calcul, ces informations ne sont pas disponibles.

La solution retenue consiste à utiliser dans ce cas un schéma décentré d'Euler, qui n'utilise que U^0 pour calculer U^1 . Pour compenser la dégénérescence en ordre (le schéma décentré d'Euler est précis à l'ordre un), cette première itération est réalisée avec un pas de temps plus petit que celui prescrit pour le calcul: on multiplie ce dernier par un facteur défini par l'utilisateur, typiquement $\frac{1}{100}$.

Ce choix permet notamment de ne stocker, à l'issue d'un calcul, que la solution au dernier instant calculé. Si on veut prolonger ce calcul, la première itération sera réalisée avec un pas de temps réduit et le schéma décentré.

Quant à la procédure d'extrapolation pour l'initialisation des itérations internes, elle n'est tout simplement pas appliquée lors des deux premières itérations externes: on applique dans ce cas $U^{n+1,0} = U^n$.

A.5 Parallélisation du code de calcul

Le code de calcul NSMB fonctionne sur architecture parallèle depuis 1995. La technique de calcul parallèle présente les avantages de diminuer le temps de restitution et la taille mémoire par processeur. Ce premier point est particulièrement intéressant pour les calculs instationnaires, qu'il faut souvent beaucoup itérer pour évacuer le transitoire, tandis que le deuxième point permet par exemple d'utiliser des maillages comprenant un grand nombre de points, trop grand pour la mémoire d'un seul processeur.

La technique utilisée pour traiter le parallélisme dans NSMB repose sur l'approche multi-domaine. Elle utilise la bibliothèque de communication parallèle MPI (Message Passing Interface). Le principe de la parallélisation de NSMB est schématisé sur la figure A.9.

En premier lieu, on distribue les différents domaines (ou blocs) entre les différents processeurs. Cette distribution est réalisée automatiquement au début de la phase d'initialisation du calcul. L'algorithme, dit de "loadbalancing", optimise la répartition en fonction du nombre de points de chaque domaine, le nombre d'opérations élémentaires à effectuer pour un bloc étant sensiblement proportionnel au nombre de points. Notons que certains algorithmes de loadbalancing réalisent cette optimisation sous la contrainte de minimisation de la quantité d'informations à échanger entre les processeurs (proportionnelle au nombre de points des sous-faces concernées), mais cette contrainte n'est pas utilisée dans l'algorithme introduit dans NSMB.

Pour les lectures et les écritures dans des fichiers (IO - Input / Output), une approche master/slave est utilisée: un processus particulier, que l'on nommera CPU0, réalise seul les IO. Les informations sont collectées depuis les autres processus vers CPU0.

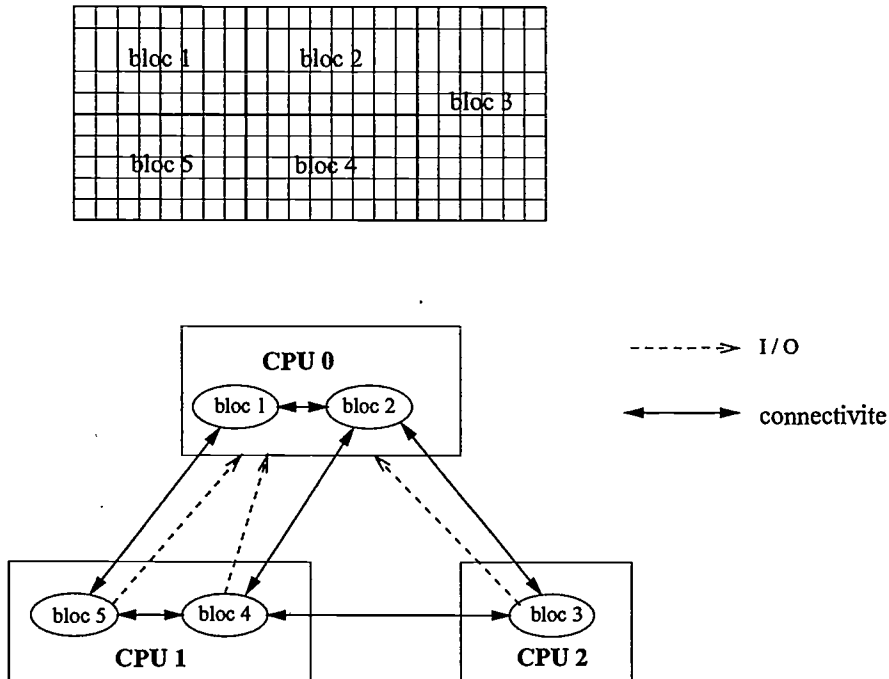


Figure A.9: Principe de la parallélisation de NSMB

Par contre, lors de la phase d'avancement du calcul, tous les processus sont équivalents (à la différence de l'approche master/slave). Les informations sont échangées entre les processus via les conditions aux limites de connectivités (décrites page 57). A la différence de leur utilisation en mono-processeur, celles-ci sont alors appliquées en deux temps: on stocke en premier lieu le vecteur d'état des cellules intérieures dans un tableau intermédiaire, qui est envoyé au processus gérant le domaine connecté. Puis, une fois la réception effectuée, le contenu du tableau est reporté dans les cellules fictives.

Note: vectorisation:

Il est également très avantageux au niveau du temps de calcul d'être capable de réaliser des calculs sur des architectures vectorielles. Pour ce faire, dans les routines du code source consommant le plus de temps de calcul, les tableaux et les boucles décrits avec les trois indices (i, j, k) sont également codés mono-dimensionnellement. Pendant l'étape de précompilation sur architecture vectorielle, ce sont les descriptions mono-dimensionnelles qui sont extraites. On s'assure ainsi que les boucles sont assez longues pour être vectorisées efficacement par le compilateur. Notons que cette démarche peut être cumulée avec le parallélisme.

Annexe B

Validations stationnaires des méthodes numériques

Dans cette annexe, on présente des calculs bidimensionnels réalisés antérieurement à ceux présentés dans la section 3.3. Ils ont été réalisés afin de valider certaines méthodes numériques développées spécifiquement pour les calculs d'écoulements dans les turbomachines, ou utilisées pour la première fois dans ce cadre, par confrontation avec d'autres méthodes plus simples. Plus précisément, la validation sur cas réel de la méthode ALE s'effectue en confrontant un calcul réalisé avec cette méthode (maillage en translation uniforme) et un calcul classique, c'est à dire pour lequel on se place dans le repère lié aux pales, avec un maillage fixe. Le principe d'invariance galiléenne assure que les solutions doivent être identiques. Pour la condition de réservoir, on confrontera celle-ci avec la condition d'entrée isentropique présentée dans la section 2.3.2.2. Quant au modèle de Baldwin Lomax, qui a dû subir des modifications pour un usage conjoint avec la méthode ALE (voir section 2.2.7), sa validation sera également réalisée par comparaison avec un calcul n'utilisant pas l'ALE.

B.1 Cas non visqueux

B.1.1 Présentation de l'écoulement

Les calculs de validation (cas Euler) de la méthode ALE et de la condition aux limites de réservoir n'ont pas été effectués sur le cas de la section 3.3, mais sur un cas légèrement différent. Le but est de simuler un cas moins chargé (incidence relative moins élevée), afin d'accroître la robustesse du calcul et mener les validations de manière plus aisée. L'écoulement à l'infini amont n'est pas calé sur les mesures expérimentales, mais sur la géométrie du profil. Au bord d'attaque, le squelette du profil fait un angle de $52,6^\circ$ avec l'axe de rotation. Pour les calculs réalisés dans le référentiel relatif, on cherchera donc à retrouver dans le plan d'entrée une vitesse relative qui fait un angle avec l'axe x égal à cette valeur. Les pression et température totales sont, elles, arbitrairement choisies telles que les grandeurs statiques correspondantes obtenues à l'issue du calcul soient proches de l'ambiante, soit 109657 Pa et 306,8 K pour les grandeurs totales imposées. La pression de sortie est réglée de telle sorte à obtenir l'incidence voulue en amont (121000 Pa). La vitesse de rotation est imposée (pour les calculs ALE) à 230,09 m/s. L'historique de convergence de ce calcul est présenté sur la figure B.1. En terme de résidus, le calcul est convergé de quatre ordres sur ρ et ρE et de trois sur ρu .

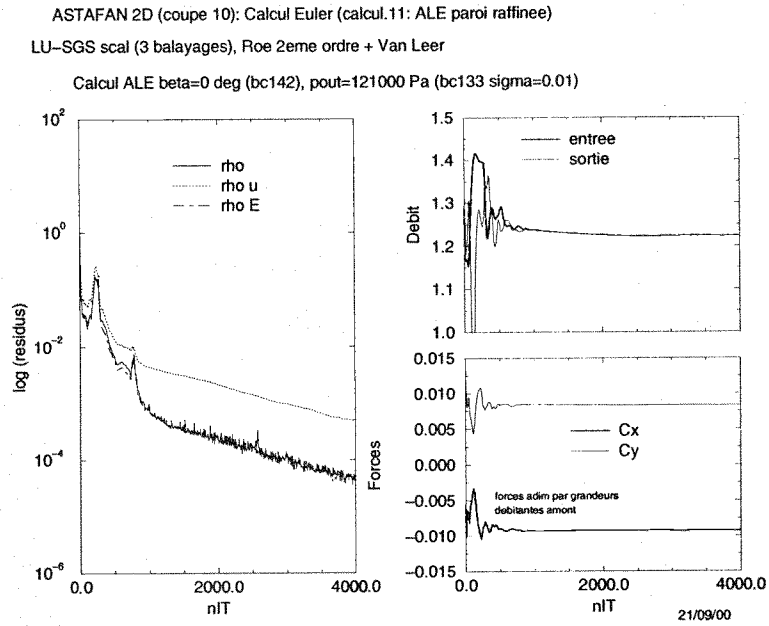


Figure B.1: Convergence du calcul 2D Euler (cas non calé sur les mesures expérimentales)

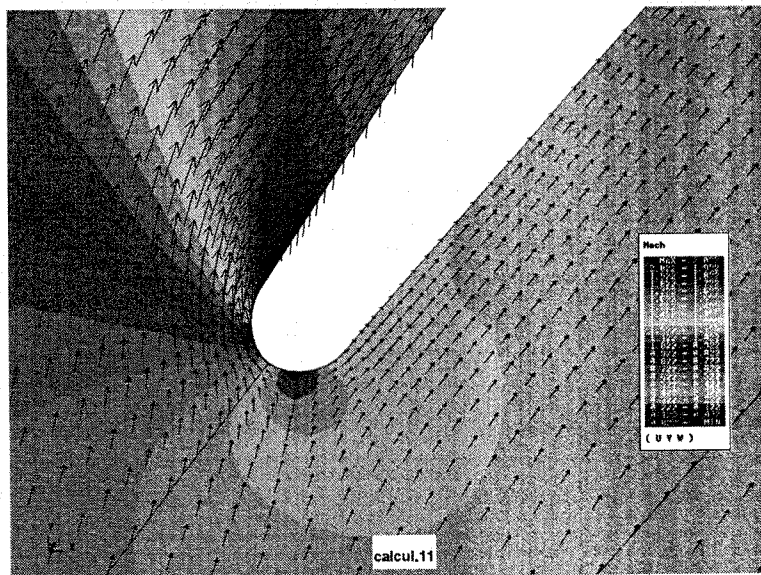


Figure B.2: Bord d'attaque: nombre de Mach et vecteur vitesse (cas non calé sur les mesures expérimentales)

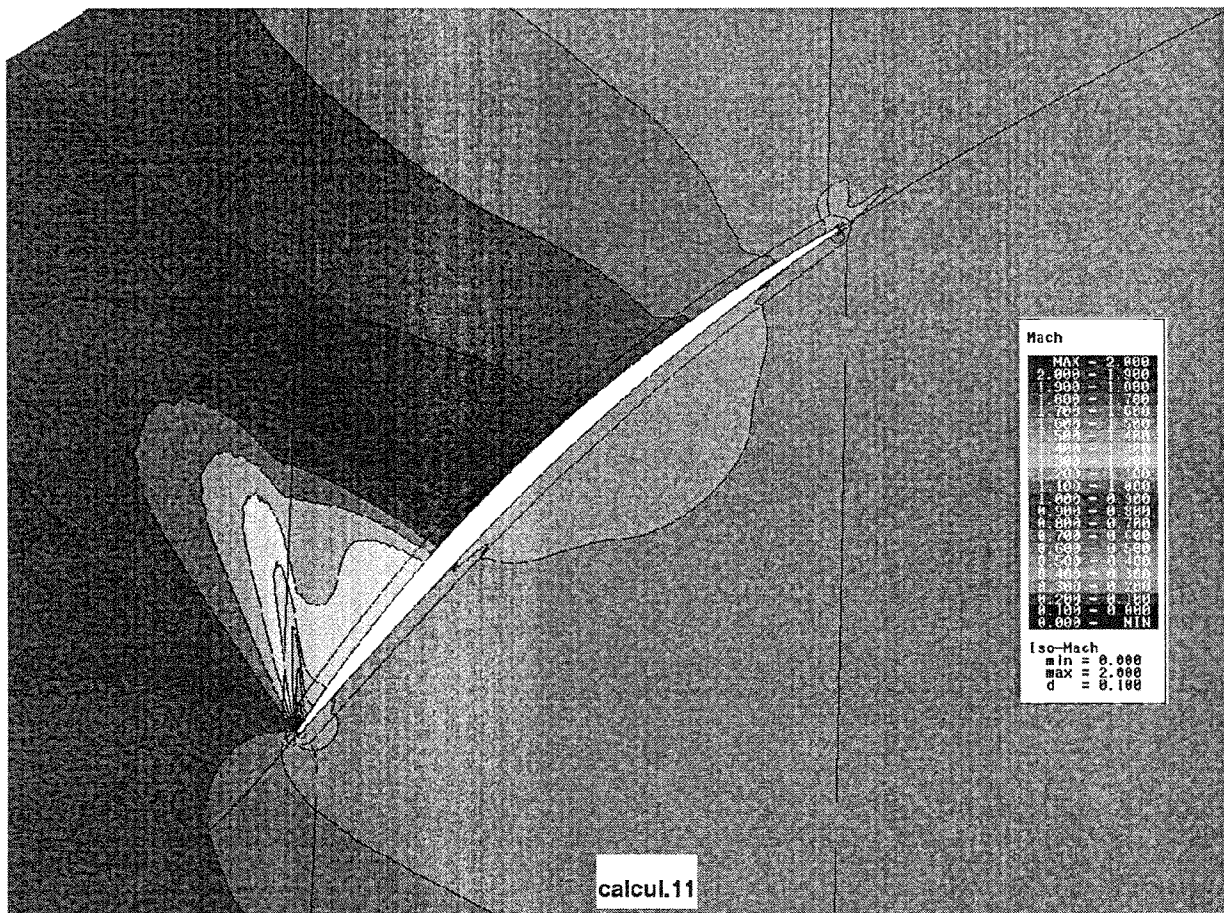


Figure B.3: Isocontours du nombre de Mach relatif autour du profil (cas Euler non calé sur les mesures expérimentales)

La forme de l'aube déviant l'écoulement, l'imposition de l'angle de $52,6^\circ$ à l'infini amont ne correspond pas à un point d'arrêt au milieu du bord d'attaque (voir figure B.2). Néanmoins, l'incidence est moins forte que dans le cas présenté dans la section 3.3.1.

Comme on peut le voir sur les figures B.3 et B.4, l'écoulement autour du profil est peu différent du cas calé sur les mesures. L'incidence au bord d'attaque provoque une accélération importante, et la compression qui suit ne ralentit pas l'écoulement jusqu'à la vitesse du son; on a une seule poche supersonique, comme dans le cas présenté dans la section 3.3.1. En revanche, l'onde de choc faible est moins marquée.

Le taux de compression pour ce cas est de de 1,31, pour un débit (extrapolé à la géométrie complète) de 38,73 kg/s.

B.1.2 Validation de l'ALE

La validation sur cas réel de l'ALE s'effectue en confrontant un calcul réalisé avec cette méthode (maillage en translation uniforme) et un calcul classique, c'est à dire pour lequel on se place dans le repère lié aux pales, avec un maillage fixe. Le principe d'invariance galiléenne assure que les solutions doivent être identiques.

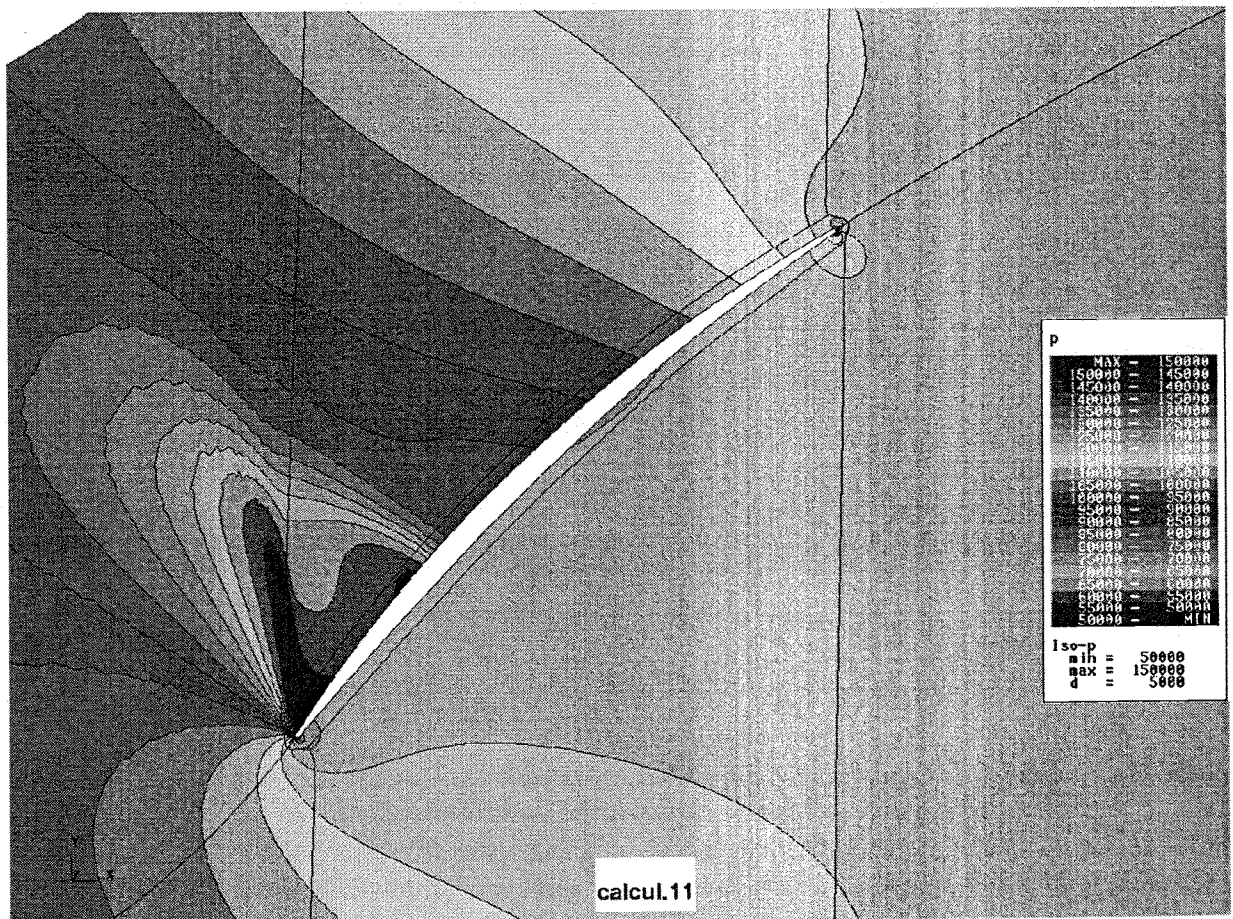


Figure B.4: Isocontours de pression statique autour du profil (calcul Euler non calé sur les mesures expérimentales)

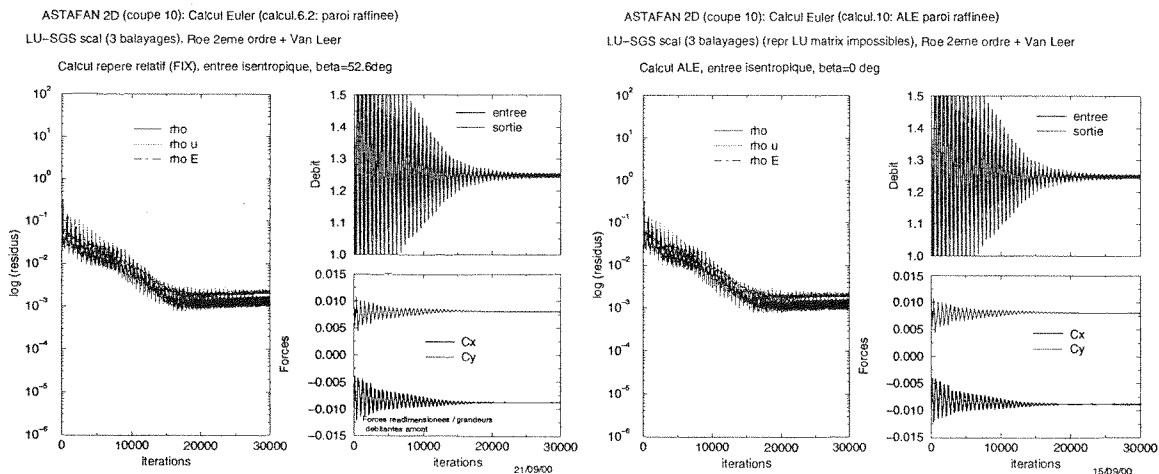


Figure B.5: Comparaison calcul ALE / calcul pales fixes : historiques de convergence

Les méthodes numériques utilisées par ailleurs sont celles décrites dans la section 3.3.1, excepté la condition d'entrée. En effet, afin de mieux maîtriser l'équivalence des conditions d'entrée entre le repère absolu (dans lequel sont exprimées les vitesses pour la méthode ALE) et le repère lié aux aubes, il est préférable d'imposer les composantes de la vitesse que les grandeurs totales qui ne sont pas intrinsèques. C'est la condition isentropique décrite dans 2.3.2.2 qui est employée. Ainsi, avec l'hypothèse d'un écoulement absolu axial en entrée, la composante selon y de la vitesse est soit nulle (calcul ALE), soit opposée à la vitesse de déplacement des pales (calcul aubes fixes).

L'évolution des résidus, des débits entrée / sortie et des efforts intégrés sur les pales (figure B.5) montre que les calculs sont très semblables. La différence sur les efforts aérodynamiques est par exemple négligeable devant l'amplitude des oscillations. La répartition du coefficient de pression sur l'aubage (figure B.6) révèle également des différences négligeables entre les deux calculs: le point qui présente l'écart le plus important (0,5 % en pression statique) est le point situé dans l'onde de choc. Cet écart est sans doute plus dû au caractère oscillant de la solution (voir figure B.5) qu'à l'utilisation de l'ALE.

On peut également comparer les champs aérodynamiques des deux calculs (figures B.8, B.7 et B.9). Ces planches confirment que les deux méthodes mènent aux mêmes résultats. Notons que les figures B.8 et B.7 représentent les champs relatifs (dans le repère lié aux pales), ce qui nécessite un changement de repère pour le calcul ALE par rapport aux grandeurs issues directement du calcul.

B.1.3 Validation de la condition de réservoir

Dans ce paragraphe, on compare un calcul réalisé avec la condition d'entrée isentropique et la condition de réservoir. Les grandeurs totales imposées pour cette dernière sont calculées à partir du résultat du calcul avec entrée isentropique. L'ALE est utilisée dans les deux cas. Les méthodes numériques et les conditions de calcul sont les mêmes que pour les calculs précédents. Il apparaît que l'utilisation de la condition de réservoir entraîne une convergence beaucoup plus

FAN LAMEP 2D (coupe 10): Calcul Euler ALE / calcul Euler repere relatif
Coefficient de pression sur l'aubage

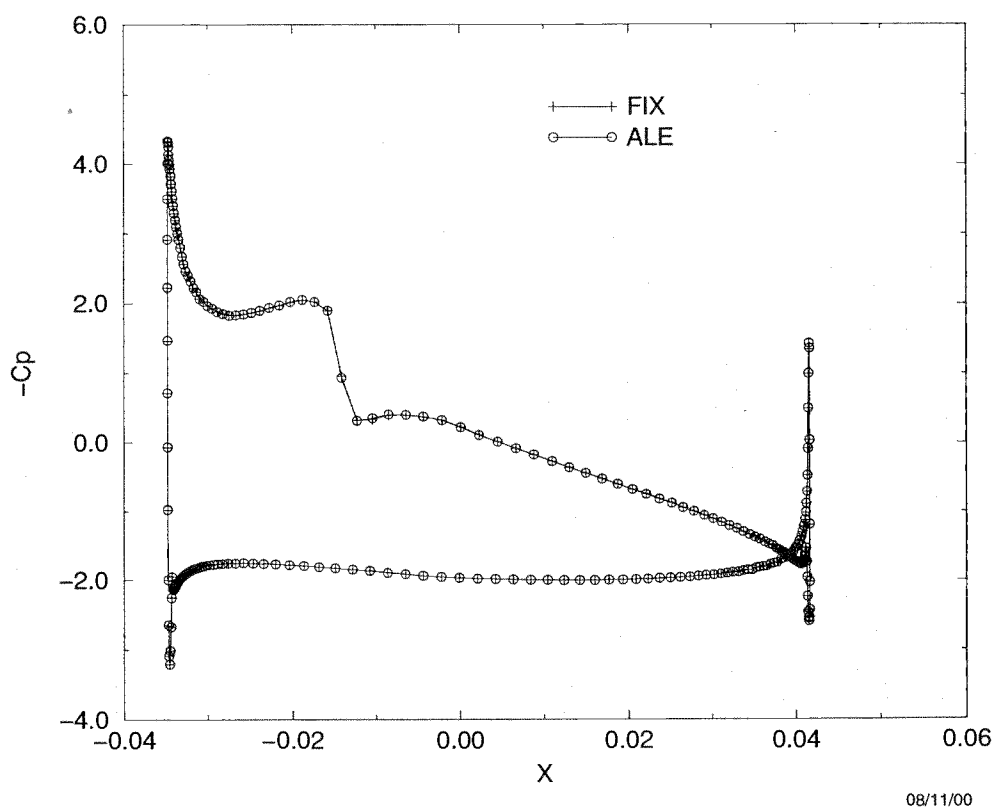


Figure B.6: Comparaison calcul ALE / calcul pales fixe en Euler : répartition du coefficient de pression statique

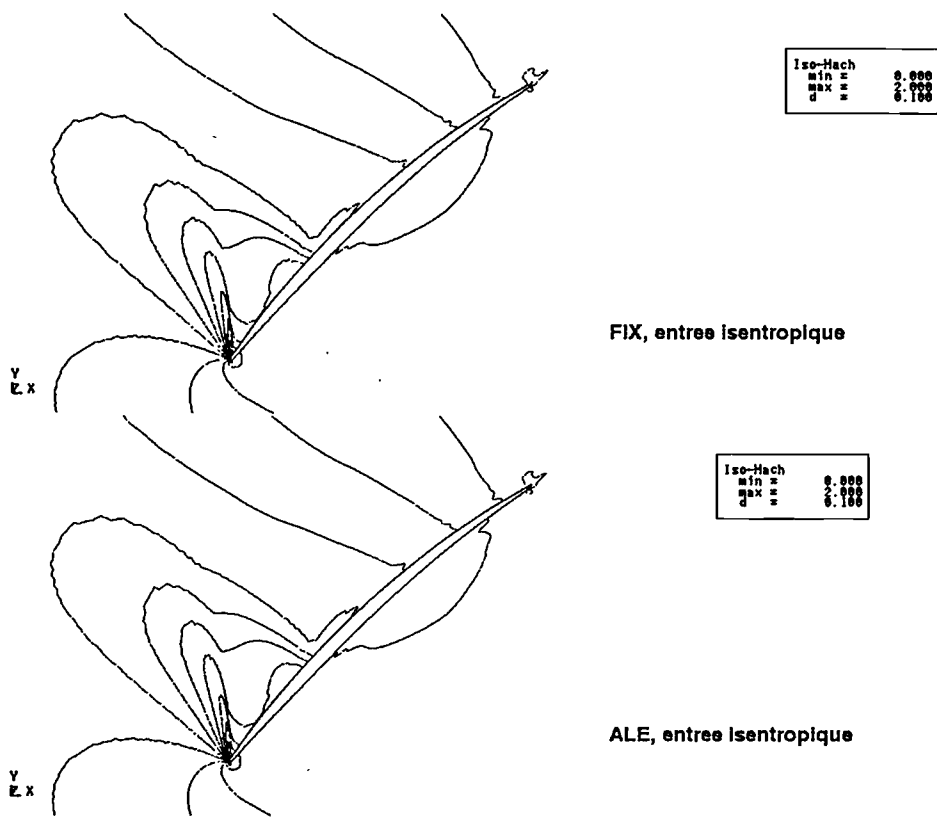


Figure B.7: Comparaison calcul ALE / calcul pales fixes en Euler : iso-lignes du nombre de Mach

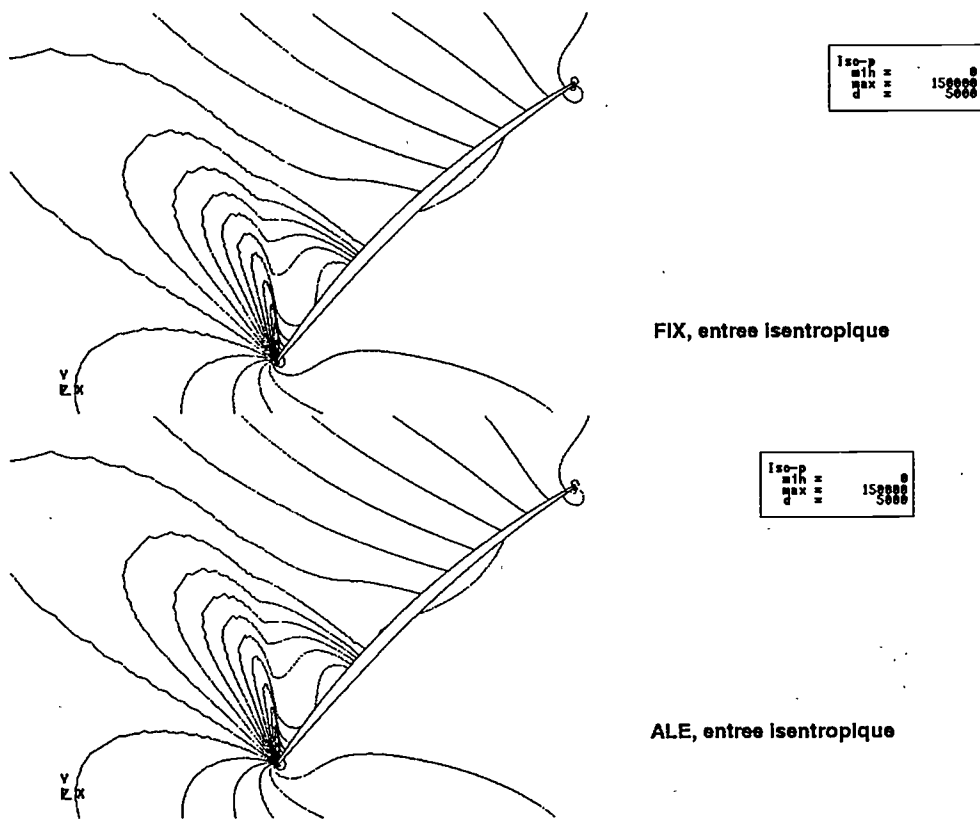


Figure B.8: Comparaison calcul ALE / calcul pales fixes en Euler : iso-lignes de pression statique

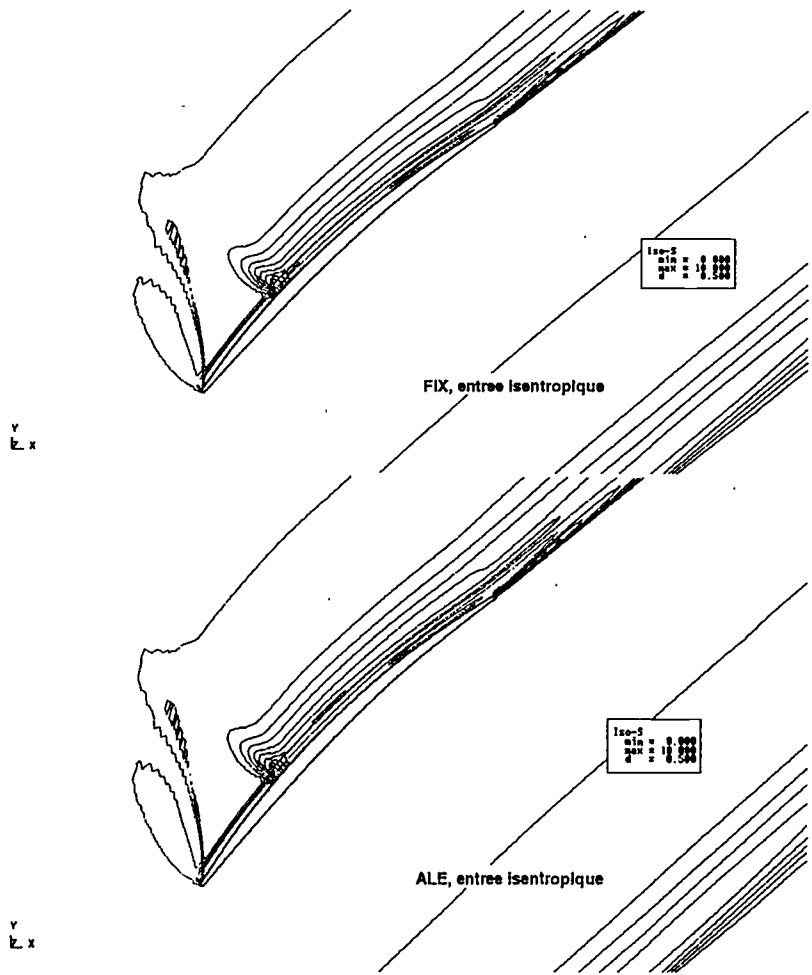


Figure B.9: Comparaison calcul ALE / calcul pales fixes en Euler : iso-lignes d'entropie

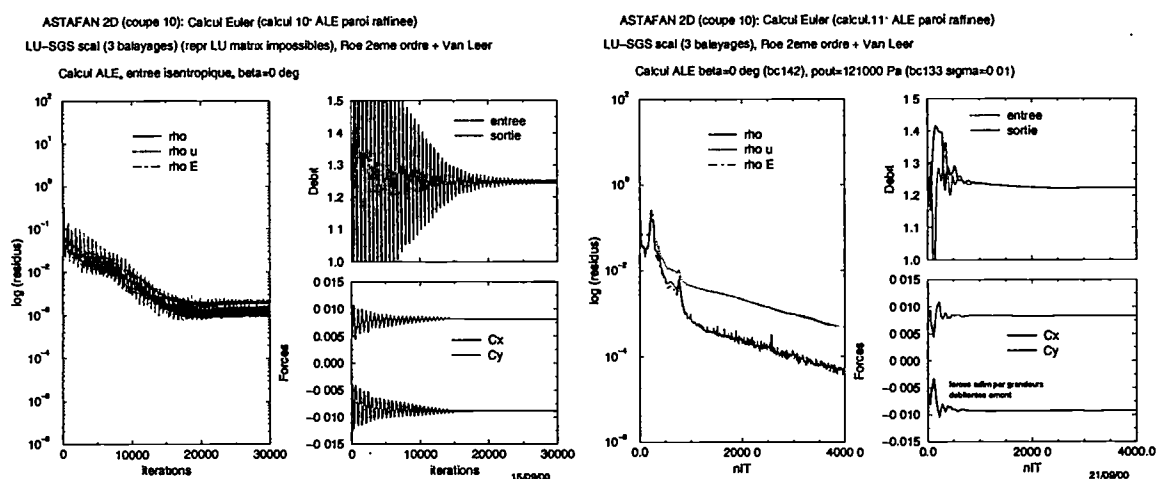


Figure B.10: Comparaison des conditions d'entrée: historiques de convergence

rapide que la condition isentropique (voir figure B.10, l'échelle des abscisse est différente sur les deux graphes), dont la courbe d'évolution des résidus présente un plateau à 10^{-3} . Ceci s'explique par le fait que la condition isentropique n'utilise pas de décomposition en variables caractéristiques. Nous rappelons que cette condition a été conçue dans le but de simuler des écoulements externes.

On a une concordance acceptable des grandeurs globales : le débit et les efforts intégrés sur l'aube ne diffèrent que de 2%. Ces légères différences s'expliquent par le fait que, malgré des conditions aux limites rigoureusement identiques ¹, les deux calculs ne se situent pas exactement au même point de fonctionnement. En effet, entre le premier plan de maillage à l'amont et le plan P1, dans le cas de la condition de réservoir la pression totale absolue (moyennée dans la direction transversale avec une pondération par le débit local) évolue de 30 Pa, alors que dans le cas de la condition isentropique, cette évolution est de 150 Pa. De même, entre le plan P2 et le plan de sortie, la pression statique évolue de 300 Pa dans le cas de la condition isentropique, à comparer à 5 Pa pour la condition de réservoir. Ces évolutions sont caractéristiques de la différence de niveau de convergence final des calculs. Il en résulte sur le premier plan de cellules amont une différence de 2% sur les vitesse débitantes et de 1% sur les pressions statiques. Ces différences au niveau du point de fonctionnement expliquent les différences sur le champ aérodynamique, comme on peut le voir sur les figures B.11 à B.13 pour la pression statique, le nombre de Mach et l'entropie.

Ces calculs valident néanmoins la condition de réservoir, dont on peut dire qu'elle traduit bien la physique qu'on veut imposer tout en ayant un comportement numérique bien meilleur que la condition isentropique à vitesse imposée.

¹Différences inférieures à $10^{-3}\%$ sur la pression totale et la température totale d'entrée, soit 0,6 Pa et 0,01 K, 0,03 degrés sur la direction de la vitesse absolue en entrée, et 12 Pa sur la pression de statique de sortie, soit 0,01 %, ces grandeurs étant extraites des plans de cellules adjacentes aux frontières.

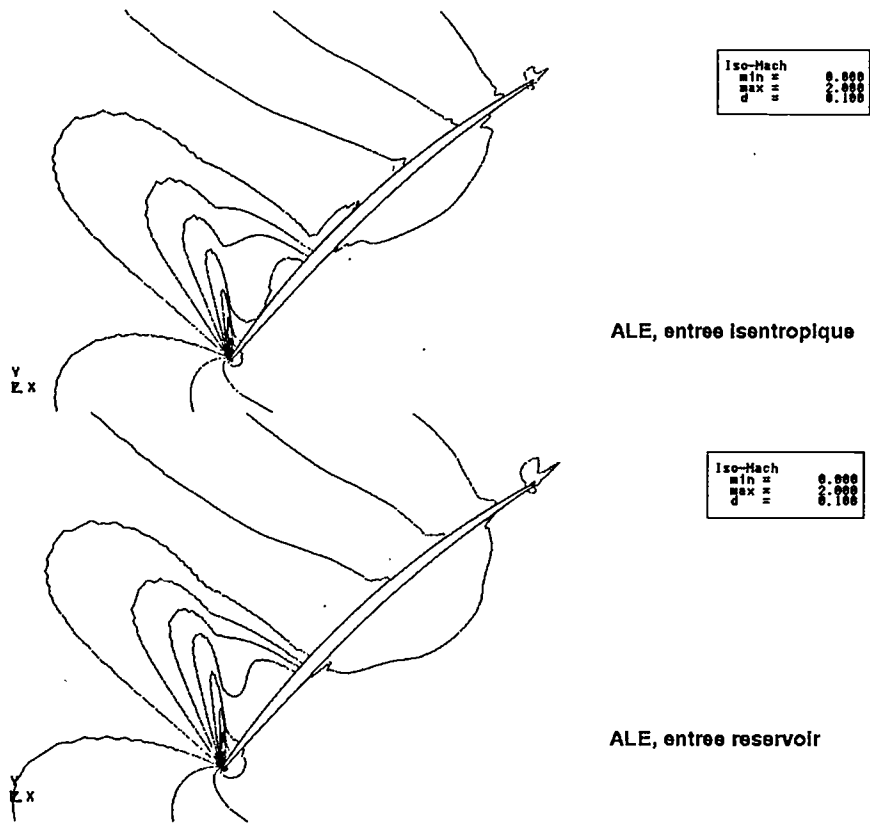


Figure B.11: Comparaison des conditions d'entrée: iso-lignes du nombre de Mach

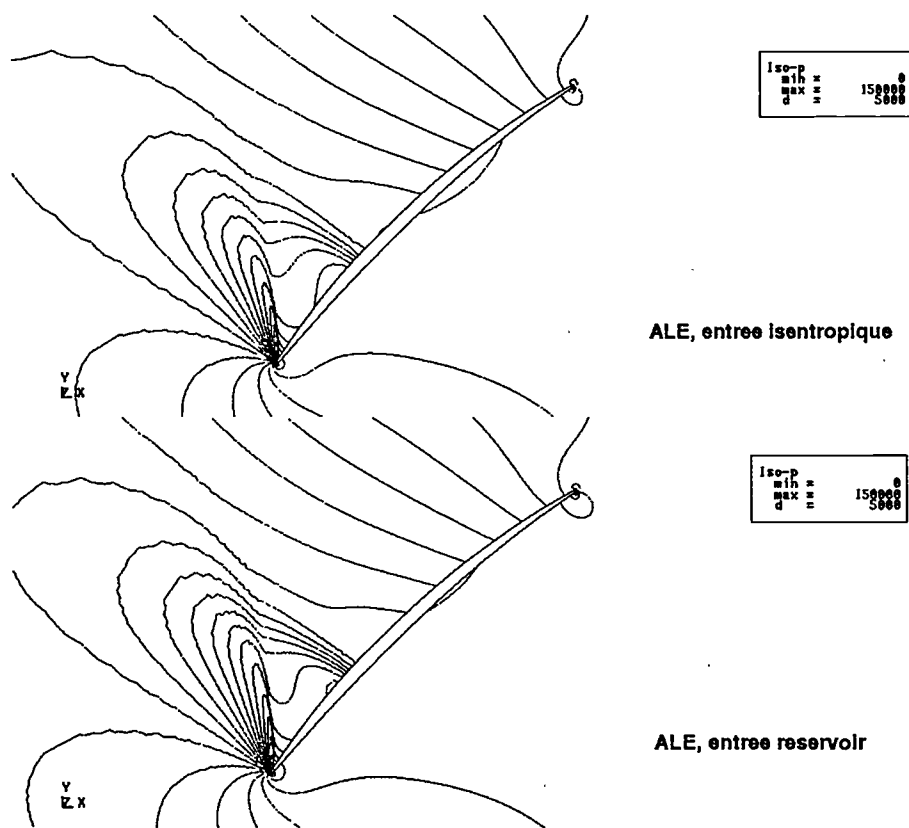


Figure B.12: Comparaison des conditions d'entrée: iso-lignes de pression statique

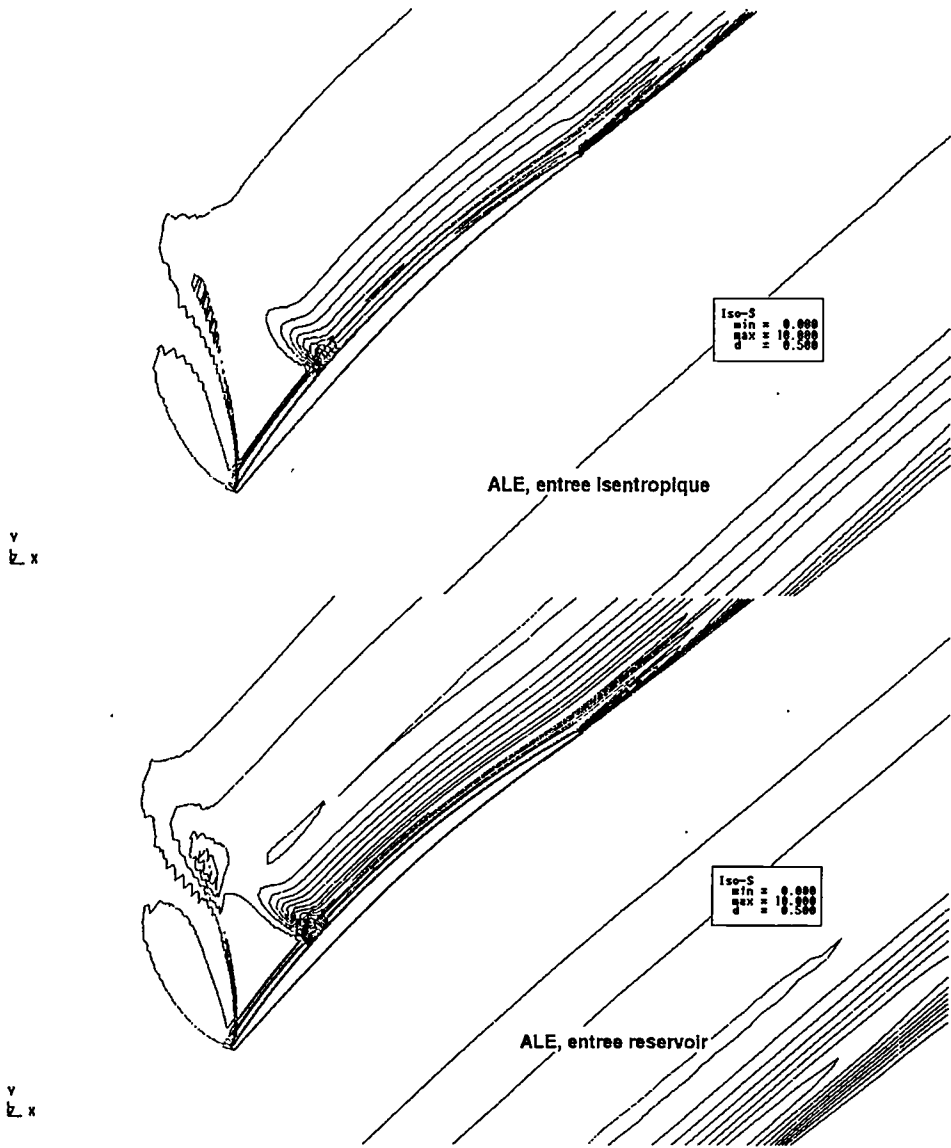


Figure B.13: Comparaison des conditions d'entrée: iso-lignes d'entropie

B.2 Cas visqueux laminaire

Le nombre de Reynolds tiré des mesures du LAMEP et basé sur la corde ($1,8 \cdot 10^6$) est significatif d'un écoulement turbulent. Il est donc peu justifié de faire des calculs visqueux sans modèle de turbulence. Néanmoins, afin de valider le calcul des flux visqueux en ALE sans avoir à considérer l'implémentation des modèles de turbulence, de tels calculs sont utiles. Leur but n'est pas de simuler une physique semblable à celle du banc d'expérience, mais de comparer un calcul ALE et un calcul classique, comme dans B.1.1. D'ailleurs, si on se place au même point de fonctionnement que les mesures du LAMEP, c'est la dissipation due à la viscosité turbulente qui permet aux couches limites décollées en aval du pied de l'onde de choc droit de rester stationnaires ; sans modèle de turbulence, les calculs ne convergent pas vers des états stationnaires.

Pour cette raison, ces calculs "laminaires" sont réalisés à un point de fonctionnement différent (équivalent à 75% de la vitesse de rotation expérimentale, pressions et températures légèrement plus élevées) pour lequel l'écoulement est subsonique et avec un schéma spatial de Roe du premier ordre. Ce schéma, très dissipatif, est peu précis, mais il a été choisi afin d'explorer des plages de points de fonctionnement pour lesquels l'écoulement est faiblement transsonique. Néanmoins, le point de fonctionnement retenu est complètement subsonique.

Pour la validation des méthodes, le choix de ce schéma n'a aucune importance, les flux Euler ayant été validés précédemment et les flux visqueux étant discrétisés avec un schéma centré (y compris dans l'opérateur implicite, voir annexe A).

L'écoulement sans ALE (repère relatif) est obtenu en imposant 48° d'angle entre la vitesse relative et l'axe x , 136777,5 Pa de pression totale et 315,8 K de température totale. La pression de sortie est fixée à 110000 Pa. Pour l'écoulement équivalent calculé en ALE, la vitesse de rotation imposée est telle que l'écoulement absolu à la frontière amont soit parallèle à l'axe. Les grandeurs totales imposées en entrée sont tirées des grandeurs statiques et des vitesses obtenues avec le calcul relatif correspondant (Soit 115754.4 Pa et 301.1 K). La même pression de sortie est imposée.

Les différences qu'on peut noter au niveau des processus de convergence (figure B.14) sont dues aux initialisations, qui ne sont pas équivalentes.

Les figures B.15 à B.18 montrent que les écoulements obtenus sont très proches, même dans la zone proche du bord de fuite, où les effets visqueux sont prépondérants.

Les flux visqueux en ALE sont donc validés.

B.3 Cas visqueux turbulent

Encore une fois, on s'est servi de l'invariance galiléenne pour valider le modèle de Baldwin Lomax utilisé dans le cadre de l'ALE. En effet, ce modèle est utilisé depuis de nombreuses années dans le code NSMB, et a été validé pour des calculs en maillages fixes. Mais la formulation ALE, dans laquelle l'écoulement "voit" des parois à vitesse non nulle, a nécessité quelques modifications (voir section 2.2.7). On a donc réalisé dans un premier temps un calcul classique (maillage fixe), pour lequel on se place dans le repère relatif, où les aubes sont fixes. Pour ce calcul, on a imposé directement l'angle de la vitesse relative mesurée au LAMEP, et la pression de sortie a permis de régler la norme de la vitesse (relative) à l'amont. Les calculs ALE correspondants ont alors été réalisés en faisant subir un changement de repère, le plus précisément possible, aux conditions d'entrée / sortie du calcul sans ALE. Sans être exactement sur le même point de

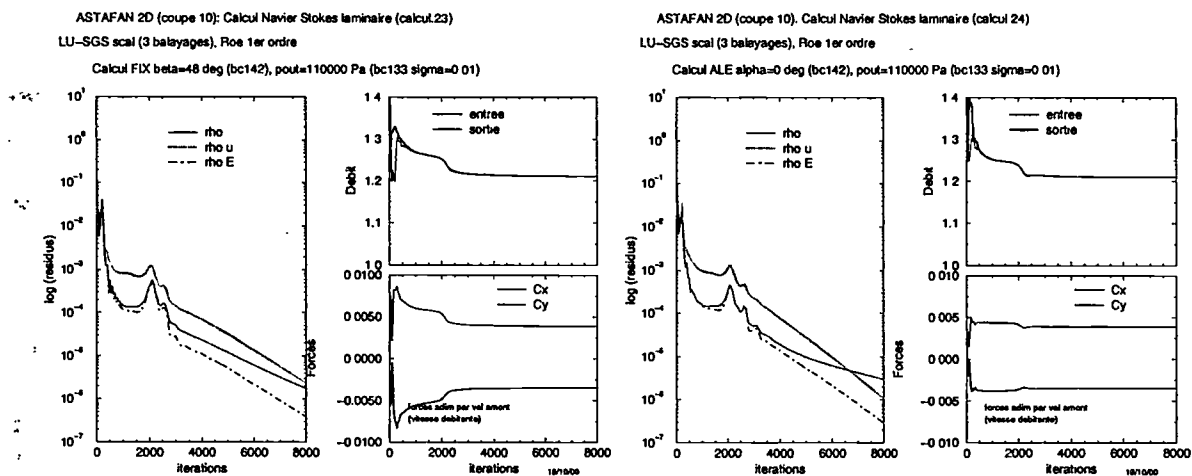


Figure B.14: Comparaison calcul ALE / calcul pales fixes en Navier Stokes laminaire : historiques de convergence

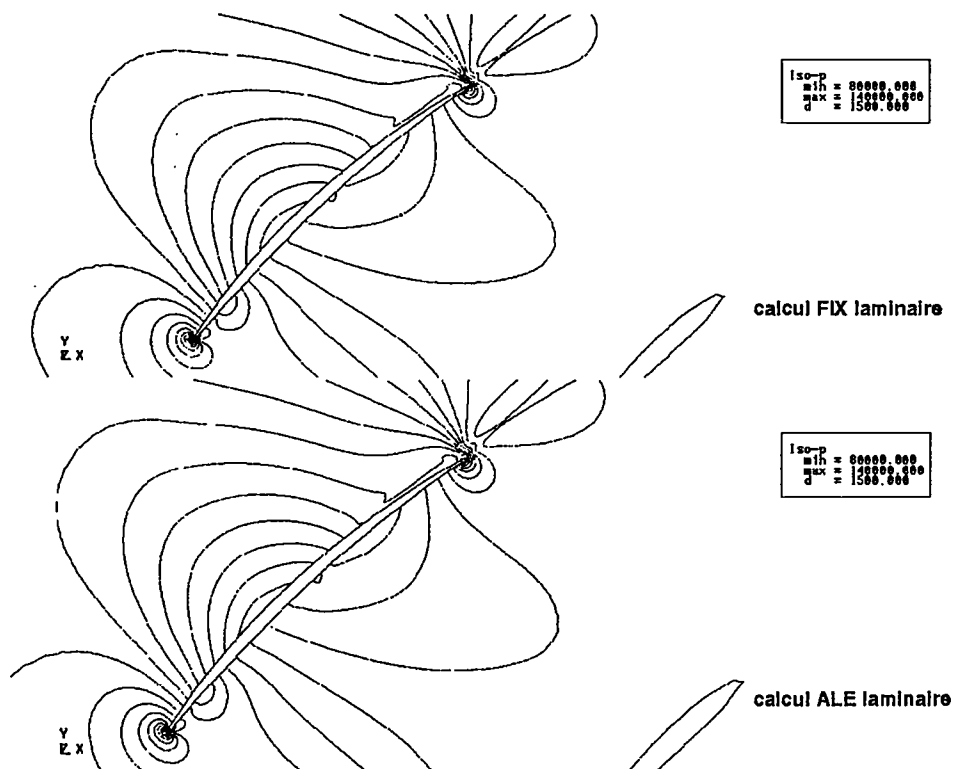


Figure B.15: Comparaison calcul ALE / calcul pales fixes en Navier Stokes laminaire : iso-lignes de pression statique

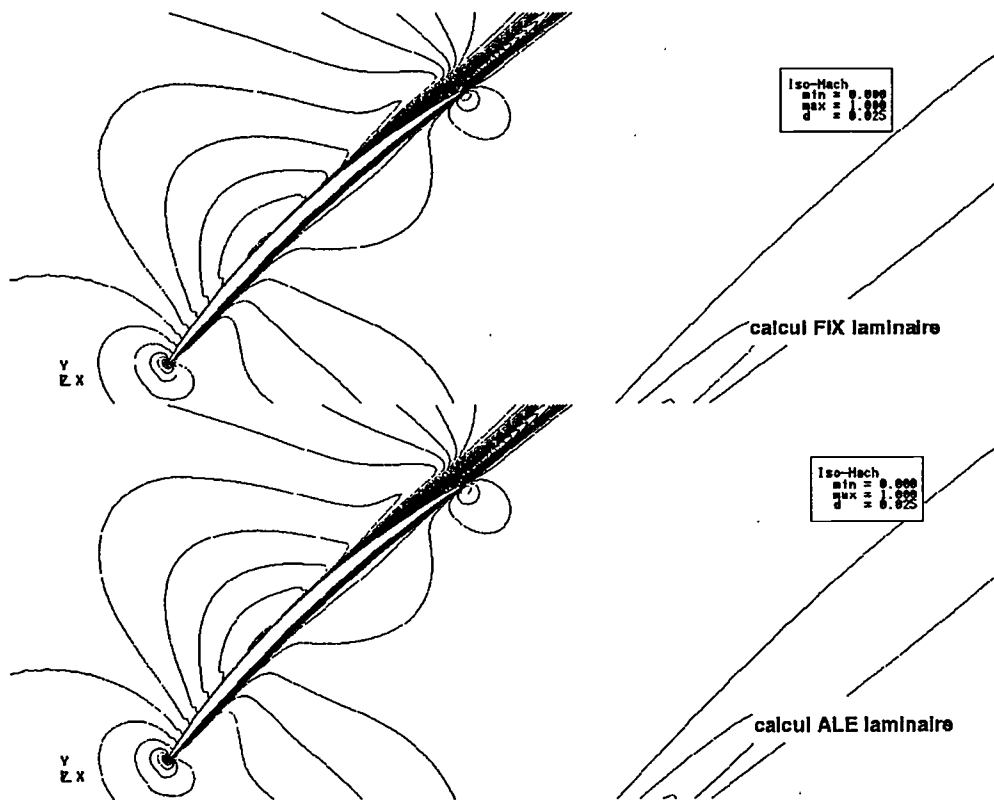


Figure B.16: Comparaison calcul ALE / calcul pales fixes en Navier Stokes laminaire : iso-lignes du nombre de Mach

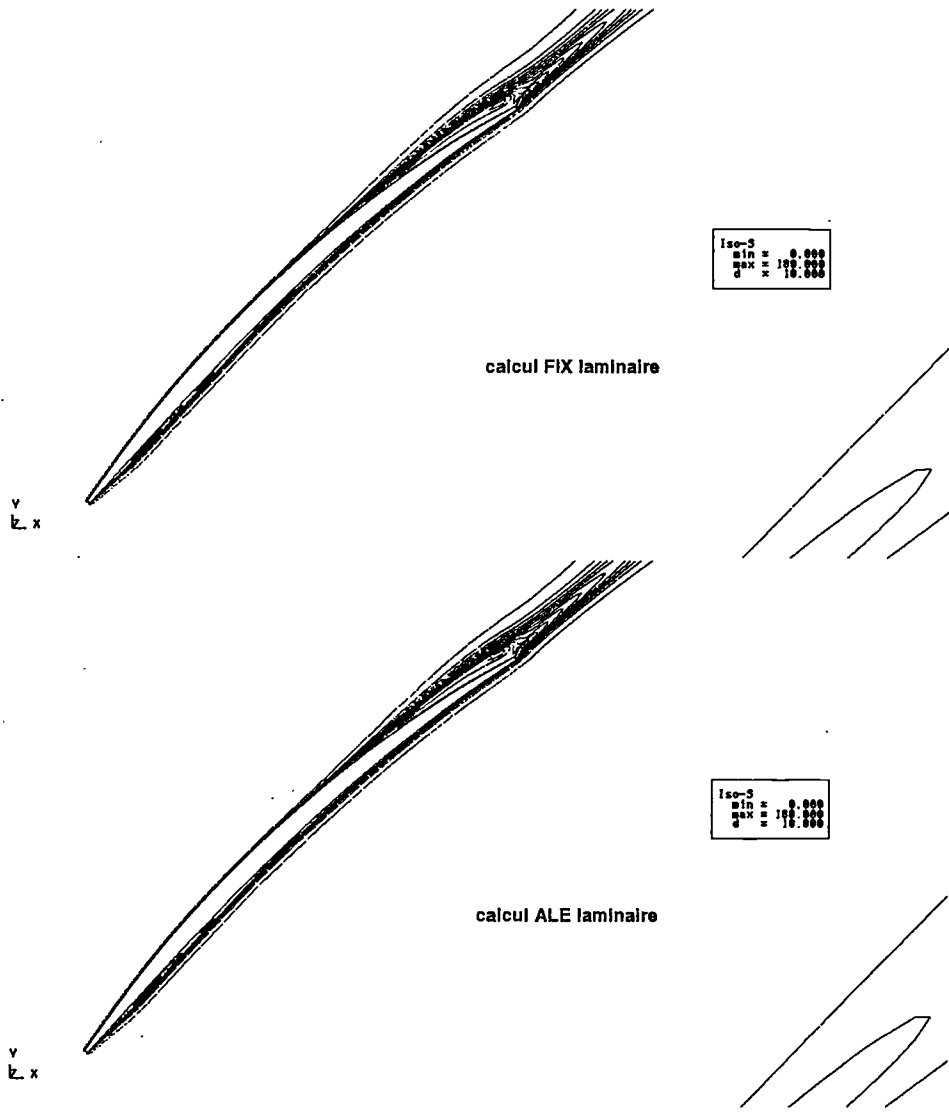


Figure B.17: Comparaison calcul ALE / calcul pales fixes en Navier Stokes laminaire : iso-lignes de l'entropie

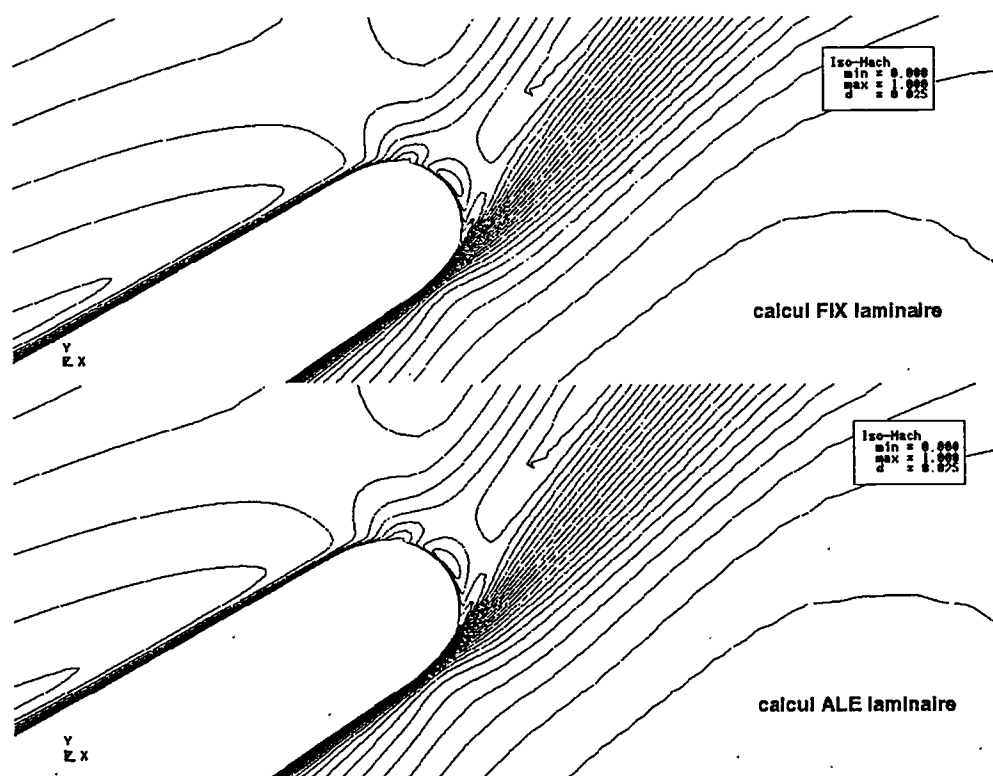


Figure B.18: Comparaison calcul ALE / calcul pales fixes en Navier Stokes laminaire : bord de fuite (nombre de Mach)

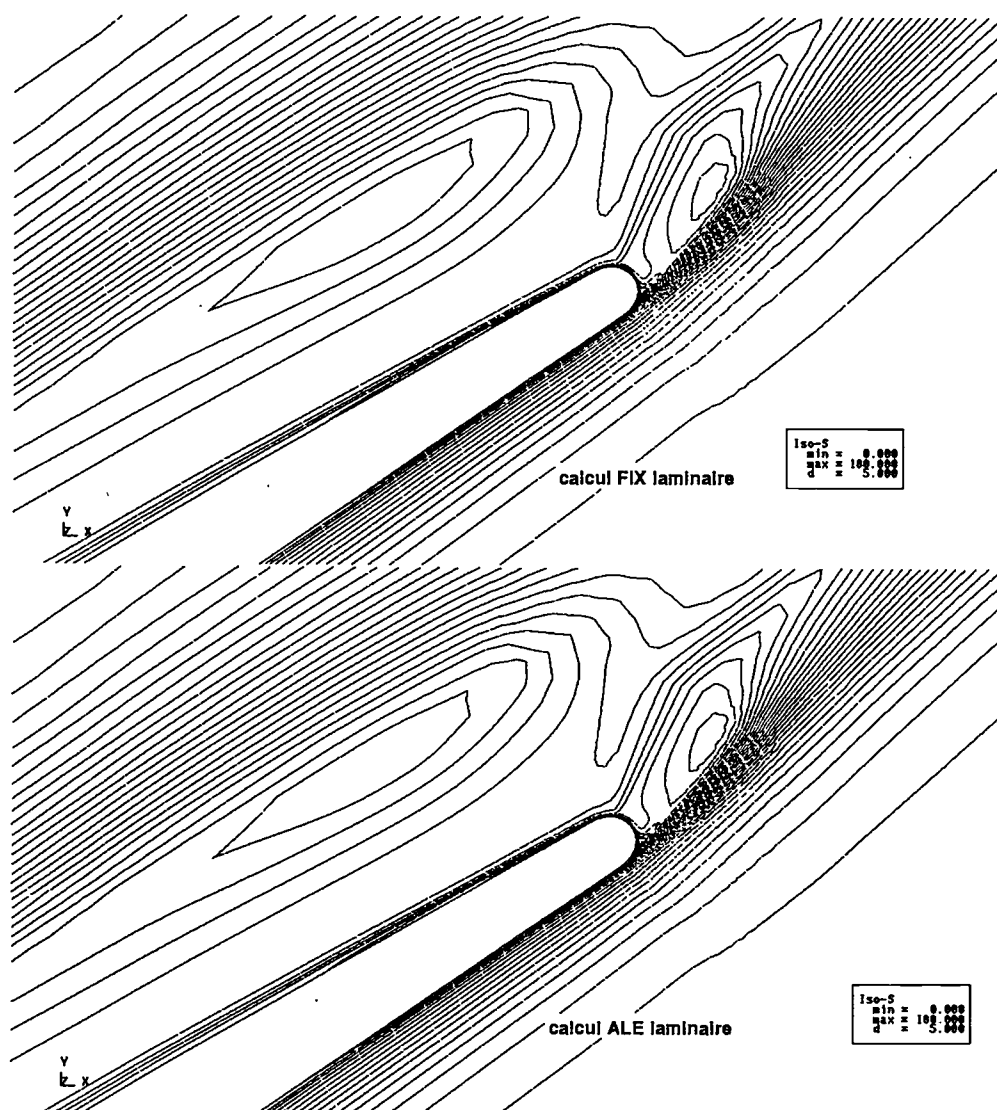


Figure B.19: Comparaison calcul ALE / calcul pales fixes en Navier Stokes laminaire : bord de fuite (entropie)

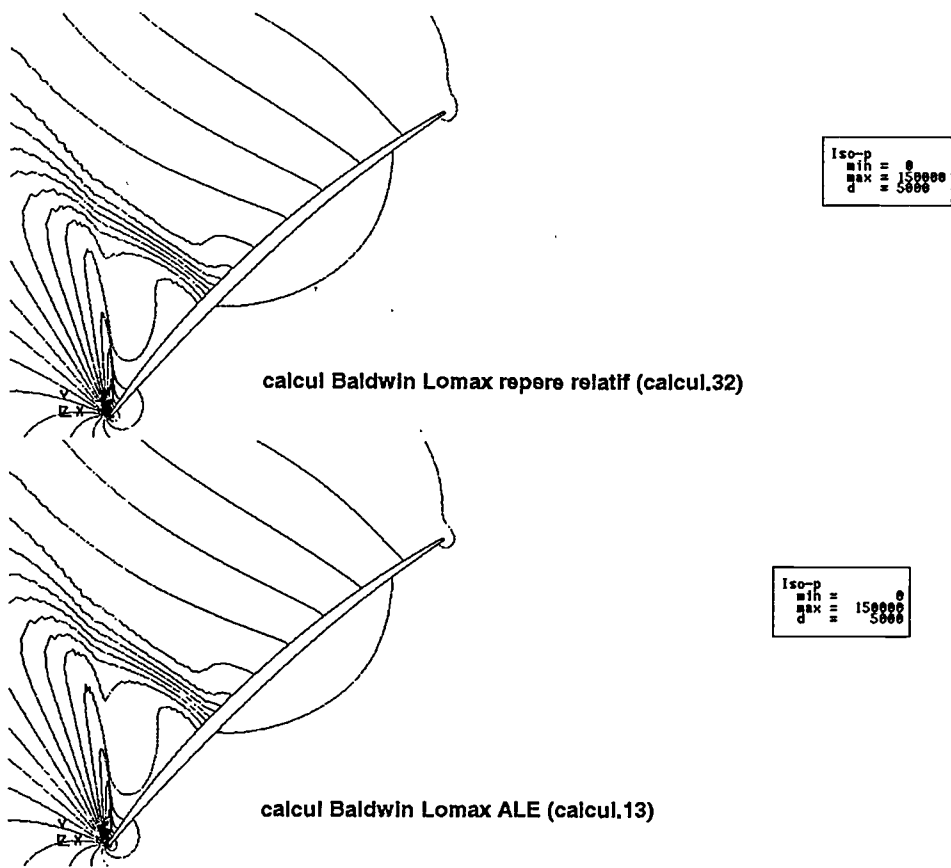


Figure B.21: Comparaison calcul ALE / calcul pales fixes (Baldwin Lomax) : iso-lignes de pression statique

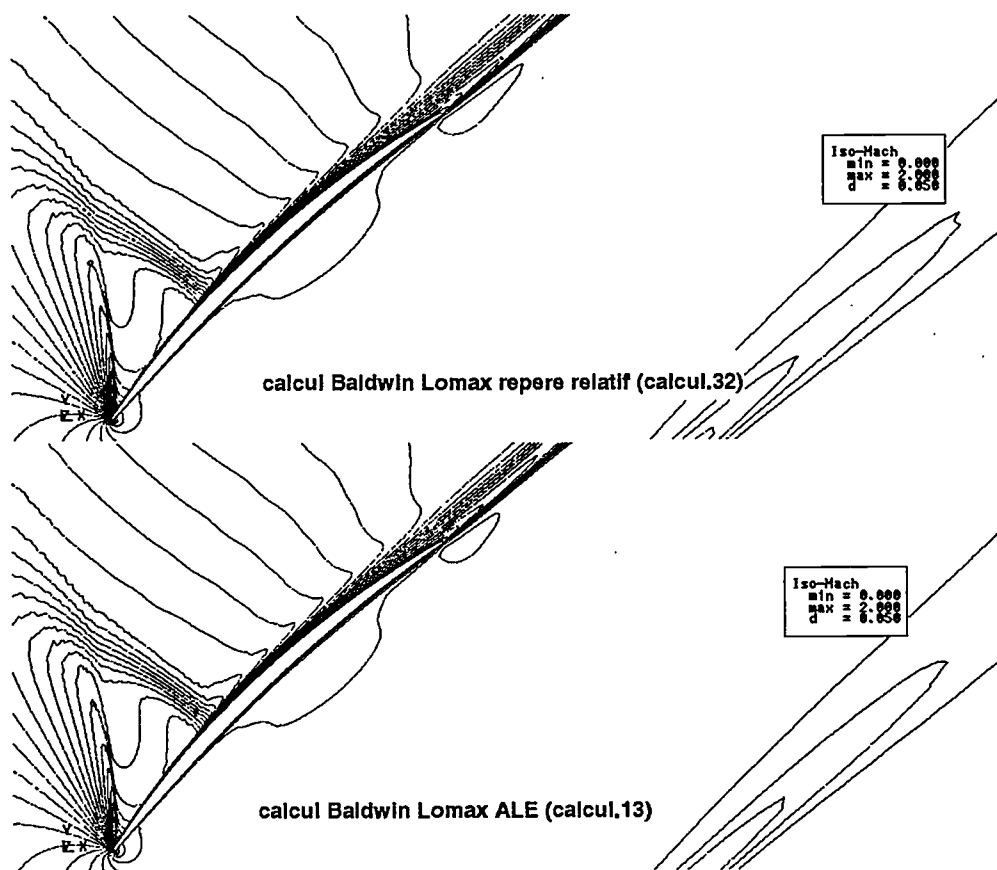


Figure B.22: Comparaison calcul ALE / calcul pales fixes (Baldwin Lomax) : iso-lignes du nombre de Mach

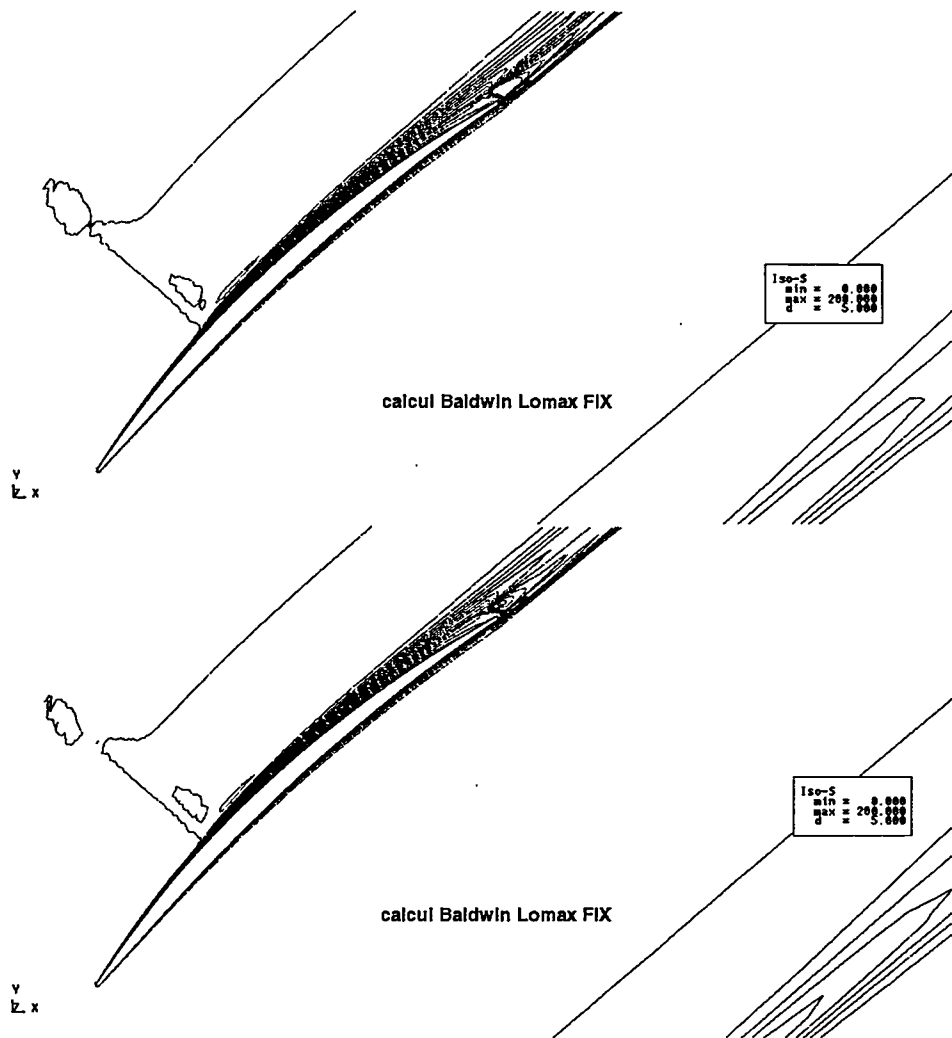


Figure B.23: Comparaison calcul ALE / calcul pales fixes (Baldwin Lomax): iso-lignes d'entropie

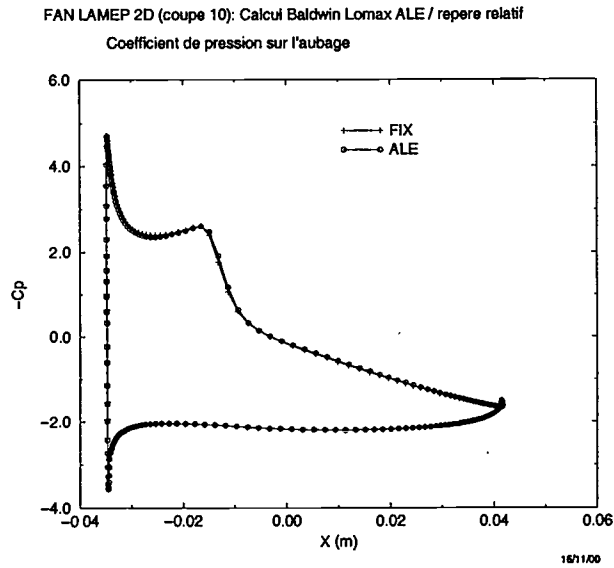


Figure B.24: Comparaison calcul ALE / calcul pales (Baldwin Lomax) : répartition du coefficient de pression statique

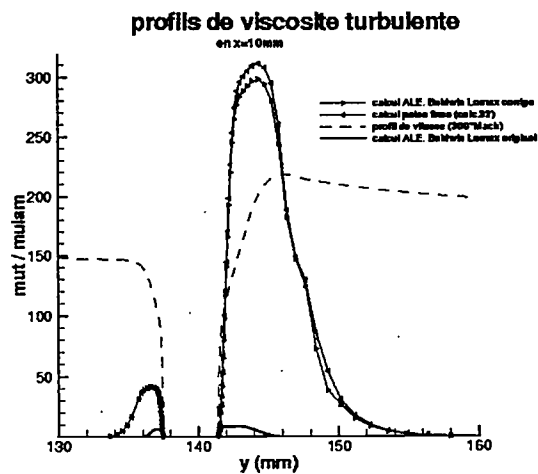


Figure B.25: Profils de viscosité turbulente (Baldwin Lomax) en aval de l'onde de choc

Annexe C

Validation instationnaires des méthodes numériques

C.1 Description des cas-tests

Afin de qualifier les conditions aux limites instationnaires (entrée, sortie et condition de “phase-lag”), quatre cas-tests (mono et bidimensionnels) ont été choisis. Le premier simule la propagation monodimensionnelle d’une onde entropique et est utilisé pour valider la condition de périodicité spatio-temporelle. Les deux cas-tests suivants, bidimensionnels, représentent un sillage défilant dans une boîte vide. L’écoulement est subsonique et non-visqueux. Dans le premier cas bidimensionnel, le sillage est représenté par un déficit gaussien de vorticité pur. (c.  .d., pas de perturbation entropique ni acoustique). Pour le deuxième cas bidimensionnel, une perturbation gaussienne est impos  e sur les grandeurs d’arrêt (température et pression), afin de se rapprocher des conditions utilis  es pour les calculs de turbomachines et de valider cette dernière condition (cf section 2.3.2.4) en instationnaire. Enfin, un cas bidimensionnel non-visqueux, sur la configuration de la soufflante transonique ASTAFAN, a été calculé afin de valider les différents éléments sur un cas proche de celui analysé dans la section 4.

Notons que les trois premiers cas sont traités de manière non dimensionnelles, c’est à dire que les grandeurs de l’écoulement, sans dimension, sont de l’ordre de l’unité (et l’équation d’état des gaz parfaits s’écrit sans faire intervenir r_g : $\frac{p}{\rho} = T$). En revanche, le dernier cas est traité de manière dimensionnelle, avec des unités SI.

C.2 Onde entropique 1-D

Le principe de ce cas test est de laisser évoluer un champs qui presente initialement une perturbation entropique pure, c  d sans perturbation acoustique. Cette dernière condition se traduit par $\frac{\partial p}{\partial x} + \rho c \frac{\partial u}{\partial x} = 0$ et $\frac{\partial p}{\partial x} - \rho c \frac{\partial u}{\partial x} = 0$, soit u et p constant, et l’onde convective est donn  e sous la forme d’une perturbation gaussienne sur ρ :

$$\rho = \rho_0 + \delta\rho e^{-\left(\frac{x-x_0}{\sigma}\right)^2}$$

($\delta\rho$, σ et x_0 amplitude, largeur et position initiale de la perturbation). Cette perturbation est alors convect  e jusqu’à la sortie du domaine, puis r  inject  e en entrée par le biais d’une condition périodique. Ce cas permet de valider la condition de phase-lag (périodicité spatio-temporelle) en

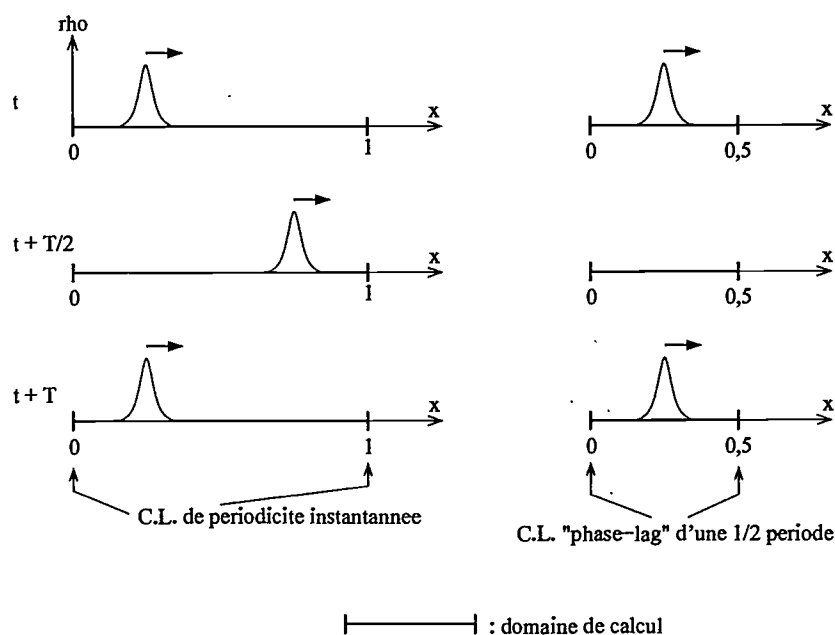


Figure C.1: Schéma de principe du cas test de validation de la condition de périodicité spatio-temporelle (onde entropique 1D)

comparant un calcul avec une condition de périodicité instantanée imposée sur les faces d'entrée - sortie à un calcul réalisé sur un domaine de calcul moitié moins long, avec sur les faces d'entrée - sortie une condition de périodicité spatio-temporelle qui applique un retard d'une demi période. Les maillages utilisés sont cartésiens, à pas constant (pas en x : 0.0025 soit 400 cellules pour le maillage $x \in [0, 1]$ et 200 cellules pour le maillage phase-lag). Un schéma de principe de ce cas test est présenté figure C.1.

L'écoulement est subsonique: nombre de Mach = 0,4726, ce qui donne un temps de convection sur une longueur unité de 2. La perturbation initiale a une amplitude de 1%, et une largeur de 0.05, soit 20 mailles. Pour l'avance en temps, la méthode Dual Time Stepping a été utilisée, avec pour la discrétisation des dérivées temporelles un schéma implicite décentré précis au deuxième ordre et pour la convergence de chaque pas de temps, une méthode itérative de type Newton (LU-SGS avec un CFL pour la boucle interne quasi-infini - 10^9). La convergence de la boucle interne est dite atteinte quand les résidus sur ρ ont décréu de trois ordres. Le schéma spatial utilisé est le schéma centré d'ordre 2 classique, auquel on ajoute de la dissipation artificielle d'ordre 4 (valeur du coefficient : 0,015)

C.2.1 Ecoulement constant et uniforme

Dans un premier temps, l'amplitude de la perturbation a été fixée à zéro afin de vérifier l'implémentation du "phase-lag". Une demi-longueur de boîte est maillée, et on applique sur les frontières le vecteur d'état obtenu une demi-période plus tôt dans la cellule intérieure de la frontière opposée. A condition d'initialiser le tableau à mémoire temporelle suffisamment précisément (c'est à dire au zéro machine, et pour les deux rangées de cellules fictives) pour la première demi-période, on vérifie que l'écoulement uniforme est conservé pendant au moins 10

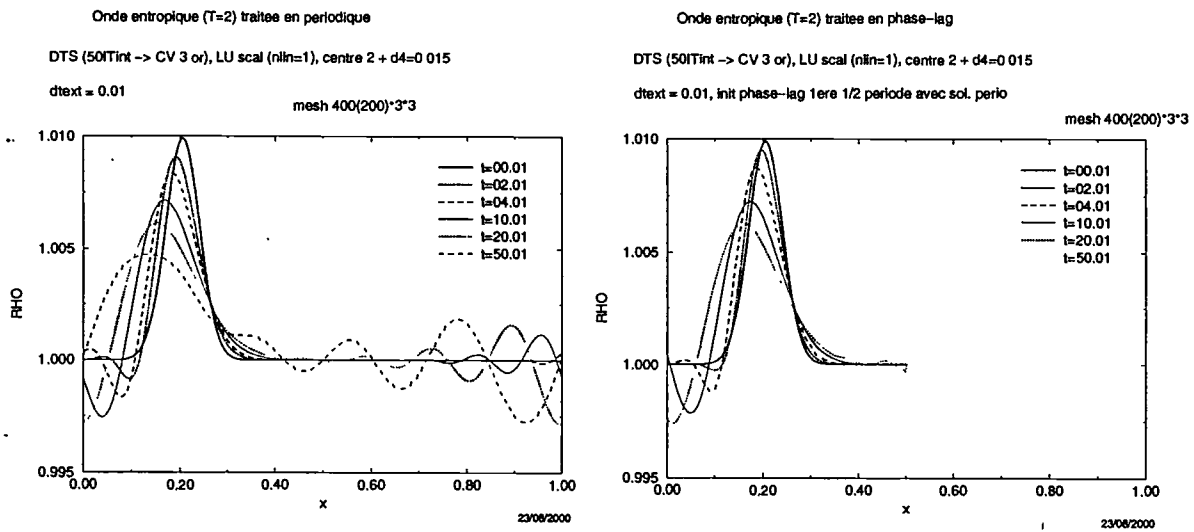


Figure C.2: ρ à différents instants (cas périodique et phase-lag)

périodes.

C.2.2 Onde entropique

Pour ce cas monodimensionnel, il est important d'initialiser les tableaux à mémoire temporelle à partir du résultat du calcul périodique, afin que le vecteur d'état appliqué aux frontières corresponde exactement au champs résolu à l'intérieur du domaine. En effet, si ce n'est pas le cas, une onde acoustique naît à la frontière $x = 1/2$ quand la perturbation entropique rencontre celle-ci, remonte l'écoulement pour venir se réfléchir sur l'autre frontière, et ainsi de suite, créant ainsi un réseau d'onde qui s'amplifie jusqu'à faire diverger le calcul. Sur un cas bi ou tri-dimensionnel, pour lequel la condition de "phase-lag" est appliquée sur les faces transversales par rapport à l'écoulement, des conditions d'entrée - sortie partiellement réfléchissante ou non-réfléchissante doivent en théorie permettre d'évacuer ces parasites.

Pour le calcul de référence (entrée - sortie périodique), la présence de la dissipation artificielle explique la différence entre la solution obtenue et la solution analytique, qui consiste en la convection pure de la perturbation. La figure C.2 montre, pour le cas de référence et le cas traité en "phase-lag", le profil de ρ à l'initialisation et au bout de 1, 2, 5, 10 et 25 pseudo-périodes (soit des temps non-dimensionnels de 2, 4, 10, 20 et 50). Sur les premières pseudo-périodes, on observe une bonne concordance entre les deux calculs. La différence entre les deux cas s'explique par le fait que, pour le calcul avec "phase-lag", la perturbation n'est pas présente dans le domaine pendant la moitié de chaque pseudo-période; elle est donc moins dissipée.

Après 10 périodes, on voit sur la figure C.3 que la solution obtenue avec "phase-lag" n'a plus une pression tout à fait constante (écart de quelques 10^{-10}). Après 35-40 périodes (figure C.4), la dissipation a tant déformé le profil de ρ que l'hypothèse de périodicité n'a plus aucun sens; il se passe alors le même phénomène que celui décrit dans le cas d'une mauvaise initialisation, et le calcul avec phase-lag fait apparaître des oscillations divergentes.

Ces résultats constituent une première validation de la condition de "phase-lag", dans la mesure

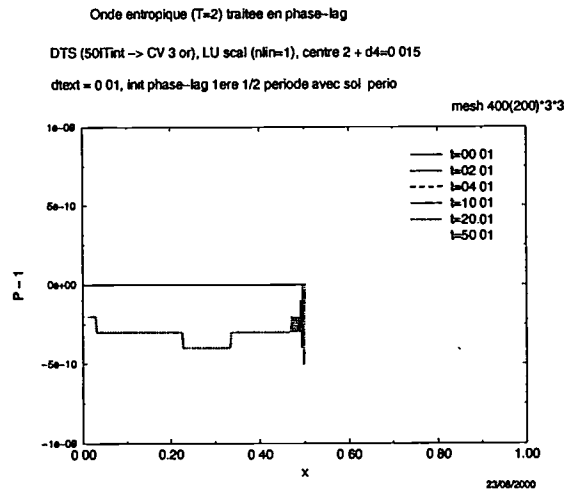


Figure C.3: Pression à différents instants (cas phase-lag)

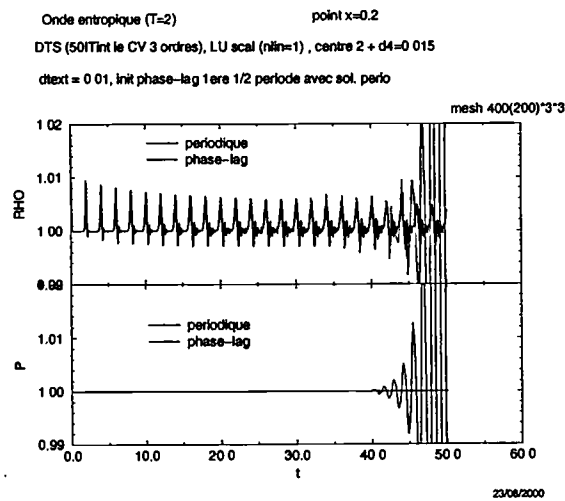


Figure C.4: Evolution temporelle des variables au point d'abscisse 0.2

où elle permet de retrouver un phénomène pseudo-périodique qui sort du domaine de calcul pendant la moitié de chaque pseudo-période, sans rajouter de bruit numérique tant que l'hypothèse de périodicité n'est pas trop mise en défaut.

C.3 Premier cas 2-D: déficit de vorticité pure

L'écoulement rentrant dans la boite de calcul est caractérisé par sa vitesse axiale u_0 et latérale v_0 , ainsi que par la vitesse de défilement du sillage V_d . La période de défilement T est définie par $T = \frac{L}{V_d}$ où L est la période spatiale, qui vaut 1. Le déficit au centre du sillage vaut 10% de la vitesse, la largeur du sillage, $L/4$, et le nombre de Mach (hors perturbation), 0.76181.

L'entrée instationnaire est isentropique; la sortie est partiellement réfléchissante. L'écoulement étant non-visqueux, on s'attend à trouver, à un instant donné, le motif perturbé de l'entrée convecté à la vitesse $(u_0, v_0 - V_d)$, et ce sillage doit se déplacer latéralement dans la boite de calcul à la vitesse V_d . Cette solution analytique donne une pression constante.

Dans le cas particulier présenté ici, $v_0 - V_d$ vaut $1/2u_0$ (ce qui pourrait être représentatif du sillage d'un rotor alimenté axialement et qui induirait une déflexion de 75 degrés).

Pour avancer en temps, la méthode du Dual Time Stepping a été utilis e. Pour chaque pas de temps, les équations de Navier-Stokes sont résolues avec LU-SGS simple (un seul aller-retour LU), les termes instationnaires étant discrétisés avec le schéma "implicit backward" d'ordre 2. Un des intérêts de cette méthode est que la valeur du pas de temps n'est pas limit e par des critères numériques (stabilité). Pour ce cas, le pas de temps externe a été choisie tel qu'une période de passage du sillage est décrite par 200 pas de temps. Le critère d'arrêt de la boucle interne est une décroissance de 4 ordres pour les résidus sur ρ (norme L2) ou 40 itérations. Une avance en temps explicite, avec un schéma de Runge-Kutta à 4 pas a également été utilis e comme référence.

Pour la discrétisation spatiale, le schéma décentré de Roe d'ordre 2 a été utilisé, ainsi qu'un schéma centré d'ordre 4 (avec une dissipation artificielle de Jameson d'ordre 4 -coefficient $d_4 = 0.05$), a priori plus adapté à un tel écoulement subsonique. Le maillage de base utilisé est cartésien, à mailles carr es. La taille de maille vaut $L/100$, soit 25 mailles pour décrire le sillage. Pour tous les cas (i.e. largeur = L ou largeur = $L/2$), la longueur de boite "utile" (c'est à dire sans compter la zone tampon) est de $2L$.

C.3.1 Résultats sur boite périodique (largeur = L)

Un cas de référence a été obtenu en réalisant le calcul instationnaire sur une boite de largeur L . Dans ce cas, une condition de périodicité classique est impos e sur les faces latérales de la boite de calcul.

Pour ce cas, 30 itérations dans la boucle interne suffisent pour faire tomber les résidus de 4 ordres. Il est à noter que le domaine de calcul est initialisé avec la solution analytique à $t = 0$. La figure C.5 présente l'évolution au cours du temps de la pression en un point au milieu du domaine. Les réflexions d'ondes acoustiques sur les faces d'entrée - sortie de la boite cartésienne entraînent une divergence des oscillations de pression (trait discontinu), malgré l'absence de perturbation acoustique en entrée de domaine. La perturbation acoustique semble être initialement g n r e par la condition de sortie, qui est mal adapt e à un écoulement avec une telle

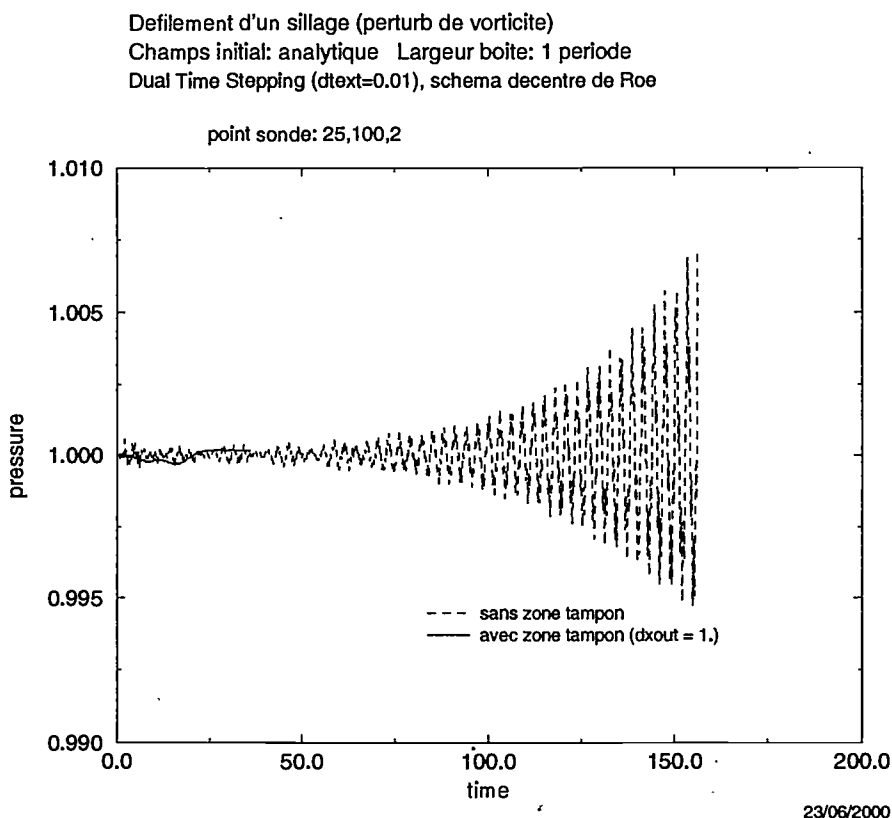


Figure C.5: Effet d'une zone tampon

incidence (56.3°). Afin de filtrer les ondes artificiellement introduites par la condition de sortie, on a rajouté une zone tampon en sortie de domaine, constituée de mailles étirées dans la direction axiale ("stretching" de 1.1, taille de dernière maille = 1, soit 100 fois la taille de maille du domaine utile, longueur totale $L' = 12.803$). Ainsi, toute l'acoustique de longueur d'onde selon x inférieure à 1 ne doit pas remonter le domaine. On obtient, sur la figure C.5, la courbe pleine, pour laquelle un régime périodique est atteint à partir de $t = 25$ (soit 12,5 périodes de défilement du sillage). Le transitoire observé correspond au temps mis par une perturbation acoustique pour aller de l'entrée à la sortie ($\frac{L'}{c+u_0} = 7.6$), puis de la sortie au point de mesure ($\frac{L'-L}{c-u_0} = 17.3$). On peut voir ce transitoire de manière plus précise sur les figures C.6 et C.7.

La figure C.6, qui représente deux calculs avec zone tampon, permet de comparer les deux discrétisations spatiales utilisées. Sur la courbe de quantité de mouvement, on observe quantitativement l'effet de la dissipation numérique du schéma de Roe, puisqu'il sous-prédit le déficit de vitesse (déficit de 0,042 au lieu de 0,05 théoriquement et 0,049 pour le schéma centré d'ordre 4 ; on se permet de confondre vitesses et quantité de mouvement car on a vérifié que les variations de ρ étaient négligeables devant le déficit de vitesse), alors qu'avec le schéma centré d'ordre 4, la différence par rapport à la valeur analytique est négligeable. L'écart par rapport au niveau moyen de pression (analytique) est l'ordre de 0,02 % pour les deux schémas, et est imputable à la condition de sortie et à la zone étirée. On observe également des oscillations basse-fréquences (période $\simeq 0.555$ soit 0,28 périodes de défilement du sillage) d'amplitude très faible ($5 \cdot 10^{-5}$),

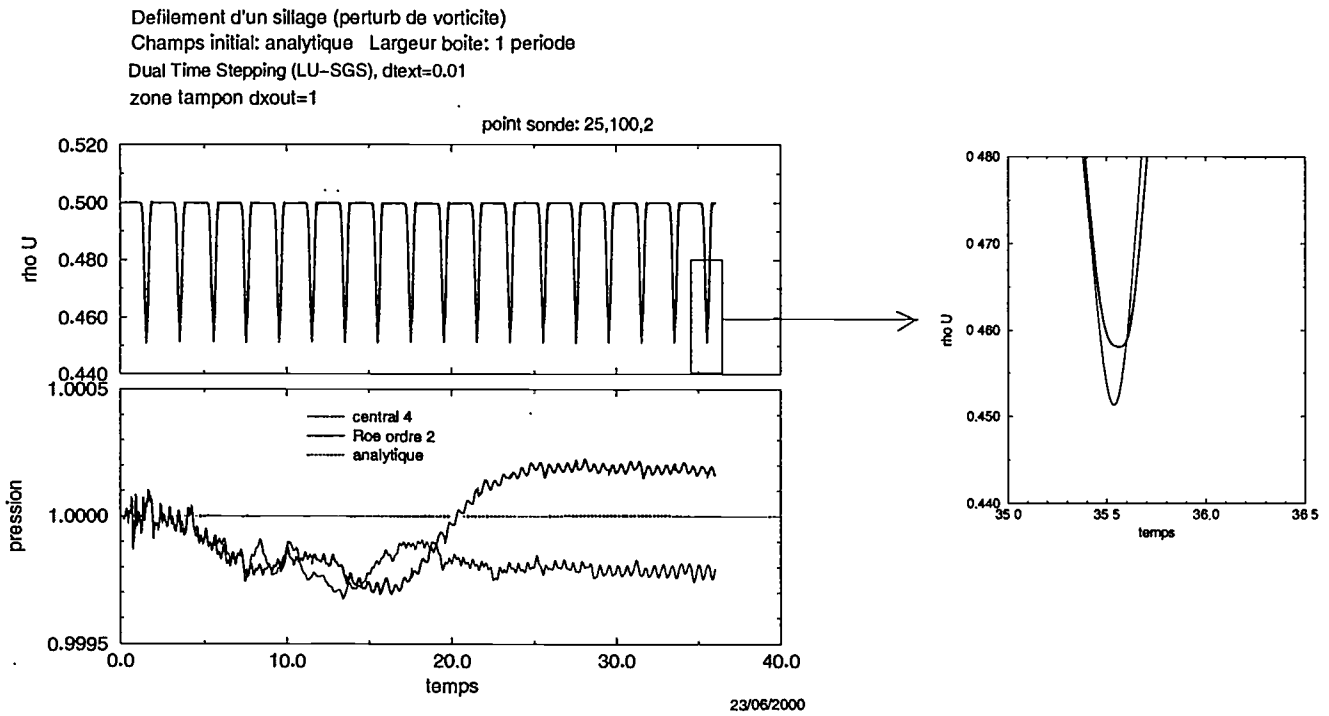


Figure C.6: Effet des schémas spatiaux en Dual Time Stepping

d'origine indéterminée.

Les mêmes calculs effectués en Runge-Kutta conduisent à un résultat similaire (figure C.7), si ce n'est que de plus hautes fréquences sont captées, ce qui est évident car la discrétisation temporelle est plus fine: un CFL explicite de 0,8 a été utilisé, qui correspond à un pas de temps de 0,001844, à comparer au pas de temps externe du Dual Time Stepping de 0,01. Il est donc naturel d'observer des oscillations à des fréquences environ 5 fois plus élevées. On retrouve ces résultats sur la courbe C.8, où les deux méthodes temporelles sont comparées pour le schéma centré d'ordre 4. (le déphasage des courbes de vitesse est un défaut de post-processing, dû à un manque de précision au passage entre nombre d'itérations et valeur du temps courant pour le cas du calcul explicite)

C.3.2 Résultats sur boîte demi-périodique (largeur = $L/2$)

Afin de valider la condition de périodicité spatio-temporelle (voir section 2.3.2.8), on veut retrouver les résultats précédents en ne maillant qu'une demi période en largeur et en appliquant sur les faces latérales un retard de phase d'une demi période par rapport à la face opposée.

Il a été impossible de reproduire ces résultats de cette manière avec le schéma centré d'ordre 4. Avec des conditions de calcul identiques aux cas de largeur de boîte L , des oscillations (wiggles) apparaissent sur les faces latérales de la zone tampon, puis remontent l'écoulement d'une part, et sont réinjectées aux faces latérales à la période suivante, ceci jusqu'à divergence du calcul. Afin de minimiser les erreurs d'approximation dans la résolution du système linéaire par la méthode LU, particulièrement dans la zone où les mailles sont fortement étirées, l'approximation de

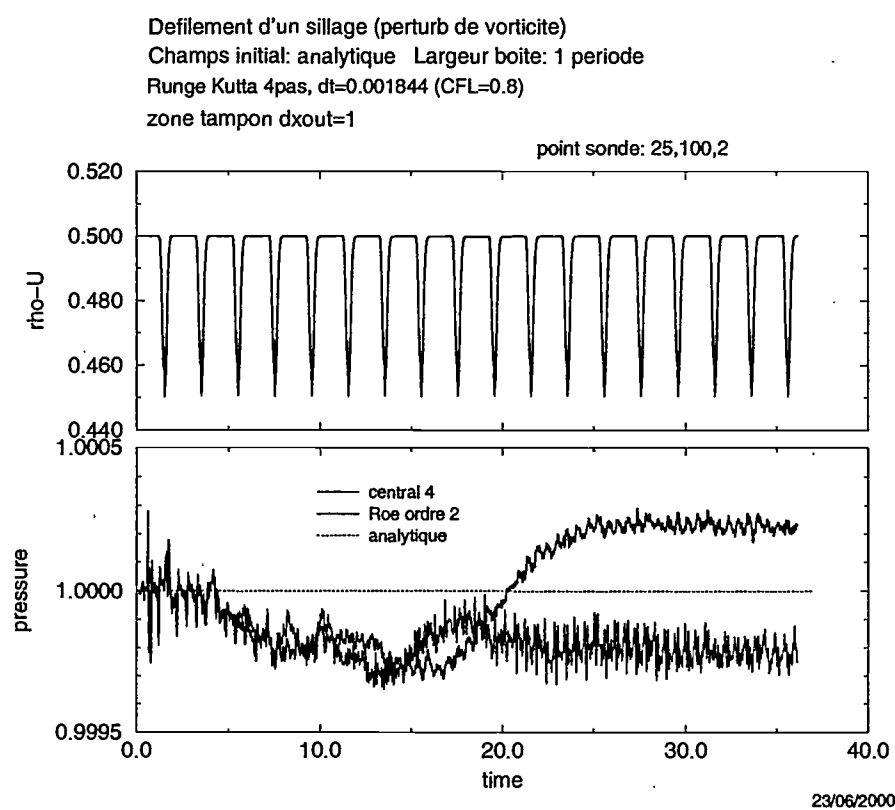


Figure C.7: Effet des schémas spatiaux en explicite

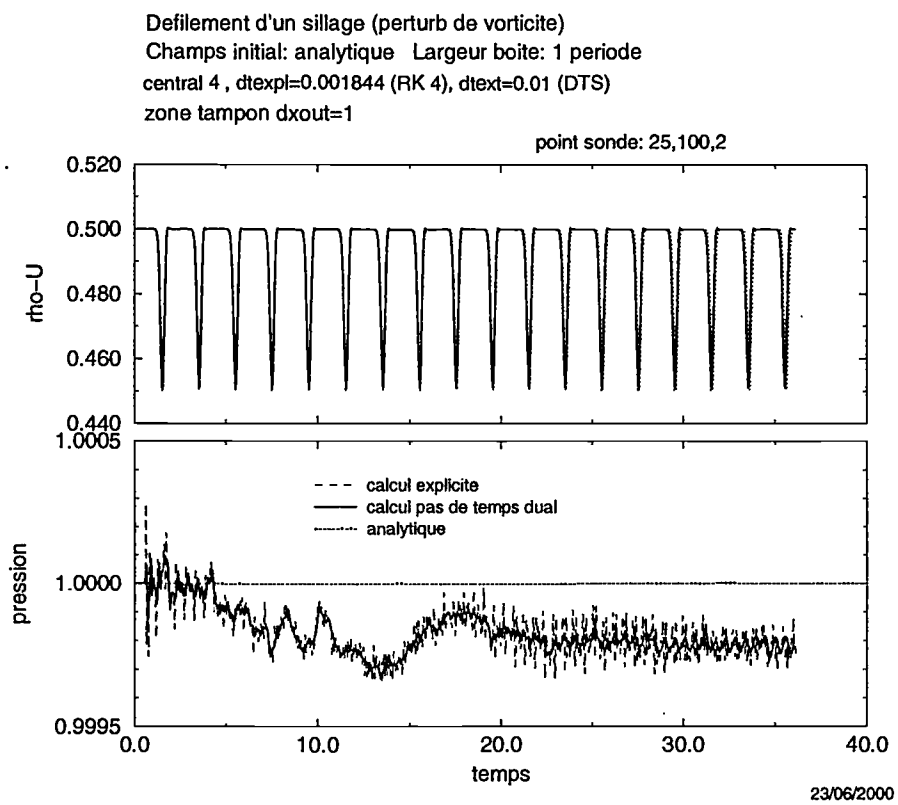


Figure C.8: Effet du schéma en temps (central 4)

Yoon and Jameson (qui consiste à approximer le jacobien de l'opérateur implicite par son rayon spectral, réf. [126]), a été remplacée par une définition matricielle du jacobien, sans plus de succès. De même, une dissipation artificielle d'ordre 4 deux fois plus forte n'a pas été suffisante pour stabiliser le calcul. L'application d'une condition de non-réflexion sur les faces latérales de la zone tampon a été également testée, sans plus de succès. On verra dans la section C.4 que la sous-relaxation du stockage direct pour la condition de périodicité spatio-temporelle, proposée par Chen et Barter dans la réf. [24], aurait sans doute permis de faire converger ce calcul. Néanmoins, cette correction n'a pas été employée sur ce cas. Par contre, elle l'a été sur le cas présenté ci-dessous.

C.4 Deuxième cas 2-D: déficit de p_t et T_t

Les caractéristiques de ce cas-test sont semblables à celles du cas précédent, à la différence que le sillage, de même inclinaison, se déplace maintenant dans le sens des y décroissants (avec toujours $v_0 - V_d = 1/2u_0$). Il en résulte un écoulement moins incident ($-26,565^\circ$) et un nombre de Mach plus faible (0,4725). La vitesse axiale u_0 a ainsi la même valeur que dans le cas décrit précédemment. Les déficits imposés sur les grandeurs totales sont plus faibles que ceux imposés sur la vitesse: 2 % en amplitude, pour une largeur de la gaussienne identique. Les temps de convection sont donc identiques au cas précédent (4 pour le maillage sans zone tampon et 25,606 pour le maillage avec zone tampon), ainsi que les temps de propagation axiale des perturbations acoustiques.

C.4.1 Résultats sur boîte périodique (largeur = L)

Sauf cas précisés, les résultats présentés plus bas ont été obtenus avec les méthodes numériques qui se sont révélées optimales lors des essais du paragraphe C.3: Dual Time Stepping, schéma temporel implicite décentré d'ordre 2, LU-SGS (un seul aller-retour) dans la boucle interne convergé de 4 ordres, schéma spatial centré d'ordre 4.

La solution n'est plus constituée du motif d'entrée convectée selon la vitesse absolue. Comme on peut le voir sur les figures C.9 à C.10, après passage du sillage, la vitesse et la pression totale remontent rapidement au dessus de leur valeur free-stream, puis décroissent lentement jusqu'au passage du prochain sillage. Ces résultats se retrouvent également sur les figures C.11 et C.12, qui représentent les champs instantanés pour les cas avec et sans zones tampon, en quatre instants équirépartis sur une période. Outre le décalage de niveau moyen de la vitesse entre les deux cas, on remarque sur ces figures l'effet du caractère monodimensionnel des conditions aux limites, notamment la condition d'entrée, qui se ressentent jusqu'à une distance de plus de $\frac{L}{10}$ des frontières, soit plus de dix mailles. On notera également sur ces figures la dégradation de la solution dans la zone tampon.

Pour ce cas, on n'a pas cherché à pousser jusqu'à une éventuelle divergence le calcul sans zone tampon. Néanmoins, la figure C.10 permet d'observer que le bruit en un point situé au milieu du domaine utile, et après 18 périodes de passage du sillage est beaucoup plus faible avec la zone tampon: $2 \cdot 10^{-5}$, contre $2 \cdot 10^{-4}$ pour la sortie située en $x=2$. Notons que cet instant correspond à plus de huit allers-retours acoustiques pour le calcul où seule la zone utile est maillée, et à 1,36 aller-retour pour l'autre maillage. La zone étirée (mêmes caractéristiques que dans C.3) a donc bien dissipé les ondes acoustiques qui remontent de la sortie du domaine. La figure C.10 montre qu'on ne converge pas vers la même pression (- 0.2 %), ce qui se ressent sur les vitesses

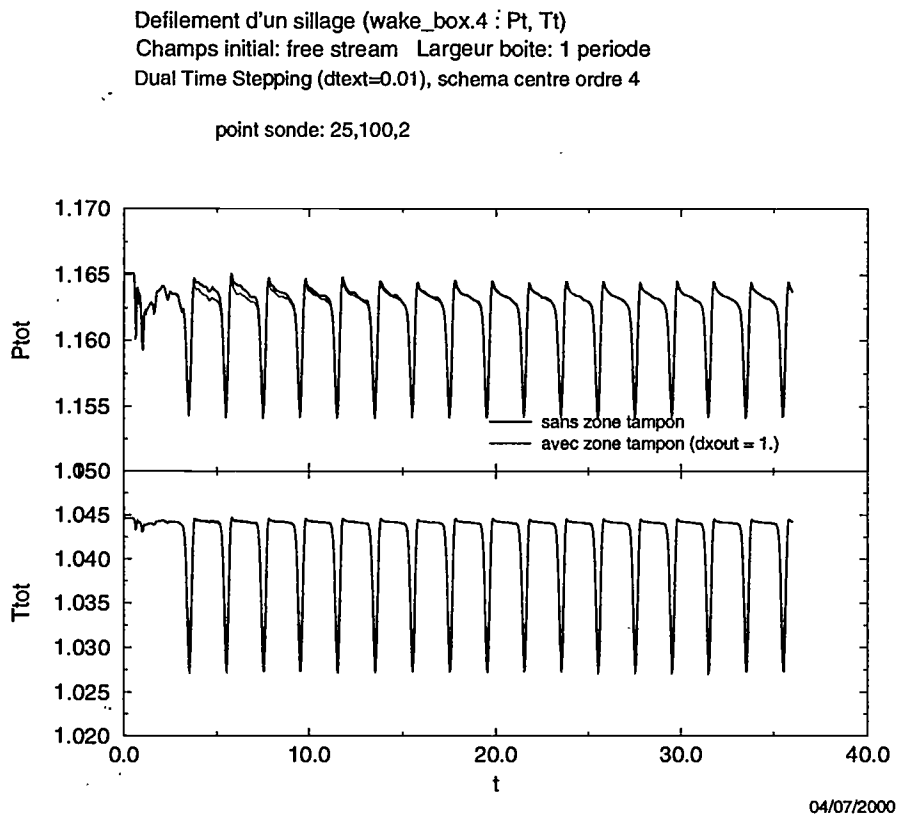


Figure C.9: Influence de la zone tampon: grandeurs totales

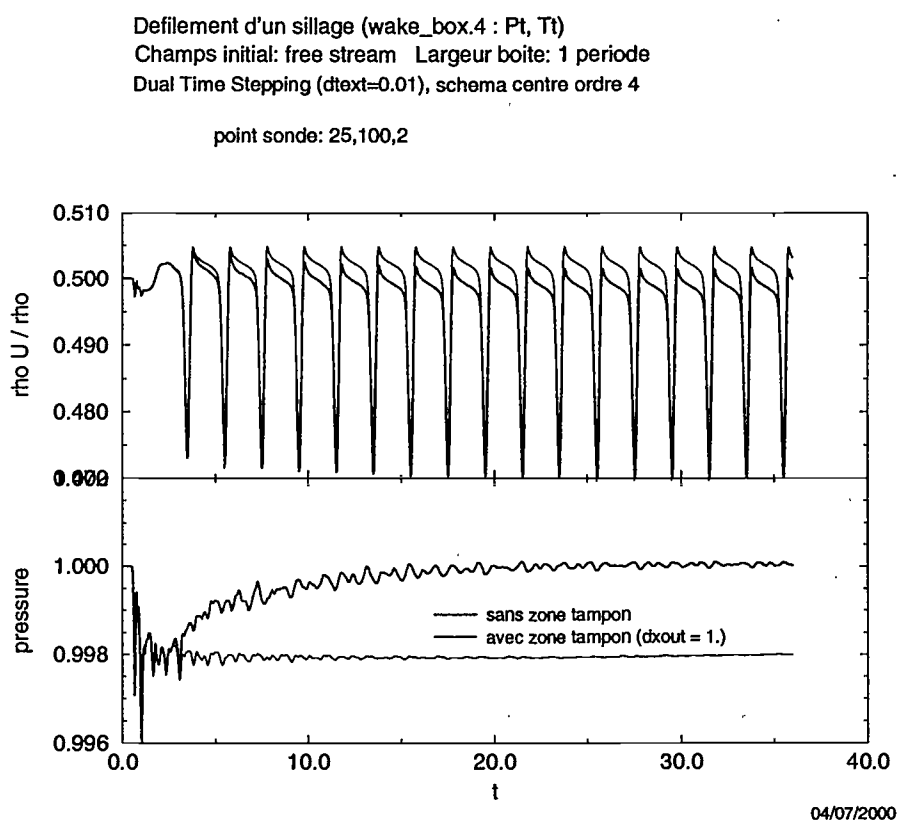


Figure C.10: Influence de la zone tampon: vitesse axiale et pression

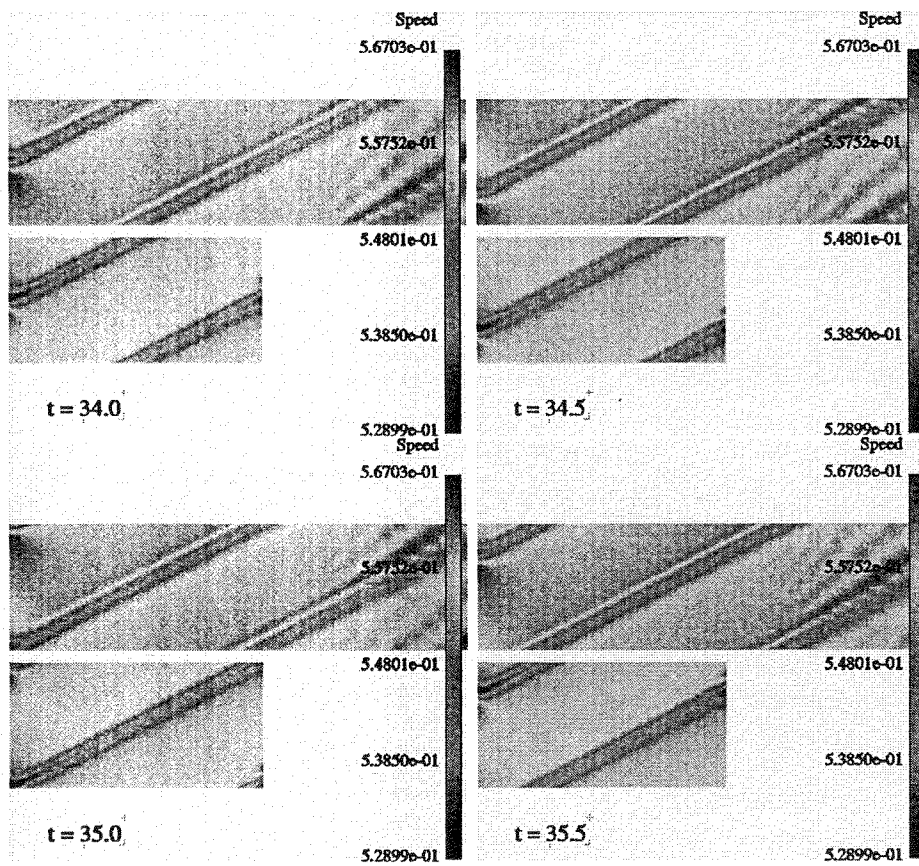


Figure C.11: vitesse instantanée pendant une période avec et sans zone tampon (schéma centré d'ordre 4)

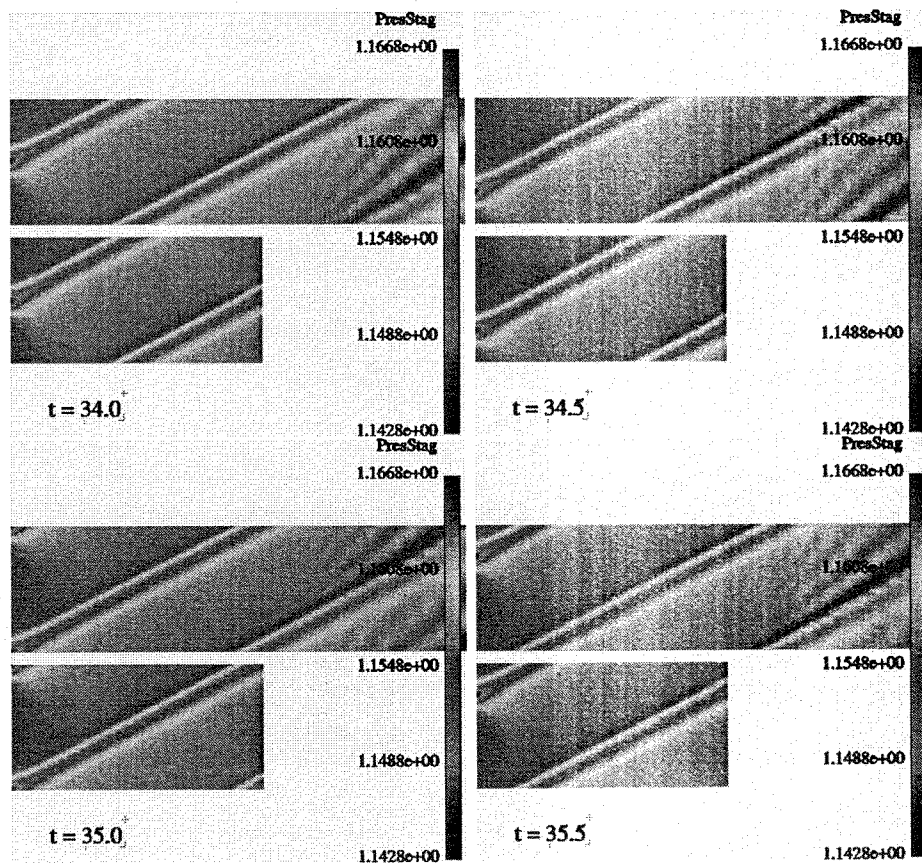


Figure C.12: Pression totale instantanée pendant une période avec et sans zone tampon (schéma centré d'ordre 4)

Defilement d'un sillage (wake_box.4 : Pt, Tt)
Champs initial: free stream Largeur boîte: 1 periode
schema centre ordre 4, zone tampon dxout = 1
Explicite: dt = 0.002084, Dual Time Stepping: dtext = 0.01 (T = 2)

point sonde: 25,100,2

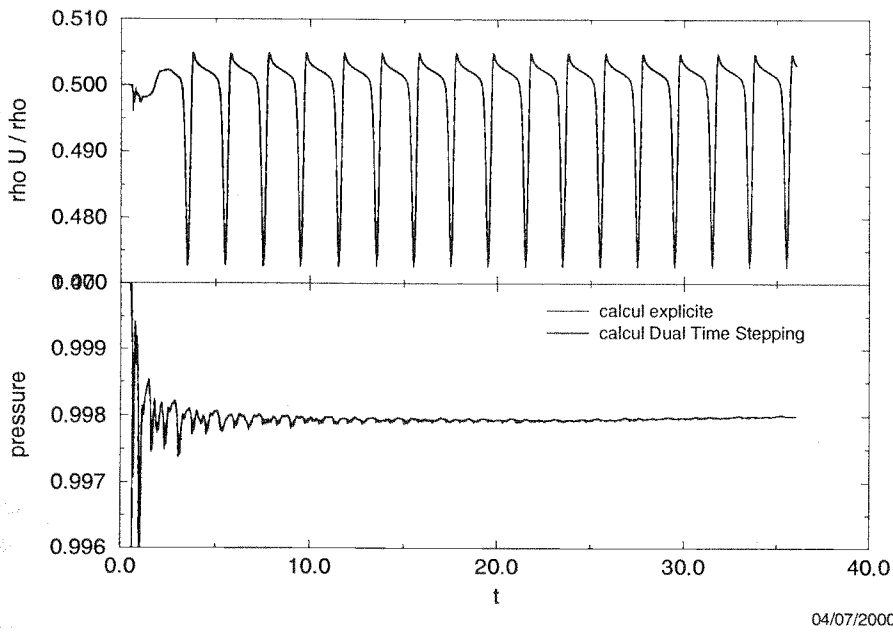


Figure C.13: Comparaison Dual Time Stepping / Runge Kutta (schéma centré d'ordre 4)

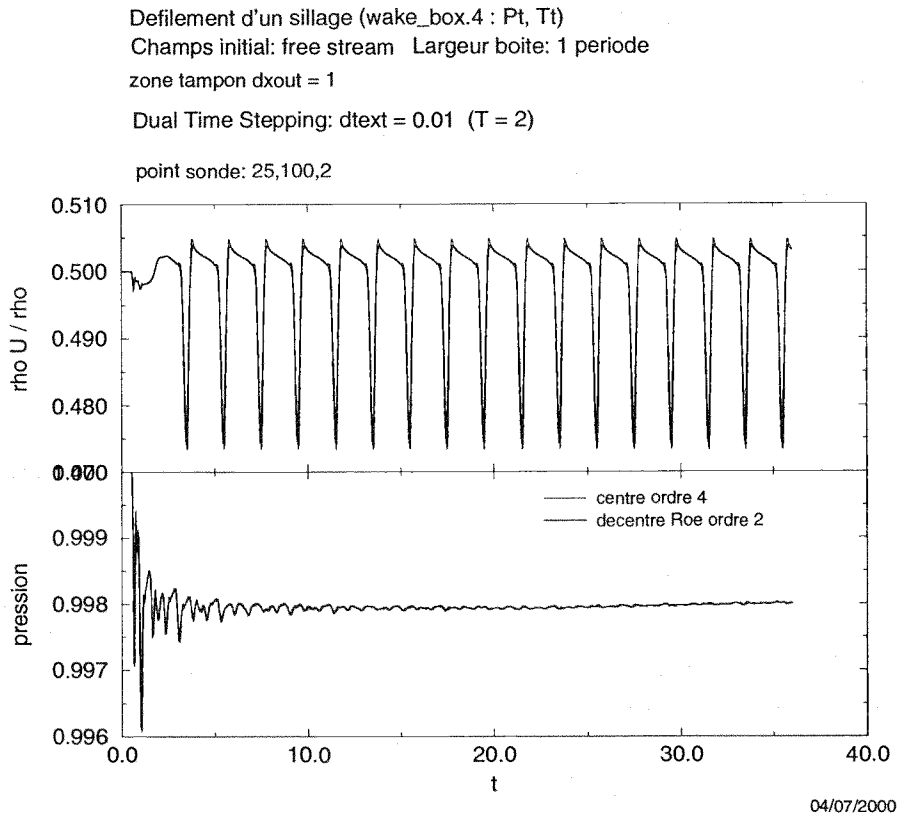


Figure C.14: Comparaison schéma centré ordre 4 / Roe ordre 2 (Dual Time Stepping)

moyennes (voir figures C.10 et C.11) puisqu'on impose les mêmes valeurs de pression totale dans les deux cas. On retrouve ce décalage sur la figures C.11. L'imposition d'une pression de rappel plus forte en sortie permettrait de diminuer cette différence.

La figure C.13 confirme les résultats obtenus dans C.3 en ce qui concerne la méthode d'avance en temps: aucune différence (excepté les effets de la discrétisation cinq fois plus fine) n'est visible entre un calcul Dual Time Stepping et un calcul Runge-Kutta, même avec la nouvelle condition d'entrée.

La même conclusion reste valable pour la comparaison des deux schémas spatiaux: les résultats sont très proches, le schéma de Roe, plus dissipatif, ayant un peu plus tendance à lisser les variations de vitesse.

C.4.2 Résultats sur boîte demi-périodique (largeur = $L/2$)

Encore une fois, on veut retrouver les résultats périodiques en appliquant sur les faces latérales du maillage de largeur $L/2$ les variables de la face en regard avec un retard d'une demi-période. La figure C.15 a été obtenue avec des maillages sans zone tampon en sortie et le schéma de Roe à l'ordre 2 (comparé au calcul périodique en largeur, avec le schéma centré d'ordre 4). De plus, le calcul est initialisé avec un écoulement constant (correspondant à l'écoulement hors-perturbation), et pendant la première période, la condition de "phase-lag" est appliquée avec ces valeurs constantes (pas encore de champs résolu stocké). On constate sur cette figure qu'on

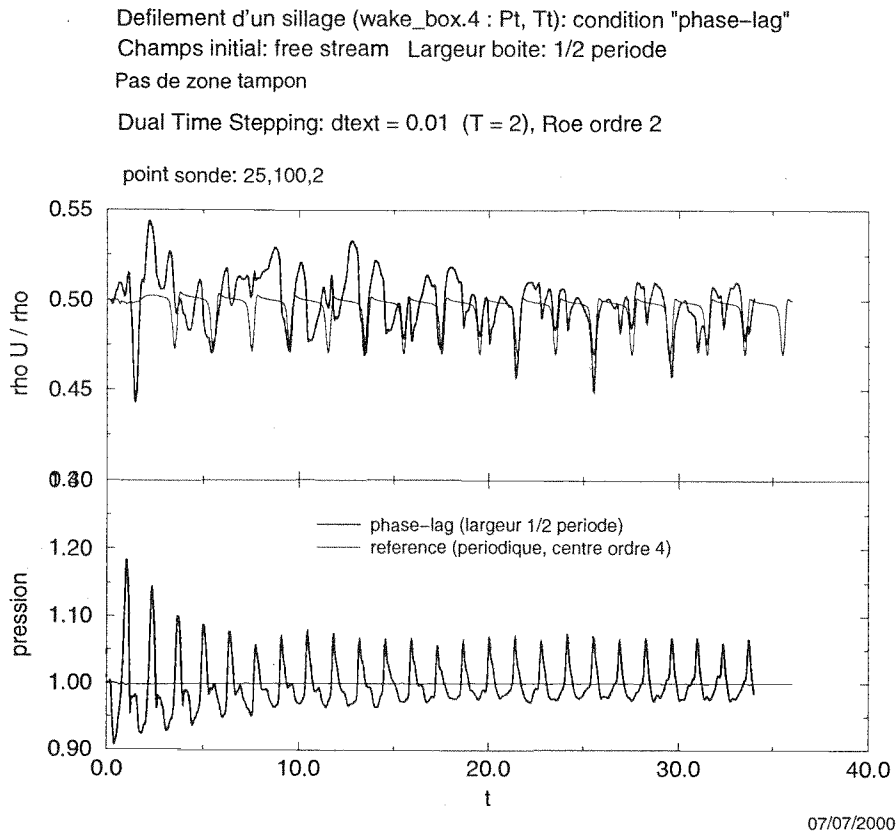


Figure C.15: Utilisation de la condition de "phase-lag" avec une initialisation constante et sans zone tampon (Roe ordre 2)

ne retrouve même pas de périodicité pour la vitesse. En effet, comme dans le cas précédent, les perturbations acoustiques générées quand l'écoulement perturbé issu de l'entrée interagit avec le champs constant imposé sur les faces latérales n'est pas dissipé par la sortie, et est mal évacué par celle-ci.

Sur la figure C.16 sont présentés les résultats obtenus avec une zone tampon, et une initialisation extraite du calcul périodique en largeur à $t = 36$. (le tableau de stockage en temps des faces latérales est initialisé, pour chaque pas de temps de la première période, avec la solution prise au y correspondant). Les courbes en traits discontinus représentent la solution de référence, obtenue avec le maillage de largeur 1 (calcul périodique en y). Deux calculs ont été menés avec la condition de "phase-lag": la courbe en trait fin représente un calcul effectué avec la condition de base ("direct storage"), alors que dans le cas de la courbe en trait épais, on a utilisé la méthode proposée par Chen et Barter dans [24] (voir section 2.3.2.8, page 59) avec un coefficient de sous-relaxation de 0,5.

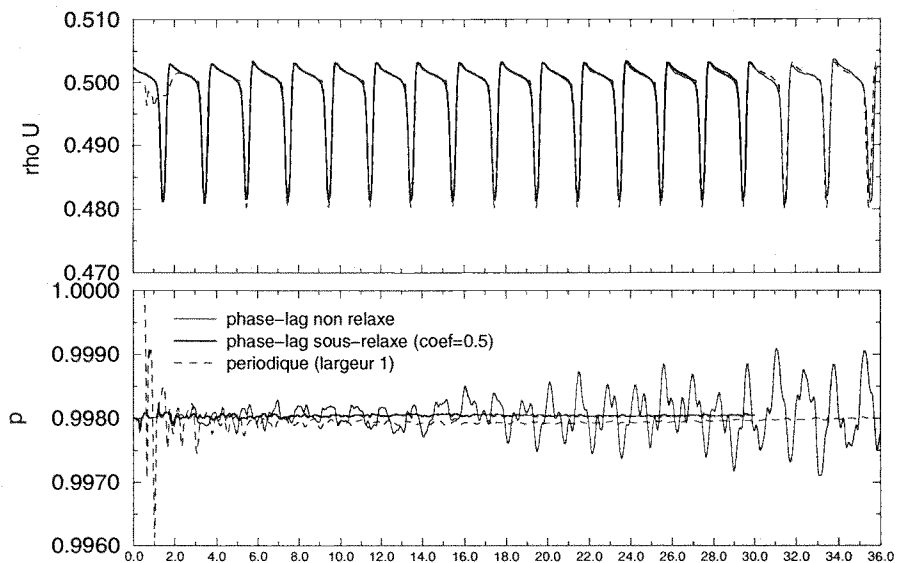
Pour les deux cas de "phase-lag", on converge vers une solution périodique. Pour le calcul en "direct storage", l'évolution temporelle de ρU est la même que pour la solution de référence, à une perturbation près (de l'ordre de quelques 10^{-4}), alors que la solution sous-relaxée suit fidèlement la solution de référence, avec un écart constant inférieur à 10^{-4} (voir figure C.17). Mais c'est sur la courbe de pression que la différence entre les deux calculs sur boîte de largeur 1/2 est la plus significative. En effet la condition de "phase-lag" non relaxée génère des oscillations acoustiques

Defilement d'un deficit de Pt, Tt (wake_box.5): phase-lag, zone tampon dxout=1.

init champs et tableau phase-lag: Sol periodique en y

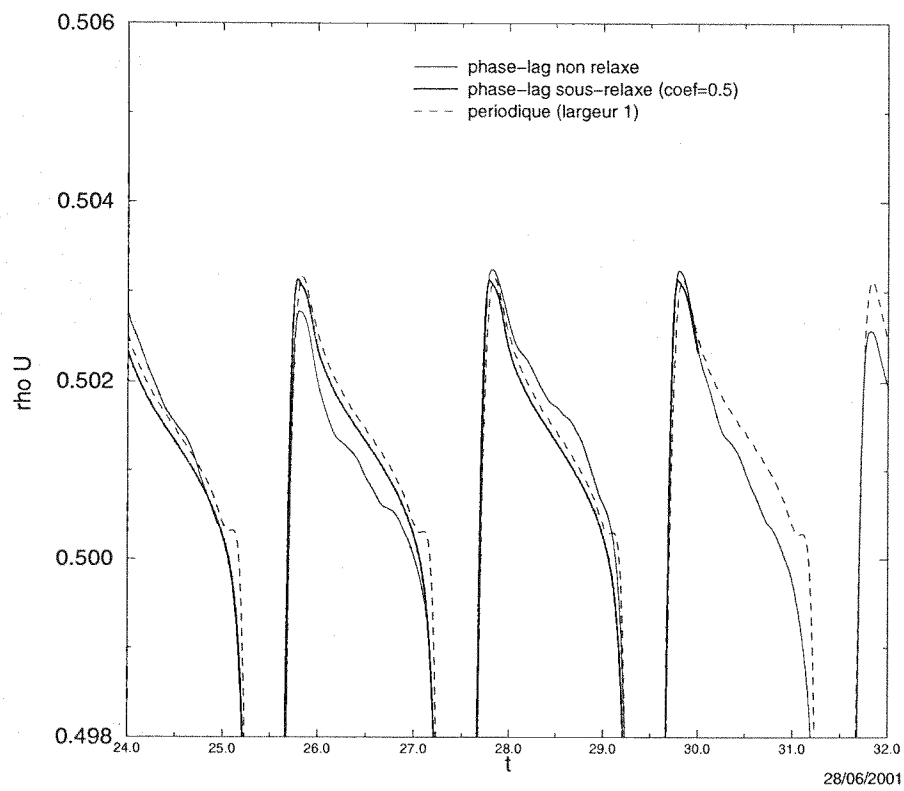
Dual Time Stepping (dtext=0.01, T=2), upwind Roe 2eme ordre

point 25,100,2



28/06/2001

Figure C.16: Utilisation de la condition de "phase-lag" avec zone tampon et initialisation depuis la solution périodique (Roe ordre 2)

Figure C.17: Utilisation de la condition de "phase-lag" (Roe ordre 2): détail sur la variable ρU

qui s'amplifient au cours du temps, dépassant 10^{-3} en amplitude après 11 périodes de défilement du déficit de grandeurs totales. En revanche, la solution sous-relaxée présente des oscillations de même amplitude que le calcul périodique ($5 \cdot 10^{-5}$), qui ne s'amplifient pas.

Le fait de sous-relaxer les corrections appliquées à chaque pas de temps aux variables stockées pour la condition de "phase-lag" semble donc permettre d'amortir les ondes dont les fréquences ne sont pas des harmoniques de la fréquence fondamentale (qui sera la fréquence de rotation pour les cas réels de turbomachine). Ceci devrait améliorer la robustesse de cette condition aux limites pour les cas réels, car l'hypothèse de périodicité sous-jacente au concept de "phase-lag" sera d'autant mieux garantie.

C.5 troisième cas 2-D: ASTAFAN en alimentation inhomogène

Enfin, afin d'effectuer une ultime validation de la condition aux limites de "phase-lag", on a simulé un cas similaire au cas de distorsion réel présenté dans la section 4 : En amont, l'écoulement présente un déficit de pression totale, les autres grandeurs (température totale, angle de la vitesse) étant constantes. Afin de réduire le temps de restitution, la fréquence réduite $k = \frac{fc}{U_x}$ imposée par l'instationnarité d'entrée est de 0,406, soit 11/3 fois celle correspondant au cas réel (un motif de distorsion unique sur une circonférence en face d'une machine à 11 pales, soit $k = 0,111$). La largeur du déficit imposé a été modifié de la même manière.

Ainsi, ce cas présente une périodicité sur 3 canaux, en utilisant le même maillage que le calcul du cas réel¹. Notons que la convergence temporelle du calcul n'a pas été aussi poussée que pour le cas présenté et analysé dans la section 4, afin de garder des temps de restitution raisonnables. Tout d'abord, on a contrôlé que l'hypothèse de périodicité spatio-temporelle (les champs d'un canal à l'autre doivent être identiques, à un déphasage temporel de $\frac{2\pi}{N_{pales}}$ près) est vérifiée par un calcul périodique, c.à.d. dont le domaine de calcul comprends les trois passages inter-aubes et une condition aux limites sur les faces transversales de périodicité instantanée.

A cette fin, trois points sondes ont été placés dans le domaine, à la moitié de la corde et à mi-largeur de canal, dans chacun des trois canaux, et on suit l'évolution temporelles des différentes variables aérodynamiques en chacun de ces points. Les résultats présentés sur la figure C.18 portent sur les pressions et températures totales dans chacun des deux repères. Sur cette figure, les courbes de droite ont été obtenues par translation de zéro, un et deux tiers de période, afin de compenser le déphasage entre les canaux. Les courbes se superposent alors parfaitement. On s'attend donc à ce que la condition de périodicité spatio-temporelle permette de retrouver la même courbe en réalisant le calcul sur le maillage d'un seul canal.

On a donc réalisé un calcul mono-canal correspondant au cas précédent. Notons que la condition de périodicité spatio-temporelle a été employée avec un coefficient de sous-relaxation de 0,5, valeur qui est apparue optimale lors des tests de défilement de sillage exposés plus haut. La figure C.19 montre l'évolution temporelle des grandeurs totales. Sur les courbes de gauche, le point de contrôle est situé comme sur la figure C.18, alors que sur les courbes de droite il s'agit

¹On peut également voir ce cas comme l'approximation du cas d'une distorsion à 4 motifs en amont de l'ASTAFAN, l'approximation consistant à remplacer les 11 pales de la véritable roue par une roue à 12 pales. Ce type d'approximation est courant dans l'étude des interactions rotor-stator.

d'un point en amont des pales (dans le plan P1, voir chapitre 3). Les faibles différences observées entre les évolutions du calcul mono-canal et celles du calcul avec périodicité instantanée sont attribuées à des niveaux de convergence temporelle différents, ou sont de l'ordre du niveau de convergence en temps fictif. L'utilisation de la condition de périodicité chorochronique entraîne en effet une période transitoire plus longue, et c'est pourquoi les courbes concernant le calcul périodique ont été décalées de 7 périodes sur la figure C.19 (début du calcul à $t = 11,795$ ms pour ce cas).

Ce résultat valide la condition de périodicité spatio-temporelle: le calcul de distorsion non-visqueux et bidimensionnel correspondant à l'étude de Kaya (réf. [74]) pourra donc être réalisé sur un seul canal sans perte de précision.

C.6 Conclusion

Ces tests ont permis de tester ou valider de manière concluante toutes les méthodes qui seront utilisées pour les calculs instationnaires de turbomachines : Dual Time Stepping, conditions d'entrée - sortie et techniques de zone tampon pour diminuer le taux de réflexion de celles-ci, ainsi que la condition de périodicité spatio-temporelle ("phase-lag"), qui se révèle efficace si on emploie la sous-relaxation proposée dans la réf. [24].

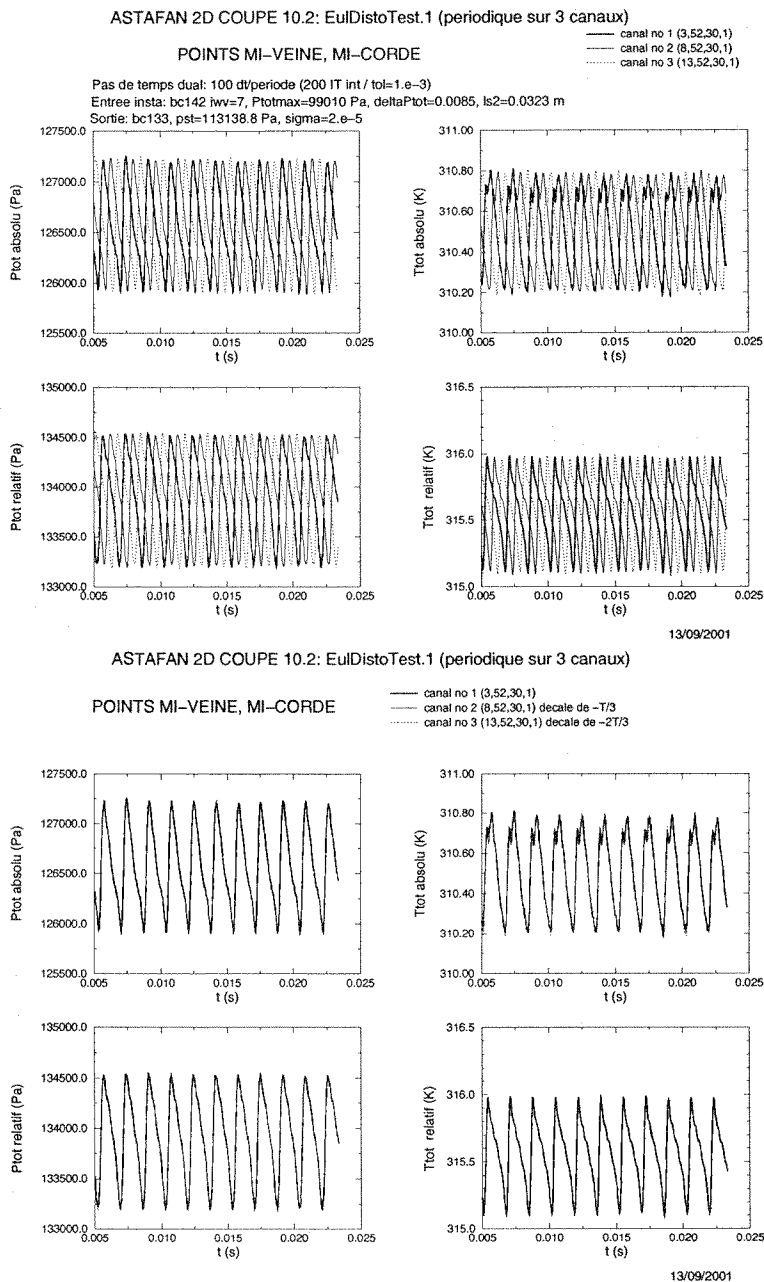


Figure C.18: Point sonde dans le calcul périodique 3 canaux. En bas, les signaux ont été translétés de zéro, un ou deux tiers de période.

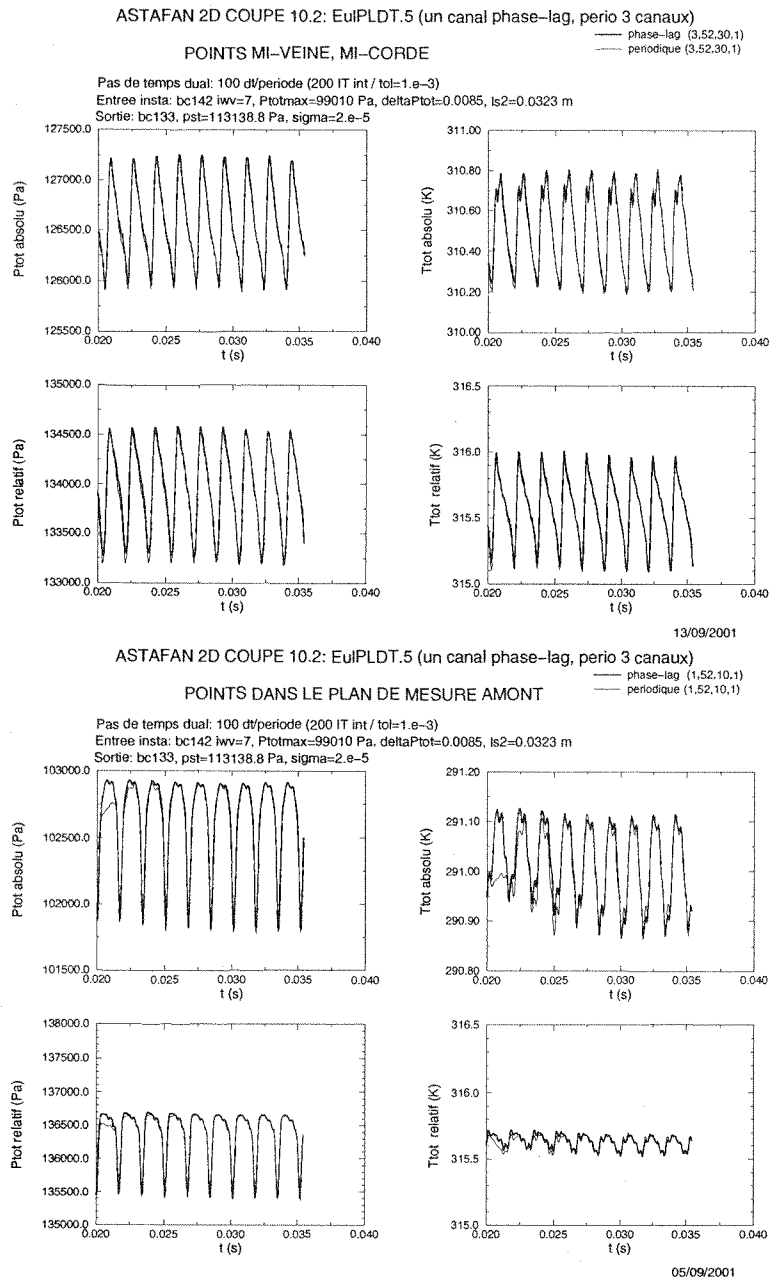


Figure C.19: Evolution temporelle de différentes variables (points sondes) : comparaison calcul périodique / calcul phase lag

Annexe D

Planches couleur

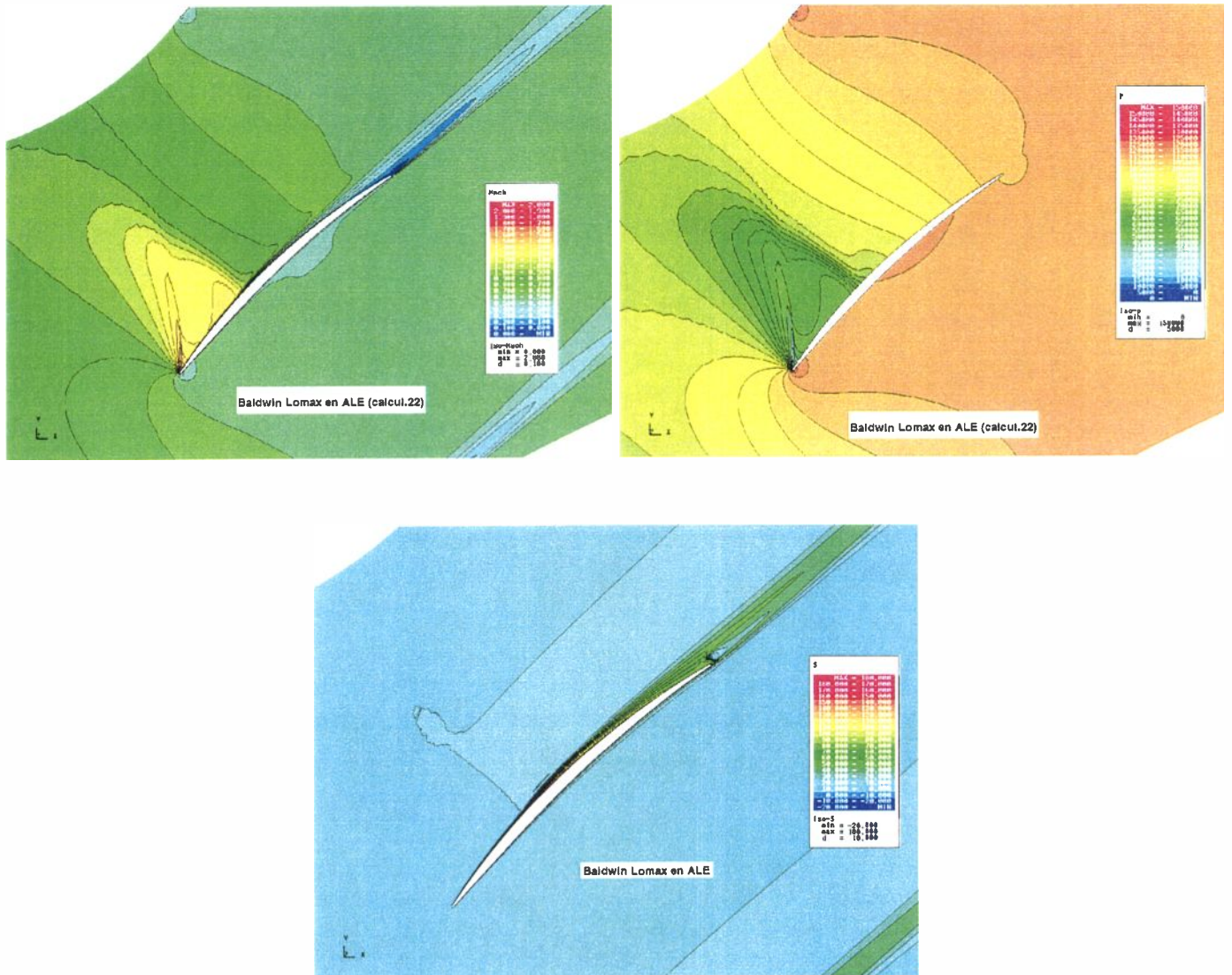


Figure D.1: fig. 3.15, 3.16 et 3.17 en couleur : Isocontours du nombre de Mach relatif, de pression statique et d'entropie autour du profil (cas Baldwin Lomax)

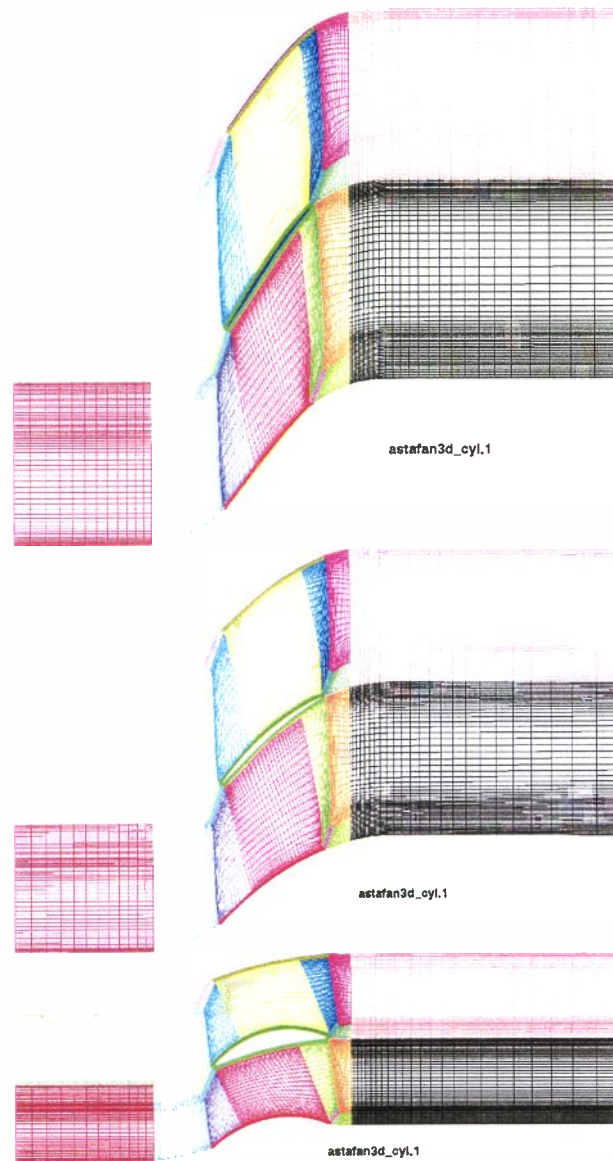


Figure D.2: fig. 3.23 en couleur : Maillage 3D: coupes aube à aubes (moyeu, coupe 10, carter). Deux passages interaubes sont représentés pour plus de clarté

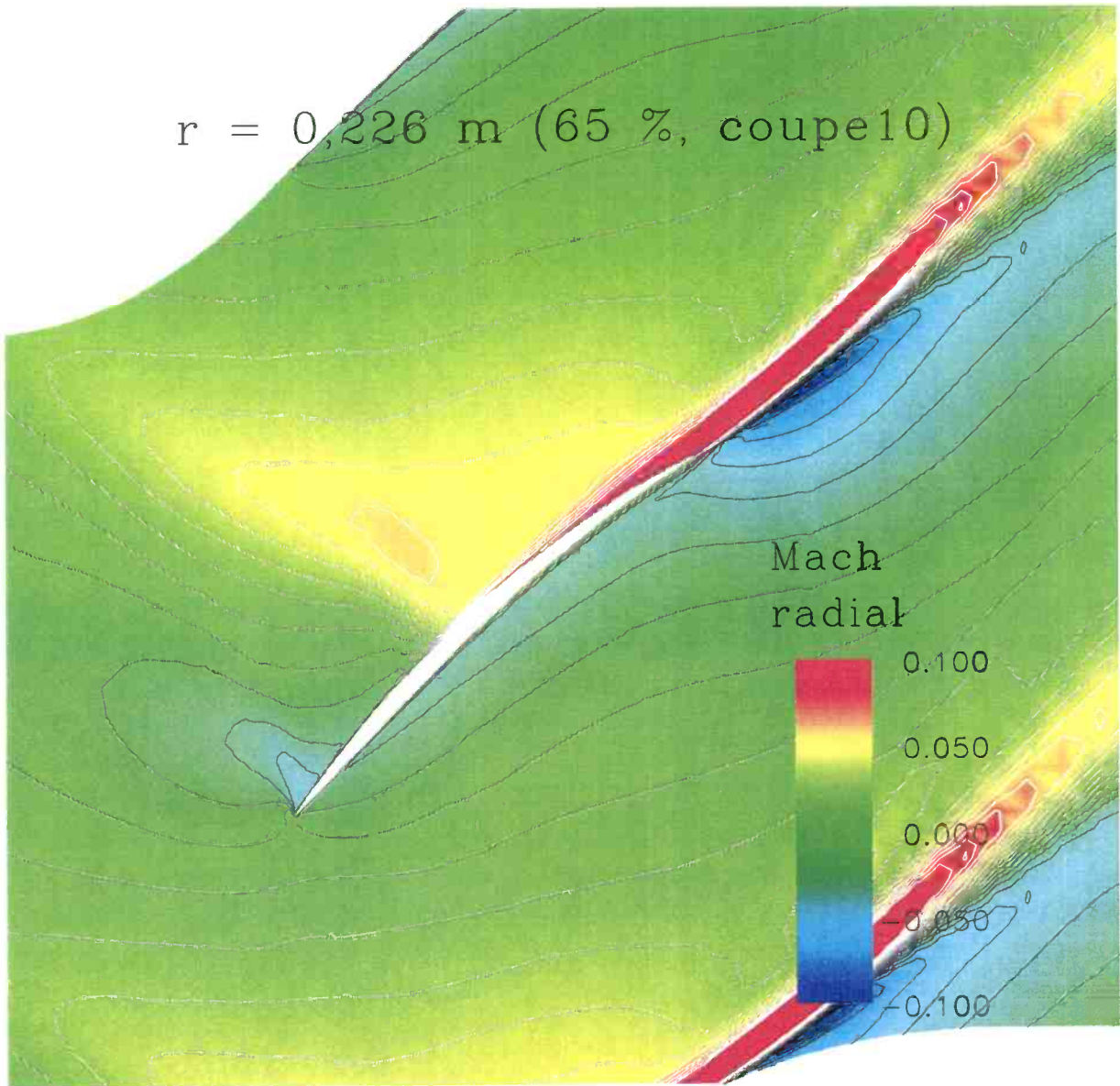


Figure D.3: fig. 3.36 en couleur : Isocontours du nombre de Mach basé sur la composante radiale de la vitesse dans une coupe aube à aube équivalente au calcul 2D. Dans le sillage, les couleurs sont saturées.

$r = 0,140 \text{ m (10\%)}$

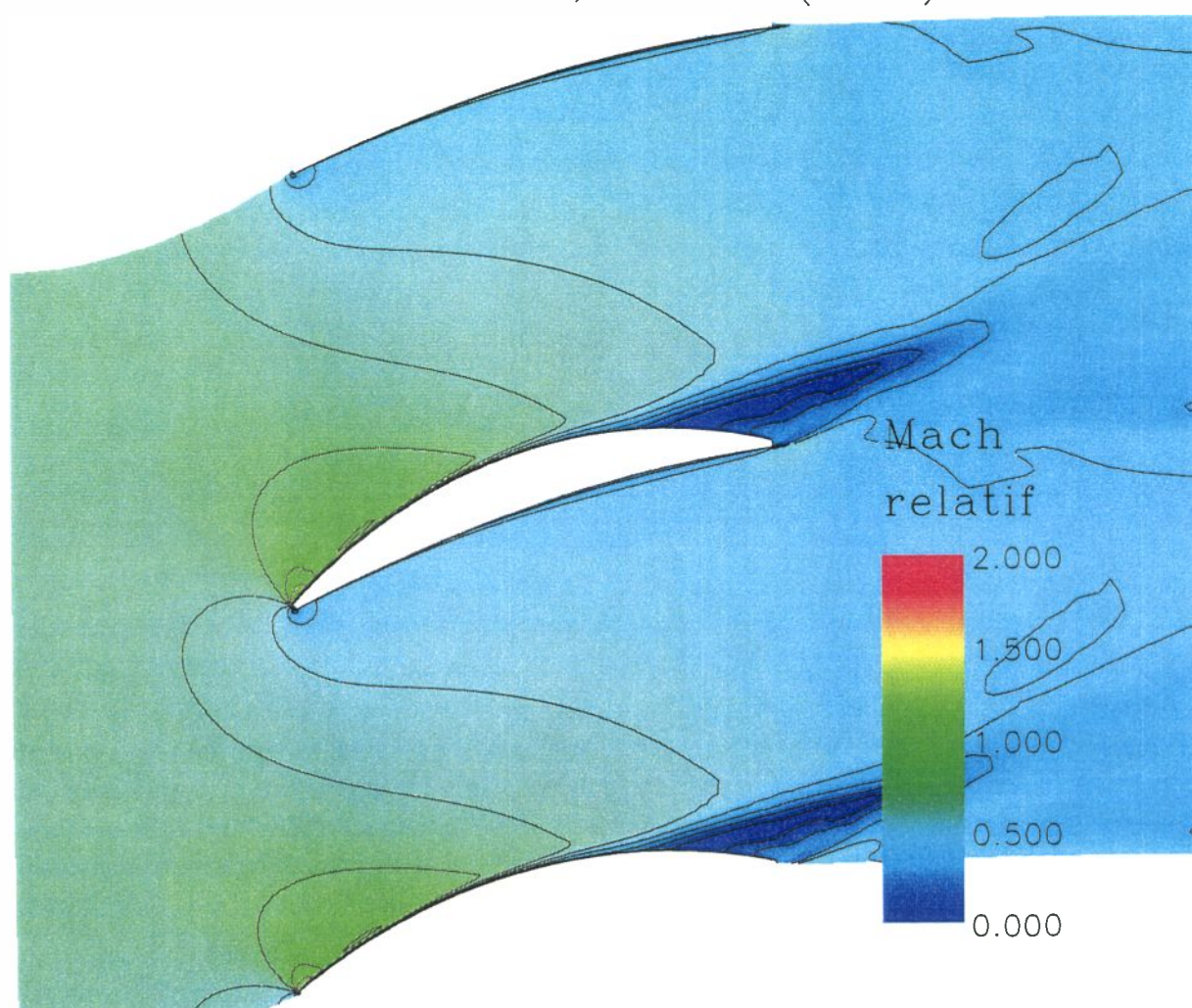


Figure D.4: fig. 3.37 en couleur : Isocontours du nombre de Mach relatif dans une coupe aube à aube à 10 % de hauteur de veine

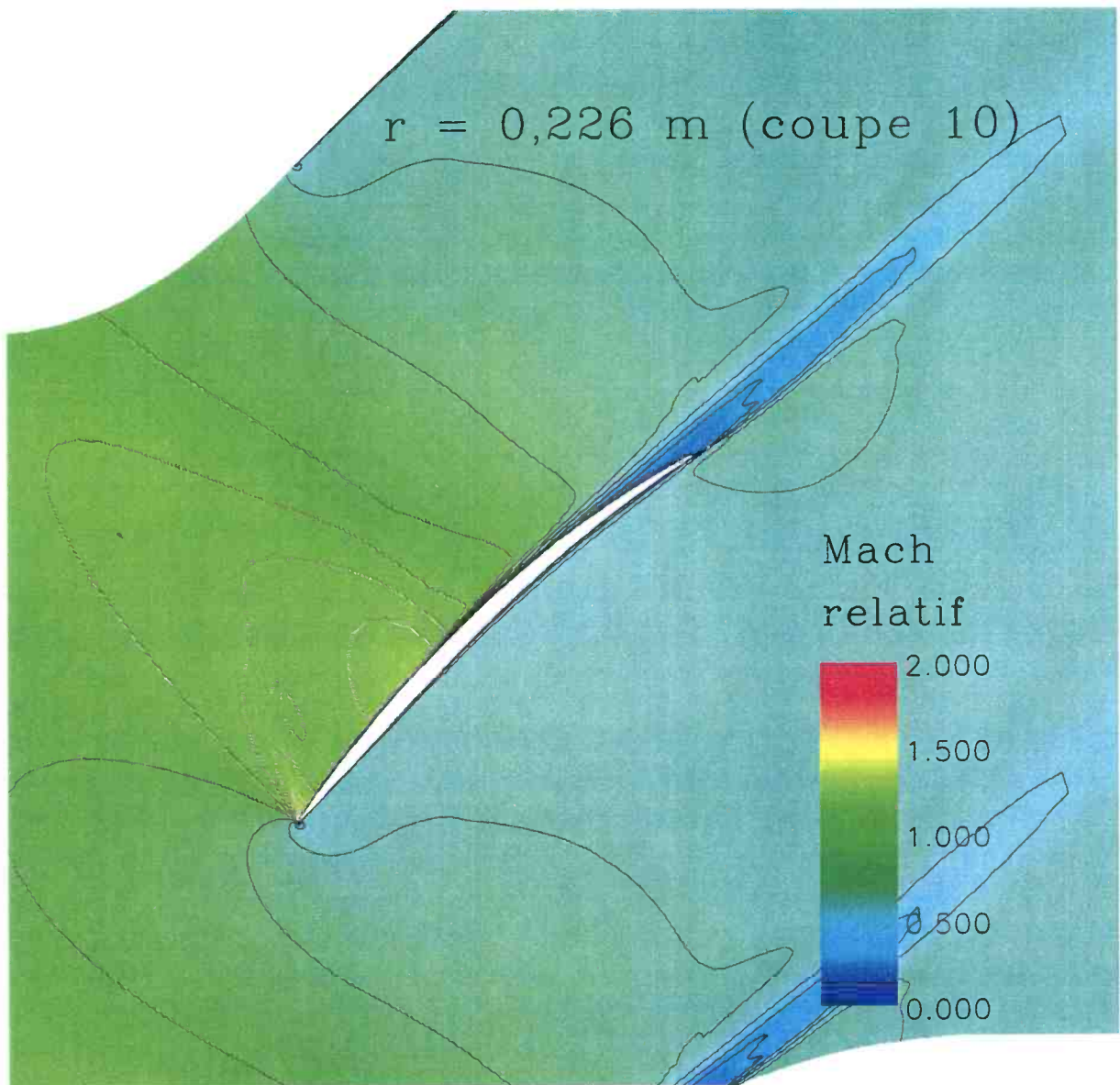


Figure D.5: fig. 3.38 en couleur : Isocontours du nombre de Mach relatif dans une coupe aube à aube équivalente au calcul 2D

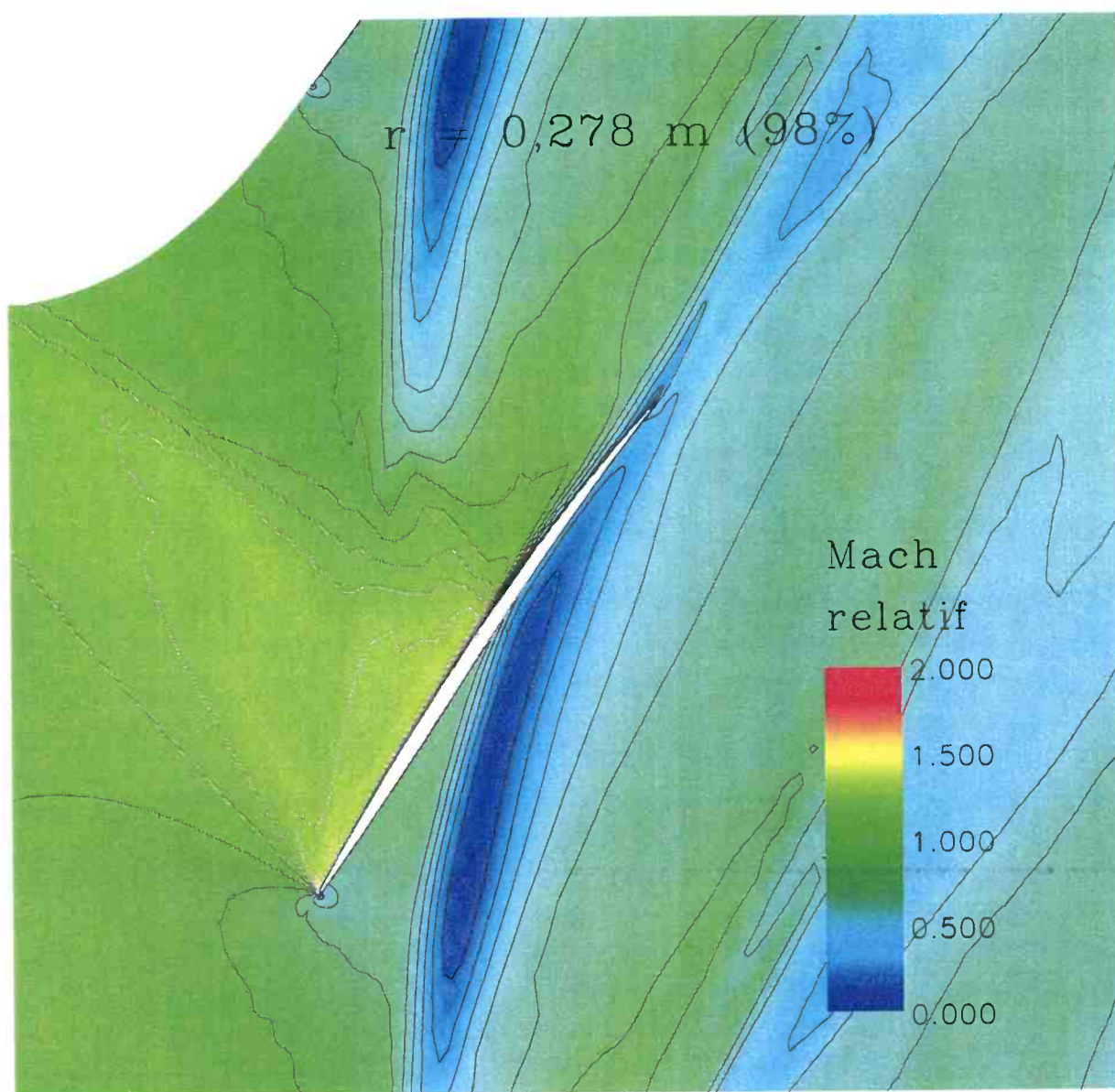


Figure D.6: fig. 3.39 en couleur : Isocontours du nombre de Mach relatif dans une coupe aube à aube à 98 % de hauteur de veine

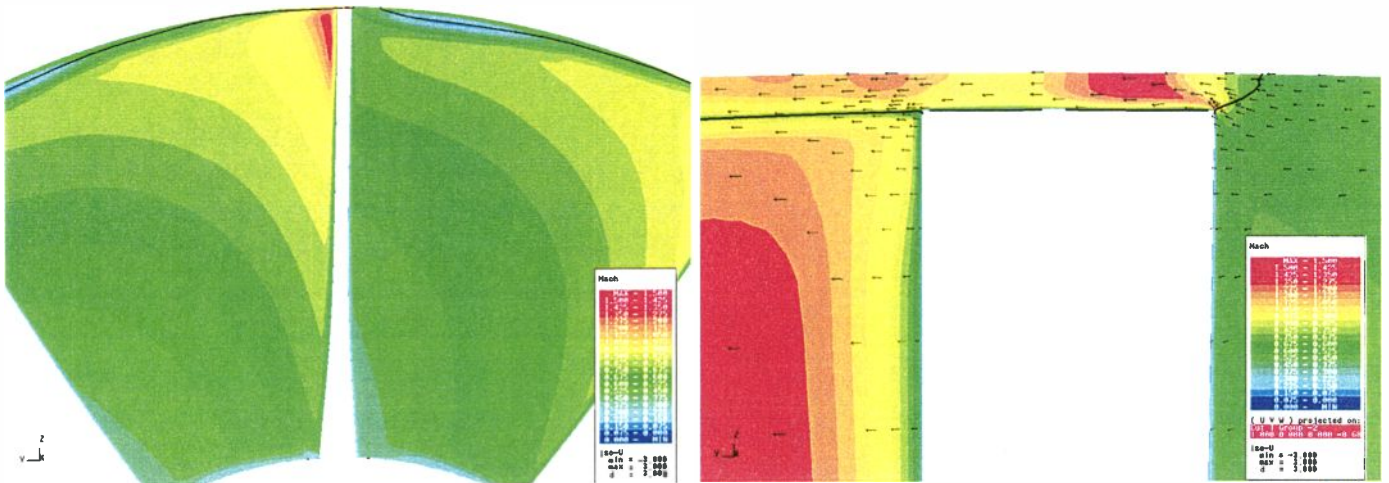


Figure D.7: fig. 3.41 en couleur : Nombre de Mach relatif à mi corde, dans la zone de jeu et isoligne $u_x = 0$. Les vecteurs représentent la vitesse relative projetée dans le plan $x = 0$. Sur la figure de droite, le domaine est représenté depuis 95 % de la hauteur de veine jusqu'au carter.

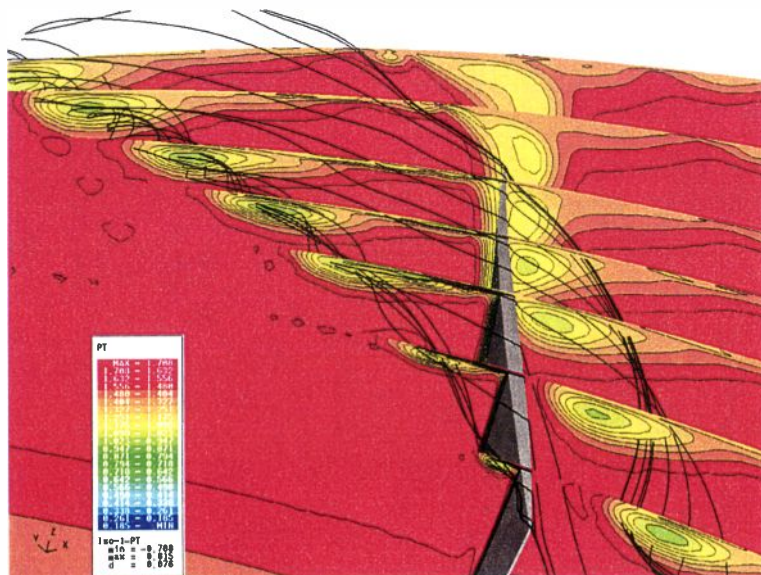


Figure D.8: fig. 3.43 en couleur : Pression totale relative dans des plans perpendiculaires à la pale

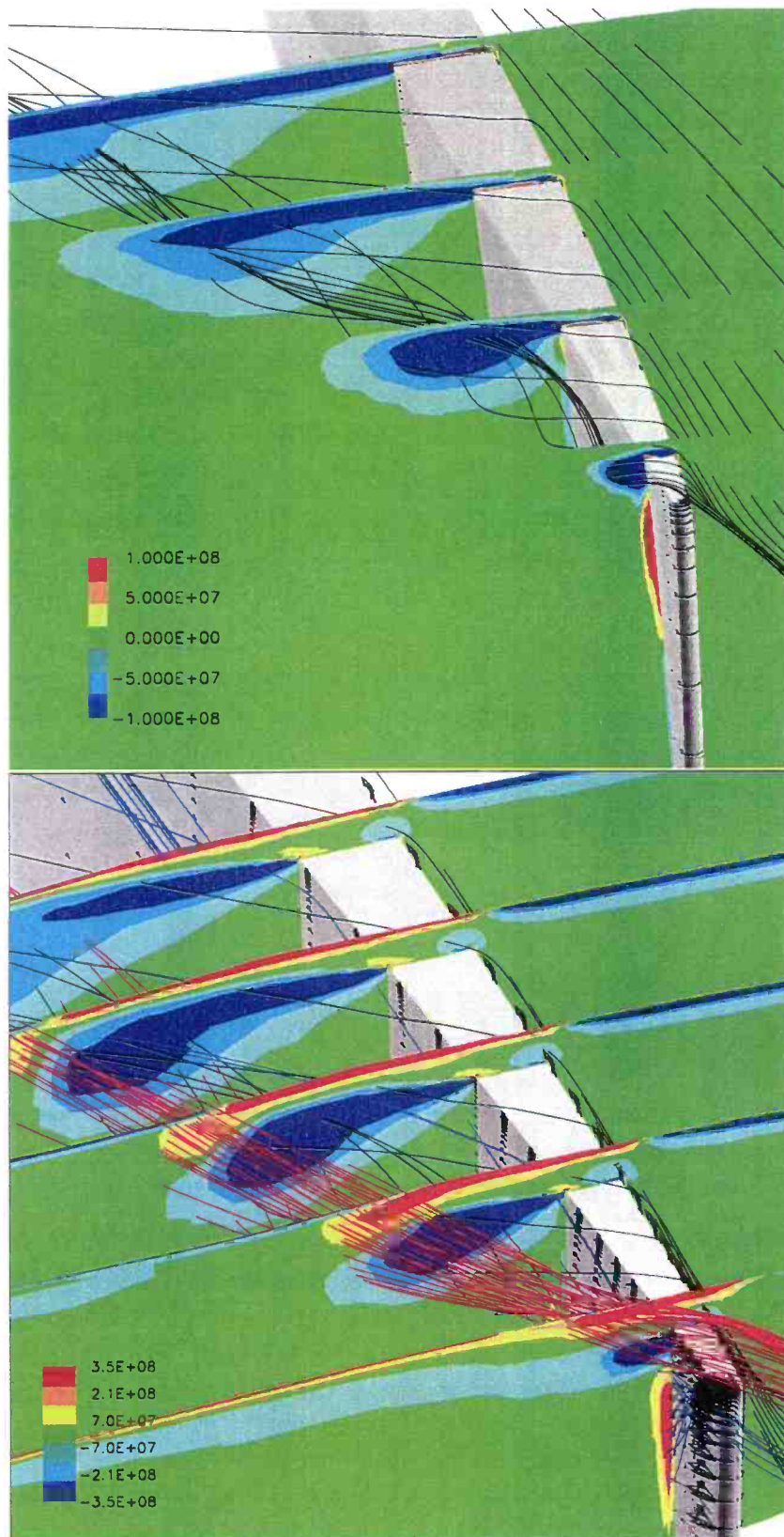


Figure D.9: fig. 3.44 en couleur : Tourbillon de jeu: hélicité dans des plans perpendiculaires à la pale, côté bord d'attaque. En haut: ASTAFAN, en bas: NASA rotor 37 (réf. [19]).

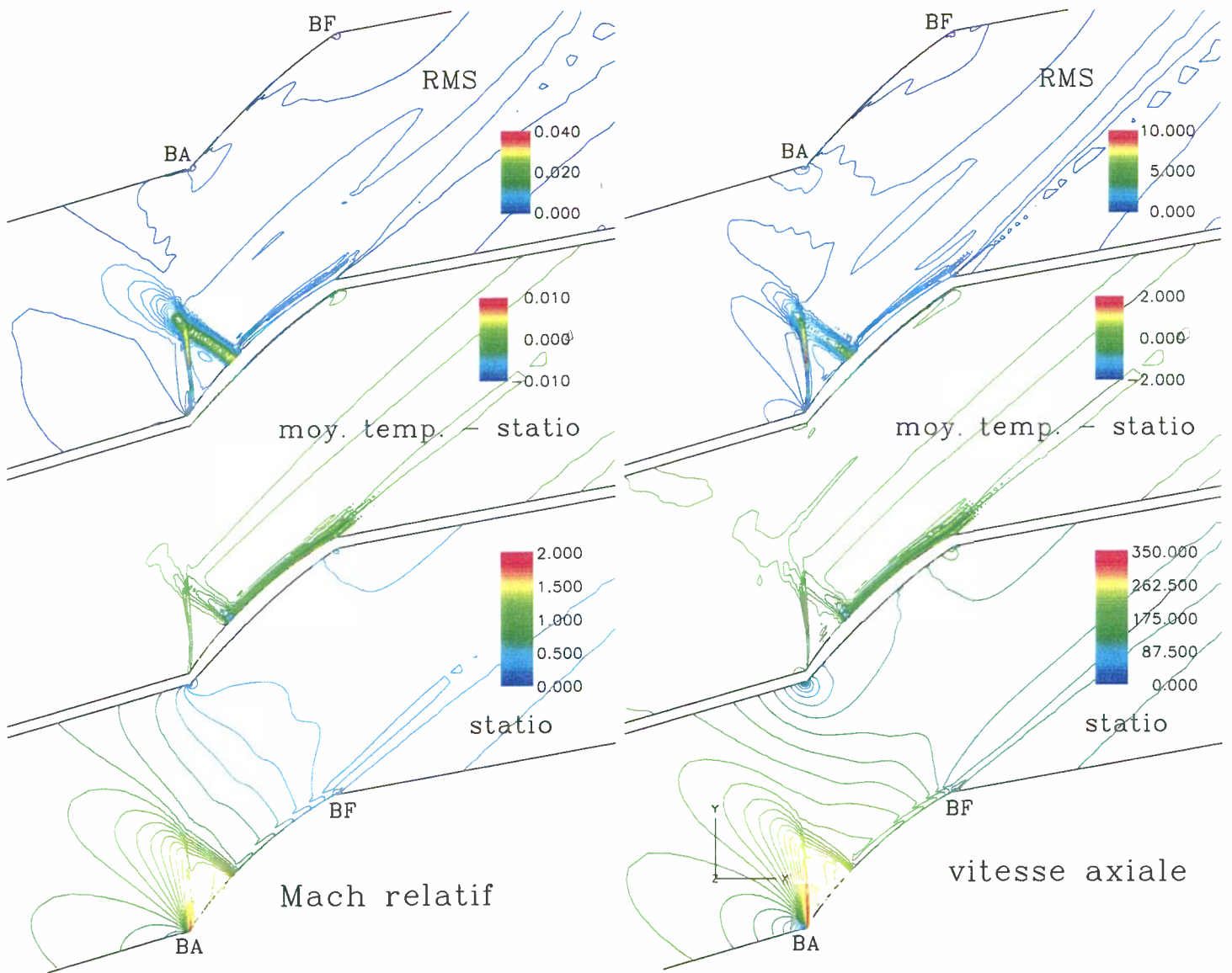


Figure D.10: fig. 4.16 (à gauche) et fig. 4.17 (à droite) en couleur : Evolution spatiale du nombre de Mach relatif et de la vitesse axiale : champ stationnaire, différence entre champ instationnaire moyenné en temps et champ stationnaire, niveau de fluctuations RMS (de bas en haut).

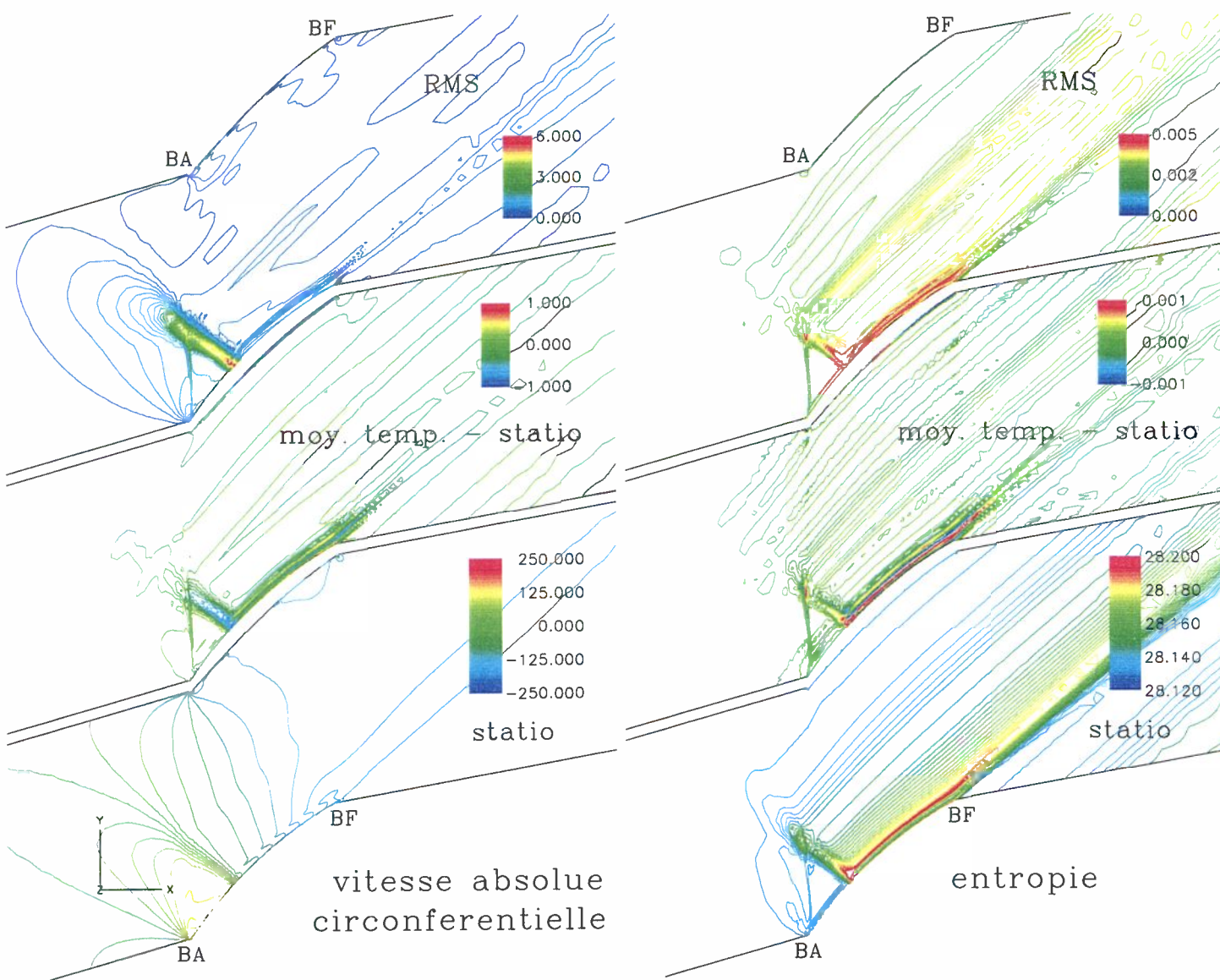


Figure D.11: fig. 4.18 (à gauche) et 4.19 (à droite) en couleur : Evolution spatiale de la vitesse circérentielle absolue et de l'entropie : champ stationnaire, différence entre champ instationnaire moyenné en temps et champ stationnaire, niveau de fluctuations RMS (de bas en haut). Les valeurs sont en m/s.

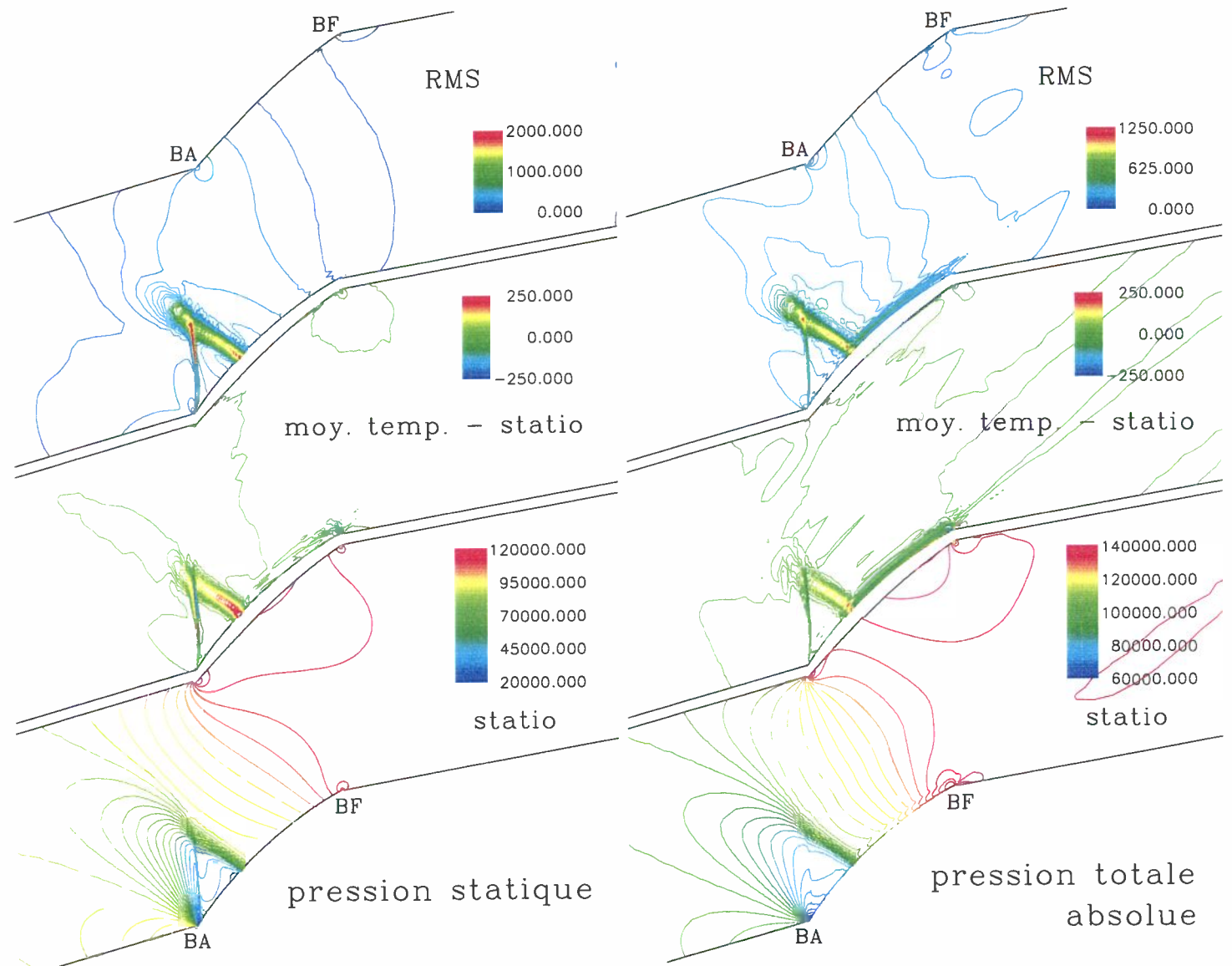


Figure D.12: fig. 4.20 (à gauche) et 4.21 (à droite) en couleur : Evolution spatiale de la pression statique et de la pression totale absolue : champ stationnaire, différence entre champ instationnaire moyenné en temps et champ stationnaire, niveau de fluctuations RMS (de bas en haut). Les valeurs sont en Pa.

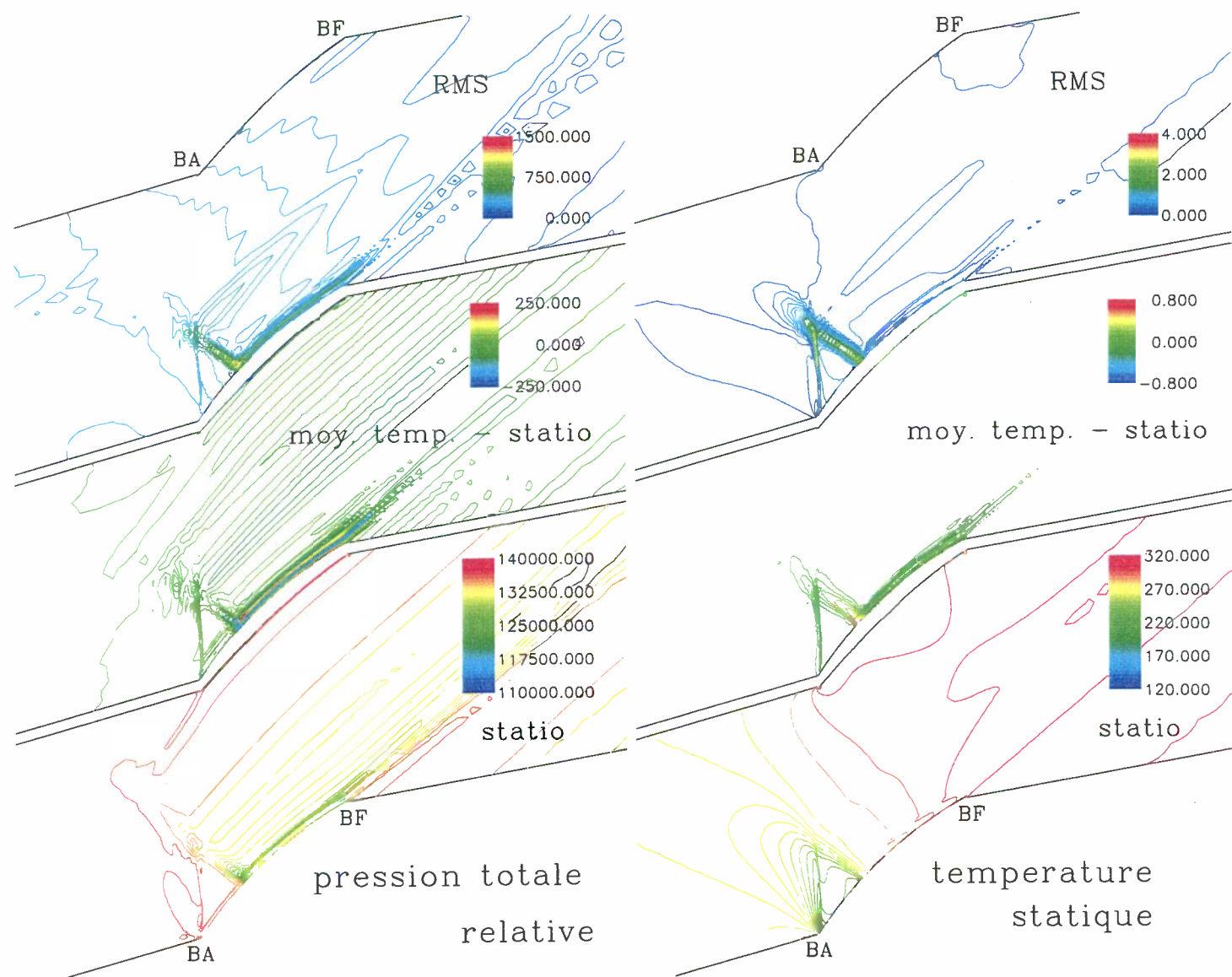


Figure D.13: fig. 4.22 (à gauche) et 4.23 (à droite) en couleur : Evolution spatiale de la pression totale relative et de la température statique : champ stationnaire, différence entre champ instationnaire moyenné en temps et champ stationnaire, niveau de fluctuations RMS (de bas en haut). Les valeurs sont en Pa.

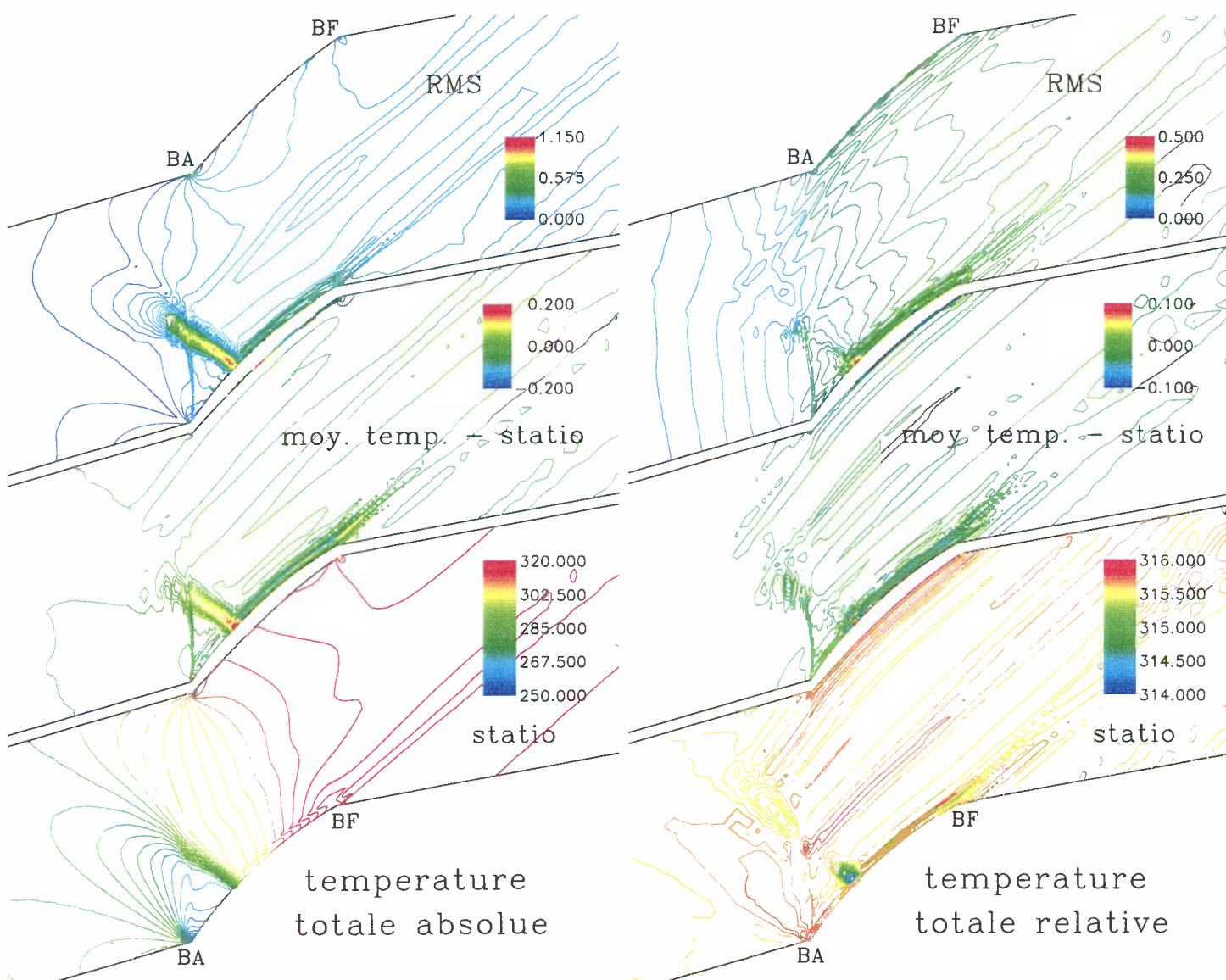


Figure D.14: fig. 4.24 (à gauche) et 4.25 (à droite) en couleur : Evolution spatiale de la température totale absolue et de la température totale relative : champ stationnaire, différence entre champ instationnaire moyenné en temps et champ stationnaire, niveau de fluctuations RMS (de bas en haut). Les valeurs sont en K.

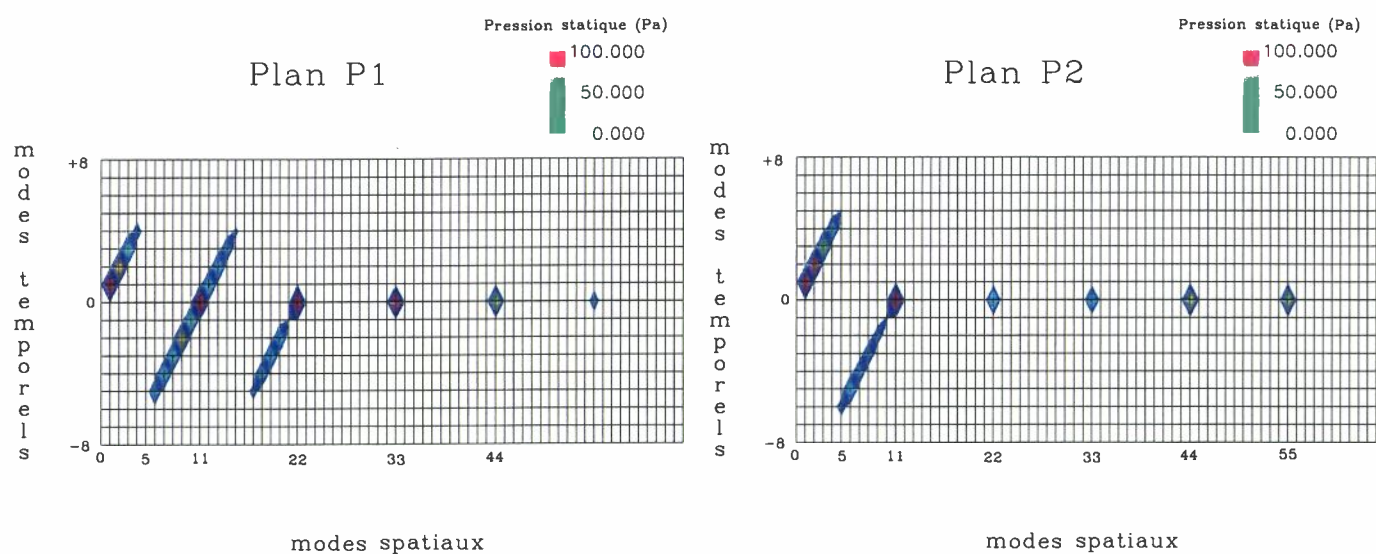


Figure D.15: fig. 4.41 et en couleur 4.42 : Spectres spatio-temporels de pression statique (amplitude) : à gauche, plan P1 et à droite, plan P2. Les valeurs sont en Pa.

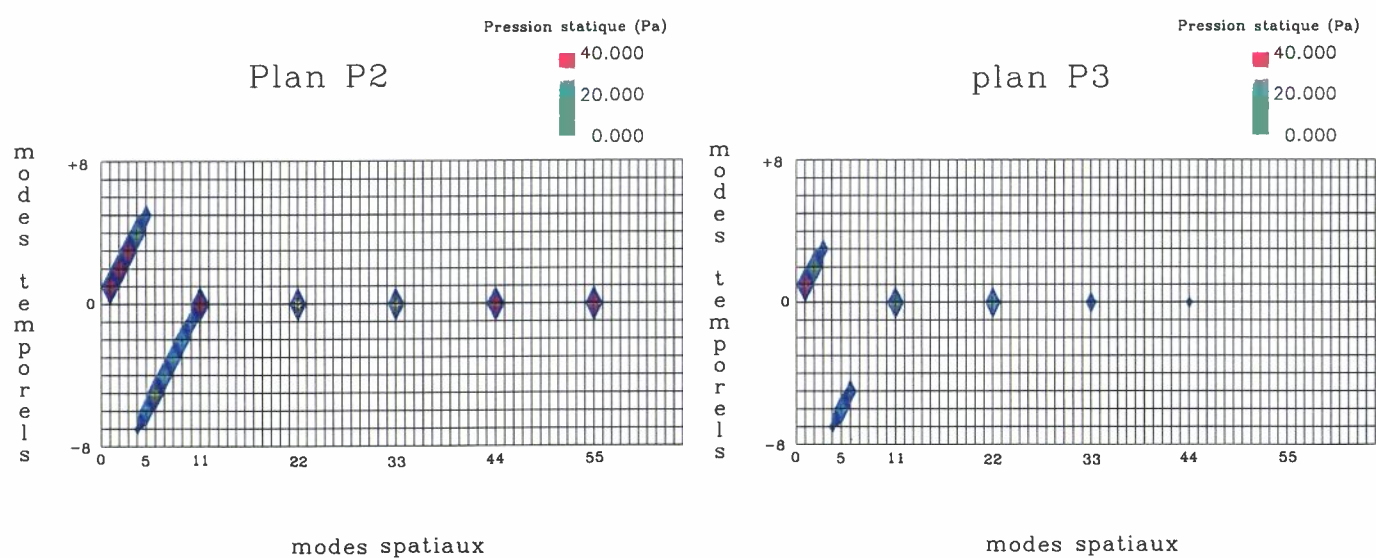


Figure D.16: fig. 4.43 et 4.44 en couleur : Spectres spatio-temporels de pression statique (amplitude) : à gauche, plan P2 et à droite, plan P3. Les valeurs sont en Pa.

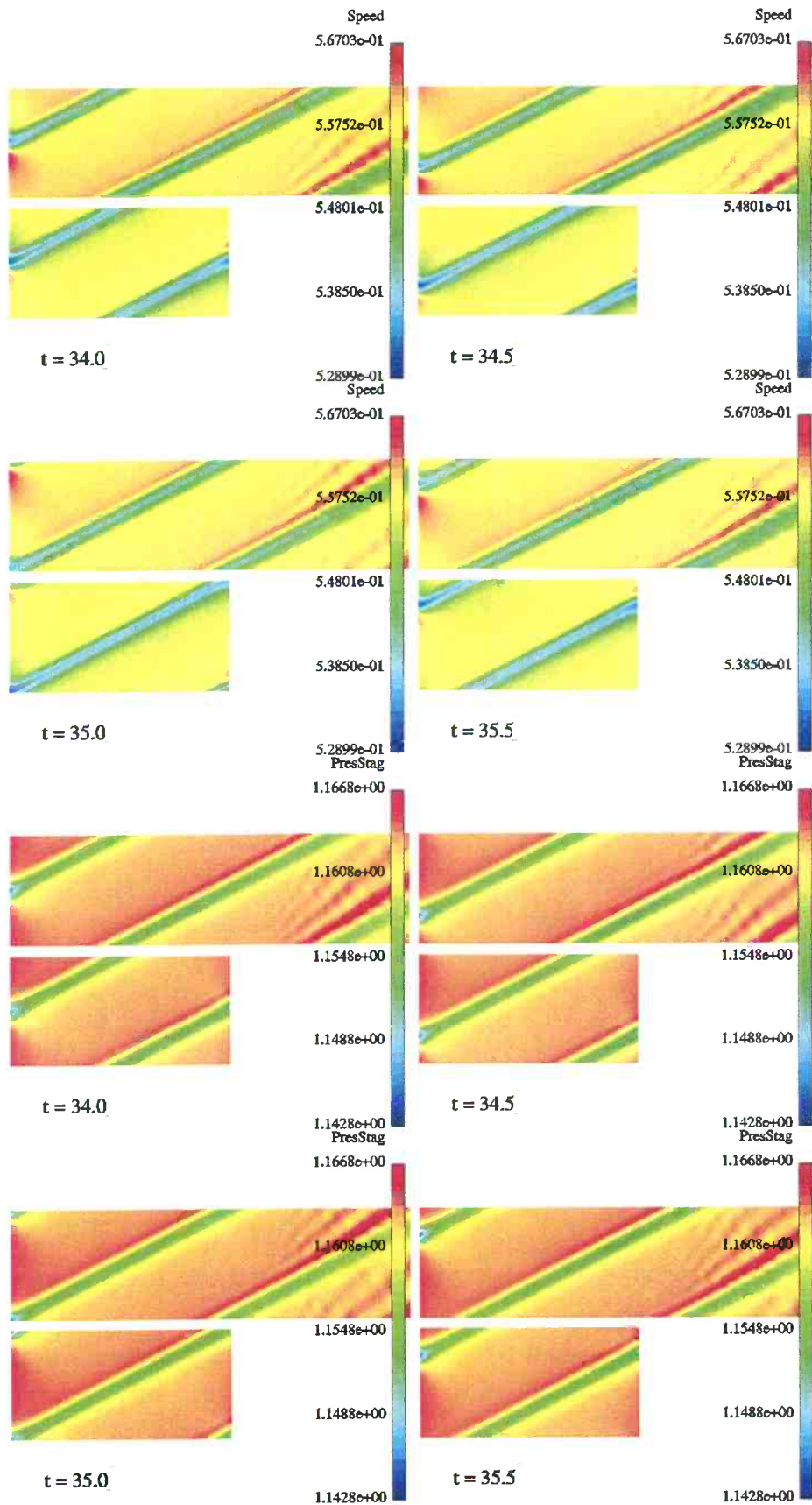


Figure D.17: fig. C.11 et en couleur C.12 : vitesse instantanée (en haut) et pression totale instantanée (en bas) pendant une période avec et sans zone tampon (schéma centré d'ordre 4)

Liste des tableaux

1.1	Tableau de combinaison spatio-temporelle, Tyler et Sofrin. Cas d'un signal mesuré dans le repère mobile d'un stator à onze pales et une distorsion à motif unique	23
2.1	Notations utilisées aux frontières en formulation "cell centered" (cas monodimensionnel). La frontière est l'interface entre les cellules I et G	46
2.2	Ondes entrantes et sortantes selon le type de frontière et la nature de l'écoulement.	49
3.1	Caractéristiques de la soufflante de l'ASTAFAN (rotor isolé)	65
3.2	Grandeurs en amont des aubages pour le calcul Euler (plan P1, $x = -92\text{mm}$)	74
3.3	Grandeurs en aval des aubes pour le calcul Euler (plan P2, $x = 64,5\text{ mm}$)	74
3.4	Grandeurs en amont des aubes (plan P1, $x = -92\text{mm}$ - calcul visqueux)	78
3.5	Grandeurs en aval des aubes (plan P2, $x = 64,5\text{mm}$ - calcul visqueux)	78
3.6	Grandeurs globales. Pour le calcul 2D, la valeur du rendement corrigé correspond à $\eta(\tau = 1,293)$, 1,293 étant la valeur expérimentale de τ au rayon concerné.	97
3.7	Grandeurs globales pour différentes discrétisations spatiales	113
4.1	Définition des opérateurs de moyenne	124
4.2	Modèle linéaire de Hardy et Atassi (réf. [60]) appliqué aux premiers harmoniques de la décomposition en série de Fourier des résultats du calcul de distorsion.	130
4.3	Comparaison entre le modèle linéaire de Hardy et Atassi (réf. [60]) et les résultats du calcul instationnaire.	131
4.4	Taux de récupération par mode de la distorsion	135
4.5	propagativité des modes acoustiques (4,-7), (5,-6), (6,-5) et (7,-4) en aval de la zone aubée	140
4.6	propagativité des modes acoustiques (1,1), (2,2), (3,3) et (4,4) en aval de la zone aubée	141
4.7	Amplitude des modes évanescents générés par la frontière aval : comparaison calcul / modèle acoustique pour le point trois mailles en amont de la frontière	141
A.1	Quelques schémas linéaires à deux pas d'après [65].	227

Liste des figures

1.1	Cause de distorsion d'entrée d'air dans les ventilateurs Liebherr: la disposition de l'échangeur alimentant l'écoulement est asymétrique	13
1.2	Origine des principaux phénomènes instationnaires présents dans les écoulements de turbomachines (Callot, réf. [18])	14
1.3	Propagation d'une cellule décollée (décrochage tournant)	15
1.4	Schéma de principe du pompage	16
1.5	Les différents types de mouvement de l'onde de choc (D.G. Mabey, réf. [112]) . .	18
2.1	Les différentes approches pour prendre en compte la rotation dans les équations de Navier-Stokes (les expressions de S_{rot} et S_{rel} sont données plus loin)	33
2.2	Principe de la formulation ALE	36
2.3	référentiels fixes et tournants	36
2.4	Historique de convergence et de débits pour l'écoulement axial: pas de rotation .	40
2.5	Historique de convergence et de débits pour l'écoulement axial: référentiel et repère tournants	41
2.6	Historique de convergence et de débits pour l'écoulement axial: référentiel absolu, repère et maillage tournants - "ALE stationnaire"	42
2.7	Cas test fluide en rotation solide	43
2.8	Profils radiaux de pression, température, vitesse axiale et azimuthale pour le cas de référence et le cas ALE	44
2.9	Configuration volumes finis "cell centered" à la frontière: les cellules intérieures sont déjà mises à jour, et on cherche U_G^{n+1}	50
2.10	Connectivité entre blocs	57
2.11	Notations géométriques sur un canal schématisé (cas d'une machine $N_b = 4$) . . .	58
2.12	Schéma de principe de la condition de périodicité spatio-temporelle (cas $N_b = 4$ et $N_d = 1$)	60
3.1	Maillage utilisé pour les calculs 2D Euler (domaine complet, pale, bord d'attaque). Deux passages interaubes sont représentés pour plus de clarté	67
3.2	Convergence du calcul 2D Euler	68
3.3	Isocontours du nombre de Mach relatif autour du profil (calcul Euler)	69
3.4	Isocontours de pression statique autour du profil (calcul Euler)	70
3.5	Isocontours d'entropie autour du profil (calcul Euler)	71
3.6	Répartition du coefficient de pression statique autour du profil pour le calcul Euler (adimensionnalisation par les grandeurs p , ρ et vitesse débitante d'entrée: $C_p = \frac{p-p^{in}}{\frac{1}{2}\rho^{in}u_x^{in2}}$)	72

3.7	Bord d'attaque: nombre de Mach et lignes de courant (calcul Euler)	72
3.8	Position de l'onde de choc droite par rapport au maillage (calcul Euler)	73
3.9	Triangle des vitesse dans le plan P1 (à gauche) et le plan P2 (à droite) : comparaison calcul - expérience (cas Euler)	76
3.10	Calcul Euler: répartition du Nombre de Mach relatif dans le plan de mesure aval P2 ($x = 64,5$ mm)	76
3.11	Maillage utilisé pour les calcul 2D Navier Stokes (maillages dupliqués)	77
3.12	Convergence du calcul Baldwin Lomax en ALE	79
3.13	Triangle des vitesse dans le plan P1 (à gauche) et le plan P2 (à droite) : comparaison calcul - expérience (cas Navier Stokes turbulent)	80
3.14	Répartition du coefficient de pression statique autour de l'aube - cas Baldwin Lomax (adimensionnalisation par les grandeurs d'entrée $C_p = \frac{p-p^{in}}{\frac{1}{2}\rho^{in}u_x^{in2}}$)	80
3.15	Isocontours du nombre de Mach relatif autour du profil (cas Baldwin Lomax)	81
3.16	Isocontours de pression statique autour du profil (cas Baldwin Lomax)	82
3.17	Isocontours d'entropie autour du profil (cas Baldwin Lomax)	83
3.18	Bord d'attaque: nombre de Mach et lignes de courant (cas Baldwin Lomax)	83
3.19	Répartition du Nombre de Mach relatif dans le plan de mesure aval P2 (Calcul Baldwin Lomax)	84
3.20	Répartition de la temperature statique dans le plan de mesure aval P2 (Calcul Baldwin Lomax)	84
3.21	Définition géométrique de la veine et limites du domaine de calcul	86
3.22	Maillage 3D: ventilateur complet	87
3.23	Maillage 3D: coupes aube à aubes (moyeu, coupe 10, carter). Deux passages interaubes sont représentés pour plus de clarté	88
3.24	Maillage 3D: détail sur la zone du jeu.	89
3.25	Evolution des conditions aux limites dans les zones tampon amont et aval (calculs axisymétriques)	90
3.26	Historique de convergence du calcul en schéma centré	92
3.27	Répartition radiale de pression statique, totale, température totale et angle α dans les plan de mesure P1 et P2: comparaison calcul / expérience	94
3.28	Répartition radiale de vitesse débitante ($\rho u_x S$) dans les plan de mesure P1 (à gauche) et P2 (à droite)	95
3.29	Evolution radiale de l'angle relatif β : comparaison calcul / expérience et angle du squelette du profil au bord d'attaque	95
3.30	Blocage aérodynamique en P2	97
3.31	Lignes de frottement sur le moyeu et l'extrados	98
3.32	Vecteurs vitesse et carte de viscosité turbulente (normalisée par la viscosité laminaire) au voisinage du bord d'attaque, à 15% de l'envergure	99
3.33	Lignes de courant au voisinage du moyeu et de l'extrados	99
3.34	Répartition du coefficient de pression statique à différentes coupes radiales: proche moyeu, équivalent calcul 2D, tête de pale (adimensionnalisation par les grandeurs amont: $C_p = \frac{p-p^{in}}{\frac{1}{2}\rho^{in}u_x^{in2}}$)	100
3.35	Pression statique sur l'extrados et l'intrados	101

3.36	Isocontours du nombre de Mach basé sur la composante radiale de la vitesse dans une coupe aube à aube équivalente au calcul 2D. Dans le sillage, les couleurs sont saturées.	103
3.37	Isocontours du nombre de Mach relatif dans une coupe aube à aube à 10 % de hauteur de veine	104
3.38	Isocontours du nombre de Mach relatif dans une coupe aube à aube équivalente au calcul 2D	105
3.39	Isocontours du nombre de Mach relatif dans une coupe aube à aube à 98 % de hauteur de veine	106
3.40	Schéma de principe de formation du tourbillon de jeu (réf [76])	107
3.41	Nombre de Mach relatif à mi corde, dans la zone de jeu et isoligne $u_x = 0$. Les vecteurs représentent la vitesse relative projetée dans le plan $x = 0$. Sur la figure du haut, le domaine est représenté depuis 95 % de la hauteur de veine jusqu'au carter.	108
3.42	Lignes de courant issues du jeu et isoligne $u_x = 0$ dans un plan aube à aube passant au milieu du jeu	109
3.43	Pression totale relative dans des plans perpendiculaires à la pale	109
3.44	Tourbillon de jeu: hélicité dans des plans perpendiculaires à la pale, côté bord d'attaque. En haut: ASTAFAN, en bas: NASA rotor 37 (réf. [19]).	110
3.45	Tourbillon induit dans le jeu: vecteurs vitesse relative colorés par la composante circonférentielle de la vorticité dans un plan perpendiculaire à l'axe du tourbillon de jeu, vus de l'aval (calcul sur rotor NASA37, réf. [19]).	111
3.46	A gauche: Profil de viscosité turbulente dans la direction transversale en une position sur la pale équivalente au calcul bidimensionnel. A droite: iso-surface $\mu_t = 300 \mu_{lam}$ du coté extradados.	112
3.47	Historique de convergence du calcul en schéma de Roe	113
3.48	Répartition radiale de pression statique, totale, température totale et angle α dans les plan de mesure P1 et P2: comparaison calcul Roe / calcul centré / expérience	115
4.1	Profil de distorsion imposé : comparaison avec les mesures expérimentales de [74]	145
4.2	Signal de pression totale imposé en un point au cours du temps et amplitude de la transformée de Fourier. Les amplitudes des harmoniques sont normalisées par l'amplitude du déficit.	145
4.3	Pression totale dans le premier plan de maillage et amplitude de la transformée de Fourier. Les amplitudes des harmoniques sont normalisées par l'amplitude du déficit imposé.	146
4.4	Pression statique dans le premier plan de maillage et amplitude de la transformée de Fourier. Les amplitudes des harmoniques sont normalisées par l'amplitude du déficit imposé sur la pression totale.	146
4.5	entropie dans le premier plan de maillage et amplitude de la transformée de Fourier. Les amplitudes des harmoniques sont normalisées par l'amplitude du déficit d'entropie.	147
4.6	Convergence du calcul instationnaire : en haut, historique du débit sur les faces d'entrée et sortie, et en bas, pression statique, composantes axiale et circonférentielle des vitesses absolue et relative, en un point en sortie de domaine pour les périodes n°71 à 75. Les valeurs sont dimensionnelles.	148

4.7	Convergence du calcul instationnaire : en haut, historique complète du débit sur les faces d'entrée et sortie, et en bas, point sonde en sortie de domaine. Les valeurs sont valeurs dimensionnelles.	149
4.8	Convergence en termes de résidus : nombre d'itérations internes pour atteindre une convergence à 10^{-3} sur les périodes n°72 à 75 (à gauche) et historique de convergence de la boucle interne (à droite) pour trois pas de temps typiques . . .	150
4.9	Principe de l'analyse comparative instationnaire	150
4.10	Evolution axiale de l'écart de pression (statique, totale absolue et totale relative) entre solution stationnaires et solution instationnaires. Les valeurs sont en Pa. . .	151
4.11	Evolution axiale des niveaux RMS de fluctuations : énergie cinétique instationnaire normalisée par la valeur RMS amont.	151
4.12	Evolution axiale des niveaux RMS de fluctuations : pression statique normalisée par la valeur RMS amont.	152
4.13	Evolution axiale des niveaux RMS de fluctuations : température statique normalisée par la valeur RMS amont.	152
4.14	Evolution axiale des niveaux RMS de fluctuations : pression totale absolue normalisée par la valeur RMS amont.	152
4.15	Evolution axiale des niveaux RMS de fluctuations : entropie normalisée par la valeur RMS amont.	153
4.16	Evolution spatiale du nombre de Mach relatif : champ stationnaire, différence entre champ instationnaire moyenné en temps et champ stationnaire, niveau de fluctuations RMS (de bas en haut).	154
4.17	Evolution spatiale de la vitesse axiale : champ stationnaire, différence entre champ instationnaire moyenné en temps et champ stationnaire, niveau de fluctuations RMS (de bas en haut). Les valeurs sont en Pa.	155
4.18	Evolution spatiale de la vitesse circonférentielle absolue : champ stationnaire, différence entre champ instationnaire moyenné en temps et champ stationnaire, niveau de fluctuations RMS (de bas en haut). Les valeurs sont en m/s.	156
4.19	Evolution spatiale de la l'entropie : champ stationnaire, différence entre champ instationnaire moyenné en temps et champ stationnaire, niveau de fluctuations RMS (de bas en haut). Les valeurs sont en unité SI.	157
4.20	Evolution spatiale de la pression statique : champ stationnaire, différence entre champ instationnaire moyenné en temps et champ stationnaire, niveau de fluctuations RMS (de bas en haut). Les valeurs sont en Pa.	158
4.21	Evolution spatiale de la pression totale absolue : champ stationnaire, différence entre champ instationnaire moyenné en temps et champ stationnaire, niveau de fluctuations RMS (de bas en haut). Les valeurs sont en Pa.	159
4.22	Evolution spatiale de la pression totale relative : champ stationnaire, différence entre champ instationnaire moyenné en temps et champ stationnaire, niveau de fluctuations RMS (de bas en haut). Les valeurs sont en Pa.	160
4.23	Evolution spatiale de la température statique : champ stationnaire, différence entre champ instationnaire moyenné en temps et champ stationnaire, niveau de fluctuations RMS (de bas en haut). Les valeurs sont en K.	161
4.24	Evolution spatiale de la température totale absolue : champ stationnaire, différence entre champ instationnaire moyenné en temps et champ stationnaire, niveau de fluctuations RMS (de bas en haut). Les valeurs sont en K.	162

- 4.25 Evolution spatiale de la température totale relative : champ stationnaire, différence entre champ instationnaire moyenné en temps et champ stationnaire, niveau de fluctuations RMS (de bas en haut). Les valeurs sont en K. 163
- 4.26 Répartition axiale du coefficient de pression à différents instants significatifs, comparaison avec des calculs stationnaires dont la pression totale d'entrée correspond aux extréma du calcul instationnaire. Adimensionnement : $C_p = \frac{p-p^{in}}{\frac{1}{2}\rho^{in}u_x^{in2}}$ 164
- 4.27 Répartition circonférentielle de l'angle de la vitesse relative (en haut) et du nombre de Mach relatif (en bas) dans le plan P1 à différents instants significatifs, comparaison avec des calculs stationnaires pour une pression totale d'entrée correspondant aux extréma du calcul instationnaire. 165
- 4.28 Mouvement (dimensionnel) de l'onde de choc au cours d'une période : pied de l'onde de choc (j=1), point de génération d'entropie (j=15) et intersection avec l'onde de choc oblique (j=38) 166
- 4.29 Spectre du mouvement de l'onde de choc (pied de l'onde de choc). Les valeurs des amplitudes sont en m. 166
- 4.30 Amplitude et phase de de la transformée de Fourier de la position de l'onde de choc. Les valeurs des amplitudes sont en m. 167
- 4.31 Mouvement (dimensionnel) de l'onde de choc en projection sur l'axe x : comparaison entre le modèle linéaire de Hardy et Atassi et les résultats du calcul instationnaire. 168
- 4.32 Evolution axiale des modes circonférentiels (instantanés) : modes purs de canal et de distorsion pour la pression totale absolue. La figure du bas correspond à une échelle d'ordonnée réduite, et les valeurs sont en Pa. 169
- 4.33 Evolution axiale des modes circonférentiels (instantanés) : modes purs de canal et de distorsion pour la pression statique. La figure du bas correspond à une échelle d'ordonnée réduite, et les valeurs sont en Pa. 170
- 4.34 Evolution axiale des modes circonférentiels (instantanés) : modes purs de canal et de distorsion pour la température totale absolue. La figure du bas correspond à une échelle d'ordonnée réduite, et les valeurs sont en K. 171
- 4.35 Evolution axiale des modes circonférentiels (instantanés) : modes purs de canal et de distorsion pour l'entropie. La figure du bas correspond à une échelle d'ordonnée réduite, et les valeurs sont en unités SI. 172
- 4.36 Evolution axiale des modes circonférentiels (instantanés) : modes d'interaction pour la pression totale absolue. Les valeurs sont en Pa. 173
- 4.37 Evolution axiale des modes transverses (instantanés) : modes d'interaction pour la pression statique. Les valeurs sont en Pa. 174
- 4.38 Evolution axiale des modes transverses (instantanés) : modes d'interaction pour la température totale absolue. Les valeurs sont en K. 175
- 4.39 Evolution axiale des modes transverses (instantanés) : modes d'interaction pour l'entropie. Les valeurs sont en unités SI. 176
- 4.40 Evolution axiale des modes transverses (instantanés) dans la zone aval du maillage (zone "tampon") : premiers modes d'interaction pour l'entropie. 177
- 4.41 Spectre spatio-temporel de pression statique (amplitude) : plan P1. Les valeurs sont en Pa. 178

4.42	Spectre spatio-temporel de pression statique (amplitude) : plan P2. Les valeurs sont en Pa.	179
4.43	Spectre spatio-temporel de pression statique (amplitude) : plan P3. Les valeurs sont en Pa.	180
4.44	Spectre spatio-temporel de pression statique (amplitude) : plan P2. L'échelle de couleur est comparable à la figure 4.43.	181
4.45	Evolution axiale des modes transverses (instantanés) en aval des pales : harmoniques 4 à 7. Les valeurs de pression sont en Pa.	182
4.46	Spectre temporels obtenus par des points sondes du maillage situés en P3 et à la frontière. Les valeurs des amplitudes (pression statique) sont en Pa.	182
4.47	Evolution axiale des modes transverses (instantanés) en aval des pales : harmoniques 1 à 4. Les valeurs de pression sont en Pa.	183
A.1	Domaine d'intégration.	211
A.2	Notation pour une cellule volume fini i, j, k de sommets ABCDEFGH.	212
A.3	Approche décentrée conservative du premier ordre.	215
A.4	Approche MUSCL pour l'extrapolation aux interfaces.	216
A.5	Approche MUSCL-TVD: fonctionnement du limiteur.	218
A.6	Volumes décalés pour le calcul des gradients dans une direction.	220
A.7	Balayage selon les plans obliques (cas bidimensionnel) - Pendant le premier balayage, les points situés dans le triangle inférieur droit ont déjà été mis à jour et leur contribution est ajoutée au membre de droite.	224
A.8	Représentation schématique du fonctionnement du schéma: $U^{n+1,*}$ correspond à la solution obtenue sans sous-itérer, et la boucle interne "ramène" la solution calculée vers la solution "exacte" du problème, approchée à l'ordre Δt^2	228
A.9	Principe de la parallélisation de NSMB.	231
B.1	Convergence du calcul 2D Euler (cas non calé sur les mesures expérimentales)	234
B.2	Bord d'attaque: nombre de Mach et vecteur vitesse (cas non calé sur les mesures expérimentales)	234
B.3	Isocontours du nombre de Mach relatif autour du profil (cas Euler non calé sur les mesures expérimentales)	235
B.4	Isocontours de pression statique autour du profil (calcul Euler non calé sur les mesures expérimentales)	236
B.5	Comparaison calcul ALE / calcul pales fixes : historiques de convergence	237
B.6	Comparaison calcul ALE / calcul pales fixe en Euler : répartition du coefficient de pression statique	238
B.7	Comparaison calcul ALE / calcul pales fixes en Euler : iso-lignes du nombre de Mach	239
B.8	Comparaison calcul ALE / calcul pales fixes en Euler : iso-lignes de pression statique	240
B.9	Comparaison calcul ALE / calcul pales fixes en Euler : iso-lignes d'entropie	241
B.10	Comparaison des conditions d'entrée: historiques de convergence	242
B.11	Comparaison des conditions d'entrée: iso-lignes du nombre de Mach	243
B.12	Comparaison des conditions d'entrée: iso-lignes de pression statique	244
B.13	Comparaison des conditions d'entrée: iso-lignes d'entropie	245

B.14 Comparaison calcul ALE / calcul pales fixes en Navier Stokes laminaire : historiques de convergence	247
B.15 Comparaison calcul ALE / calcul pales fixes en Navier Stokes laminaire : iso-lignes de pression statique	247
B.16 Comparaison calcul ALE / calcul pales fixes en Navier Stokes laminaire : iso-lignes du nombre de Mach	248
B.17 Comparaison calcul ALE / calcul pales fixes en Navier Stokes laminaire : iso-lignes de l'entropie	249
B.18 Comparaison calcul ALE / calcul pales fixes en Navier Stokes laminaire : bord de fuite (nombre de Mach)	250
B.19 Comparaison calcul ALE / calcul pales fixes en Navier Stokes laminaire : bord de fuite (entropie)	251
B.20 Comparaison calcul ALE / calcul pales fixes (Baldwin Lomax) : historiques de convergence	252
B.21 Comparaison calcul ALE / calcul pales fixes (Baldwin Lomax) : iso-lignes de pression statique	253
B.22 Comparaison calcul ALE / calcul pales fixes (Baldwin Lomax) : iso-lignes du nombre de Mach	254
B.23 Comparaison calcul ALE / calcul pales fixes (Baldwin Lomax) : iso-lignes d'entropie	255
B.24 Comparaison calcul ALE / calcul pales (Baldwin Lomax) : répartition du coefficient de pression statique	256
B.25 Profils de viscosité turbulente (Baldwin Lomax) en aval de l'onde de choc	256
C.1 Schéma de principe du cas test de validation de la condition de périodicité spatio-temporelle (onde entropique 1D)	258
C.2 ρ à différents instants (cas périodique et phase-lag)	259
C.3 Pression à différents instants (cas phase-lag)	260
C.4 Evolution temporelle des variables au point d'abscisse 0.2	260
C.5 Effet d'une zone tampon	262
C.6 Effet des schémas spatiaux en Dual Time Stepping	263
C.7 Effet des schémas spatiaux en explicite	264
C.8 Effet du schéma en temps (central 4)	265
C.9 Influence de la zone tampon: grandeurs totales	267
C.10 Influence de la zone tampon: vitesse axiale et pression	268
C.11 vitesse instantanée pendant une période avec et sans zone tampon (schéma centré d'ordre 4)	269
C.12 Pression totale instantanée pendant une période avec et sans zone tampon (schéma centré d'ordre 4)	270
C.13 Comparaison Dual Time Stepping / Runge Kutta (schéma centré d'ordre 4)	271
C.14 Comparaison schéma centré ordre 4 / Roe ordre 2 (Dual Time Stepping)	272
C.15 Utilisation de la condition de "phase-lag" avec une initialisation constante et sans zone tampon (Roe ordre 2)	273
C.16 Utilisation de la condition de "phase-lag" avec zone tampon et initialisation depuis la solution périodique (Roe ordre 2)	274
C.17 Utilisation de la condition de "phase-lag" (Roe ordre 2): détail sur la variable ρU	275

- C.18 Point sonde dans le calcul périodique 3 canaux. En bas, les signaux ont été translétés de zéro, un ou deux tiers de période. 278
- C.19 Evolution temporelle de différentes variables (points sondes) : comparaison calcul périodique / calcul phase lag 279
- D.1 fig. 3.15, 3.16 et 3.17 en couleur : Isocontours du nombre de Mach relatif, de pression statique et d'entropie autour du profil (cas Baldwin Lomax) 282
- D.2 fig. 3.23 en couleur : Maillage 3D: coupes aube à aubes (moyeu, coupe 10, carter). Deux passages interaubes sont représentés pour plus de clarté 283
- D.3 fig. 3.36 en couleur : Isocontours du nombre de Mach basé sur la composante radiale de la vitesse dans une coupe aube à aube équivalente au calcul 2D. Dans le sillage, les couleurs sont saturées. 284
- D.4 fig. 3.37 en couleur : Isocontours du nombre de Mach relatif dans une coupe aube à aube à 10 % de hauteur de veine 285
- D.5 fig. 3.38 en couleur : Isocontours du nombre de Mach relatif dans une coupe aube à aube équivalente au calcul 2D 286
- D.6 fig. 3.39 en couleur : Isocontours du nombre de Mach relatif dans une coupe aube à aube à 98 % de hauteur de veine 287
- D.7 fig. 3.41 en couleur : Nombre de Mach relatif à mi corde, dans la zone de jeu et isoligne $u_x = 0$. Les vecteurs représentent la vitesse relative projetée dans le plan $x = 0$. Sur la figure de droite, le domaine est représenté depuis 95 % de la hauteur de veine jusqu'au carter. 288
- D.8 fig. 3.43 en couleur : Pression totale relative dans des plans perpendiculaires à la pale 288
- D.9 fig. 3.44 en couleur : Tourbillon de jeu: hélicité dans des plans perpendiculaires à la pale, côté bord d'attaque. En haut: ASTAFAN, en bas: NASA rotor 37 (réf. [19]). 289
- D.10 fig. 4.16 (à gauche) et fig. 4.17 (à droite) en couleur : Evolution spatiale du nombre de Mach relatif et de la vitesse axiale : champ stationnaire, différence entre champ instationnaire moyenné en temps et champ stationnaire, niveau de fluctuations RMS (de bas en haut). 290
- D.11 fig. 4.18 (à gauche) et 4.19 (à droite) en couleur : Evolution spatiale de la vitesse circonférentielle absolue et de l'entropie : champ stationnaire, différence entre champ instationnaire moyenné en temps et champ stationnaire, niveau de fluctuations RMS (de bas en haut). Les valeurs sont en m/s. 291
- D.12 fig. 4.20 (à gauche) et 4.21 (à droite) en couleur : Evolution spatiale de la pression statique et de la pression totale absolue : champ stationnaire, différence entre champ instationnaire moyenné en temps et champ stationnaire, niveau de fluctuations RMS (de bas en haut). Les valeurs sont en Pa. 292
- D.13 fig. 4.22 (à gauche) et 4.23 (à droite) en couleur : Evolution spatiale de la pression totale relative et de la température statique : champ stationnaire, différence entre champ instationnaire moyenné en temps et champ stationnaire, niveau de fluctuations RMS (de bas en haut). Les valeurs sont en Pa. 293

- D.14 fig. 4.24 (à gauche) et 4.25 (à droite) en couleur : Evolution spatiale de la température totale absolue et de la température totale relative : champ stationnaire, différence entre champ instationnaire moyenné en temps et champ stationnaire, niveau de fluctuations RMS (de bas en haut). Les valeurs sont en K. . . . 294
- D.15 fig. 4.41 et en couleur 4.42 : Spectres spatio-temporels de pression statique (amplitude) : à gauche, plan P1 et à droite, plan P2. Les valeurs sont en Pa. . . 295
- D.16 fig. 4.43 et 4.44 en couleur : Spectres spatio-temporels de pression statique (amplitude) : à gauche, plan P2 et à droite, plan P3. Les valeurs sont en Pa. . . 295
- D.17 fig. C.11 et en couleur C.12 : vitesse instantanée (en haut) et pression totale instantanée (en bas) pendant une période avec et sans zone tampon (schéma centré d'ordre 4) 296

ECOLE CENTRALE DE LYON
Liste des personnes habilitées à diriger des recherches

<i>AIT-EL-HADJ Smail</i>	<i>professeur</i>	GRESTI	ECL
<i>ARQUES Philippe</i>	<i>professeur</i>		ECL
<i>AURIOL Philippe</i>	<i>professeur</i>	CEGELY	ECL
<i>BAILLY Christophe</i>	<i>maître de conférence</i>	LMFA	ECL
<i>BATAILLE Jean</i>	<i>professeur</i>	LMFA	UCBL
<i>BEN HADID Hamda</i>	<i>professeur</i>	LMFA	UCBL
<i>BERGHEAU Jean-Michel</i>	<i>professeur</i>	LTDS	ENISE
<i>BEROUAL Abderrhamane</i>	<i>professeur</i>	CEGELY	ECL
<i>BERTOGLIO Jean-Pierre</i>	<i>directeur de recherche</i>	LMFA	CNRS
<i>BLAIZE Alain</i>	<i>maître de conférence</i>	LTDS	UCBL
<i>BLANC-BENON Philippe</i>	<i>directeur de recherche</i>	LMFA	CNRS
<i>BLANCHET Robert</i>	<i>professeur</i>	LEOM	ECL
<i>BRUN Maurice</i>	<i>professeur</i>	LMFA	ECL
<i>BUFFAT Marc</i>	<i>professeur</i>	LMFA	UCBL
<i>CAMBON Claude</i>	<i>directeur de recherche</i>	LMFA	CNRS
<i>CAMBOU Bernard</i>	<i>professeur</i>	LTDS	ECL
<i>CARRIERE Philippe</i>	<i>chargé de recherche</i>	LMFA	CNRS
<i>CHAMPOUSSIN J-Claude</i>	<i>professeur</i>	LMFA	ECL
<i>CHAUVET Jean-Paul</i>	<i>professeur</i>	IFOS	ECL
<i>CHEN Liming</i>	<i>professeur</i>	ICTT	ECL
<i>CLERC Guy</i>	<i>professeur</i>	CEGELY	UCBL
<i>COMTE-BELLOT Geneviève</i>	<i>professeur émérite</i>	LMFA	ECL
<i>COQUILLET Bernard</i>	<i>maître de conférence</i>	IFOS	ECL
<i>DAVID Bertrand</i>	<i>professeur</i>	ICTT	ECL
<i>DONNET Christophe</i>	<i>maître de conférence</i>	LTDS	ECL
<i>DUBUJET Philippe</i>	<i>maître de conférence</i>	LTDS	ECL
<i>ESCODIE Dany</i>	<i>chargé de recherche</i>	LMFA	CNRS
<i>FERRAND Pascal</i>	<i>directeur de recherche</i>	LMFA	CNRS
<i>GAFFIOT Frédéric</i>	<i>maître de conférence</i>	LEOM	ECL
<i>GAGNAIRE Alain</i>	<i>maître de conférence</i>	LEOM	ECL
<i>GALLAND Marie-Annick</i>	<i>maître de conférence</i>	LMFA	ECL
<i>GARRIGUES Michel</i>	<i>directeur de recherche</i>	LEOM	CNRS
<i>GAY Bernard</i>	<i>professeur</i>	LMFA	UCBL
<i>GENCE Jean-Noël</i>	<i>professeur</i>	LMFA	UCBL
<i>GENDRY Michel</i>	<i>chargé de recherche</i>	LEOM	CNRS
<i>GEORGES Jean-Marie</i>	<i>professeur émérite</i>	LTDS	ECL
<i>GRENET Geneviève</i>	<i>chargé de recherche</i>	LEOM	CNRS
<i>GUIRALDENQ Pierre</i>	<i>professeur émérite</i>	IFOS	ECL

ECOLE CENTRALE DE LYON
Liste des personnes habilitées à diriger des recherches

<i>HAMADICHE Mahmoud</i>	<i>maître de conférence</i>	LMFA	UCBL
<i>HELLOUIN Yves</i>	<i>maître de conférence</i>		ECL
<i>HENRY Daniel</i>	<i>chargé de recherche</i>	LMFA	CNRS
<i>HERRMANN Jean-Marie</i>	<i>directeur de recherche</i>	IFOS	CNRS
<i>HOLLINGER Guy</i>	<i>directeur de recherche</i>	LEOM	CNRS
<i>JAFFREZIC-RENAULT Nicole</i>	<i>directeur de recherche</i>	IFOS	CNRS
<i>JEANDEL Denis</i>	<i>professeur</i>	LMFA	ECL
<i>JEZEQUEL Louis</i>	<i>professeur</i>	LTDS	ECL
<i>JOSEPH Jacques</i>	<i>professeur</i>	LEOM	ECL
<i>JUVE Daniel</i>	<i>professeur</i>	LMFA	ECL
<i>JUVE Denyse</i>	<i>ingénieur de recherche</i>	IFOS	ECL
<i>KAPSA Philippe</i>	<i>directeur de recherche</i>	LTDS	CNRS
<i>KRÄHENBÜHL Laurent</i>	<i>directeur de recherche</i>	CEGELY	CNRS
<i>KRAWCZYK Stanislas</i>	<i>directeur de recherche</i>	LEOM	CNRS
<i>LANCE Michel</i>	<i>professeur</i>	LMFA	UCBL
<i>LANGLADE-BOMBA Cécile</i>	<i>maître de conférence</i>	IFOS	ECL
<i>LE HELLEY Michel</i>	<i>professeur</i>		ECL
<i>LEBOEUF Francis</i>	<i>professeur</i>	LMFA	ECL
<i>LOPEZ Jacques</i>	<i>maître de conférence</i>	LTDS	UCBL
<i>LOUBET Jean-Luc</i>	<i>directeur de recherche</i>	LTDS	CNRS
<i>LYONNET Patrick</i>	<i>professeur</i>	LTDS	ENISE
<i>MAITRE Jean-François</i>	<i>professeur</i>	MAPLY	ECL
<i>MARION Martine</i>	<i>professeur</i>	MAPLY	ECL
<i>MARTELET Claude</i>	<i>professeur</i>	IFOS	ECL
<i>MARTIN Jean-Michel</i>	<i>professeur</i>	LTDS	ECL
<i>MARTIN Jean-René</i>	<i>professeur</i>	IFOS	ECL
<i>MATHIA Thomas</i>	<i>directeur de recherche</i>	LTDS	CNRS
<i>MATHIEU Jean</i>	<i>professeur émérite</i>	LMFA	ECL
<i>MAZUYER Denis</i>	<i>professeur</i>		ECL
<i>MIDOL Alain</i>	<i>maître de conférence</i>	LTDS	UCBL
<i>MOREL Robert</i>	<i>professeur</i>	LMFA	INSA
<i>MOUSSAOUI Mohand</i>	<i>professeur</i>	MAPLY	ECL
<i>MUSY François</i>	<i>maître de conférence</i>	MAPLY	ECL
<i>NGUYEN Du</i>	<i>maître de conférence</i>	IFOS	ECL
<i>NICOLAS Alain</i>	<i>professeur</i>	CEGELY	ECL
<i>NICOLAS Laurent</i>	<i>directeur de recherche</i>	CEGELY	CNRS

ECOLE CENTRALE DE LYON
Liste des personnes habilitées à diriger des recherches

<i>PERKINS Richard</i>	<i>professeur</i>	LMFA	ECL
<i>PERRET-LIAUDET Joël</i>	<i>maître de conférence</i>	LTDS	ECL
<i>PERRIN Jacques</i>	<i>professeur</i>		INSA
<i>PICHAT Pierre</i>	<i>directeur de recherche</i>	IFOS	CNRS
<i>PONSONNET Laurence</i>	<i>maître de conférence</i>	LTDS	ECL
<i>PREVOT Patrick</i>	<i>professeur</i>	ICTT	INSA
<i>REBOUX Jean-Luc</i>	<i>professeur</i>	LTDS	ENISE
<i>ROBACH Yves</i>	<i>maître de conférence</i>	LEOM	ECL
<i>ROGER Michel</i>	<i>professeur</i>	LMFA	ECL
<i>ROJAT Gérard</i>	<i>professeur</i>	CEGELY	UCBL
<i>ROUSSEAU Jacques</i>	<i>professeur émérite</i>	LTDS	ENISE
<i>SALVIA Michelle</i>	<i>maître de conférence</i>	IFOS	ECL
<i>SCOTT Julian</i>	<i>professeur</i>	LMFA	ECL
<i>SELLIER Antoine</i>	<i>professeur</i>	LMFA	UCBL
<i>SIDOROFF François</i>	<i>professeur</i>	LTDS	ECL
<i>SOUTEYRAND Eliane</i>	<i>directeur de recherche</i>	IFOS	CNRS
<i>STREMSDOERFER Guy</i>	<i>professeur</i>	IFOS	ECL
<i>SUNYACH Michel</i>	<i>professeur</i>	LMFA	UCBL
<i>TARDY Jacques</i>	<i>directeur de recherche</i>	LEOM	CNRS
<i>THOMAS Gérard</i>	<i>professeur</i>	CEGELY	ECL
<i>TREHEUX Daniel</i>	<i>professeur</i>	IFOS	ECL
<i>VANNES André-Bernard</i>	<i>professeur</i>	IFOS	ECL
<i>VIKTOROVITCH Pierre</i>	<i>directeur de recherche</i>	LEOM	CNRS
<i>VINCENT Léo</i>	<i>professeur</i>	IFOS	ECL
<i>ZAHOUANI Hassan</i>	<i>professeur</i>	LTDS	ENISE

AUTORISATION DE SOUTENANCE

Vu les dispositions de l'arrêté du 30 Mars 1992,

Vu la demande du Directeur de Thèse

Monsieur P. FERRAND

et les rapports de

Monsieur M. BRAZA

Directeur de Recherche au CNRS - Groupe EMT2 à L'IMFT - Allée du Professeur Camille Soula - 31400
TOULOUSE

et de

Monsieur J.B. CAZALBOU

Enseignant et adjoint au Chef du département Mécanique des Fluides - ENSICA - 1, Place Emile Blouin -
31056 TOULOUSE Cedex 5

Monsieur KOZUCH Ludovic

est autorisé à soutenir une thèse pour l'obtention du grade de **DOCTEUR**

Ecole doctorale MECANIQUE, ENERGETIQUE, GENIE CIVIL et ACOUSTIQUE (MEGA)

Fait à Ecully, le 13 mai 2002

P/Le Directeur de l'E.C.L.
Le Directeur des Etudes



F. LEBOEUF